1077

2

കരണപദ്ധതിഃ

കൈരളീവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

വ്യാഖ്യാതാഃ_

.. പി. കെ. കോരു, എം. എ്; എൽ. ററി;

പാററ്റി; (S. Malabar)

— :*: —

1953 ഡിസമ്പർ

ഒന്നാം പതിപ്പ്   കോപ്പി 500.

ചെപ്പ്,

ആസ്ട്രോപ്രസ്സിൽ

അച്ചടിച്ചതു

മുഖവുര

കരണപദ്ധതി കേരളത്തിലെന്നല്ല ഭാരതത്തിൽതന്നെ നിർമ്മിച്ചിട്ടുള്ള ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ വളരെ വിശിഷ്ടമായ ഒന്നാകുന്നു. കേരളീയ സംസ്കൃതസാഹിത്യചരിത്രം ഒന്നാംഭാഗത്തിൽ വടക്കുംകൂർ ശ്രീ. രാജരാജവർമ്മ രാജാ "ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളുടെ കൂട്ടത്തിൽ കരണപദ്ധതിക്കു ലഭിച്ചിരിക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്നു ഒരു കാലത്തും ഉടവു തട്ടുമെന്നു തോന്നുന്നില്ല. പുതുമന ചോമാതിരിയുടെ നാമധേയം ഗണിതജ്ഞന്മാരാൽ ആദരപൂർവ്വം സ്മരിക്കപ്പെടും" എന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. കേളല്ലൂർ സോമയാജിപ്പാടിന്റെ തന്ത്രസംഗ്രഹം എന്ന ഗണിതഗ്രന്ഥവും അതനുസരിച്ചെഴുതിയ യുക്തിഭാഷയും മറ്റുംകൂടി ഗണിതശാസ്ത്രവ്യവസ്ഥയെ ലക്ഷ്യമാക്കീട്ടുണ്ടെങ്കിലും കേരളഗണിതതന്ത്രങ്ങളിൽ നിത്യോപയോഗമുള്ള ഗണിതതത്വങ്ങളെ തിരഞ്ഞെടുത്ത് ഒട്ടും വ്യതിചലിക്കാതെ പരഹിതഗണിതത്തിലെ ഗുണകാരഹാരകജ്യാവുകളെ ഉദാഹരണങ്ങളാക്കി ആ തത്വങ്ങളെ വ്യവഹരിക്കുകയാണ് കരണപദ്ധതി ചെയ്തിട്ടുള്ളത്. ആ നിലക്ക് കരണപദ്ധതി തന്ത്രസംഗ്രഹത്തേക്കാൾ കൂടുതൽ കേരളീയമെന്നു പറയാം. പരഹിതവും ദൃക്കും ഗണിതപരിഷ്കരണസംരംഭങ്ങളെകൊണ്ടു അസ്തപ്രചാരമാകും. എന്നാലും കരണപദ്ധതിയിലെ ഗണിതവും ഗണിതോപായങ്ങളും എന്നും നിലനില്ക്കും. അവ ശാശ്വതതത്വങ്ങളെ അവലംബിച്ചവയും ഗണകന്മാർക്കു ഒഴിച്ചുകൂടാത്തവയും ആയതുതന്നെയാകുന്നു അതിന്നു കാരണം.

സാമാന്യം ഭാഷാജ്ഞാനം സമ്പാദിച്ചവരും സങ്കലനാദി ക്രിയകളിൽ പരിചയം നേടീട്ടുള്ളവരും ഗണിതശാസ്ത്രാഭ്യസനത്തിൽ അഭിരുചിയുള്ളവരുമായ ചെറുപ്പക്കാർക്കു വായിച്ചാലോചിച്ചാൽ മനസ്സിലാവണം എന്നു വിചാരിച്ചാണ് ഇതിന്റെ "യുക്തിപ്രകാശിക" എന്ന വ്യാഖ്യാനം എഴുതീട്ടുള്ളത്. ആലോചിക്കുമ്പോൾ പല സംഗതികളും മനസ്സിൽ നിരത്തിവരികയും പരിലേഖങ്ങളെ പിന്നേയും പിന്നേയും നോക്കുകയും അതിൽ കണ്ടതു ഖഗോളത്തിലേക്കും ഗ്രഹസഞ്ചാരമാർഗ്ഗങ്ങളിലേക്കും മാററി ഭാവനയിൽ ചിത്രരൂപത്തിൽ എഴുതുകയും വേണ്ടിവരും. വിശദമല്ലാത്തതിന്നു അനുവാദം മൂളുകയുമരുത്. ഇതിന്നൊരുങ്ങാത്തവർ 'സാധു'ക്കളെ ആക്ഷേപിക്കരുത്. വ്യാഖ്യാനത്തെപ്പററി ഗണിതവിദ്യാമണി ജ്യൌതിഷപണ്ഡിതർ ശ്രീ. പി. എസ്സ്. പുരുഷോത്തമൻ നമ്പൂതിരി അവർകൾ സിദ്ധാന്തബോധിനിയെന്ന വ്യാഖ്യാനത്തോടുകൂടി പരസ്യം ചെയ്തിട്ടുള്ള സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിന്റെ അവതാരികയിൽ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറയുന്നു. "ശ്രീ. പി. കെ. കോരു, എം. എ; എൽ. ടി; ഇയ്യിടെ കരണപദ്ധതിക്കു പൂർവ്വവ്യാഖ്യാനങ്ങളേക്കാൾ

ശ്രേഷ്ഠവും ഉപപത്തിസഹിതവും പരിലേഖാദി പരിഷ്കൃതവുമായ ഒരു ഭാഷാവ്യാഖ്യാനമെഴുതുകയുണ്ടായി. നിർഭാഗ്യവശാൽ ഈ പുസ്തകം ഇതിനകം പ്രസിദ്ധീകരിച്ചില്ല. ഏതാദൃശകാര്യങ്ങളിൽ സർവ്വകലാശാലാധികൃതന്മാർ പോലും മൌനം ദീക്ഷിക്കുന്നതു ഏററവും കഷ്ടംതന്നെ. ഈ പുസ്തകംകൊണ്ടു കേരളീയഗണിതത്തിൻെറ കഷ്ടദശക്കു ഒരു ശാന്തി ലഭിച്ചേക്കാനിടയുണ്ടെന്നു നമുക്കാശിക്കാം''. ഈ വ്യാഖ്യാനമാണ് വേപ്പ്, ആസ്ഡോ പ്രസ്സിൻെറ സഹായത്തോടുകൂടി ഇപ്പോൾ പ്രകാശിതമാകുന്നതു്.

1927 സപ്തംബ്ര് മാസത്തിൽ കണ്ണൂര്‌വെച്ച് കാടാച്ചിറക്കടുത്ത ചെമ്പിലോട്ടംശം കോയോട്ടു ദേശക്കാരനായ ശ്രീ. സി. കുഞ്ഞമ്പുപ്പണിക്കരാണ് ആരുടേതെന്നറിയാത്ത ഒരു പഴയ മലയാളവ്യാഖ്യാനത്തോടുകൂടിയ കരണപദ്ധതി കയ്യെഴുത്തുപുസ്തകം സ്നേഹാദരങ്ങളോടുകൂടി എൻെറ കയ്യിൽ തന്നതു്. ഞാൻ അതിൻെറ ഒരു പകപ്പെടുത്തു തന്ന പുസ്തകം 'ഗുരുദക്ഷിണ' മടക്കിക്കൊടുത്തു. അന്നുതൊട്ടു ഞാൻ കരണപദ്ധതി നിഷ്ഠയോടെ പഠിക്കുവാൻ തുടങ്ങി. ശീന്ശ്രേയാദിവാക്യങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കുവാനുള്ള ഹാരകങ്ങളുടേയും അവയെ ഉപയോഗിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ സൂക്ഷ്മതവരുത്തുവാനുള്ള ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകത്തിൻേറയും ഉപപത്തി മനസ്സിലായപ്പോൾ എനിക്ക് കേരളാചാര്യന്മാരേയും, പുരാതനകേരളീയസംസ്കാരത്തേയും ഇവയെ പെററു വളർത്തിയ കേരളാദേവിയേയും കുറിച്ചു ഉണ്ടായ മതിപ്പും ആദരവും അനിർവ്വചനീയങ്ങളാണ്. അത്യാഹിതങ്ങളിൽക്കൂടി വെള്ളം പൊടിയാത്ത എൻെറ കണ്ണുകളിൽനിന്നു അപ്പപ്പോൾ ഇററുവീണ നീർത്തുള്ളികൾ അതിന്നു സാക്ഷികളായുണ്ട്. എനിക്കു കിട്ടിയ പുസ്തകത്തിലെ വ്യാഖ്യാനവും ഉദാഹരണങ്ങളും ശ്ലോകങ്ങളുടെ സാരം ഗ്രഹിപ്പാൻ എന്നെ വളരെ സഹായിച്ചു. യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കാണുന്ന സകല പരല്പേരുകളും ആ പുസ്തകത്തിൽനിന്നു സ്വീകരിച്ചവയാണ്. 1937_ൽ ശ്രീ. ചിത്രോദയമഞ്ജരിയിൽ ഉൾപ്പെടുത്തി കരണപദ്ധതി മൂലശ്ലോകങ്ങൾ തിരുവനന്തപുരത്തുനിന്നു തിരുവിതാംകൂർ ഗവമ്മേണ്ട് അച്ചടിപ്പിച്ചു. 1944 ജൂലായി മാസത്തിൽ ശ്രീ. പുരുഷോത്തമൻ നമ്പൂതിരി സൌജന്യമായി എനിക്കു ഇതിൻെറ ഒരു പ്രതി അയച്ചുതു കയ്യിൽ കിട്ടിയപ്പോഴാണ് ശ്ലോകങ്ങളെപ്പററിയുള്ള എൻെറ ഭയം തീൻ എൻെറ വ്യാഖ്യാനം പുസ്തകമായി അച്ചടിപ്പിക്കാമെന്നു ഞാൻ വിചാരിച്ചതു്.

അച്ചടിക്കാരെ സമീപിച്ചപ്പോൾ പുസ്തകത്തിന്നു ചിലവുണ്ടാകുമോ എന്നായി അവരുടെ സംശയം. ഇന്നത്തെ കേരളത്തെ തെല്ലെങ്കിലും അറിയുന്ന ഞാൻ ഈ ചോദ്യത്തിന്നു എങ്ങിനെ മറുപടിപറയും? ശ്രീ. ജോസഫ്

മുണ്ടശ്ശേരിയുടെ ഉപദേശമനുസരിച്ചു ഞാൻ തിരുവനന്തപുരം സർവ്വകലാശാലയെ സമീപിച്ചു. പ്രസിദ്ധീകരണത്തിന്നു ചിലതൊക്കെ ചെയ്യാമെന്നു സെനെററ് പാസ്സാക്കിയെന്നു സ്നേഹിതന്മാർ പറഞ്ഞു ഞാൻ കേട്ടുവെങ്കിലും, വളരെക്കാലത്തോളം യൂനിവേർസിററിയിൽനിന്നു നേരിട്ട് എനിക്കു ഒരു വിവരവും കിട്ടിയില്ല. ഒന്നോ രണ്ടോ കത്തുകൾക്കുശേഷം ചില നിർബ്ബന്ധങ്ങളോടുകൂടി യൂനിവേർസിററിക്കു ഒരു കത്തുകൂടി അയച്ചപ്പോൾ 1949 സപ്തമ്പ്രിൽ 1948 ഫെബ്രുവരി 22-ാംനു- അയച്ച കയ്യെഴുത്തു പുസ്തകം വളരെ മര്യാദയിൽ എഴുതിയ ഒരു കത്തോടുകൂടി എനിക്കു മടക്കി അയക്കുകയും, കയ്യെഴുത്തു മടക്കികിട്ടിയ സന്തോഷവിവരം യൂനിവേർസിററിയെ ഞാൻ അറിയിക്കയും ചെയ്തു. ഈ കാലത്താണ് ശ്രീ. പി. എസ്സ്. നമ്പൂതിരി ഈ വ്യാഖ്യാനം വായിച്ചതും മുമ്പു പറഞ്ഞ അഭിപ്രായം അദ്ദേഹത്തിന്നുണ്ടായതും. ഇങ്ങിനെ പ്രതീക്ഷകളുടേയും പ്രശംസകളുടേയും ആശങ്കകളുടേയും ഇച്ഛാഭംഗങ്ങളുടേയും അലകളിൽ പെട്ടു കുഴങ്ങുമ്പോഴാണ് ശ്രീ. കെ. കെ. കുറുപ്പ് ഈ വ്യാഖ്യാനം തന്റെ പ്രസ്സിൽ അച്ചടിച്ചുകൊള്ളാമെന്നേററത്. അദ്ദേഹത്തിന്നു ഞാൻ ഇതിന്നും പ്രൂഫ് നോക്കിയതിന്നും അതീവ കൃതജ്ഞനാണ്. അച്ചടിതീരുവാൻ രണ്ടുകൊല്ലം വേണ്ടിവന്നു.

പ്രൂഫ് നോക്കുന്നതിൽ വേണ്ടത്ര ശ്രദ്ധവെച്ചിട്ടും വിഷയത്തിന്റെ സാങ്കേതികത്വം ഹേതുവായി ചില പിഴവുകൾ വന്നിട്ടുള്ളവ ശുദ്ധിപത്രത്തിൽ തിരുത്തിട്ടുണ്ട്. അദ്ധ്യേതാക്കൾ പുസ്തകത്തിൽതന്നെ ആ പിഴവുകൾ തിരുത്തി വായിച്ചില്ലെങ്കിൽ അറിയാതെയും അനാവശ്യമായും ബുദ്ധിമുട്ടിയെന്നു വരാം. അതു കൂടാതെ കഴിക്കണമെന്നു ഞാൻ അവരോടു സാദരം അപേക്ഷിക്കുന്നു.

വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കേവലം പൌരസ്ത്യരീതിയവലംബിച്ചാൽ, പുസ്തകത്തിന്നു അമിതമായ വലുപ്പം വരുമെന്നും അദ്ധ്യേതാക്കളുടെ ബുദ്ധിമുട്ടുകൾ വർദ്ധിക്കുകയേയുള്ളുവെന്നും കരുതി പലേടത്തും പാശ്ചാത്യപ്രതിപാദനരീതി സ്വീകരിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതുകൊണ്ടു വിഷയം കേവലം പാശ്ചാത്യമാകുന്നില്ല. വ്യാഖ്യാനത്തിൽ ഒന്നോ രണ്ടോ സംഗതികൾ ഒഴിച്ച് ബാക്കിയെല്ലാം ലീലാവതി, ബീജഗണിതം, ആര്യ്യഭടീയഭാഷ്യം, തന്ത്രസംഗ്രഹം, യുക്തിഭാഷ മുതലായ ഭാരതീയഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ പ്രതിപാദിച്ചിട്ടുള്ളവയാണ്. അതിബുദ്ധിമാനും പണ്ഡിതവര്യനുമായ ഒരു മഹാൻ എഴുതിയ ഗ്രന്ഥം വ്യാഖ്യാനിക്കുമ്പോൾ ഒരു സാധാരണക്കാരനു ചില പ്രത്യേക സുഗമമാർഗ്ഗങ്ങൾ തോന്നിയില്ലെന്നു വന്നേക്കാം. ആവക ന്യൂനതകൾ വ്യാഖ്യാനത്തിലുണ്ടാവാം എന്ന പേടി വ്യാഖ്യാതാവിന്നില്ലാതെയില്ല. കേരളത്തിലെ ഇന്നത്തെ സ്ഥിതി മാത്രമാണ് ഈ ഉദ്യമത്തെ ന്യായീകരിക്കുന്നത്.

ഗ്രന്ഥകർത്താവായ പുതുമനസോമയാജി തൃശ്ശൂർ ഗ്രാമക്കാരനായിരുന്നുവെന്നു അവസാനത്തെ ശ്ലോകത്തിൽ അദ്ദേഹംതന്നെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടു്. അദ്ദേഹം ക്രിസ്ത്വബ്ദം 1431നടുത്തായിരുന്നു ജീവിച്ചിരുന്നതെന്നു ആലോചിപ്പാനാണു് അധികം ന്യായം. കൂടുതൽ വിവരം മുമ്പുപറഞ്ഞ കേരളീയ സംസ്കൃതസാഹിത്യചരിത്രത്തിൽ കാണാം.

കേരളത്തിലെ ഗണിതവിദ്യാർത്ഥികൾ ഈ പുസ്തകവും വ്യാഖ്യാനവും സശ്രദ്ധം പഠിച്ച് ഇതിൽ ഇനിയും ആവശ്യമെന്നു തോന്നുന്ന പരിഷ്കാരങ്ങൾ വരുത്തുമെന്നും, ഇന്നും അച്ചടിക്കാതെയും വേണ്ടവിധം വ്യാഖ്യാനിക്കാതെയും കിടക്കുന്ന തന്ത്രസംഗ്രഹാദി വിശിഷ്ടഗ്രന്ഥങ്ങളെ ഉത്തമവിദ്യാർത്ഥികൾക്കു് കരഗതമാക്കുവാനുള്ളവഴി തുറക്കുമെന്നും ആശിച്ചുകൊള്ളുന്നു. കേരളീയ ഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങൾ ചിലതു ലോകപ്രശസ്തി അർഹിക്കുന്നവയാണു്.

പാവട്ടി,	എന്നു്,
1—12—1953.	പി. കെ. കോരു, (വ്യാഖ്യാതാ).

— :*: —

ശുദ്ധിപത്രം

214-ാം ഭാഗം 21-ാം വരിയിൽ കാണുന്ന 9576നെ 18-ാം വരിയിലെ 10908ൻെറ നേരെ താഴത്തേക്കു നീക്കി കിഴിച്ചുകിട്ടുന്ന 1332നോടു 16-ാം വരിയിലെ 964 ചേൎത്തെഴുതി 22-ാം വരിയിലെ 1332964 ഉണ്ടാകുന്നു. 26, 31 ഈ വരികളിലും ഈവിധം മാററം വേണം, 1245096ഉം 85034944ഉം അതാതിൻെറ മീതെ കാണുന്ന 1332964ൻെറയും 87868800ൻെറയും നേരെ താഴെ വരണം.

258-ാം ഭാഗത്തു 11, 12, 13, 14 ഈ വരികൾകൂടി ഒരു ശ്ലോകമാകുന്നു.

272-ാം ഭാഗത്തെ പരിലേഖത്തിൽ ധ ര എന്നതിനെ നീട്ടിക്കാണുന്നതിൻെറ അടിയിൽ 'ല' എന്ന അക്ഷരം ചേൎക്കണം.

ബാക്കിയെല്ലാം പട്ടികയായി താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഭാഗം	വരി	പിഴവ്	ശരിയായത്
2	33	സംഖ്യാനാം	സംഖ്യാനം
23	15	അവജ്ജ്യാഗണിത	അവ ജ്യാഗണിത
26	17	0 I II III IIII	० / // /// ////
35	21	ഈ രണ്ടു	ഈരണ്ടു
36	2	ഘടികാക്രാന്തി പാതമായ	ഘടികാക്രാന്തിപാതമായ
37	25	ക്കൊണ്ടു ഇന്ന	ക്കൊണ്ടുള്ളന്ന
41	24	സൌമാസത്തെക്കാൾ	സൌരമാസത്തെക്കാൾ
42	8	ഭൂദിനോ നാസ്തിഥിക്ഷയാഃ	ഭൂദിനോനാസ്തിഥിക്ഷയാഃ
63	2	ദിവസോക്തയോ ജന	ദിവസോക്തയോജന
64	10	ഓരേ യോജന	ഒരേ യോജന
66	14	ഭവേദ്ദ്യോ ജനഭുക്തി	ഭവേദ്ദ്യോജനഭുക്തി
72	27	രാജ്യഭോജകശിഷ്ട	ഭാജ്യഭാജകശിഷ്ട
74	5	ന, ഗ	ഗ, ന
76	19	‡	±
80	18	ഭത്രയസംയത	ഭത്രയസംയുത
86	14	ഭവന്തിണ	ഭവന്ത്യൃണ(=ഭവന്തി+ഋണ)
,,	18	ഗുണിച്ചു് സ്വല്പഹരഹതമായ	ഗുണിച്ചു്, അതുകൊണ്ടു സ്വല്പഹാരഹതമായ
93	24	ശസ്മ (55)	ശസ്മ് (55)

ഭാഗം	വരി	പിഴവ്	ശരിയായത്
105	29	$\frac{\text{മന്ദകേന്ദ്രകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$	$\times \frac{\text{മന്ദകേന്ദ്രകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$.
106	3	$\frac{\text{ത്രിജ്യാ} - \text{മ. കേ. കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$	$\times \frac{\text{ത്രിജ്യാ} - \text{മ. കേ. കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$
107	26, 27	വിനാകകൊണ്ടു	വിനാഴികകൊണ്ടു
110	26	9160	9160നെ
120	22	എ ം	എല്ലാം
121	5	നീങ്ങിരിക്കും	നീണ്ടിരിക്കും
123	27	കജന്റെ മദ്ധ്യ	കുജന്റെ മദ്ധ്യ
131	9	ശോദ്ധ്യമനയേട്	ശോദ്ധ്യമാനയേട്
138	13	ഭൂഗോ	ഭൂഗോഃ
156	9	ഇരിക്കത്തവണ്ണം	ഇരിക്കത്തക്കവണ്ണം
158	5	ഏതപാ തുലൈ	ഏതപാതുലൈ
165	18	$+$ (ന $+$)	$+$ (ന)
,,	28	$\frac{1}{2}$ ന. (ന $+$)	$\frac{1}{2}$ ന. (ന $+ 1$)
167	5	$-$ (ന $-$)	$-$ (ന $- 1$)
169	9	സമഖണ്ഡങ്ങളായി	ന സമഖണ്ഡങ്ങളായി.
171	18	$\frac{\text{ന}^2 - \text{ഭ}_2}{\text{ന}^2}$	$\frac{\text{ന}^2 - \text{ഭ}^2}{\text{ന}^2}$
173	7	സ്ഥൂ ളണം	സ്തൃണം
176	14	അതിനാൽ	അവയിൽ
,,	18	പരിധി (4) നിഹിതേ	വാരിധി (4) നിഹിതേ
178	6	($\text{യ}^2 - 1$)	$\times$ ($\text{യ}^2 - 1$)
182	9	ഏവവാഞ്ചാത്ര	ഏവഞ്ചാത്ര
183	19	$\frac{\text{ര}^2 (\text{ക} - \text{ഗ})}{\text{ര}^2 - \text{ക ഗ}}$	$\frac{\text{ര}^2 (\text{ക} - \text{ഗ})}{\text{ര}^2 + \text{ക ഗ}}$
190	2	1 ഭാഗം = 30 കല	1 ഭാഗം = 60 കല.
196	16	$\frac{\text{ര} + \text{ര. കോ (യ)}}{2}$	$\frac{\text{ര}^2 + \text{ര. കോ (യ)}}{2}$
197	24	$+$ വ)	$+$ ഭൂ (വ)
198	1	ദോജ്യേ	ദോർജ്യേ
200	11	കവിതക്രിയ	കവിടിക്രിയ
205	12	$\frac{1}{\lfloor 5} \cdot \frac{\text{ഭ}^5}{\text{ര}^4} \cdot \left(\frac{\text{യ}}{\text{ഭ}}\right)$	$\frac{1}{\lfloor 5} \cdot \frac{\text{ഭ}^5}{\text{ര}^4} \cdot \left(\frac{\text{യ}}{\text{ഭ}}\right)^5$
234	8	ഇവ രണ്ടു	ഇവ രണ്ടും

ഭാഗം	വരി	പിഴവ്	ശരിയായത്
237	21,22	മദ്ധ്യംശബ്ദാന്തദോഃ	മദ്ധ്യാദബ്ദാന്തദോഃ
244	22,23	ചലതുംഗോനിതാഭ്യാം	ചലത്തുംഗോനിതാഭ്യാം
246	13	നരെദൌ	നരൈദ
248	24	അതിൽനിന്നു മന്ദസ്ഫുട ചന്ദ്രനിൽനിന്നു	അതിൽനിന്നും മന്ദസ്ഫുട ചന്ദ്രനിൽനിന്നും
,,	26	ത്രിജ്യോവൃത്തകലാ	ത്രിജ്യാവൃത്തകലാ
251	1	വരുമന്നു	വരുമെന്നു
,,	21	പരിധ്യന്തരം =	പരിധ്യന്തരം ×
252	15	ാവസാനയോ	ാവസാനയോഃ
,,	18	പരമവിക്ഷേപഗുണകാരവു മാകുന്നു	പരമവിക്ഷേപം ഗുണകാരവു മാകുന്നു.
263	4	മദ്ധ്യഹ്നസമയത്തു	മദ്ധ്യാഹ്നസമയത്തു
,,	24	ഗുണച്ചു	ഗുണിച്ചു്
281	30	261	267
292	21	പെരുക്കിയാൽ	ഹരിച്ചാൽ.
293	1	$\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദൃഗ്ജ്യാ}} - \right)$	$\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദൃഗ്ജ്യാ}} - \text{ര} \right)$
304	14	നിഴൽകൂടി കാകാര	നിഴൽ കൂടികാകാര
316	21	പരമക്രാന്തി	പരക്രാന്തി
323	26	18-ാംശ്ലോകത്തെ സംബന്ധിച്ച	17-ാംശ്ലോകത്തിന്നു ശേഷം പറഞ്ഞ.
328	26	കോടിദൃഗ്ജ്യാവു	കോടി ദൃഗ്ജ്യാവു.
339	5	പ്രകല്പ്യതാം	പ്രകല്പ്യ താം

വിഷയാനുക്രമണിക

8. പഞ്ചമോദ്ധ്യായം 147—164.

9. ആറാം അദ്ധ്യായം പ്രവേശിക 165—172.

10. ഷഷ്ഠോദ്ധ്യായം 173—216.

11. സപ്തമോദ്ധ്യായം 217—225.

12. എട്ടാം അദ്ധ്യായം പ്രവേശിക 256—260.

13. അഷ്ടമോദ്ധ്യായം 261—307.

14. നവമോദ്ധ്യായം 308—327.

15. ദശമോദ്ധ്യായം 328—337.

താഴെ പറയുന്ന തിരുത്തലുകൾ ചെയ്യുക:—

പുറംചട്ടയിൽ ‘പുതുമന സോമയാജികൃതഃ’ എന്നതിനെ ‘പുതുമന സോമയാജികൃതാ’ എന്നാക്കുക.

പുറംചട്ടയിലും അകത്തെ ഒന്നാമത്തെ ഭാഗത്തും 39, 67, 78, 89, 117, 123, 147, 165, 173, 216, 256, 261, 308, 328, എന്നീ ഭാഗങ്ങളിലും ‘വ്യാഖ്യാസഹിതഃ’ എന്നതിനെ ‘വ്യാഖ്യാസഹിതാ’ എന്നായി മാററുക.

ഭാഗം	വരി	പിഴവ്	തിരുത്ത്
42	9	ഋദ്ധിനാഡ്യൃക്ഷഭഗണാ	ഋദ്ധിനാഡ്യാക്ഷ ഭഗണാ
61 62	8, 9, 10 1	21600ച + രശധ ÷ മ്	21600ച + രഹധ ÷ മ
91	20	225000	225000 × 210389 (=47337525000)
91	22	457421134040428700	457421134 0428700
91	22	അവസാനം	$=\frac{21741684881}{599082677500}$ എന്നുകൂടി ചേർക്കുക.
186	14	$+\frac{4\text{വ}}{5^3-5}+\frac{4\text{വ}}{7^3-7}+$	$-\frac{4\text{വ}}{5^3-5}+\frac{4\text{വ}}{7^3-7}-$
203	12	കപീശനിചയ	കവീശനിചയ
204	23	16 — 5 — 11 (കപീശനിചയഃ)	16·5 — 41 (കവീശനിചയഃ)
236	10	$-(2\text{ദ}\frac{1}{2}\text{ദ}^3+\frac{5}{96}\text{ദ}^5)$	$-(2\text{ദ}-\frac{1}{2}\text{ദ}^3+\frac{5}{96}\text{ദ}^5)$.
271	7	1397 കല 15 വികല	1397 കല 16 വികല

കരണപദ്ധതി

യുക്തിപ്രകാശികാവ്യാഖ്യാസഹിതം.

പ്രവേശിക.

ജ്യോതിർഗണിതത്തിൽ ആവശ്യമായി വരുന്ന 'ഗുണഹാരഗുണാദി' കളെ ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള ഒരു പദ്ധതിയായിട്ടാണ് കരണപദ്ധതി ഉണ്ടാക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളതു്. അദ്ധ്യേതാവിന്നു ഈ പദ്ധതി സുഗമമാകേണമെങ്കിൽ സാധാരണ ഗണിതത്തിൽ സാമാന്യ പരിചയമുണ്ടാകാതെ നിവൃത്തിയില്ല. സങ്കലനവ്യവകലനഗുണനഹരണ ക്രിയകൾ ഇന്നു ഏതൊരു പാഠശാലയിലെ വിദ്യാൎത്ഥിക്കും അറിയാം. അവക്കും പുറമെ ചില ക്രിയകളും സങ്കല്പങ്ങളും സംജ്ഞകളും കരണപദ്ധതി അദ്ധ്യയനത്തിന്നു ഒഴിച്ചുകൂടാത്തവയാകയാൽ, അവയെ ഇവിടെ വിവരിക്കുന്നു. ചില ക്രിയാദികളെ അതാതു അദ്ധ്യായങ്ങളുടെ തുടക്കത്തിൽ കൊടുക്കാമെന്നുവെച്ചു് ഇവിടെ വിട്ടുകളയുന്നുമുണ്ടു്.

ഗണിതക്രിയകളെ എഴുതുന്നതിൽ ചില അടയാളങ്ങൾ വളരെ സൌകൎയ്യം നല്കുന്നു. അവ ഒഴിച്ചുകൂടാത്തവ തന്നെയായിട്ടുണ്ടു്. $+$, $-$, $\times$, $\div$ ഈ നാലു ചിഹ്നങ്ങൾ കൂട്ടുക, കിഴിക്കുക, പെരുക്കുക, ഹരിക്കുക എന്നീ ക്രിയകളെ ക്രമേണ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. $=$ എന്ന ചിഹ്നം ഒന്നു മറെറാന്നിന്നു സമമെന്നു കാണിക്കുന്നു. $12 \div 3 = 4$. ഇതിന്നു പന്ത്രണ്ടിനെ മൂന്നുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലം നാലിന്നു സമം എന്നൎത്ഥമാകുന്നു. കുറെ ക്രിയകൾ ചെയ്തു കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളെക്കൊണ്ടു മറെറാരു ക്രിയ ചെയ്യണമെന്നുദ്ദേശിക്കുമ്പോൾ ഓരോ ഫലത്തേയും ഉല്പാദിപ്പിക്കുന്ന സംഖ്യകളേയും അവയെ ബന്ധിപ്പിക്കുന്ന ചിഹ്നങ്ങളേയും ഒരു വലയത്തിന്നകത്തെഴുതുന്നു. ( ), { }, [ ] ഇപ്രകാരമാണ് സാധാരണ ഉപയോഗിച്ചുവരുന്ന വലയങ്ങളുടെ ആകൃതി.

$$\left\{ (4+3) \times 5 + 15 \right\} \div (6+4) = 5.$$

നാലും മൂന്നും കൂട്ടിയ ഫലത്തെ അഞ്ചുകൊണ്ടു പെരുക്കി കിട്ടിയതിനോടു പതിനഞ്ചു ചേൎത്തുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തെ ആറും നാലും കൂട്ടിയ ഫലം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു അഞ്ചിന്നു സമമാകുന്നു, എന്നാണ് ഇതിൻെറ സാരം. വലയങ്ങൾ ഇല്ലാതെ എഴുതിയാൽ സാരം തീരെ ഭേദിച്ചുപോകുന്നു.

അപ്പോൾ ഗുണനഹരണങ്ങൾ വഴിക്കുവഴി ആദ്യം ചെയ്തു പിന്നീടു സങ്കലനവ്യവകലനങ്ങൾ വഴിക്കുവഴി ചെയ്യേണ്ടിവരും. ഇതത്രെ കല്പിതമായ അൎത്ഥം.

ഉം. $4 + 3 \times 5 + 15 \div 6 + 4$
$= 4 + 15 + 2\frac{1}{2} + 4 = 25\frac{1}{2}$.

$\therefore$ ഇതിന്നു 'അതിനാൽ' എന്നും, $\because$ ഇതിന്നു 'എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ' എന്നും അൎത്ഥം കല്പിച്ചുവരുന്നു.

ഒരിഷ്ടസംഖ്യയെ അതുകൊണ്ടുതന്നെ പെരുക്കി കിട്ടുന്ന ഫലത്തിന്നു ആ സംഖ്യയുടെ വൎഗ്ഗമെന്നു പറയുന്നു. വൎഗ്ഗത്തെ ഒന്നുകൂടി ഇഷ്ടസംഖ്യകൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ കിട്ടുന്ന ഫലത്തിന്നു ഇഷ്ടസംഖ്യയുടെ ഘനമെന്നു പറയുന്നു വൎഗ്ഗത്തേയും, ഘനത്തേയും ഇഷ്ടസംഖ്യയുടെ വലത്തുമുകളിൽ 2ഉം 3ഉം എഴുതി സൂചിപ്പിക്കുന്നു. $8^2 = 64; 8^3 = 512$. ഇതുപോലെ, $8^4 = 8 \times 8 \times 8 \times 8 = 4096$. 8^2, 8^3, 8^4 എന്നവയെ എട്ടിന്റെ വൎഗ്ഗം, എട്ടിന്റെ ഘനം, എട്ടിന്റെ നാലാം സംഘാതം എന്നു പറയുന്നു. 8നെ 64ന്റെ വൎഗ്ഗമൂലമെന്നും, 512ന്റെ ഘനമൂലമെന്നും പറയും. ഇതിനെ $8 = \sqrt{64}$, $8 = \sqrt[3]{512}$ എന്നെഴുതി സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ഉം $\sqrt{(5+7)2+12} = 6$

ബീജഗണിതത്തിലും ഈ അടയാളങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കുന്നു. ഇതിന്നും പുറമെ, സംഖ്യയെ ക്ലിപ്തപ്പെടുത്താതെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യ എന്നു കല്പിച്ച് അതിനെ ഒരക്ഷരംകൊണ്ടോ മററു അടയാളങ്ങളെകൊണ്ടോ എഴുതുന്ന സമ്പ്രദായവും ഉണ്ട്. ഒരുവൻ കുറെ നാരങ്ങ വാങ്ങി പത്തെണ്ണം തന്റെ ആവശ്യത്തിന്നെടുത്തു. ബാക്കി എട്ടു വീടുകളിലേക്കു സമമായി ഭാഗിച്ചപ്പോൾ ഓരോ വീട്ടിലും ഈരണ്ടു കിട്ടി. ഇതു ചുരുക്കി എഴുതണമെന്നു വെക്കുക. ഇവിടെ വാങ്ങിയ നാരങ്ങയുടെ എണ്ണം അറിയാത്തതിനാൽ അതിനെ അവ്യക്തരാശിയെന്നു പറയുന്നു. ഒരവ്യക്തരാശി മാത്രം ഉള്ളപ്പോൾ അതിനെ 'യാവത്താവൽ' എന്നതിന്റെ ആദ്യക്ഷരമായ 'യ' കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുകയാണ് ലീലാവതിയിലും മററും പതിവ്. മററു അവ്യക്തരാശികളുംകൂടി ഉള്ളപ്പോൾ, കാലം, നീലം, പീതം, ലോഹിതം മുതലായ വാക്കുകളുടെ ആദ്യക്ഷരങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

"യാവത്താവൽ കാലകോ നീലകോ ऽന്യോ
വൎണ്ണഃ പീതോ ലോഹിതശ്ചൈതദാദ്യാഃ
അവ്യക്താനാം കല്പിതാ മാനസംജ്ഞാ-
സ്തൽ സംഖ്യാനം കൎത്തുമാചാൎയ്യവൎയ്യൈഃ"

എന്നു ഭാസ്കരാചാൎയ്യർ അദ്ദേഹത്തിൻെറ ബീജഗണിതത്തിൽ പറയുന്നു. ഇതുതന്നെ നാം ആചരിക്കേണമെന്നില്ല. സൌകൎയ്യംപോലെ ഏതു ലിപി കൊണ്ടും അവ്യക്തരാശിയെ സൂചിപ്പിക്കാം. ഇപ്പോഠ വാങ്ങിയ നാരങ്ങയുടെ എണ്ണത്തെ 'യ' കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുക. എന്നാൽ വാങ്ങിയവൻെറ ആവശ്യത്തിന്നെടുത്തതും സമമായി ഭാഗിച്ചതും ഓരോ വീട്ടിൽ കിട്ടിയതുമെല്ലാം താഴെ കാണുംപ്രകാരമെഴുതാം.

$$(\text{യ}-10) \div 8 = 2, \text{ അഥവാ } \frac{\text{യ}-10}{8} = 2.$$

ഇവിടെ വാങ്ങിയ എണ്ണം എത്രയെന്നു ജിജ്ഞാസ ജനിച്ചാൽ 'യ' എന്നതിനെ ജ്ഞേയരാശിയെന്നു പറയുന്നു. $\frac{\text{യ}-10}{8}=2$. എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതുന്നതിന്നു സമീകരണമെന്നും, എഴുതിയതിനെ സമീകാരമെന്നും പറയും. ജ്ഞേയരാശിയുടെ വൎഗ്ഗമൂലാദികഠ സമീകാരത്തിലില്ലാത്തപ്പോഠ, സങ്കലനാദി നാലു ക്രിയകളെകൊണ്ടു അതിനെ ജ്ഞാതമാക്കാം. സമീകാരത്തിൻെറ രണ്ടു പക്ഷങ്ങളേയും 8 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $\text{യ}-10 = 16$. ഇപ്പോഠ രണ്ടു പക്ഷങ്ങളോടും 10 കൂട്ടിയാൽ $\text{യ} = 26$ എന്നു വരുന്നു.

ആധുനിക സമ്പ്രദായപ്രകാരം രണ്ടോ അധികമോ അവ്യക്തരാശികളെ ഒന്നായി ഗുണിച്ചതു എന്നു കാണിക്കുവാൻ അവയെ അടുത്തെഴുതുക മാത്രം ചെയ്യുന്നു. 'യദ' എന്നതിന്നു യ, ദ എന്ന രണ്ടു രാശികളുടെ ഘാതം (=പെരുക്ക്) എന്നൎത്ഥമാകുന്നു. $\text{യദമ} = \text{യ}\times\text{ദ}\times\text{മ}$; $\text{യ}^2 = \text{യ}\times\text{യ}$; $\text{യ}^3 = \text{യ}\times\text{യ}\times\text{യ}$; $(\text{യ}+3)(\text{ദ}+5) = (\text{യ}+3) \times (\text{ദ}+5)$. കൂട്ടിയതും കിഴിച്ചതും ഹരിച്ചതുമായ ഫലങ്ങളെ കാണിക്കുവാൻ അതാതു ക്രിയകളുടെ ചിഹ്നങ്ങളെത്തന്നെ ഉപയോഗിക്കണം. ഉം $\text{യ}+\text{ദ}$, $\text{യ}-\text{ദ}$, $\text{യ}\div\text{ദ}$.

ബീജഗണിതത്തിൽ ഒഴിച്ചുകൂടാതെ വരുന്ന ഒരു സങ്കല്പമാണ് ഋണസംഖ്യ. ഒരു ഗ്രഹം ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുനിന്നു കിഴക്കോട്ടു 6 അംശം സഞ്ചരിച്ചു എന്നും തുടൎച്ചയായി 4 അംശം പടിഞ്ഞാറോട്ടു സഞ്ചരിച്ചു എന്നും ഇരിക്കട്ടെ. അപ്പോഠ നിശ്ചിത സ്ഥാനത്തുനിന്നു കിഴക്കോട്ടു മാററം $= 6-4 = 2$ അംശം. പടിഞ്ഞാറോട്ടു സഞ്ചരിച്ചതു 8 അംശമെന്നു വെച്ച് ക്രിയ ഇപ്രകാരംതന്നെ ചെയ്താൽ, കിഴക്കോട്ടു മാററം $= 6-8 = -2$. ഇവിടെ -2 (ഋണം രണ്ട്) എന്നതിന്നു '2 അംശം പടിഞ്ഞാറ' എന്നൎത്ഥമാകുന്നു. ഇതുപോലെത്തന്നെ $+2$ എന്നതിന്നു രണ്ടധികം എന്നൎത്ഥമെങ്കിൽ, -2 എന്നതിന്നു രണ്ടു കുറവു എന്നൎത്ഥമാകും. $+2$ന്ന് അത്ര സ്വത്ത് എന്നൎത്ഥമെങ്കിൽ -2ന്ന് അത്ര കടം എന്നർത്ഥം. $+2$ന്ന് ശകാബ്ദാരംഭത്തിൽനിന്നു രണ്ടു കൊല്ലം കഴിഞ്ഞിട്ടു എന്നർത്ഥമെങ്കിൽ -2ന്ന് ശകാ

ബ്ദാരംഭത്തിന്നു രണ്ടു കൊല്ലംമുമ്പു എന്നർത്ഥം. ഇവിടെ +, — എന്നവ സങ്കലനവ്യവകലന ചിഹ്നങ്ങളല്ല. അവ സംഖ്യയിൽ അടങ്ങിയ അർത്ഥത്തെ അല്ലെങ്കിൽ സംഖ്യയുടെ ഭാവത്തെ വിശദമാക്കുന്നു. അതിനാൽ ഇവിടെ +, — എന്നവ ഭാവചിഹ്നങ്ങളാകുന്നു. ഭാവചിഹ്നങ്ങളോടുകൂടിയ സംഖ്യയെ മററുള്ളവയോടു ചേർത്തെഴുതുമ്പോഠം വലയങ്ങളിൽ എഴുതണം.

ധനർണ്ണ സംഖ്യകളുടെ അർത്ഥത്തിൽനിന്നുതന്നെ താഴെ കാണുന്ന സങ്കലന ഫലങ്ങഠം സിദ്ധിക്കുന്നു.

$$(+8)+(+6)=+14\ ;\ (+8)+(-6)=+2$$
$$(-8)+(+6)=-2\ ;\ (-8)+(-6)=-14$$

ധനർണ്ണ സംഖ്യകഠംക്കു വിപരീത ഭാവങ്ങളുള്ളതിനാൽ ഒരു ധനസംഖ്യയെ കിഴിക്കുവാൻ അതുപോന്ന ഒരു ഋണസംഖ്യ കൂട്ടുകയും ഒരു ഋണസംഖ്യ കിഴിക്കുവാൻ അതുപോന്ന ധനസംഖ്യ കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ മതിയെന്നു വരുന്നു.

$$(+8)-(+6)=(+8)+(-6)=+2.$$
$$(+8)-(-6)=(+8)+(+6)=+14.$$
$$(-8)-(+6)=(-8)+(-6)=-14.$$
$$(-8)-(-6)=(-8)+(+6)=-2.$$

'കിഴിക്കുവാൻ ഭാവം മാററി കൂട്ടുക' എന്ന നിയമം സിദ്ധിക്കുന്നു. ബീജഗണിതത്തിൽ ഭാസ്കരാചാൎയ്യർ പറയുന്നു.

"യോഗേ യുതിസ്സ്യാൽ ക്ഷയയോഃ സ്വയോർവാ
ധനർണ്ണയോരന്തരമേവ യോഗഃ
സംശോദ്ധ്യമാനം സ്വമൃണത്വമേതി
സ്വത്വം ക്ഷയസ്തദ്യുതിരുക്തവച്ച" എന്നു.

സാരം:— ഋണരാശികളുടേയോ ധനരാശികളുടേയോ യോഗം അവയുടെ യുതിതന്നെ. (സാധാരണ കൂട്ടുന്ന മാതിരി ചെയ്താൽ മതി, ഭാവത്തിന്നു മാററം ഇല്ല) ഒരു ധനരാശിയുടേയും ഋണരാശിയുടേയും യോഗം അന്തരമത്രെ. (രണ്ടു സംഖ്യകളുടേയും വ്യത്യാസം കണ്ടു അവയിൽ വലിയതിൻെറ ഭാവം ഫലത്തിന്നു കല്പിക്കുക). കിഴിക്കേണ്ടതായ ധനരാശി ഋണത്വത്തേയും, ഋണരാശി ധനത്വത്തേയും പ്രാപിക്കുന്നു. എന്നിട്ടു പറഞ്ഞപോലെ യോഗംചെയ്യുക.

ആചാൎയ്യൻ തുടൎന്നുകൊണ്ടു പറയുന്നു.

"സ്വയോരസ്വയോഃ സ്വം വധഃ സ്വർണ്ണഘാതേ
ക്ഷയോ ഭാഗഹാരേ ऽപി ചൈവം നിരുക്തം" എന്നു.

സാരം:— രണ്ടു ധനസംഖ്യകളുടേയോ രണ്ടു ഋണസംഖ്യകളുടേയോ വധം (ഘാതം=ആഹതി=പെരുക്ക്) ധനവും ഒരു ധനരാശിയുടേയും ഒരു ഋണരാശിയുടേയും പെരുക്ക് ക്ഷയ (=ഋണ)വും ആകുന്നു. ഭാഗഹാരത്തിലും ഇപ്രകാരംതന്നെ പറയപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.

• $(+3)$കൊണ്ടു പെരുക്കുന്നതിന്നു ഒരേ വലിപ്പമുള്ള 3 സംഖ്യകളെ ഒന്നിച്ചു കൂട്ടുക എന്നാണല്ലൊ അർത്ഥം. അതുപോലെ ഒരേ വലിപ്പമുള്ള 3 സംഖ്യകളെ ഒന്നിച്ചു കിഴിക്കുന്നതിന്നു (-3)കൊണ്ടു പെരുക്കുക എന്നു പറയും. അതിനാൽ

$$(+4)(+3) = +(+4) + (+4) + (+4) = +12.$$
$$(+4)(-3) = -(+4) - (+4) - (+4) = -12.$$
$$(-4)(+3) = +(-4) + (-4) + (-4) = -12.$$
$$(-4)(-3) = -(-4) - (-4) - (-4) = +12.$$

ഭാഗഹരണത്തിന്നു ഉദാഹരണം.

$$(+12) \div (+3) = +4 \;;\; (-12) \div (-3) = +4$$
$$(-12) \div (+3) = -4 \;;\; (+12) \div (-3) = -4$$

ഹരണം ഗുണനത്തിൻെറ വിപരീതമാകയാൽ ഇപ്രകാരം വരുന്നു.

ധനർണ്ണസംഖ്യകളെ ചിഹ്നങ്ങളെക്കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ച് അവയെ അന്യോന്യം പെരുക്കി ഹരിച്ചും കൂട്ടിക്കിഴിച്ചും ഉണ്ടാകുന്ന ഫലത്തിന്നു ആധുനിക ഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വ്യഞ്ജകമെന്നു പറയുന്നു. $+$, $-$ എന്ന യോഗവിയോഗ ചിഹ്നങ്ങളെക്കൊണ്ടു ചേർത്ത ഭാഗങ്ങളെ വ്യഞ്ജകത്തിൻെറ പദങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. പദങ്ങളും വ്യഞ്ജകവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഏതാണ്ട് വാക്കും വാക്യവും പോലെയോ, പദവും പദ്യവും പോലെയോ ആകുന്നു.

കയ^2 $-$ 4 കയ $+$ 5 എന്ന വ്യഞ്ജകത്തിന്നു 3 പദങ്ങൾ ഉണ്ട്. അവ $+$ കയ^2, $-$ 4 കയ, $+$ 5 എന്നവയാകുന്നു. പലപ്പോഴും വ്യഞ്ജകങ്ങളെ വ്യഞ്ജകങ്ങളെക്കൊണ്ടു പെരുക്കുകയും, അങ്ങിനെ പെരുക്കിക്കിട്ടിയവയെ പിന്നേയും ഗുണ്യഗുണകങ്ങളാകുന്ന ഘടകങ്ങളാക്കുകയും വേണ്ടിവരും. വ്യഞ്ജകത്തെ വ്യഞ്ജകംകൊണ്ടു ഹരിക്കേണ്ടിയും വരും. ഈ ക്രിയകളെ ഇവിടെ അല്പമായി വിവരിക്കാം.

(ക$+$ഗ) (യ$+$ര) എന്നതിന്നു (ക$+$ഗ) എന്ന വ്യഞ്ജകത്തെ (യ$+$ര) എന്ന വ്യഞ്ജകംകൊണ്ടു ഗുണിക്കണമെന്നാണല്ലോ അർത്ഥം. എന്നുവെച്ചാൽ (യ$+$ര) പ്രാവശ്യം (ക$+$ഗ) എത്രയെന്നു കാണണം. ഇതു യ പ്രാവശ്യം

(ക + ഗ) എന്നതും ര പ്രാവശ്യ (ക + ഗ) എന്നതും കൂടിയതിനു തുല്യമെന്നു സ്പഷ്ടം.

$$\therefore \text{(ക + ഗ) (യ + ര)} = \text{യ (ക + ഗ)} + \text{ര (ക + ഗ)}$$

(ക + ഗ) യ എന്നതിനു യ പ്രാവശ്യം (ക + ഗ) എന്നത്ഥം. ഇതു യ പ്രാവശ്യം ക എന്നതും യ പ്രാവശ്യം ഗ എന്നതും കൂടിയാലുണ്ടാകും.
∴ (ക + ഗ) യ = കയ + ഗയ. ഇപ്രകാരം (ക + ഗ) ര = കര + ഗര

$$\therefore \text{(ക + ഗ) (യ + ര)} = \text{കയ} + \text{ഗയ} + \text{കര} + \text{ഗര.}$$

ഇതിനെ പാടീഗണിതത്തിൽ (Arithmetic) ഖണ്ഡഗുണനന്യായമെന്നു പറയുന്നു.

$$\text{(ക + ഗ) (യ — ര)} = \text{(ക + ഗ) യ — (ക + ഗ) ര}$$
$$= \text{കയ + ഗയ — കര — ഗര.}$$
$$\text{(ക — ഗ) (യ — ര)} = \text{(ക — ഗ) യ — (ക — ഗ) ര}$$
$$= \text{കയ — ഗയ — കര + ഗര.}$$

ഇതിൽനിന്നു രണ്ടു ന്യായങ്ങൾ സിദ്ധിക്കുന്നു.

1. ഒരു വ്യഞ്ജകത്തെ ഒരു ഗുണകാരംകൊണ്ടു പെരുക്കുവാൻ ഗുണകാരംകൊണ്ടു വ്യഞ്ജകത്തിന്റെ പദങ്ങളെ വെവ്വേറെ ഗുണിച്ചു ഫലങ്ങളെ ഒന്നായിച്ചേക്കുക. ഗുണനം ഭാവങ്ങളോടുകൂടിയ ഗുണനമായിരിക്കയും വേണം.

2. രണ്ടു വ്യഞ്ജകങ്ങളെ തമ്മിൽ പെരുക്കുവാൻ അവയിൽ ഒന്നിലെ ഓരോ പദംകൊണ്ടും മറേറതിലെ എല്ലാ പദങ്ങളേയും വെവ്വേറെ പെരുക്കി കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളെ ഒന്നായിച്ചേക്കുക.

ഉദാഹരണം. $(20—3)(12—7) = 240 — 140 — 36 + 21 = 85$.

വേറെ ഉദാഹരണങ്ങളെ ചേക്കുന്നു.

1. (2 യ² — 3 യ + 10) (3 യ) = 6 യ³ — 9 യ² + 30 യ
2. (4യ — 5) (2യ + 1) = 8യ² + 4യ — 10യ — 5 = 8യ² — 6യ — 5
3. (യ + ര) (യ — ര) = യ² — യര + യര — ര² = യ² — ര².

ഗുണനഫലത്തിൽനിന്നു ഗുണ്യഗുണകാരങ്ങളെ വേർതിരിച്ചാൽ അവക്ക് ആ ഫലത്തിന്റെ ഘടകങ്ങളെന്നു പേര്. 2ഉം 3ഉം 6ന്റെ ഘടകങ്ങളാകുന്നു. (യ + ര), (യ — ര) ഇവ (യ² — ര²) എന്നതിന്റെ ഘടകങ്ങളാകുന്നു. ഘടകാനയനത്തിന്നുള്ള ഉപായങ്ങൾ പ്രായേണ ഗുണനത്തിന്നുള്ള

ന്യായങ്ങളിൽനിന്നും ക്രിയകളിൽനിന്നും സിദ്ധിക്കും.

ഒന്നാമതു ഒരു വ്യഞ്ജകത്തെ ഒരു ഗുണകാരംകൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ ആ ഗുണകാരത്തെ ഗുണനഫലമായി സിദ്ധിച്ച വ്യഞ്ജകത്തിന്റെ ഓരോ പദത്തിലും ഘടകരൂപമായിക്കാണാം. അതിനാൽ ഒരു വ്യഞ്ജകത്തിന്റെ പദങ്ങളിൽ പൊതുവായിക്കാണുന്ന വ്യക്താവ്യക്ത ഘടകങ്ങളെ ഗുണകാരമായിക്കരുതാം. ഇങ്ങിനെ ഗുണകാരം സിദ്ധിച്ചാൽ, ഫലം ഉണ്ടാകുവാൻ പറ്റിയ ഗുണ്യമെന്തെന്നു നോക്കിയാൽ മതി.

$6\text{യ}^3 - 9\text{യ}^2 + 30\text{യ}$ എന്നതിന്റെ എല്ലാ പദങ്ങളിലും 3 എന്ന വ്യക്തരാശിയും യ എന്ന അവ്യക്തരാശിയും ഘടകങ്ങളായിക്കാണുന്നു. അതിനാൽ 3യ ഗുണകാരമെന്നു വന്നു. ഗുണ്യത്തിലെ പദങ്ങൾ $6\text{യ}^3 \div 3\text{യ}$, $-9\text{യ}^2 \div 3\text{യ}$, $30\text{യ} \div 3\text{യ}$ ആവാതെ നിവൃത്തിയില്ല. അതിനാൽ $6\text{യ}^3 - 9\text{യ}^2 + 30\text{യ} = 3\text{യ}\,(2\text{യ}^2 - 3\text{യ} + 10)$.

രണ്ടാമതു ഖണ്ഡഗുണനന്യായം തുടർന്നുപയോഗിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന അന്ത്യഫലത്തിൽ പൊതുഘടകം മറഞ്ഞുപോകാം. അപ്പോൾ വ്യഞ്ജകത്തിന്റെ പദങ്ങളെ ഗണങ്ങളായിത്തിരിച്ച് ഓരോ ഗണത്തെയും ഘടകങ്ങളാക്കിയാൽ പൊതുഘടകം പ്രത്യക്ഷമായെന്നു വരാം. ഇതു യുക്തംപോലെ ചെയ്യുകയും വേണം.

ഉദാഹരണങ്ങൾ.

$$
\begin{aligned}
1.\quad & \text{കയ} + \text{ഗയ} + \text{കര} + \text{ഗര} \\
&= (\text{കയ} + \text{ഗയ}) + (\text{കര} + \text{ഗര}) \\
&= \text{യ}\,(\text{ക} + \text{ഗ}) + \text{ര}\,(\text{ക} + \text{ഗ}) \\
&= \underline{(\text{ക} + \text{ഗ})\,(\text{യ} + \text{ര})}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
2.\quad & \text{കയ} - \text{ഗയ} - \text{കര} + \text{ഗര} \\
&= (\text{കയ} - \text{ഗയ}) - (\text{കര} - \text{ഗര}) \\
&= \text{യ}\,(\text{ക} - \text{ഗ}) - \text{ര}\,(\text{ക} - \text{ഗ}) \\
&= \underline{(\text{ക} - \text{ഗ})\,(\text{യ} - \text{ര})}
\end{aligned}
$$

മൂന്നാമതു ഗുണനാനന്തരം പദങ്ങളെ ഉപസംഹരിച്ചാൽ ഇപ്രകാരം ഗണങ്ങളായി പദങ്ങളെ തിരിക്കുന്നതിനു മുമ്പു ഉപസംഹരിച്ച പദങ്ങളെ രണ്ടോ മൂന്നോ ആയി വേർതിരിക്കേണ്ടിവരും. ഇതു ഗുണനത്തിൽ എന്തെല്ലാം ചെയ്തിട്ടുണ്ടായിരിക്കുമെന്നാലോചിച്ചു ചെയ്യുകയും വേണം.

ഉദാഹരണം. $(2യ - 3)(5യ + 2)$

$= 10യ^2 + 4യ - 15യ - 6$

$= 10യ^2 - 11യ - 6$

ഇങ്ങിനെ പെരുക്കിക്കിട്ടിയ $10യ^2 - 11യ - 6$ എന്നതിനെ ഘടകങ്ങളാക്കി വേർതിരിക്കണമെന്നു വെക്കുക. ഫലത്തിൽ -6 എന്നു അന്ത്യപദം വന്നതുകൊണ്ടു ഘടകങ്ങളിൽ അന്ത്യപദങ്ങളുടെ ധനൎണ്ണത വിഭിന്നമെന്നു വരുന്നു. അതിനാൽ മദ്ധ്യപദത്തിലെ 11 വന്നതു രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ അന്തരമായിട്ടാണ്. ഈ രണ്ടു സംഖ്യകളും 2, 3, 5, 2, ഇവയെ ഈരണ്ടായിപ്പെരുക്കിയവയാകുന്നു. ഈ നാലുസംഖ്യകളേയും ഒന്നിച്ചു പെരുക്കിയാൽ ഫലത്തിലെ ആദ്യന്ത്യപദങ്ങളിലെ ഗുണകാരങ്ങളായ 10, 6 ഇവയുടെ ഘാതത്തിന്നു തുല്യമായിരിക്കണം. അതിനാൽ പെരുക്കിയാൽ $10 \times 6 = 60$ എന്നും അന്തരിച്ചാൽ 11 എന്നും വരുന്ന രണ്ടു സംഖ്യകളെക്കാണണം. അവ 15ഉം 4ഉം ആകുന്നു. അതിനാൽ $-11യ$ എന്ന മദ്ധ്യപദത്തെ $-15യ + 4യ$ എന്നായി വേർതിരിക്കാം. ഇനി $10യ^2 - 11യ - 6$ എന്നതിൻെറ ഘടകങ്ങൾ കാണാം.

$10യ^2 - 11യ - 6$

$= 10യ^2 - 15യ + 4യ - 6.$

$= 5യ(2യ - 3) + 2(2യ - 3)$

$= \underline{(2യ - 3)(5യ + 2)}$

മറെറാരുദാഹരണം.

$(3യ + 1)(2യ + 3)$

$= 6യ^2 + 9യ + 2യ + 3$

$= 6യ^2 + 11യ + 3.$

ഫലത്തിലെ അന്ത്യപദം $+3$ ആകയാൽ ഘടകങ്ങളിലെ അന്ത്യപദങ്ങളുടെ ഭാവം ഒന്നുതന്നെയെന്നു വന്നു. ആദ്യന്ത്യഗുണകാരഘാതം 18, മദ്ധ്യപദത്തിലെ 11 രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ യോഗമാവാനെ വഴിയുള്ളു. അതിനാൽ ഘാതം 18, യോഗം 11. ഇങ്ങിനെ രണ്ടു സംഖ്യകൾ കാണണം. അവ 9 ഉം 2 ഉം തന്നെ.

$6യ^2 + 11യ + 3$

$= 6യ^2 + 9യ + 2യ + 3$

$= 3യ(2യ + 3) + (2യ + 3)$

$= \underline{(2യ + 3)(3യ + 1)}$

വേറെ ഉദാഹരണങ്ങൾ.

1. $6യ^2 - 11യ + 3.$ ഘാതം 18

$= 6യ^2 - 9യ - 2യ + 3.$ യോഗം 11

$= 3യ(2യ - 3) - (2യ - 3)$ സംഖ്യകൾ 9, 2.

$= \underline{(2യ - 3)(3യ - 1)}$

2. $യ^2 - 10യ + 24$ ഘാതം 24

$= യ^2 - 6യ - 4യ + 24$ യോഗം 10

$= യ(യ - 6) - 4(യ - 6)$ സംഖ്യകൾ 6, 4.

$= \underline{(യ - 6)(യ - 4)}$

3. $യ^2 - ര^2$

$= യ^2 + 0\,യര - ര^2$ ഘാതം 1

$= യ^2 + യര - യര - ര^2$ അന്തരം 0

$= യ(യ + ര) - ര(യ + ര)$ സംഖ്യകൾ 1, 1.

$= \underline{(യ + ര)(യ - ര)}$

4. $9യ^2 - 4ര^2$

$= 9യ^2 + 0\,യര - 4ര^2$ ഘാതം 36

$= 9യ^2 + 6യര - 6യര - 4ര^2$ അന്തരം 0

$= 3യ(3യ + 2ര) - 2ര(3യ + 2ര)$ സംഖ്യകൾ 6, 6.

$= \underline{(3യ + 2ര)(3യ - 2ര)}$

ഇവിടെ കണ്ട (1) പൊതുഘടകസ്വീകരണം (2) ഗണവിധാനം (3) പദവിശ്ലേഷണം ഇവയാണ് ഘടകാനയനത്തിനുള്ള പ്രധാന ഉപായങ്ങൾ. ഇവയെ ഉപയോഗിച്ച് ശീലിക്കുവാൻ കുറെ അഭ്യാസങ്ങളെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു. ഘടകാനയനത്തിനു ഇവയിൽനിന്നു സിദ്ധിക്കുന്ന സൂത്രങ്ങളും മററു ന്യായങ്ങളും ഉണ്ട്. അവയെ ബീജഗണിതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ പ്രതിപാദിച്ചു കാണാം.

അഭ്യാസം.

താഴെ കാണുന്ന വ്യഞ്ജകങ്ങളുടെ ഘടകങ്ങൾ വരുത്തുക.

1. $6യ^2 - 9യ$
2. $യ(ക+ഗ) - 4ര(ക+ഗ)$
3. $9യ^2ഗ^2 - 6യ^3ഗ + 12യഗ^3$
4. $45യഗ - 35ഗ^2$

5. $\text{യ}^2 + 5\text{യ} + 6$
6. $\text{യ}^2 - 5\text{യ} + 6$
7. $\text{യ}^2 + 5\text{യ} - 6$
8. $\text{യ}^2 - 5\text{യ} - 6$
9. $2\text{യ}^2 - \text{യ} - 1$
10. $2\text{യ}^2 + 7\text{യ} - 15$
11. $2\text{യ}^2 - 13\text{യ} + 15$
12. $12\text{യ}^2 - \text{യ} - 6$
13. $16\text{യ}^2 - 9\text{ര}^2$
14. $(\text{യ} + \text{ര})^2 - \text{വ}^2$
15. $\text{യ}^2 - (\text{വ} - \text{ര})^2$
16. $(3\text{യ} - 2\text{ര})^2 - 9\text{ര}^2$
17. $9\text{യ}^2 - 12\text{യ} + 4$
18. $25\text{യ}^2 + 70\text{യ} + 49$
19. $\text{യ}^2 + 2\text{യര} + \text{ര}^2$
20. $\text{യ}^2 - 2\text{യര} + \text{ര}^2$
21. $4\text{യ}^2 - 20\text{യര} + 25\text{ര}^2$
22. $25\text{യ}^2 + 20\text{യര} + 4\text{ര}^2$
23. $2\text{യ}^2 + \text{യര} - 2\text{വയ} + \text{വര} - \text{ര}^2$
24. $\text{യ}^2 - 3\text{ര}^2 + 2\text{യര} - 3\text{വയ} + 3\text{വര}$.

ഈ അഭ്യാസങ്ങൾ ചെയ്തതിന്റെ ശേഷം ഘടകങ്ങളെപ്പെരുക്കി ഈ വ്യഞ്ജകങ്ങൾതന്നെ വരുന്നുണ്ടോ എന്നു നോക്കുകയും വേണം.

ഇനി ഹരണം. പാടീഗണിതത്തിൽ ഹാര്യത്തിലെ വലിയ സ്ഥാനങ്ങൾ ക്രമേണ നശിച്ച് പിന്നീട്ട ചെറിയ ചെറിയ ശിഷ്ടം വരത്തക്ക വിധം ഹാരകത്തിന്റെ പെരുക്കങ്ങൾ ഹാര്യത്തിൽനിന്നു കളയുന്നതുപോലെ ബീജഗണിതത്തിൽ ഉയൎന്ന ഘാതങ്ങൾ ക്രമേണ നശിച്ച് താണ്താണ ഘാതങ്ങൾ അടങ്ങിയ ശിഷ്ടങ്ങൾ വരുമാറ് ഹരണം നിവ്വഹിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം 1. $(6\text{യ}^3 + 5\text{യ}^2 + 4\text{യ} + 15) \div (2\text{യ} + 3)$

$$
\begin{array}{l}
2\text{യ} + 3)\ 6\text{യ}^3 + 5\text{യ}^2 + 4\text{യ} + 15\ (3\text{യ}^2 - 2\text{യ} + 5 \\
\qquad\quad \underline{6\text{യ}^3 + 9\text{യ}^2} \\
\qquad\qquad\quad - 4\text{യ}^2 + 4\text{യ} \\
\qquad\qquad\quad \underline{- 4\text{യ}^2 - 6\text{യ}} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 10\text{യ} + 15 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{10\text{യ} + 15} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 0
\end{array}
$$

ഫലം: $3\text{യ}^2 - 2\text{യ} + 5$

ശിഷ്ടം: 0

ഉദാഹരണം 2. $(3\text{യ}^2 - 4\text{യ} + 3) \div (2\text{യ} - 1)$

$$
\begin{array}{l}
2\text{യ} - 1)\; 3\text{യ}^2 - 4\text{യ} + 3 \;(1\tfrac{1}{2}\text{യ} - 1\tfrac{1}{4} \\
\qquad\qquad 3\text{യ}^2 - 1\tfrac{1}{2}\text{യ} \\
\hline
\qquad\qquad\quad - 2\tfrac{1}{2}\text{യ} + 3 \\
\qquad\qquad\quad - 2\tfrac{1}{2}\text{യ} + 1\tfrac{1}{4} \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad + 1\tfrac{3}{4}
\end{array}
$$

ഫലം: $1\tfrac{1}{2}\text{യ} - 1\tfrac{1}{4}$
ശിഷ്ടം: $1\tfrac{3}{4}$.

അവ്യക്തരാശി ഒന്നിനേക്കാൾ അധികം വിലയുള്ളതെന്നു വിചാരിക്കുവാൻ വഴിയുള്ളപ്പോൾ അതിൻെറ ഉയൎന്ന ഘാതങ്ങൾക്കു പ്രാധാന്യം വരുന്നു. യ ഒന്നിനേക്കാൾ വലുതെങ്കിൽ യ^2 എന്നതു യ എന്നതിനേക്കാളും യ^3 എന്നതു യ^2 എന്നതിനേക്കാളും വിലയേറിയ രാശികളായിരിക്കും. അതിനാൽ താണ ഘാതങ്ങൾ മാത്രം ശിഷ്ടത്തിൽ വരണമെന്നുദ്ദേശിക്കുന്നു. എന്നാൽ അവ്യക്തരാശിയുടെ വില ഒന്നിനേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കുമ്പോൾ ഉയൎന്നഘാതങ്ങൾക്കു ക്രമേണ വില ചുരുങ്ങിവരുന്നു. അപ്പോൾ ഹരണത്തിൽ താണതാണ ഘാതങ്ങൾ ക്രമേണ നശിച്ചു് ശിഷ്ടത്തിൽ ഉയൎന്ന ഉയൎന്ന ഘാതങ്ങൾ വരുമാറു് ഹരിക്കുന്നു.

ഉദാഹരണം. $(1 + 3\text{യ} - \text{യ}^2) \div (1 - \text{യ})$

$$
\begin{array}{l}
1 - \text{യ})\; 1 + 3\text{യ} - \text{യ}^2 \;(1 + 4\text{യ} + 3\text{യ}^2 + 3\text{യ}^3 \\
\qquad\quad 1 - \text{യ} \\
\hline
\qquad\qquad 4\text{യ} - \text{യ}^2 \\
\qquad\qquad 4\text{യ} - 4\text{യ}^2 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad 3\text{യ}^2 \\
\qquad\qquad\qquad 3\text{യ}^2 - 3\text{യ}^3 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad 3\text{യ}^3 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad 3\text{യ}^3 - 3\text{യ}^4 \\
\hline
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + 3\text{യ}^4
\end{array}
$$

ഇവിടെ ഹരണത്തെ അവസാനിക്കാതെ തുടൎന്നുകൊണ്ടു പോകാം. യ എന്നതു $\frac{1}{10}$ എന്നു വെക്കുക. ഇതു ചെറിയ ഒരു ഭിന്നം. അതിനാൽ $3\text{യ}^4 = \frac{3}{10000}$. ഹരണ ഫലത്തിൽ വേണ്ടുന്ന സൂക്ഷ്മതയെനുസരിച്ചു് ഇതു ചിലപ്പോൾ ശൂന്യമെന്നുതന്നെ കല്പിക്കാം. അങ്ങിനെ വെച്ചാൽ,

$$\frac{1 + 3\text{യ} - \text{യ}^2}{1 - \text{യ}} = 1 + 4\text{യ} + 3\text{യ}^2 + 3\text{യ}^3.$$

എന്നുതന്നെ കരുതാം. കുറേക്കൂടി സൂക്ഷ്മതവേണമെങ്കിൽ, ഹരണം തുടൎന്നു പോകയും ചെയ്യാം.

കരണപദ്ധതിയിൽ ഈവിധം ഹരണം പ്രതിപാദിച്ചിട്ടില്ലെങ്കിലും, മററു മാർഗ്ഗങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഇതു നിർവ്വഹിക്കുന്നു. ആറാം അദ്ധ്യായത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു നോക്കുക:

"ഹാര്യം ഹാരൈക്യഭേദാഘ്നം ഹാരഘാതേന വാ ഹരേൽ
ഹാര്യാദ്ധാരയുഗാവാപ്തഫലയോഗാന്തരാപ്തയെ." (3)

സാരം:— ഹാര്യത്തെ രണ്ടു ഹാരകങ്ങളുടെ യോഗംകൊണ്ടോ അന്തരംകൊണ്ടോ ഗുണിച്ച്, ഹാരകഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു ആ രണ്ടു ഹാരകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഹാരകത്തെ വെവ്വേറെ ഹരിച്ച ഫലങ്ങളുടെ യോഗവും അന്തരവുമായിട്ടിരിക്കും.

ഹാര്യം 1 എന്നും ഹാരകങ്ങൾ 1 എന്നും 1 — യ എന്നും വെച്ചാൽ, ഹാരകാന്തരം 1 — (1 — യ) = യ. ഹാരഘാതം 1 (1 — യ).

$$\text{ഫലാന്തരം} = \frac{1}{1-\text{യ}} - \frac{1}{1} = \frac{\text{യ}}{1(1-\text{യ})}$$

$$\therefore \frac{1}{1-\text{യ}} = 1 + \text{യ} \times \frac{1}{1-\text{യ}} = 1 + \text{യ}\left(1 + \text{യ} \times \frac{1}{1-\text{യ}}\right)$$

$$= 1 + \text{യ} + \text{യ}^2\left(\frac{1}{1-\text{യ}}\right) = 1 + \text{യ} + \text{യ}^2\left(1 + \frac{\text{യ}}{1-\text{യ}}\right)$$

$$= 1 + \text{യ} + \text{യ}^2 + \frac{\text{യ}^3}{1-\text{യ}} = 1 + \text{യ} + \text{യ}^2 + \text{യ}^3 + \frac{\text{യ}^4}{1-\text{യ}}$$

മുമ്പു കാണിച്ചപ്രകാരം 1 നെ 1 — യ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും ഫലം ഇതുതന്നെ. ഇനി ഹാര്യം 1 എന്നും ഹാരകങ്ങൾ 1 എന്നും 1 + യ എന്നും കരുതുക. ഹാരകാന്തരം (1 + യ) — 1 = യ. ഹാരഘാതം 1(1 + യ)

$$\therefore \frac{1}{1} - \frac{1}{1+\text{യ}} = \frac{\text{യ}}{1(1+\text{യ})}$$

$$\therefore \frac{1}{1+\text{യ}} = 1 - \text{യ}\left(\frac{1}{1+\text{യ}}\right)$$

$$= 1 - \text{യ}\left(1 - \frac{\text{യ}}{1+\text{യ}}\right)$$

$$= 1 - \text{യ} + \text{യ}^2\left(\frac{1}{1+\text{യ}}\right)$$

$$= 1 - \text{യ} + \text{യ}^2\left(1 - \frac{\text{യ}}{1+\text{യ}}\right)$$

$$= 1 - \text{യ} + \text{യ}^2 - \frac{\text{യ}^3}{1 + \text{യ}}$$

$$= 1 - \text{യ} + \text{യ}^2 - \text{യ}^3 + \frac{\text{യ}^4}{1 + \text{യ}}$$

ഹരണം അവസാനിക്കാതെപോകും. കിട്ടുന്ന ഫലം അവസാനമില്ലാത്ത ശ്രേണിയായിത്തീരും. യ ഒന്നിനേക്കാൾ ചെറുതെങ്കിൽ പിന്നീടു പിന്നീടു കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളും ഫലത്തിലെ പദങ്ങളും ചെറുതായി ചെറുതായി വരികയും കുറെ കഴിയുമ്പോൾ ത്യാജ്യങ്ങളായിത്തീരുകയും ചെയ്യും.

അര, കാല്, അരക്കാല് മുതലായ ഭിന്നങ്ങളായിരുന്നു മുമ്പു പ്രചാരം. ഇപ്പോൾ പതിറ്റുത്തായി അംശിച്ച ഭിന്നങ്ങളാണ് ശാസ്ത്രവ്യവഹാരങ്ങളിൽ സർവ്വസാധാരണമായിത്തീർന്നിട്ടുള്ളതു്. $4\frac{1}{2}$ എന്നതിനു നാലും ഒന്നിനെ രണ്ടു സമഭാഗമാക്കിയതിൽ ഒരു ഭാഗവും കൂടിയതു എന്നാണല്ലോ അർത്ഥം. ഇവിടെ മുഴുവനായ 4ന്നു ശേഷം ഒന്നു മുഴുവൻ തികയാത്ത ഒരംശം കാണുന്നു. ഈ അംശം എത്രയെന്നു കാണുവാൻ ഒന്നിനെ സമത്തിൽ പത്തായി ഭാഗിച്ചുണ്ടാകുന്ന ദശാംശംകൊണ്ടളന്നു കണക്കാക്കുന്നു. അരയിൽ അഞ്ചു ദശാംശങ്ങളുണ്ടെന്നു വ്യക്തം. അപ്പോൾ നാലും അരയും എന്നതിനു പകരം നാലും അഞ്ചുദശാംശവുമെന്നു പറയാം. ഇതിനെ 4·5 (നാലു് ദശാംശം അഞ്ചു്) എന്നെഴുതുന്നു. ദശാംശങ്ങളെക്കൊണ്ടളന്നു് വല്ലതും ബാക്കിയുണ്ടെങ്കിൽ അതിനെ ശതാംശങ്ങളെക്കൊണ്ടും, പിന്നെയും ബാക്കിയുണ്ടെങ്കിൽ അതിനെ സഹസ്രാംശങ്ങളെക്കൊണ്ടും, പിന്നെ അയുതാംശങ്ങളെക്കൊണ്ടും ഇങ്ങിനെ അളക്കുന്നു. നാലും അഞ്ചുദശാംശവും രണ്ടുശതാംശവും അഞ്ചുസഹസ്രാംശവും കൂടിയതിനെ 4·525 (നാലു് ദശാംശം അഞ്ചു്, രണ്ടു്, അഞ്ചു്) എന്നെഴുതുന്നു. ഒററകളുടെ സ്ഥാനം കഴിഞ്ഞു ഉടനെ കാണുന്ന അടയാളത്തിന്നു ദശകചിഹ്നം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ ഒററയുടേയും ദശാംശത്തിൻേറയും നേർ നടുക്കുനിന്നു അല്പം കയററിക്കുറിക്കുന്നു. ഈ അടയാളത്തെ നടുക്കു് നിന്നു താഴത്തേക്കിറക്കിയാൽ 'പെരുക്കണം' എന്നർത്ഥം കല്പിക്കാറുണ്ടു്. $4.3 = 4 \times 3$; $4{\cdot}3 = 4$ഉം 3 ദശാംശവും. $4{\cdot}525 = 4 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000} = 4\frac{525}{1000} = 4\frac{21}{40}$. ഇതിൽനിന്നു ദാശകഭിന്നത്തെ സാധാരണഭിന്നമാക്കുവാനുള്ള ക്രിയ വ്യക്തമാകുന്നു. ദാശകഭിന്നങ്ങളെ കുറിക്കുന്ന അക്കങ്ങളെ അംശമായും ഭിന്നസ്ഥാനങ്ങളോളം ശൂന്യങ്ങൾ പിന്നിലെഴുതിയ 1 നെ ഛേദമായും കരുതിയാൽ മതി. $0{\cdot}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$; $0{\cdot}05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$; $0{\cdot}125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$. സാധാരണഭിന്നത്തെ ദശാംശഭിന്നമാക്കുവാൻ വെറും ഹരണം മതി. ബാക്കി വരുന്നതിനെ ക്ര

മേണ ദശാംശങ്ങളുടേയും, ശതാംശങ്ങളായും സഹസ്രാംശവ്യസ്തതാദ്യംശങ്ങളായും മാററിയാൽ മതി. ഈ ഉറുപ്പികയെ ഹരിക്കുമ്പോൾ ബാക്കിയെ അണയായും പൈയായും മാററുന്നതുപോലെ കരുതേണ്ടതേയുള്ളു. $\frac{3}{8}=0\cdot375$

ദശകഭിന്നങ്ങളോടുകൂടിയ സംഖ്യകളെക്കൊണ്ടു ക്രിയകൾ ചെയ്യുവാൻ സൌകര്യമുണ്ട്. പൂർണ്ണസംഖ്യകളെക്കൊണ്ടു ക്രിയചെയ്യുന്നതുപോലെ ചെയ്യാം. എന്നു മാത്രവുമല്ല, ഭിന്നങ്ങളെ വലിപ്പമനുസരിച്ച് കാണാറാവാൻ എളുപ്പമുണ്ട്. സങ്കലനവ്യവകലനങ്ങൾക്കു ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കാണിക്കുന്നു.

സങ്കലനം
367·563
1528·37
26·183
1922·116

വ്യവകലനം
1922·12
1867·634
54·486

പെരുക്കുവാനും എളുപ്പമുണ്ട്. സാധാരണ ഗുണനത്തിൽ ഗുണകാരത്തിലെ ഒററസ്ഥാനത്തെ അക്കംകൊണ്ടു പെരുക്കിക്കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങൾ ഗുണ്യത്തിലെ അതാതു അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനത്തുതന്നെ വരുമെന്നും, പത്തിന്റേയും നൂറിന്റേയും മററും സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളെക്കൊണ്ടു പെരുക്കിക്കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങൾ ഒന്നോ, രണ്ടോ, അധികമോ സ്ഥാനം കയറിവരുമെന്നും സുപരിചിതമാണല്ലോ. അതുപോലെ ദശശതാംശാദി സ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളെക്കൊണ്ടു പെരുക്കിക്കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങൾ ഒന്നു, രണ്ട്, മുതലായ സ്ഥാനങ്ങൾ താഴ്ന്നു വരികയും ചെയ്യും. ഇതിന്റെ യുക്തി സുഗമംതന്നെ.

252·34
28·752
5046·8
2018·72
176·638
12·6170
·50468
7255·27968

ഒരുദാഹരണം ചെയ്തു കാട്ടുന്നു. ഗുണകാരത്തിലെ ഒററസ്ഥാനത്തെ അക്കം ഗുണ്യത്തിലെ ഏററവും ചെറിയ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തിന്റെ ചുവട്ടിൽ വരുമാറ ഗുണ്യഗുണകാരങ്ങളെ എഴുതി പെരുക്കിക്കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങൾ തല്ക്കാലം പെരുക്കുവാൻ ഉപയോഗിച്ച ഗുണകാരത്തിലെ അക്കത്തിന്റെ നേരെ താഴെതൊട്ടു എഴുതുവാൻ തുടങ്ങിയാൽ മതി.

വേറെയും വിധം പെരുക്കാം. ദശാംശചിഹ്നങ്ങളെ അവഗണിച്ചു പെരുക്കിക്കിട്ടുന്ന ഫലത്തിൽ ഗുണ്യഗുണകാരങ്ങളിലെ ദശകഭിന്നസ്ഥാനങ്ങളുടെ യോഗത്തോളം ദശകഭിന്നസ്ഥാനങ്ങൾ കല്പിച്ചാൽ മതി. ഇവിടെ ചെയ്ത ഉദാഹരണത്തിൽ ഗുണ്യത്തിൽ 2ഉം ഗുണകാരത്തിൽ 3ഉം ഭിന്നസ്ഥാനങ്ങളുണ്ട്. അതിനാൽ ഫലത്തിൽ 5 ഭിന്നസ്ഥാനങ്ങളുണ്ടായിരിക്കണം.

വേറെ ഉദാഹരണങ്ങൾ.

$0{\cdot}48 \times 0{\cdot}6 = 0{\cdot}288$; $0{\cdot}8 \times 0{\cdot}03 = 0{\cdot}024$; $0{\cdot}2 \times 0{\cdot}12 = 0{\cdot}024$; $0{\cdot}03 \times 0{\cdot}02 = 0{\cdot}0006$.

ഹരണത്തിൽ ഹാൎയ്യഹാരകങ്ങളെ രണ്ടിനേയും 10 കൊണ്ടോ, 100 കൊണ്ടോ, സഹസ്രാദികളെക്കൊണ്ടോ ഗുണിച്ച് ഹാരകത്തെ ഒരു പൂൎണ്ണസംഖ്യയായി മാററി സാധാരണമട്ടിൽ ഹരിച്ചാൽ മതി. $286{\cdot}7 \div 36{\cdot}85 = 28670 \div 3685$.

$12{\cdot}867 \div 3{\cdot}42 = 1286{\cdot}7 \div 312$. ഹരണാനന്തരം കാണുന്ന ശിഷ്ടത്തെ ഗുണിച്ച സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു് യഥാൎത്ഥശിഷ്ടമായിരിക്കയും ചെയ്യും.

ഉദാഹരണം: $286{\cdot}7 \div 36{\cdot}85$. 2 ദ. സ്ഥാനത്തോളം ഹരിച്ചു് യഥാൎത്ഥ ശിഷ്ടം കാണുക.

```
3685) 28670 (7·78
      25795
      -----
       28750
       25795
       -----
        29550
        29480
        -----
          ·70
```

ഫലം = 7:78

കണ്ടശിഷ്ടം = 0·70

യഥാൎത്ഥ ശിഷ്ടം = 0·007

$286{\cdot}7 = 36{\cdot}85 \times 7{\cdot}78 + 0{\cdot}007$

ഈ വൎഗ്ഗമൂലക്രിയയും യുക്തിയും വിവരിക്കുന്നതിനു സഹായമെന്ന നിലയിൽ സാധാരണ ഗുണനത്തേയും വൎഗ്ഗക്രിയയേയും വിവരിക്കുന്നു. 45 നെ 23 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണമെന്നു കരുതുക. അതിന്നു 45 നെ 20 കൊണ്ടും 3 കൊണ്ടും വെവ്വേറെ ഗുണിച്ച് ഫലങ്ങളെ കൂട്ടുകയാണല്ലോ ചെയ്യുന്നതു്. ഇവിടെ ഗുണകാരത്തെ രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ഓരോ ഖണ്ഡംകൊണ്ടും വെവ്വേറെ ഗുണിക്കുന്നു. ഇതിനു <u>ഖണ്ഡഗുണനമെന്നു</u> പേർ. ഇവിടെ ഗുണകാരത്തെ മാത്രമല്ല ഖണ്ഡങ്ങളാക്കുന്നതു്. വാസ്തവത്തിൽ ഗുണ്യമാകുന്ന 45നേയും 40, 5 എന്ന രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളാക്കീട്ടാണു് ഗുണകാരഖണ്ഡങ്ങളെകൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നതു്. ഇവിടെ ഗുണകാരഗുണ്യങ്ങളെ സ്ഥാനമനുസരിച്ചു് ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി. അങ്ങിനെതന്നെ വേണമെന്നില്ല. ഗുണകാരത്തെ ഇഷ്ടംപോലെ രണ്ടോ അധികമോ ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ഓരോ ഖണ്ഡംകൊണ്ടും ഗുണ്യത്തെ ഗുണിച്ചു് എല്ലാ ഫലങ്ങളേയുംകൂടി കൂട്ടിയാൽ മതിയെന്നു ഗുണനത്തിന്റെ അൎത്ഥത്തിൽനിന്നു സ്പഷ്ടമാകുന്നു. 23 കൊണ്ടു 'ഗുണിക്കുക എന്നതിനു 23 മടങ്ങു് കൂട്ടുക എന്നാണല്ലോ അൎത്ഥം. 23നെ 4, 8, 11 എന്ന മൂന്നു ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി 4 മടങ്ങും 8 മടങ്ങും 11 മടങ്ങുംകൂടി

കൂട്ടിയാൽ 23 മടങ്ങ്തന്നെ വരും. ഗുണകാരത്തെയെന്നപോലെ ഗുണ്യത്തേയും യഥേഷ്ടം ഖണ്ഡങ്ങളാക്കാം. ഇതിൽനിന്നു ഗുണ്യഗുണകാരങ്ങളെ ഇഷ്ടമനുസരിച്ച് ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ഗുണകാരത്തിന്റെ ഓരോ ഖണ്ഡം കൊണ്ടും ഗുണ്യത്തിന്റെ ഓരോ ഖണ്ഡത്തേയും പെരുക്കി ഫലങ്ങളെല്ലാം കൂടി കൂട്ടിയാൽ ഗുണ്യഗുണകാരഘാതം ഉണ്ടാകുന്നു. ഇതിനെ ബീജഗണിതസൂത്രത്തിൽ മുമ്പു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഗുണ്യഗുണകാരങ്ങളെ ഇവിടെ ധനഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ഋണഖണ്ഡങ്ങളും ഉണ്ടാകുന്നതിനും വിരോധമില്ല. 15എന്ന ഗുണകാരത്തെ 20 എന്ന ധനഖണ്ഡമായും —5 എന്ന ഋണഖണ്ഡമായും ഭാഗിച്ച് ഗുണ്യത്തെ 20 കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ഫലത്തിൽനിന്നു 5കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ഫലത്തെ കളഞ്ഞാലും 15കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ഫലം കിട്ടും.

$$\text{ക} \times 15 = \text{ക}\,(20 - 5) = 20\,\text{ക} - 5\,\text{ക}.$$

ഗുണ്യത്തേയും ഇതേപ്രകാരം ധനർണ്ണഖണ്ഡങ്ങളാക്കാം. 45നെ ഗുണിക്കുവാൻ അതിനെ + 50, — 5 എന്ന രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളാക്കാം.

$$45 \times 15 = (50 - 5)\,15 = 50 \times 15 - 5 \times 15$$

ഇവ രണ്ടിൽ നിന്നും താഴെ കാണും പ്രകാരം വരുന്നു.

$$45 \times 15 = (50 - 5)(20 - 5)$$
$$= 50\,(20 - 5) - 5\,(20 - 5)$$
$$= 50 \times 20 - 50 \times 5 - 5 \times 20 + 5 \times 5$$

ഖണ്ഡഗുണനന്യായത്തിൽനിന്നു ഒരു രാശിയുടെ വർഗ്ഗം കാണുവാൻ ആ രാശിയെ 2 ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ഖണ്ഡവർഗ്ഗയോഗത്തോടു ഖണ്ഡഘാതത്തിന്റെ ഇരട്ടി കൂട്ടിയാൽ മതിയെന്നു വരുന്നു.

$$(\text{ക} + \text{ഗ})^2 = (\text{ക} + \text{ഗ})(\text{ക} + \text{ഗ}) = \text{ക}^2 + \text{കഗ} + \text{കഗ} + \text{ഗ}^2 = \text{ക}^2 + \text{ഗ}^2 + 2\text{കഗ}.$$

$$(20 + 5)^2 = 20^2 + 5^2 + 2 \times 20 \times 5 = 400 + 25 + 200 = 625$$

ഒരു ഖണ്ഡം ധനവും മറേറതു ഋണവുമായാൽ ഖണ്ഡവർഗ്ഗയോഗത്തിൽനിന്നു ഖണ്ഡഘാതത്തിന്റെ ഇരട്ടി കിഴിച്ചാൽ രാശിവർഗ്ഗമായി.

$$(\text{ക} - \text{ഗ})^2 = (\text{ക} - \text{ഗ})(\text{ക} - \text{ഗ}) = \text{ക}^2 - \text{കഗ} - \text{കഗ} + \text{ഗ}^2 = \text{ക}^2 + \text{ഗ}^2 - 2\text{കഗ}.$$

$$(30 - 5)^2 = 30^2 + 5^2 - 2 \times 30 \times 5 = 900 + 25 - 300 = 625.$$

ഈ ന്യായംകൊണ്ടുതന്നെ വലിയ സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളേയും കാണാം. ഉദാഹരണമായി 463ന്റെ വർഗ്ഗം കാണേണമെന്നു വെക്കുക. 463 = 400 + 60 + 3. ഇവിടെ 400ന്റെ വർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു 460ന്റെ വർഗ്ഗം കണ്ട് അതിൽനിന്നു 463ന്റെ വർഗ്ഗം വരുത്താം.

$$\begin{array}{rcr}
400^2 & = & 160000 \\
2\times 400 \times 60 & = & 48000 \\
60^2 & = & 3600 \\ \hline
\therefore\ 460^2 & = & 211600 \\
2\times 460\times 3 & = & 2760 \\
3^2 & = & 9 \\ \hline
\therefore\ 463^2 & = & \underline{214369}
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rcr}
4^2 & = & 16 \\
2\times 4\times 6 & = & 48 \\
6^2 & = & 36 \\
2\times 46\times 3 & = & 276 \\
3^2 & = & 9 \\ \hline
463^2 & = & \underline{214369}
\end{array}$$

വലത്തുഭാഗത്തുള്ളതു ഇടത്തുഭാഗത്തുള്ളതിനെത്തന്നെ ശൂന്യങ്ങളെ വിട്ടു ചുരുക്കി എഴുതിയതാകുന്നു. ഇവിടെ 4, 6, 3 ഈ സംഖ്യകളുടെ വൎഗ്ഗങ്ങളെ എഴുതുമ്പോൾ വൎഗ്ഗങ്ങളിലെ ആദ്യത്തെ അക്കം 10000, 100, 1 എന്നീ വൎഗ്ഗസ്ഥാനങ്ങളിലും ഇരട്ടി ഘാതങ്ങളെ എഴുതുമ്പോൾ അവയിലെ ആദ്യത്തെ അക്കം 1000, 10 എന്നീ അവൎഗ്ഗസ്ഥാനങ്ങളിലും വരുന്നു. ഇങ്ങനെ വരാൻ ഓരോ ഫലമെഴുതുമ്പോഴും ഓരോ സ്ഥാനം ഇറക്കിയാൽ മതി. ഇതു വൎഗ്ഗമൂലാനയനത്തിൽ പ്രത്യേകം ഓൎക്കണം. വൎഗ്ഗാവൎഗ്ഗസ്ഥാനങ്ങളെ വിഷമസമസ്ഥാനങ്ങളെന്നും പറയാറുണ്ടു്.

ഇവിടെക്കണ്ട വൎഗ്ഗക്രിയയുടെ വിലോമക്രിയതന്നെ വൎഗ്ഗമൂലാനയനം. 214369 ന്റെ വൎഗ്ഗമൂലം വരുത്താം. ക്രിയയിൽ ആദ്യം 400ഉം

$$\begin{array}{rl}
 & \dot{2}1\dot{4}3\dot{6}9 \quad 463 \\
 & 16 \\ \cline{2-2}
 & \;\;54 \\
8 & \;\;48 \\ \cline{2-2}
12 & \;\;\;\;63 \\ \cline{1-1}
92 & \;\;\;\;36 \\ \cline{2-2}
..6 & \;\;\;\;276 \\ \cline{1-1}
926 & \;\;\;\;276 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;\;\;\;\;9 \\
 & \;\;\;\;\;\;\;\;9 \\ \cline{2-2}
 & \;\;\;\;\;\;\;\;0
\end{array}$$

വൎഗ്ഗമൂലം $\frac{926}{2}$ = 463.

പിന്നെ 60ഉം പിന്നെ 3ഉം വരുത്തുന്നു. അതിനായി വൎഗ്ഗസ്ഥാനങ്ങളിലെ 9,3,1 എന്ന അക്കങ്ങളെ അടയാളപ്പെടുത്തുന്നു. അവസാനത്തെ വൎഗ്ഗസ്ഥാനത്തിൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യ 21. ഇതിന്റെ വൎഗ്ഗമൂലം 4. ഈ 4 നാനൂറിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. 21 ൽ നിന്നു് 4 ന്റെ വർഗ്ഗം കളഞ്ഞഫലം 5. പിന്നീടുള്ള അവർഗ്ഗ സ്ഥാനത്തെ അക്കത്തെ ഇറക്കിയാൽ 54. ഒരു ഭാഗത്തു് 4 ന്റെ ഇരട്ടി വെച്ചു് അതുകൊണ്ടു് ഈ 54നെ ഹരിച്ചഫലം 6. ശിഷ്ടം 6. പിന്നത്തെ വൎഗ്ഗസ്ഥാനാങ്കത്തെ ഇറക്കി അതിൽനിന്നു ഫലവർഗ്ഗമായ 36 കളഞ്ഞു് അവർഗ്ഗസ്ഥാനത്തെ അക്കം ഇറക്കിയാൽ 276. 6ന്റെ ഇരട്ടി ഒരു സ്ഥാനം ഇറക്കി 8 നോടു ചേൎത്താൽ 92. ഇതു 46ന്റെ ഇരട്ടിയുമാണു്. ഇതുകൊണ്ടു 276 നെ ഹരിച്ചാൽ, ഫലം 3, ശിഷ്ടം ശൂന്യം. പിന്നത്തെ വർഗ്ഗസ്ഥാനത്തെ അക്കം ഇറക്കിയാൽ 9. അതിൽനിന്നു ഫലവർഗ്ഗം കള

ഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം ശൂന്യം. ഫലത്തിന്റെ ഇരട്ടി ഒരു സ്ഥാനം ഇറക്കി 92 നോട്ട ചേൎത്തെഴുതിയാൽ 926. ഇതിന്റെ പകുതി 463 വൎഗ്ഗമൂലവുമാകുന്നു. 8, 92, 926 ഇവയെ പംക്തിയെന്നു പറയുന്നു. ലീലാവതിയിലെ വിധി താഴെ കാണിക്കുന്നു.

"ത്യക്ത്വാന്ത്യാദ്വിഷമാത് കൃതിം ദ്വിഗുണയേന്മൂലം സമേതദ്ധൃതേ
ത്യക്ത്വാ ലബ്ധകൃതിം തദാദ്യവിഷമാല്ലബ്ധം ദ്വിനിഘ്നം ന്യസേൽ
പംക്ത്യാം പംക്തിഹൃതേ സമേന്ത്യവിഷമാത്ത്യക്ത്വാപ്തവൎഗ്ഗം ഫലം
പംക്ത്യാം തദ്വിഗുണം ന്യസേദിതി മുഹുഃ പംക്തേൎദ്ദലം സ്യാൽ പദം"

സാരം:— അന്ത്യവിഷമത്തിൽനിന്നു കൃതിയെ (വൎഗ്ഗത്തെ) കളഞ്ഞിട്ട് മൂലത്തെ ഇരട്ടിക്കുക. സമസംഖ്യയെ അതിനെക്കൊണ്ടു ഹരിച്ചു ശേഷം ഫലത്തിന്റെ കൃതിയെ പിന്നത്തെ വിഷമസ്ഥാനത്തുനിന്നു കളഞ്ഞ് ലബ്ധത്തെ ഇരട്ടിച്ച് പംക്തിയിൽ വെക്കുക. പിന്നത്തെ സമസ്ഥാനംവരെ പംക്തികൊണ്ടു ഹരിച്ചശേഷം പിന്നത്തെ വിഷമസ്ഥാനത്തിൽനിന്നു കിട്ടിയതിന്റെ വൎഗ്ഗത്തെ കളഞ്ഞ് കിട്ടിയതിന്റെ ഇരട്ടി പംക്തിയിൽ വെക്കുക. ഇപ്രകാരം പിന്നേയും (സംഖ്യ ഒടുങ്ങുവോളം) ചെയ്യും. എന്നാൽ ആ പംക്തിയുടെ പകുതി വൎഗ്ഗമൂലമാകുന്നു.

കവിടിക്രിയയിൽ മൂലത്തെ തനിച്ച് ഒരു ഭാഗത്തു വെക്കുന്ന പതിവില്ല. അവസാനം പംക്തിയെ 2കൊണ്ടു ഹരിച്ച് മൂലം കാണുന്നു. കൂടാതെ ക്രിയ ഓരോന്നു കഴിയുന്നതോടുകൂടി മേലാൽ ആവശ്യമില്ലാത്ത അക്കങ്ങളെ കളകയും ചെയ്യുന്നു. ആധുനികപാഠശാലകളിലെ സമ്പ്രദായം അല്പം ഭേദപ്പെട്ടതാകുന്നു. അതു ചെയ്തുകാട്ടാം. കിട്ടിയ മൂലത്തിന്റെ ഇരട്ടികൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഫലത്തിന്റെ വൎഗ്ഗം കളയുന്നതു രണ്ടു ക്രിയകളായി വെവ്വേറെ ചെയ്യാതെ ഒന്നിച്ചു ചെയ്യുകയും അതിന്നായി ഒരക്കത്തെ മാത്രം ഇറക്കാതെ രണ്ടക്കങ്ങളെ ഒന്നിച്ചിറക്കുകയും ചെയ്യുമെന്നും, വൎഗ്ഗമൂലം തനിയെ ഒരിടത്തു കാണിക്കുമെന്നും മാത്രമാകുന്നു ഭേദം. എഴുത്തിൽ ചുരുക്കമുണ്ട്.

	214369 (463
	16
86	543
6	516
923	2769
	2769
	0

മൂലത്തിൽ ആദ്യത്തെ അക്കം കണ്ട് പിന്നീടുണ്ടാകുന്ന അക്കങ്ങളെ കാണാനായി രണ്ടക്കങ്ങളെ ഇറക്കിയതിന്റെ ശേഷം ദൃശ്യമാകുന്ന ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു ആദ്യസ്ഥാനത്തെ അക്കം തള്ളി ബാക്കിയുള്ളതിനെ മൂലത്തിന്റെ ഇരട്ടികൊണ്ടു ഹരിക്കണം. ഫലത്തെ മൂലത്തിലും മുമ്പു വെച്ചിട്ടുള്ള മൂലത്തിന്റെ ഇരട്ടിയുടെ ഇടത്തും എഴുതണം. ഈ പുതിയ ഹാരകത്തെ ഫലംകൊണ്ടു തന്നെ പെരുക്കി ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു കളയണം.

അഭ്യാസം:

താഴെ കാണുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലങ്ങളെ കണ്ട് ക്രിയ ശീലിക്കുക.

6889	4225	7921	529	3136	1024
7225	5476	877969	25281	651249	·56169
541641	145161	986965056	233289	13476211	998001

വേറെ ഉദാഹരണം: 28735·357 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 2ാം ദശാംശസ്ഥാനംവരെ കാണുക. ശിഷ്ടം എത്ര്

	28735·357
	1
2	18
12	12
32	67
18	36
338	313
1·0	288
339·0	255
·02	81
339·02	174·3
	169·0
	5·35
	·25
	5·107
	3·390
	1·7170
	1
	1·7169

പംക്തി: 339·02

മൂലം: 169·51

ശിഷ്ടം: 1·7169

ആധുനികപാഠശാലാരീതി.

	28735·357 (169·51
	1
26	187
	156
329	3135
	2961
338·5	174·35
	169·25
339·01	5·1070
	3·3901
	1·7169

മൂലം: 169·51

ശിഷ്ടം: 1·7169.

ആദ്യത്തെ വർഗ്ഗം കളഞ്ഞ് ഒരക്കം ഇറക്കിയാൽ 18 കിട്ടുന്നു. ഇതിനെ മൂലത്തിൻെറ ഇരട്ടിയായ 2കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു 9. പക്ഷെ 9 സ്വീകരിച്ചാൽ ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു 9ൻെറ വർഗ്ഗം പോകയില്ല. അതിനാൽ താഴത്തെ സംഖ്യയായ 8 സ്വീകരിച്ചു നോക്കണം. അപ്പോൾ ശിഷ്ടം 27. ഇതിൽ 8ൻെറ വർഗ്ഗം പോകയില്ല. അതിനാൽ 7 സ്വീകരിച്ച് നോക്കണം. അപ്പോൾ ശിഷ്ടം 47. ഇതിൽ 7ൻെറ വർഗ്ഗം പോകയില്ല. അതിനാൽ 6 സ്വീകരിക്കേണ്ടിവരുന്നു. അപ്പോൾ ശിഷ്ടം 67, ഇതിൽ 6ൻെറ വർഗ്ഗം പോകയും ചെയ്യും. ഈ പ്രയാസം രണ്ടു സമ്പ്രദായങ്ങളിലും കാണും. കൂടാതെ പ്രയോഗത്തിൽ പാഠശാലാരീതിയിൽ ദശാംശബിന്ദു സൂത്ര കുറിക്കാറില്ല. വർഗ്ഗത്തിലെ പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ അവസാനിച്ചാൽ മൂലത്തിലെ പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ അവസാനിച്ചു എന്നു കണ്ട് അവിടെ ദശാംശബിന്ദു കുറിക്കലെ ഉള്ളു.

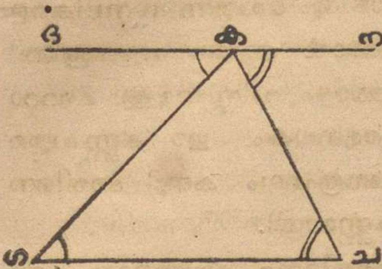
ഇനി ക്ഷേത്രങ്ങൾ. ക്ഷേത്രഗണിതത്തിൽ കോണ്, ത്രികോണം, വൃത്തം, പരിധി എന്നിവക്ക് ∠, △, ⊙ ○ധി എന്ന ചിഹ്നങ്ങളെ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്.

ശരിക്ക് പരന്ന വിതാനത്തെ സമതല മെന്നും ആ സമതലത്തിൽ അതിരോടു കൂടിയ ഒരു ഭാഗത്തെ സമതലക്ഷേത്രമെന്നും പറയുന്നു. ത്രികോണം, ചതുരശ്രം, വൃത്തം മുതലായവ സമതലക്ഷേത്രങ്ങളാകുന്നു.

രണ്ടു രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള ചരിവിന്നു കോണ് എന്നു പേര്. രണ്ടു രേഖകൾ അന്യോന്യം മുറിയുമ്പോൾ 4 കോണുകളുണ്ടാകുന്നു. ഇവ നാലും വലിപ്പമൊക്കമെങ്കിൽ അവയിൽ ഓരോ കോണിന്നും സമകോണെന്നു പറയുന്നു. ഒരു മുറിയുടെ നാലു കോണുകളും സാധാരണയായി സമകോണുകളാകുന്നു. സമകോണിനേക്കാൾ വലിയ കോണിന്നു അധികോണെന്നും ചെറിയതിന്നു ന്യൂനകോണെന്നും പറയുന്നു. രണ്ടു രേഖകൾ തമ്മിലുള്ള കോണ് സമകോണെങ്കിൽ ആ രേഖകളിൽ ഓരോന്നും മറേറതിന്നു ലംബം എന്നു പറയപ്പെടുന്നു.

ഒരേ വഴിക്ക് കിടക്കുന്ന അഥവാ ഒരേ ദിക്ക നോക്കികിടക്കുന്ന രേഖകൾക്ക് സമാന്തരരേഖകൾ എന്നു പറയുന്നു. അവയെ എത്രതന്നെ നീട്ടിയാലും അന്യോന്യം ഛേദിക്കുകയില്ല. കുറെ സമാന്തരരേഖകളെ മറെറാരു രേഖ ഛേദിച്ചാൽ ഒന്നിനാൽ ഉണ്ടാക്കപ്പെടുന്ന കോണുകൾ മറെറാന്നിനാൽ ഉണ്ടാക്കപ്പെടുന്ന കോണുകൾക്ക് അവയുടെ സ്ഥിതിയനുസരിച്ച് തുല്യമായിരിക്കും. കോണുകൾ ദിക്കുകളുടെ അന്തരങ്ങളാകയാൽ ഇങ്ങിനെ വരുന്നു.

മൂന്നു നേർ രേഖകളെക്കൊണ്ടു ചുററപ്പെട്ട ക്ഷേത്രത്തെ ത്രികോണം (= ത്ര്യസ്രം = ത്ര്യശ്രം) എന്നു പറയുന്നു. ആ നേർ രേഖകളെ ത്രികോണത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളെന്നോ ബാഹുക്കളെന്നോ പറയും. ഏതു ത്രികോണത്തിന്റേയും മൂന്നു കോണുകൾ കൂട്ടിയാൽ രണ്ടു സമകോണിന്നു തുല്യമാകുമെന്നു നിഷ്പ്രയാസം കാണാം.



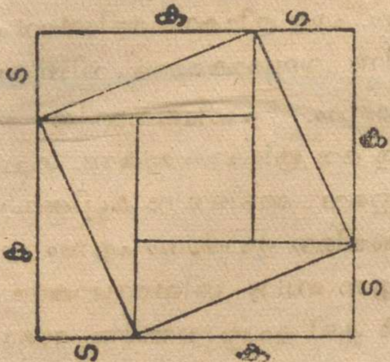
പരിലേഖം 1.

പരിലേഖത്തിൽ ക ഗ ച എന്നതു ഒരു ത്രികോണമാകുന്നു. ഗ ച എന്ന ബാഹുവെ അടിയെന്നു കല്പിക്കാം. അപ്പോൾ അതിനെ ഉപതാനം എന്നും പറയും. ക എന്ന ബിന്ദു ശിഖരവുമാകുന്നു. ശിഖരത്തിൽ കൂടി ഉപതാനത്തിന്നു സമാന്തരമായി ദകന എന്ന രേഖ കല്പിക്കുക. എന്നാൽ $\angle$ കഗച $=$ $\angle$ ഗകദ, $\angle$ കചഗ $=$ $\angle$ ചകന. അതിനാൽ $\angle$ കഗച $+$ $\angle$ കചഗ $+$ $\angle$ ഗകച $=$ $\angle$ ഗകദ $+$ $\angle$ ഗകച $+$ $\angle$ ചകന. ഇടത്തുള്ളതു ത്രികോണത്തിന്റെ മൂന്നു കോണുകളും വലത്തുള്ളതു ക എന്ന ബിന്ദുവിൽ ദകന എന്ന രേഖയുടെ ഒരു വശത്തുള്ള മൂന്നു കോണുകളുമാകുന്നു. ഈ മൂന്നു കോണുകളും കൂടിയാൽ രണ്ടു സമകോണുകൾക്കു തുല്യമെന്നു സ്പഷ്ടം. അതിനാൽ ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകൾ കൂടിയാലും രണ്ടു സമകോണുകൾക്കു തുല്യം.

നാലു ഭുജങ്ങളെക്കൊണ്ടു പരിച്ഛിന്നമായ സമതലക്ഷേത്രമാകുന്നു ചതുരശ്രം. ഇതിന്റെ നാലു കോണുകളും സമകോണുകളായാൽ എതിരായ ഭുജങ്ങൾ സമമായും സമാന്തരമായും വരും. അപ്പോൾ ആ ചതുരശ്രത്തിന്നു ആയതചതുരശ്രമെന്നു പറയുന്നു. ആയതചതുരശ്രത്തിന്റെ ഒരു വശത്തുള്ള വിസ്താരത്തിന്നു നീളമെന്നും എതിരായ വശത്തുള്ള വിസ്താരത്തിന്നു വീതിയെന്നും പറയുന്നു. നീളത്തിന്റേയും വീതിയുടേയും മാനങ്ങളുടെ ഘാതം ക്ഷേത്രഫലമാനത്തിന്നു തുല്യമാകുന്നു. നീളം വീതികളിൽ ഒന്നിനെ ഭുജയെന്നും മറേറതിനെ കോടിയെന്നും പറയാറുണ്ടു്. ഏതു ചതുരശ്രത്തിന്റേയും എതിരായ മൂലകളെ ചേൎക്കുന്ന രേഖകൾക്കു് കൎണ്ണങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. ആയതചതുരശ്രത്തിന്റെ രണ്ടു കൎണ്ണങ്ങളും തുല്യമാകുന്നു. നാലു കോണുകളും സമകോണുകളായ ചതുരശ്രത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും തുല്യമായാൽ അതിനെ സമചതുരമെന്നു പറയുന്നു. സമചതുരത്തിന്റെ കൎണ്ണങ്ങളും തുല്യമാകുന്നു.

ആയതചതുരശ്രത്തിന്റെ ഭുജകോടികൎണ്ണങ്ങളുടെ മാനങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരു നിയതബന്ധമുണ്ടു്. ക മാനമായ നീളവും ഗ മാനമായ വീതിയും ഉള്ള നാലു ആയതചതുരശ്രങ്ങളെ പരിലേഖത്തിൽ കാണിച്ച പ്രകാരം ചേൎത്തു വെക്കുക. അപ്പോൾ രണ്ടു സമചതുരങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. പുറത്തെ

തിന്റെ വിസ്താരമാനം (ക + ഗ) എന്നും അകത്തേതിന്റേതു (ക — ഗ) എന്നും അവയുടെ ക്ഷേത്രഫലങ്ങൾ $(ക + ഗ)^2$, $(ക — ഗ)^2$ എന്നും ആയിരിക്കും. പുറത്തെ ചതുരശ്രത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളിൽ ഒരു ആയതചതുരശ്രത്തിന്റെ ഭുജയും മറെറാന്നിന്റെ കോടിയും ചേരുന്ന സന്ധികളെ ക്രമേണ ചേർത്താൽ ആയത ചതുരശ്രത്തിന്റെ കർണ്ണത്തോളം വിസ്താരമുള്ള മറെറാരു സമചതുരമുണ്ടാകും. ഈ കർണ്ണചതുരത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം കണ്ടു് അതിനെ മൂലിച്ചാൽ കർണ്ണമായി.



പരിലേഖം 2.

കർണ്ണചതുരത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളായ കർണ്ണങ്ങൾ ആയതചതുരശ്രങ്ങളെ ഈരണ്ടു് സമഭാഗങ്ങളായി പിളർക്കുന്നു. ഓരോ ഭാഗവും ഓരോ ത്രികോണമാകുന്നു. ഓരോന്നിന്റെയും ക്ഷേത്രഫലം $\frac{ക\,ഗ.}{2}$

പുറം ചതുരത്തിൽനിന്നു മൂലകളിലുള്ള നാലു ത്രികോണങ്ങളേയും മുറിച്ചുനീക്കിയാൽ കർണ്ണചതുരം ശേഷിക്കും. അതിനാൽ കർണ്ണചതുരത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം

$$= (ക + ഗ)^2 - 4.\ \frac{ക\,ഗ}{2} = ക^2 + ഗ^2 + 2കഗ - 2കഗ = ക^2 + ഗ^2$$

അകത്തെ ചതുരത്തോടു അതിനെ തൊട്ടു കിടക്കുന്ന നാലു ത്രികോണങ്ങളെ കൂട്ടിയാലും കർണ്ണചതുരക്ഷേത്രഫലം വരും. അതു

$$= (ക - ഗ)^2 + 4.\ \frac{ക\,ഗ}{2} = ക^2 + ഗ^2 - 2\,കഗ + 2കഗ = ക^2 + ഗ^2.$$

ഇതിൽ നിന്നു ഒരായതചതുരശ്രത്തിന്റെ നീളത്തിന്റെയും വീതിയുടേയും വർഗ്ഗങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ കർണ്ണത്തിന്റെ വർഗ്ഗം കിട്ടുമെന്നു വരുന്നു.

ഒരു കോണു് സമകോണായ ത്രികോണത്തെ സമകോണത്രികോണമെന്നു പറയുന്നു. ബാഹുക്കളിൽ സമകോണിന്നെതിരായതിനെ കർണ്ണമെന്നും മറേറവയിൽ ഒന്നിനെ ഭുജയെന്നും ഒന്നിനെ കോടിയെന്നും പറയുന്നു. ആയതചതുരശ്രത്തെ കർണ്ണംവഴി പിളർന്നാൽ ഉണ്ടാകുന്നവ സമങ്ങളായ രണ്ടു സമകോണത്രികോണങ്ങളാകയാൽ, സമകോണത്രികോണത്തിലും

ഭുജവർഗ്ഗം + കോടിവർഗ്ഗം = കർണ്ണവർഗ്ഗം.

ലീലാവതിയിൽ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറയുന്നു.

1. "ഇഷ്ടോബാഹുർയ്യഃ സ്യാത്തൽ സ്പർദ്ധിന്യാം ദിശീതരോ ബാഹുഃ
ത്ര്യസ്രേ ചതുരസ്രേ വാ സാ കോടിഃ കീർത്തിതാ തജ്ജ്ഞൈഃ

2. "തൽ കൃത്യോൎയ്യോഗപദം കൎണ്ണോദോഃ കൎണ്ണവൎഗ്ഗയോൎവ്വിവരാൽ
മൂലം കോടിഃ കോടിശ്രുതി കൃത്യോരന്തരാൽ പദം ബാഹുഃ."

ത്ര്യശ്രമെന്നും ചതുരശ്രമെന്നും ഇവിടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു സമകോണത്രികോണത്തേയും ആയതചതുരശ്രത്തേയും ഉദ്ദേശിച്ചാകുന്നു. ബാഹുഃ = ഭുജ; പദം = മൂലം = വൎഗ്ഗമൂലം; ശ്രുതിഃ = കൎണ്ണം; വിവരം = അന്തരം.

ഉദാഹരണം 1. 20 അംഗുലം നീളവും 15 അംഗുലം വീതിയുമുള്ള ഒരായതചതുരശ്രത്തിന്റെ കൎണ്ണമെത്ര?

കൎണ്ണവൎഗ്ഗം $= 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625.$

കൎണ്ണം $= \sqrt{625} = 25$ അം.

ഉദാഹരണം 2. 36 കോല് നീളമുള്ള ഒരായതചതുരശ്രത്തിന്റെ കൎണ്ണം 39 കോലാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ ക്ഷേത്രഫലമെത്ര?

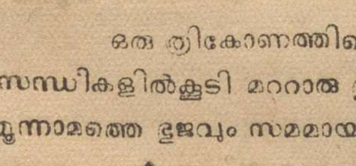
വീതിയുടെ വൎഗ്ഗം $= 39^2 - 36^2 = (39+36)(39-36) = 75 \times 3 = 225.$

വീതി $= \sqrt{225} = 15$ കോല്.

ക്ഷേത്രഫലം $= 36 \times 15$ ച. കോ $= 540$ ച. കോ.

ഇനി സദൃശത്രികോണങ്ങളെപ്പററിപ്പറയാം. അവ ജ്യോതിഗ്ഗണിതത്തിലും ഗോളഗണിതത്തിലും വളരെ ഉപയോഗമുള്ളവയാകുന്നു. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകളും മറെറാരു ത്രികോണത്തിന്റെ 3 കോണുകളും ക്രമേണ തുല്യമെങ്കിൽ ആ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടേയും ആകൃതി ഒരുപോലെയിരിക്കും. അതിനാൽ അവയെ സദൃശത്രികോണങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

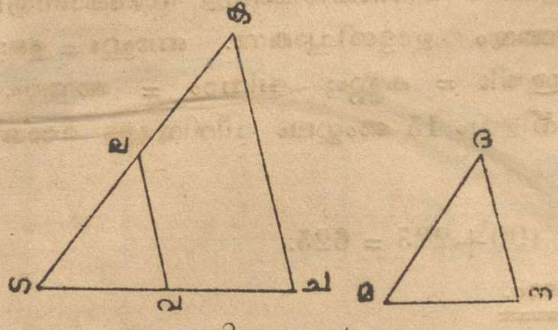
ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ ഒരു ഭുജത്തെ സമമായി ഭാഗിച്ച് ആ ഭാഗസന്ധികളിൽക്കൂടി മറെറാരു ഭുജത്തിന്നു സമാന്തരമായി രേഖകൾ വരഞ്ഞാൽ മൂന്നാമത്തെ ഭുജവും സമമായി ഭാഗിക്കപ്പെട്ടുമെന്നു കാണാം. ഇതിൽ നിന്നു



പരിലേഖം 3.

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകൾ തുല്യമെങ്കിൽ അവയുടെ ഭുജങ്ങൾ അനുപാതകങ്ങളായിരിക്കുമെന്നും കാണാം. പരിലേഖത്തിൽ കഗച, ഒമന എന്നവ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളാകുന്നു അവയുടെ കോണുകൾ തുല്യങ്ങൾ. എന്നുവെച്ചാൽ ∠ക = ∠ഒ, ∠ഗ = ∠മ, ∠ച = ∠ന. ഇവയിൽ ചെറിയ ത്രികോണത്തെ വലിയ ത്രികോണത്തിന്മേൽ ലഗവ എന്ന സ്ഥാനത്തു വെക്കുവാൻ സാധിക്കും.

∠ഗ, ∠മ ഇവ സമമാകയാൽ മദ എന്ന ഭുജം ഗക വഴി വന്നാൽ മന എന്നതു ഗച എന്ന വഴിക്കുതന്നെ വരും. ദന എന്ന ഭുജം ലവ എന്ന സ്ഥാനത്തു വന്നു വെന്നിരിക്കട്ടെ. ഇപ്പോൾ കഗ എന്ന ഭുജത്തെ സമഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിക്കുക. ഇവയിൽ കുറെ എണ്ണം ഗല എന്നതിലും ബാക്കി ലക എന്നതിലും വരും. വരുന്നില്ലെങ്കിൽ അങ്ങിനെ വരുന്നതുവരെ ഖണ്ഡങ്ങളെ ചെറുതാക്കുക. ഇങ്ങിനെ വന്നാൽ ഗക എന്ന രേഖയിൽ യ ഖണ്ഡങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നും അവയിൽ ര ഖണ്ഡങ്ങൾ ഗല എന്നതിലാണെന്നും വെക്കാം.



പരിലേഖം 4.

അതിനാൽ $\frac{\text{കഗ}}{\text{ദമ}} = \frac{\text{കഗ}}{\text{ഗല}} = \frac{\text{യ}}{\text{ര}}$

ഇനി ഈ ഭാഗസന്ധികളിൽക്കൂടി കച എന്ന രേഖക്ക് സമാന്തരങ്ങൾ വരഞ്ഞതായി സങ്കല്പിച്ചാൽ, ഗച എന്ന രേഖയും സമഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിക്കപ്പെടും. ∠ഗലവ = ∠മദന = ∠ഗകച എന്നതുകൊണ്ടു ലവ എന്ന രേഖ കച എന്ന രേഖക്കും അതിന്നു വരച്ച സമാന്തരങ്ങൾക്കും സമാന്തരമായിരിക്കും. അതിനാൽ ഗച എന്ന രേഖയിൽ ഉണ്ടാകുന്ന സമഖണ്ഡങ്ങളിൽ ര ഖണ്ഡങ്ങൾ ഗവ എന്നതിൽ പെടും. ഗച എന്നതിൽ ആകെ യ ഖണ്ഡങ്ങളും ഉണ്ടായിരിക്കും. അതിനാൽ,

$$\frac{\text{ഗച}}{\text{മന}} = \frac{\text{ഗച}}{\text{ഗവ}} = \frac{\text{യ}}{\text{ര}}$$

ഇനി ഭാഗസന്ധികളിൽക്കൂടി ഗച എന്ന രേഖക്ക് സമാന്തരങ്ങൾ വരഞ്ഞതായി കല്പിച്ചാൽ, കച എന്ന രേഖ യ സമഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിക്കപ്പെടും. ലവ എന്നതു ര സമഖണ്ഡങ്ങളാവും. കച എന്നതിലെ ഓരോ ഖണ്ഡവും ലവ എന്നതിലെ ഓരോ ഖണ്ഡത്തിന്നു തുല്യമായിരിക്കും.

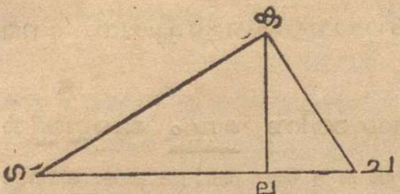
ഇതിൽനിന്നു $\frac{\text{കച}}{\text{ദന}} = \frac{\text{കച}}{\text{ലവ}} = \frac{\text{യ}}{\text{ര}}$

എന്നു വരുന്നു. $\frac{\text{ഗക}}{\text{മദ}}$, $\frac{\text{ഗച}}{\text{മന}}$, $\frac{\text{കച}}{\text{ദന}}$ ഇവ ഓരോന്നും $\frac{\text{യ}}{\text{ര}}$ എന്നതിന്നു തുല്യമാകയാൽ അവ അന്യോന്യം തുല്യമാകുന്നു.

$$\therefore \frac{\text{ഗക}}{\text{മദ}} = \frac{\text{ഗച}}{\text{മന}} = \frac{\text{കച}}{\text{ദന}}.$$

എന്നു വെച്ചാൽ കഗച, ദമന എന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ സമാനസ്ഥിത ഭുജങ്ങൾ അനുപാതകമാകുന്നു. തുല്യങ്ങളായ കോണുകൾക്കു എതിരായ ഭുജങ്ങളെ സമാനസ്ഥിതങ്ങളെന്നു പറയുന്നു.

ഈ ന്യായംകൊണ്ടും സമകോണത്രികോണത്തിന്റെ ഭുജകോടികർണ്ണബന്ധം സ്ഥാപിക്കാം. കഗച എന്ന ത്രികോണത്തിൽ ∠ക ഒരു സമകോണാകുന്നു. അതിനാൽ (∠ഗ + ∠ച) ഒരു സമകോണിന്നു തുല്യം. കല എന്നതു കർണ്ണത്തിന്നു ലംബമായി സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു ∴ ∠കലഗ = ∠കലച = 1 സമകോണ്. ∴ ∠ഗ + ∠ഗകല = 1 സമകോണ്. ∠ഗ + ∠ച ഒരു സമകോണിന്നു തുല്യം. അതിനാൽ ∠ഗകല = ∠ച. ഇതേവിധത്തിൽ ∠ലകച = ∠ഗ. ഇപ്പോൾ ഗകല, ഗചക എന്നീ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളിലേയും കോണുകൾ തുല്യമാകുന്നു. അതിനാൽ ത്രികോണങ്ങൾ രണ്ടും സദൃശങ്ങൾ.



പരിലേഖം 5.

$$\therefore \quad \frac{\text{ഗച}}{\text{ഗക}} = \frac{\text{ഗക}}{\text{ഗല}}$$

രണ്ടു പക്ഷങ്ങളേയും ഗക × ഗല എന്നതുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ

$$\text{ഗച} \times \text{ഗല} = \text{ഗക}^2,\ \text{അഥവാ}\ \text{ഗക}^2 = \text{ഗല} \times \text{ഗച}. \qquad (\mathrm{I})$$

ഈ വിധത്തിൽതന്നെ ഗകച, കചല എന്നീ ത്രികോണങ്ങളുടെ സാദൃശ്യത്തിൽനിന്നു $\text{ചക}^2 = \text{ചല} \times \text{ചഗ}$ (II) എന്നു വരും.

$$\therefore \quad \text{ഗക}^2 + \text{ചക}^2 = \text{ഗല} \times \text{ഗച} + \text{ചല} \times \text{ചഗ}$$

$$= \text{ഗച}\,(\text{ഗല} + \text{ചല}) = \text{ഗച} \times \text{ഗച} = \text{ഗച}^2 \quad (\mathrm{III})$$

ഇങ്ങിനെ സമകോണത്രികോണത്തിലെ ഭുജകോടികർണ്ണബന്ധം സ്ഥാപിതമായി.

കഗല, കചല എന്ന ത്രികോണങ്ങളുടേയും കോണുകൾ തുല്യമാകയാൽ $\dfrac{\text{ഗല}}{\text{കല}} = \dfrac{\text{കല}}{\text{ലച}}$ എന്നു വരുന്നു.

$\therefore$ കല^2 = ഗല $\times$ ലപ (IV)

(I), (II), (III), (IV) ഈ നാലിന്നും ഗണിതത്തിൽ വളരെ പ്രാധാന്യമുണ്ട്.

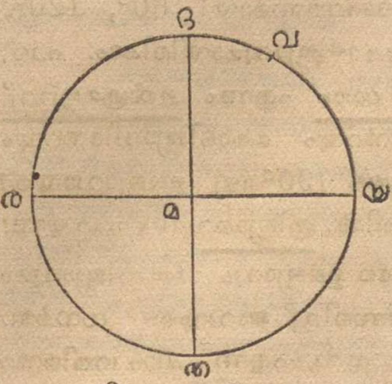
ഇനി വൃത്തം. ഒരു ബിന്ദുവിൻെറ ചുററും തുല്യദൂരത്തിൽ പോകുന്ന വക്രരേഖകൊണ്ടു ചുററപ്പെട്ട സമതലക്ഷേത്രത്തെ സമവൃത്തമെന്നു പറയുന്നു. സമവൃത്തത്തെ സാധാരണ വൃത്തമെന്നേ പറയാറുള്ളൂ. നടുക്കുള്ള ബിന്ദുവെ വൃത്തകേന്ദ്രമെന്നും, ചുററുമുള്ള വക്രരേഖയെ പരിധിയെന്നും കേന്ദ്രവും പരിധിയുംതമ്മിലുള്ള അകലത്തെ കരമെന്നും പറയുന്നു. വൃത്തകേന്ദ്രഗതമായി പരിധിയാൽ പരിഛിന്നമായ രേഖക്കു വ്യാസമെന്നു പേര്. വൃത്തകരത്തെ സാധാരണയായി വ്യാസാർദ്ധമെന്നോ അർദ്ധവ്യാസമെന്നോ പറയുന്നു. പരിധിയുടെ ക്ലിപ്തമായ ഒരു ഭാഗത്തെ ചാപമെന്നും ചാപാഗ്രങ്ങളെച്ചേർക്കുന്ന നേർരേഖയെ ജ്യാവ് എന്നും പറയുന്നു.

വൃത്തപരിധിയുടെ 360-ൽ ഒരു ഭാഗത്തിന്നു ഭാഗം അല്ലെങ്കിൽ അംശം എന്നു പറയുന്നു. അംശത്തിൻെറ 60ൽ ഒരു ഭാഗത്തിന്നു കല അല്ലെങ്കിൽ ഇലി അല്ലെങ്കിൽ ലിപ്തയെന്നു പറയുന്നു. ഇങ്ങിനെ അറുപതിതെയായി ഭാഗിച്ച് വികല (=വിലി=വിലിപ്ത), തല്പര, പ്രതല്പര എന്നീ ഭാഗങ്ങളും ഉണ്ടാകുന്നു. അംശം, കല, വികല, തല്പര, പ്രതല്പര ഇവയെ മാനസംഖ്യയുടെ മീതെ വലത്തുഭാഗത്തു 0, I, II, III, IIII എന്നീ അടയാളങ്ങൾ കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

60 പ്രതല്പര	= 1 തല്പര
60 തല്പര	= 1 വികല
60 വികല	= 1 കല
60 കല	= 1 അംശം
360 അംശം	= 1 വൃത്തം.

അംശാദ്യവയവങ്ങൾ വാസ്തവത്തിൽ പരിധിയുടേതാകുന്നു. എന്നാൽ ഈ പേരുകളെത്തന്നെ ഈ അവയവങ്ങൾ വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽ അഭിമുഖമായി സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന കോണുകൾക്കും ഉപയോഗിക്കാം. അപ്രകാരം ഒരു സമകോണ് 90 അംശങ്ങൾക്കും 5400 കലകൾക്കും തുല്യമത്രെ. ജ്യോതിർഗണിതത്തിൽ 30 അംശമുള്ള ചാപത്തെ ഒരു രാശിയെന്നു പറയുന്നു. അങ്ങിനെ പരിധിയിൽ 12 രാശികൾ അടങ്ങിയിരിക്കും.

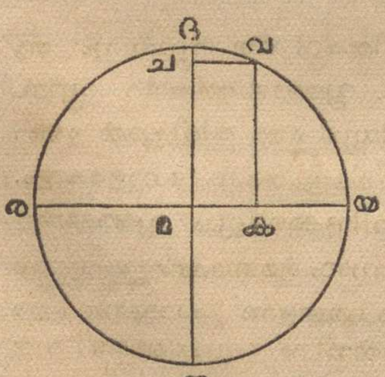
വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി അന്യോന്യം ലംബമായ രണ്ടു വ്യാസങ്ങൾ വരച്ചാൽ പരിധി നാല് സമഭാഗമാകുന്നു. ഓരോ ഭാഗത്തേയും ഒരു വൃത്തപാദമെന്നു പറയുന്നു. ജ്യോതിർഗണിതത്തിൽ വൃത്തപരിധിയിൽ ഒരു ക്ലിപ്തസ്ഥാനത്തുനിന്നു ഇടത്തോട്ടു അവയെ ക്രമേണ പ്രഥമ, ദ്വിതീയ, തൃതീയ, ചതുർത്ഥ പാദങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. പരിലേഖത്തിൽ 'യ' എന്നതു പരിധിയിലെ ക്ലിപ്ത



പരിലേഖം 6.

സ്ഥാനമെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ യദ, ദര, രന, നയ എന്നവ ക്രമേണ പ്രഥമാദി പാദങ്ങളാകുന്നു. ഇങ്ങിനെ ഒരു ക്ലിപ്ത സ്ഥാനത്തുനിന്നു ചാപത്തെ അളക്കുമ്പോൾ ആ സ്ഥാനത്തെ ചാപത്തിന്റെ മൂലമെന്നും മററെ അററത്തെ അഗ്രമെന്നും പറയുന്നു. പ്രഥമപാദത്തിലഗ്രമായ ഒരു ചാപത്തെത്തന്നെ അതിന്റെ ഭുജയെന്നും ആ പാദം തികയുവാനുള്ള ഭാഗത്തെ അതിന്റെ കോടിയെന്നും പറയുന്നു. ദ്വിതീയ പാദത്തിലഗ്രമായ ചാപത്തിന്റെ ഭുജ ആ പാദം തികയുവാനുള്ള ഭാഗവും കോടി ഒരു പാദത്തേക്കാൾ കവിഞ്ഞു കിടക്കുന്ന ഭാഗവുമാകുന്നു. തൃതീയപാദത്തിലഗ്രമെങ്കിൽ രണ്ടു പാദങ്ങളേക്കാൾ അധികമായ ഭാഗം ഭുജയും തൃതീയപാദം തികയുവാനുള്ള ഭാഗം കോടിയുമാകുന്നു. ചതുൎത്ഥപാദത്തിലഗ്രമെങ്കിൽ ആ പാദം തികയുവാനുള്ളതു ഭുജയും മൂന്നു പാദങ്ങളിൽ അധികമുള്ളതു കോടിയുമാകുന്നു. ഇതൊന്നു ചുരുക്കിപ്പറയാം. ഏതൊരു ചാപത്തിന്റെയും അഗ്രത്തിന്റെ ഇരുപാട്ടും പാദാന്ത്യങ്ങളിൽ രണ്ടെണ്ണമുണ്ടായിരിക്കും. അവയിൽ യുഗ്മപാദാന്ത്യവും ചാപാഗ്രവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാളം ഭുജയും ഓജപാദാന്ത്യവും ചാപാഗ്രവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാളം കോടിയുമാകുന്നു. $0°$, $180°$ ഇവ യുഗ്മപാദാന്ത്യങ്ങളും $90°$, $270°$ ഇവ ഓജപാദാന്ത്യങ്ങളുമത്രെ. $60°$, $120°$, $240°$, $300°$ ഈ ചാപങ്ങൾക്കെല്ലാം ഭുജ $60°$യും കോടി $30°$യും ആകുന്നു.

ഇനി ഭുജകോടിജ്യാവുകൾ എന്തെന്നു പറയാം. പരിലേഖത്തിൽ മ കേന്ദ്രമായ ഒരു വൃത്തവും കേന്ദ്രത്തിൽ കൂടി അന്യോന്യം ലംബമായ രണ്ടു വ്യാസങ്ങളും കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. യവ എന്നതു ഒരു ചാപം. അതിന്റെ ഭുജ യവ. കോടി ദവ. വ എന്ന ചാപാഗ്രത്തിൽനിന്നു യുഗ്മപാദാന്ത്യങ്ങളെച്ചേൎക്കുന്ന വ്യാസത്തിനു വക എന്ന ലംബവും ഓജപാദാന്ത്യങ്ങളെച്ചേൎക്കുന്ന വ്യാസത്തിനു വച എന്ന ലംബവും വരച്ചിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ വക എന്നതു യവ എന്ന ചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവും വച എന്നതു കോടിജ്യാവുമാകുന്നു. അഗ്രം ഏതു പാദത്തിലിരുന്നാലും ഒരേ ഭുജയും കോടിയുമുള്ള ചാപങ്ങൾക്കു ഒരേ ഭുജകോടി



പരിലേഖം 7.

ജ്യാവുകൾ തന്നെയായിരിക്കുമെന്നു കാണാം. ഉദാഹരണമായി 60°, 120°, 240°, 300° ഇവക്കെല്ലാം ഒരേ ഭുജജ്യാവും കോടിജ്യാവുമായിരിക്കും. പരിലേഖത്തിൽ കയ എന്നതിനെ ചാപത്തിന്റെ ശരം എന്നും ഉൽക്രമജ്യാവ് എന്നും പറയാറുണ്ട്. ശരം വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റേയും കോടിജ്യാവിന്റേയും അന്തരമാകുന്നു. വ്യാസാർദ്ധംതന്നെ 3 രാശിയുടെ (90°ടെ) ഭുജജ്യാവായതിനാൽ അതിനെ ത്രിരാശിജ്യാവെന്നും ചുരുക്കത്തിൽ ത്രിജ്യാവെന്നും പറയുന്നു.

ഒരേ ഭുജയായ ചാപങ്ങൾക്കെല്ലാം ഒരേ ഭുജജ്യാവും കോടിജ്യാവുമാണെങ്കിലും ചാപാഗ്രങ്ങളുടെ പാദസ്ഥിതിയനുസരിച്ച് അവയുടെ ധനർണതക്കു ഭേദം കല്പിക്കാറുണ്ട്. പരിലേഖത്തിലെ യവ എന്ന ചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവ് കവ (=മച) എന്നതാണല്ലൊ. ഇതു രമയ എന്ന ചാപമൂലഗതമായ വ്യാസത്തിന്റെ മേൽഭാഗത്താകയാൽ അതിന്റെ ദിക്ക് ഉത്തരമെന്നും അതു ധനമെന്നും കല്പിക്കുന്നു. ദ്വിതീയ പാദത്തിലഗ്രമായാലും ഭുജജ്യാവു ധനമെന്നു കാണാം. എന്നാൽ തൃതീയപാദത്തിലോ ചതുർത്ഥപാദത്തിലോ ചാപത്തിന്റെ അഗ്രമായാൽ ഭുജജ്യാവ് ചാപമൂലഗതമായ വ്യാസത്തിന്റെ താഴത്താകും. അതിന്റെ മൂലം വ്യാസത്തിലും അഗ്രം വൃത്തപരിധിയിലുമാകുന്നു. ദിക്ക് ദക്ഷിണവും ഭാവം ഋണവുമാകുന്നു. കോടിജ്യാവുകൾക്കും ധനർണ്ണഭാവങ്ങൾ കല്പിക്കുന്നു. ഓജപാദാന്ത്യങ്ങളെ ചേർക്കുന്ന വ്യാസത്തിന്റെ വലത്തുള്ള കോടിജ്യാവുകൾധനവും ഇടത്തുള്ളവ ഋണവുമാകുന്നു. എന്നുവരുമ്പോൾ പ്രഥമചതുർത്ഥപാദങ്ങളിൽ അഗ്രമായ ചാപങ്ങളുടെ കോടിജ്യാവുകൾ ധനവും ദ്വിതീയ തൃതീയ പാദങ്ങളിലഗ്രമായ കോടിജ്യാവുകൾ ഋണവുമാകുന്നു.

വൃത്തത്തിലെ വ്യാസത്തേയും ഭുജകോടിജ്യാവുകളേയും കലകളെക്കൊണ്ടു കണക്കാക്കുകയാണ് ഭാരതീയഗണിതത്തിൽ പതിവ്. ഇവയെ കാണുവാനുള്ള ഗണിതമാർഗ്ഗങ്ങളെ കരണപദ്ധതി 6-ാം അദ്ധ്യായത്തിൽ സവിസ്തരം കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

ഇനി ഗോളം. വൃത്താർദ്ധത്തിന്റെ അതിരുകൾ ഒരു വ്യാസവും ആ വ്യാസം വേർതിരിക്കുന്ന പരിധ്യർദ്ധവുമാണല്ലൊ. വൃത്താർദ്ധത്തിന്റെ വ്യാസത്തെ ഉറപ്പിച്ചു നിർത്തി അതിന്റെ ചുററും പരിധ്യർദ്ധത്തെ തിരിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഘനരൂപമാകുന്നു ഗോളം. വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രംതന്നെ ഗോളകേന്ദ്രം. വൃത്താർദ്ധം തിരിയുമ്പോൾ പരിധ്യർദ്ധത്തിലെ ബിന്ദുക്കളെല്ലാം വൃത്തങ്ങളെ ഉളവാക്കുന്നു. ഗോളത്തെ ആലോചിച്ചു പറയുമ്പോൾ ഭ്രമണാക്ഷമായ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രങ്ങളെ ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ പാർശ്വങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ഈ വൃത്തങ്ങളിൽ ഏററവും വലിയതു പാർശ്വങ്ങളിൽനിന്നു തുല്യദൂരത്തായി വരുന്ന വൃത്തമാകുന്നു. ഇരുപാട്ടുമുള്ള വൃത്തങ്ങൾ ഇതിൽനിന്നകലുംതോറും ചെറുതായി വരും. വലിയ വൃത്തത്തിന്നു മഹാവൃത്തമെന്നും മററുള്ളവക്കു ലഘു

വൃത്തങ്ങളെന്നും പറയുന്നു.

മഹാവൃത്തതലം മാത്രം ഗോളകേന്ദ്രഗതമാകുന്നു. പാൎശ്വങ്ങളെ ചേൎക്കുന്ന വ്യാസം അവയുടെ മദ്ധ്യത്തിലുള്ള മഹാവൃത്തത്തിന്റെയും അതിന്നു സമാന്തരമായ ലഘുവൃത്തങ്ങളുടേയും തലങ്ങൾക്കു ലംബമായിരിക്കും. മഹാവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാൎദ്ധം ഗോളവ്യാസാൎദ്ധം തന്നെ. അല്പവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാൎദ്ധം ഒരു പാൎശ്വം തൊട്ടു വൃത്തംവരെയുള്ള ഗോളപൃഷ്ഠഗതചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവാകുന്നു. ഇതു സമാന്തരമഹാവൃത്തത്തിൽനിന്നു അല്പവൃത്തംവരെയുള്ള ഗോളപൃഷ്ഠഗതവൃത്തഭാഗത്തിന്റെ കോടിജ്യാവുമാകുന്നു.

ഒരു ഗോളത്തിന്മേൽ രണ്ടു മഹാവൃത്തങ്ങളെ വരച്ചാൽ അവയുടെ തലങ്ങൾ രണ്ടും ഗോളകേന്ദ്രത്തിൽകൂടിപ്പോകുന്നതിനാൽ ആ തലങ്ങൾ അന്യോന്യം മുറിഞ്ഞുണ്ടാകുന്ന രേഖ ഗോളത്തിന്റെ വ്യാസമായിരിക്കയും, ഗോളപൃഷ്ഠത്തിന്മേൽ മഹാവൃത്തങ്ങൾ അന്യോന്യം മുറിയുന്ന സ്ഥാനങ്ങൾ രണ്ടും ഏതു വൃത്തംവഴിക്കും രണ്ടു വൃത്തപാദങ്ങളോളം അകന്നിരിക്കയും ചെയ്യും. അന്യോന്യം മുറിയുന്ന സ്ഥാനങ്ങൾക്കു വൃത്തങ്ങളുടെ പാതങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. രണ്ടു മഹാവൃത്തങ്ങൾ തമ്മിൽ മുറിയുമ്പോൾ, പാതന്നിൽനിന്നു അകലുംതോറും വൃത്തങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അന്തരാളം വൎദ്ധിക്കുന്നു. ഒരു വൃത്തപാദം ചെന്നാൽ ഈ അന്തരാളം ഏററവും അധികമായി. പിന്നീടു മറേറ പാതൻവരേക്കും ചുരുങ്ങിവരുന്നു. രണ്ടു വൃത്തങ്ങളും തമ്മിലുള്ള പരമാന്തരാളങ്ങൾ കിടക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പാൎശ്വങ്ങളായിരിക്കും പാതങ്ങൾ രണ്ടും. പരമാന്തരാളവൃത്തം രണ്ടു മഹാവൃത്തങ്ങളുടേയും പാൎശ്വങ്ങളിൽ കൂടിപ്പോകുന്നു. രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടേയും ഒരേ വശത്തുള്ള പാൎശ്വങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗോളപൃഷ്ഠംവഴി കലാത്മകമായ അകലം രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടേയും പരമാന്തരാളത്തിന്നു തുല്യമായിരിക്കും. ഈ പരമാന്തരാളംതന്നെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടേയും തലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള ചരിവു്. ഗോളപൃഷ്ഠത്തിൽ രണ്ടും അന്യോന്യം മുറിയുന്നേടത്തുള്ള കോണും ഇതുതന്നെ.

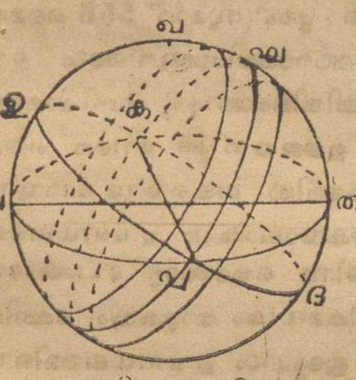
ഒരു മഹാവൃത്തത്തിന്റെ പാൎശ്വങ്ങളിൽകൂടി പോകുന്ന മറെറാരു മഹാവൃത്തം ആദ്യവൃത്തത്തിന്നു കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറിന്നു തെക്കുവടക്കെന്നപോലെ എതിരായിരിക്കും. ഇതിന്റെ പാൎശ്വങ്ങളിൽ കൂടിയായിരിക്കും ആദ്യവൃത്തത്തിന്റെ കിടപ്പ്. ഇങ്ങിനെ രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ ഇരുന്നാൽ ഒന്നിനെ മറേറതിന്റെ നതവൃത്തമെന്നു പറയുന്നു.

ഇനി ആകാശത്തിൽ സങ്കല്പിക്കാറുള്ള ചില വൃത്തങ്ങളേയും അവയുടെ സ്ഥാനങ്ങളേയും വിവരിക്കാം. അൎദ്ധഗോളത്തിന്റെ ആകൃതിയിലാണല്ലോ നാം ആകാശത്തെ കാണുന്നതു്. മീതെ കാണുന്നതുപോലെ താഴേ

യും ഉണ്ടെന്നു സങ്കല്പിക്കാം. ഈ ഗോളത്തിന്നു ഖഗോളമെന്നു പറയുന്നു. തുറന്ന ഒരു സ്ഥലത്തുന്നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഖഗോളം ഭൂതലത്തെ നാലുപാട്ടും ഒരു വൃത്തത്തിൽ തൊടുന്നതായിത്തോന്നുന്നു. ഇതു ഭൂപൃഷ്ഠത്തിന്റെ മറവുകൊണ്ടു് തോന്നുന്നതിനാൽ ഈ വൃത്തത്തിന്നു ക്ഷിതിജം എന്നു പേര്. കിഴക്കു മുതലായ ദിക്കുകളെ ഈ വൃത്തത്തിൽ നാം കാണുന്നതുകൊണ്ടു ഇതിനെ ദിക്ചക്രം എന്നും പറയും. ഖഗോളത്തിന്റെ കേന്ദ്രം നോക്കുന്ന ആളുടെ ഭൂപൃഷ്ഠസ്ഥാനംതന്നെ. ഇതുതന്നെ ക്ഷിതിജവൃത്തത്തിന്റേയും കേന്ദ്രം. ഇതിന്നു നേരെ മീതെ ഖഗോളത്തിലുള്ള സ്ഥാനത്തിന്നു ഖമദ്ധ്യം എന്നു പേര്. ഖമദ്ധ്യംതൊട്ടു ക്ഷിതിജംവരെ ഏതു വഴിക്കും ഒരു വൃത്തപാദംതന്നെ അകലം. ഖമദ്ധ്യംവഴി ആകാശത്തിൽ നേർ തെക്കുവടക്കു കിടക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്നു ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തമെന്നും നേർ കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറു കിടക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്നു പൂർവ്വാപരവൃത്തമെന്നും പറയുന്നു. ക്ഷിതിജം, ദക്ഷിണോത്തരം, പൂർവ്വാപരം ഈ മൂന്നു വൃത്തങ്ങളും അന്യോന്യം വിപരീതമായി നിന്നു ഖഗോളത്തെ എട്ടു കപാലങ്ങളായി ഭാഗിക്കുന്നു. മൂന്നു വൃത്തങ്ങളും ഖഗോളത്തിൽ ആറു സ്ഥാനങ്ങളിൽ അന്യോന്യം മുറിക്കുന്നു. ഈ സ്ഥാനങ്ങൾക്കു് സ്വസ്തികങ്ങൾ എന്നു പറയും.

ഇനി സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാരുടേയും നക്ഷത്രങ്ങളുടേയും ദിവസംതോറുമുള്ള സഞ്ചാരത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി മററു വൃത്തങ്ങളേയും സങ്കല്പിക്കുന്നു. നേർ കിഴക്കുദിക്കുന്ന ഒരു നക്ഷത്രം ഇവിടങ്ങളിൽ (കേരളത്തിൽ) അല്പം തെക്കോട്ടു ചാഞ്ഞു പൊന്തി ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു അല്പം തെക്കോട്ടു മാറി ദക്ഷിണോത്തരത്തെക്കടന്നു് ക്രമേണ താഴ്ന്നു് നേർ പടിഞ്ഞാറസ്തമിക്കുന്നു. നേർ കിഴക്കുനിന്നു അല്പം വടക്കോട്ടു മാറീട്ടാണു് ഉദിച്ചതെങ്കിൽ കിഴക്കുദിച്ച നക്ഷത്രത്തിന്റെ വഴിക്കു് സമാന്തരമായ ഒരു ലഘുവൃത്തത്തിൽക്കൂടി സഞ്ചരിച്ചു് നേർ പടിഞ്ഞാറുനിന്നു വടക്കോട്ടു മാറി അസ്തമിക്കുന്നു. ഈ വൃത്തത്തിന്റെ പകുതിയിൽ അധികം ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതേയും പകുതിയിൽ കുറവുമാത്രം ക്ഷിതിജത്തിന്നു താഴേയുമാകുന്നു. നേർ കിഴക്കുനിന്നു് അല്പം തെക്കോട്ടു മാറി ഉദിച്ച നക്ഷത്രവും കിഴക്കുദിച്ച നക്ഷത്രത്തിന്റെ മാൎഗ്ഗത്തിന്നു സമാന്തരമായിത്തന്നെ സഞ്ചരിച്ചു്, കിഴക്കുനിന്നു എത്ര തെക്കോട്ടു മാറി ഉദിച്ചുവോ അത്രതന്നെ പടിഞ്ഞാറുനിന്നു തെക്കോട്ടുമാറി അസ്തമിക്കുന്നു. ഈ നക്ഷത്രത്തിന്റെ മാൎഗ്ഗവും ഒരു ലഘുവൃത്തംതന്നെ. ഇതിന്റെ പകുതിയിൽ കുറവു മാത്രം ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതേയും പകുതിയിൽ അധികം താഴേയുമായിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ചലനം ഇവിടങ്ങളിൽ നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ നക്ഷത്രങ്ങളെല്ലാം ആകാശത്തിൽ ഉറച്ചിരുന്നുകൊണ്ടു ആകാശഗോളത്തെ

നേർ വടക്ക് അല്പം ഉയൎന്ന ഒരു സ്ഥാനത്തും നേർ തെക്ക് ക്ഷിതിജത്തിൽനിന്നു അത്രതന്നെ താഴ്ന്ന ഒരു സ്ഥാനത്തും കുററി തറച്ചതുപോലെ ഉറപ്പിച്ച് ഏതോ ഒരു ശക്തി കിഴക്കനിന്നു പടിഞ്ഞാറോട്ടു ദിവസേന തിരിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതായി തോന്നും. തെക്കും വടക്കും ഉറച്ച സ്ഥാനങ്ങൾക്കു ദക്ഷിണോത്തരധ്രുവങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. നേർ കിഴക്കുദിക്കുന്ന നക്ഷത്രത്തിന്റെ മാൎഗ്ഗം ഈ രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളിൽനിന്നും വൃത്തപാദത്തോളം ദൂരത്തായി കാണുന്നു. ഈ മാൎഗ്ഗത്തിന്നു ഘടികാമണ്ഡലമെന്നു പേര്. വിഷുവന്മണ്ഡലമെന്നും പറയും. തെക്കോട്ടും വടക്കോട്ടും മാറി ഉദിക്കുന്ന നക്ഷത്രങ്ങളുടെ മാൎഗ്ഗങ്ങൾ ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നു സമാന്തരമായിരിക്കയും അതിനേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കയും ചെയ്യും. തെക്കോട്ടും വടക്കോട്ടും അധികമധികം നീങ്ങുന്നതോടുകൂടി വൃത്താകാരമായ ഈ മാൎഗ്ഗങ്ങൾ അധികമധികം ചെറുതായി വരുന്നു. ഈ ചെറിയ വൃത്തങ്ങൾക്ക് അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങൾ അല്ലെങ്കിൽ ദ്യുവൃത്തങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെയും അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങളുടേയും പാൎശ്വങ്ങളാണ് ദക്ഷിണോത്തരധ്രുവങ്ങൾ എന്നു ഇപ്പോൾ സ്പഷ്ടമായിരിക്കുമല്ലോ.



പരിലേഖം 8.

കതപവ=ക്ഷിതിജം.
വഖതദ=ദക്ഷിണോത്തരം
ഉ, ദ=ധ്രുവങ്ങൾ.
ക ഘ പ=ഘടികാമണ്ഡലം
ക ഉ പ ദ=ഉന്മണ്ഡം
ഖ ....=ഖമദ്ധ്യം.
ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെ വടക്കും തെക്കും രണ്ടു ദ്യുവൃത്തങ്ങളെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു.

ദക്ഷിണോത്തരധ്രുവങ്ങളിൽ കൂടിയും പൂൎവ്വാപരസ്വസ്തികങ്ങളിൽ കൂടിയും സങ്കല്പിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്നു ഉന്മണ്ഡലം എന്നു പേര്. ഇതിനെത്തന്നെ ലങ്കാക്ഷിതിജമെന്നും പറയും. ഇവിടങ്ങളിൽ ഉന്മണ്ഡലത്തിന്റെ വടക്കെ പകുതി ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതേയും തെക്കെ പകുതി താഴേയും ആയിരിക്കും. ഘടികാവൃത്തത്തേയും എല്ലാ അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങളേയും ഉന്മണ്ഡലം കൃത്യമായി രണ്ടു പകുതികളായി ഭാഗിക്കുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലം, ഉന്മണ്ഡലം, ദക്ഷിണോത്തരം ഈ മൂന്നു വൃത്തങ്ങളും അന്യോന്യം വിപരീതമായി സ്ഥിതിചെയ്ത് ആകാശഗോളത്തെ എട്ടു കപാലങ്ങളായി ഭാഗിക്കുന്നു. ഈ മൂന്നു വൃത്തങ്ങളോടുകൂടി ആകാശത്തെ നിരൂപിക്കുമ്പോൾ അതിന്നു വായുഗോളം എന്നു പറയുന്നു. പ്രവഹവായുവിനാൽ പ്രക്ഷിപ്തമായിട്ടാണ് ആ

കാശം തിരിഞ്ഞുകൊണ്ടിരിക്കുന്നതെന്നു പൂർവ്വന്മാർ വിശ്വസിച്ചിരുന്നു. ആ ഭ്രമണത്തിന്റെ വഴിയാണ് ഘടികാമണ്ഡലവും അഹോരാത്രങ്ങളും കാണിക്കുന്നത്. അതിനാൽ ഇവക്കും ഉന്മണ്ഡലത്തിന്നും ഇവയോടുകൂടി സങ്കല്പിക്കുന്ന ദക്ഷിണോത്തരത്തിന്നും വായുഗോളവൃത്തങ്ങളെന്നു പേര്.

കേരളക്കരയിൽ പല സ്ഥലങ്ങളിൽനിന്നും നോക്കുമ്പോൾ ഉത്തരധ്രുവത്തിന്റെ ക്ഷിതിജത്തിൽനിന്നുള്ള ഉയരം (ധ്രുവോന്നതി) താഴെ കൊടുക്കുന്നു. തെക്കോട്ടു മാറുംതോറും ധ്രുവോന്നതി ചുരുങ്ങിവരുന്നു.

സ്ഥലം	ധ്രുവോന്നതി	സ്ഥലം	ധ്രുവോന്നതി	സ്ഥലം	ധ്രുവോന്നതി
	° ′		° ′		° ′
കന്യാകുമാരി	8—0	തൃശ്ശൂര്	10—31	കാസരക്കോട്ട്	12—30
തിരുവനന്തപുരം	8—30	കോഴിക്കോട്ട്	11—15′	മംഗലാപുരം	12—55
വയ്ക്കം	9—45	തലശ്ശേരി	11—45′	ഉഡുപ്പി	13—20

കന്യാകുമാരിയും വിട്ട് കടലിൽ തെക്കോട്ടു കുറെ ദൂരം (സുമാറ് 556 മൈൽ) പോയാൽ ധ്രുവോന്നതി ശൂന്യമാകും. ഉത്തരദക്ഷിണധ്രുവങ്ങൾ ഉത്തരദക്ഷിണ സ്വസ്തികങ്ങളോടും, ഉന്മണ്ഡലം ക്ഷിതിജത്തോടും, ഘടികാമണ്ഡലം പൂർവ്വാപരവൃത്തത്തോടും ചേർന്നുവരുന്നു. ഉജ്ജയനിക്കു നേരെ തെക്കു വരുന്ന ഈ സ്ഥാനത്തെ ജ്യോതിർഗണിതത്തിൽ ലങ്കയെന്നു പറയുന്നു. ഇവിടെ ഉന്മണ്ഡലവും ക്ഷിതിജവും ഒന്നാകയാലാകുന്നു ഉന്മണ്ഡലത്തെ ലങ്കാക്ഷിതിജമെന്നു പറയുന്നത്. ലങ്കയിൽനിന്നു തെക്കോട്ടു പോകുംതോറും ഉത്തരധ്രുവം ക്ഷിതിജത്തിൽനിന്നു അധികമധികം താഴുകയും ദക്ഷിണധ്രുവം അതുകണ്ടു ഉയരുകയും ചെയ്യുന്നു. ഇപ്പോൾ ഉന്മണ്ഡലത്തിന്റെ ദക്ഷിണാർദ്ധം പ്രത്യക്ഷവും ഉത്തരാർദ്ധം അപ്രത്യക്ഷവുമായിരിക്കും. വളരെ തെക്കോട്ടുപോയാൽ ദക്ഷിണധ്രുവം ഉയർന്നുയർന്നു ഖമദ്ധ്യത്തെ പ്രാപിക്കും. അപ്പോൾ ഘടികാമണ്ഡലം ക്ഷിതിജത്തോടു ചേർന്നുവരികയും ചെയ്യും. ഭൂമിയിലെ ഈ സ്ഥാനത്തിന്നു ബഡവാമുഖം എന്നു പറയുന്നു. ലങ്കയിൽനിന്നു വടക്കോട്ടു പോകുംതോറും ഉത്തരധ്രുവം ഉയരുന്നു. ഉജ്ജയനിയിൽ ധ്രുവോന്നതി 23°—16′യും കാശ്മീരത്തിന്റെ തലസ്ഥാനമായ ശ്രീനഗരിയിൽ 34°—12′യും സോവിയററ് റഷ്യയിലെ റേറാബോൾസ്കിയിൽ 58°–50′യുമാകുന്നു. കുറെക്കൂടി വടക്കോട്ടുപോയാൽ ഉത്തരധ്രുവം ഖമദ്ധ്യത്തിൽ കാണപ്പെടുന്നു. ഈ പ്രദേശത്തിന്നു മേരുവെന്നു പേര്. മേരുവിൽ ഘടികാമണ്ഡലം ക്ഷിതിജത്തോടു ചേർന്നു നില്ക്കും. ഘടികാമണ്ഡ

ലസ്ഥനായ സൂൎയ്യൻ ക്ഷിതിജത്തിൽ തന്നെ നിന്നുകൊണ്ടു മേരുവെ വലംവെക്കും. ആറുമാസം ഇവിടെ പകലാണെന്നും ആറുമാസം രാത്രിയാണെന്നും പിന്നീടു വരുന്ന ചില സംഗതികളിൽനിന്നു ഗ്രഹിക്കാം. ബഡവാമുഖത്തിലും ഇപ്രകാരംതന്നെ. പക്ഷെ അവിടെ ക്ഷിതിജത്തിൽ നില്ക്കുന്ന സൂൎയ്യൻ ഇടത്തോട്ടു ചുററുന്നു. മേരുവിൽ പകലാകുമ്പോൾ ബഡവാമുഖത്തു രാത്രിയും, മേരുവിൽ രാത്രിയാകുമ്പോൾ ബഡവാമുഖത്തു പകലും ആയിരിക്കും.

ഈ നിരീക്ഷണങ്ങളിൽനിന്നു ഭൂമി ഉരുണ്ടതാണെന്നു വ്യക്തമാകും. ലങ്കയിൽ നില്ക്കുന്ന ഒരാളും അവിടന്നു വടക്കോട്ടോ തെക്കോട്ടോ മാറി നില്ക്കുന്ന ഒരാളും തമ്മിൽ ചരിവുണ്ടെന്നു വരുന്നു. ഈ ചരിവിന്നു അക്ഷമെന്നു പറയുന്നു. അക്ഷം സദാ ധ്രുവോന്നതിക്കു തുല്യമാകുന്നു. ലങ്കയിൽ കൂടി കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറായി ഭൂമിയെ ചുററുന്ന രേഖയിൽ എങ്ങും ധ്രുവോന്നതിയും അക്ഷവും ശൂന്യംതന്നെ. അതിനാൽ ഈ രേഖയെ നിരക്ഷരേഖയെന്നു പറയുന്നു. മററെല്ലാ ദേശങ്ങളും സാക്ഷദേശങ്ങൾ തന്നെ.

ഇനി സൂൎയ്യന്റെ വാൎഷികചലനവും അതിന്റെ മാൎഗ്ഗത്തിന്നടുത്തായി ചന്ദ്രന്റെയും ഗ്രഹങ്ങളുടേയും സഞ്ചാരവും കൊണ്ടാണ് മററ ചില വൃത്തങ്ങളേയും ആകാശത്തിൽ സങ്കല്പിക്കേണ്ടി വരുന്നത്. നക്ഷത്രങ്ങളെ ആകാശത്തിൽ ഉറപ്പിച്ച് വെച്ചപോലെ തോന്നുന്നു. [ഇവക്ക് അത്യല്പമായ ചില ചലനങ്ങൾ ഉള്ളതു അതിദീൎഘകാലം കൊണ്ടോ അതിസൂക്ഷ്മനിരീക്ഷണംകൊണ്ടോ മാത്രമെ കാണുവാൻ സാധിക്കയുള്ളു]. എന്നാൽ സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാരും ഗ്രഹങ്ങളും അങ്ങിനെയല്ല. അവ ഈ ഉറച്ചിരിക്കുന്ന നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിൽകൂടി ആകാശത്തിന്റെ പല ഭാഗങ്ങളിലും സഞ്ചരിക്കുന്നതായി കാണുന്നു. ഇന്നുരാത്രി കാൎത്തിക നക്ഷത്രങ്ങളുടെ അടുത്തു നില്ക്കുന്ന ചന്ദ്രനെ നാളെ രാത്രി രോഹിണിയുടെ അടുത്തായിക്കാണാം. ഇങ്ങിനെ 27 ദിവസം കൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ ആകാശത്തിൽ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിൽകൂടി ഒരു വട്ടം ചുററി സഞ്ചരിക്കുന്നു. മേടമാസത്തിൽ സൂൎയ്യൻ മേടം നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിലും, ഇടവത്തിൽ ഇടവം നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിലും ആയിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ പന്ത്രണ്ടു മാസംകൊണ്ടു സൂൎയ്യനും ഒന്നു ചുററി സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഇതറിവാൻ എന്നും അസ്തമനസമയത്തു നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഥിതി നോക്കിയാൽ മതി. സൂൎയ്യന്റെ മാൎഗ്ഗത്തെ സൂക്ഷിച്ചറിഞ്ഞാൽ സൂൎയ്യൻ എല്ലാ സംവത്സരങ്ങളിലും ഒരേ വൃത്തത്തിൽതന്നെ നക്ഷത്രങ്ങളിൽകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നു കാണാം. ഈ വൃത്തത്തിന്നു അപക്രമവൃത്തം അല്ലെങ്കിൽ ക്രാന്തിവൃത്തം എന്നു പറയുന്നു.

ക്രാന്തിവൃത്തം ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നു $23° — 27'$ ചരിഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ക്രാന്തിവൃത്തത്തിന്റെ ഒരു പകുതി ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെ വടക്കും മറെറ പകുതി തെക്കും ആകുന്നു. ക്രാന്തി ഘടികാപാതങ്ങൾക്കു വിഷുവത്തുകൾ എന്നു പറയുന്നു. സൂൎയ്യന്റെ സഞ്ചാരത്തിൽ ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെ തെക്കുനിന്നു വടക്കോട്ടു കടക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്നു പൂൎവ്വവിഷുവത്തെന്നും, വടക്കുനിന്നു തെക്കോട്ടു കടക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്നു അപരവിഷുവത്തെന്നും പേരുകൾ.

പൂൎവ്വവിഷുവത്തിലിരിക്കുന്ന സൂൎയ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലസ്ഥനാകുന്നു. അന്നു നേർകിഴക്കുദിച്ച് നേർപടിഞ്ഞാറസ്തമിക്കുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെ നേർപകുതി ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതെയാകയാൽ അന്നു പകലും രാവും തുല്യമായിരിക്കും. ആ ദിവസമാണ് യഥാൎത്ഥമായ വിഷു. ഇതു ഇക്കാലങ്ങളിൽ ഏതാണ്ട് മീനം 8_ാം തിയ്യതിയാണ് ഉണ്ടാകുന്നത്. ദിവസങ്ങൾ കഴിയുംതോറും സൂൎയ്യൻ ക്രാന്തിവൃത്തമാൎഗ്ഗമായി കിഴക്കോട്ടു നീങ്ങുകയും, ക്രാന്തിവൃത്തത്തിന്റെ ചരിവുകൊണ്ടു അതോടുകൂടി ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽനിന്നു വടക്കോട്ടു തെററുകയും ചെയ്യുന്നു. വടക്കോട്ടു മാറുംതോറും സൂൎയ്യൻ സഞ്ചരിക്കുന്ന അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങൾ ചെറുതായി വരുന്നു. എന്നു മാത്രമല്ല അധികമധികം ഭാഗം ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതെ വരികയാൽ പകൽ ക്രമേണ വൎദ്ധിക്കുകയും രാത്രി അതുകൊണ്ട് ചുരുങ്ങുകയും ചെയ്യുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽ നിന്നുള്ള സൂൎയ്യന്റെ അകലത്തിന്നു അപക്രമം, അല്ലെങ്കിൽ അപമം, അല്ലെങ്കിൽ ക്രാന്തിയെന്നു പറയുന്നു. വിഷുതൊട്ടു മൂന്നു മാസംകൊണ്ടു സൂൎയ്യന്നു പരമാപക്രമമുണ്ടാകുന്നു. അന്നു ഏററവും വലിയ പകലും ഏററവും ചെറിയ രാത്രിയുമായിരിക്കും.

പിന്നേയും സൂൎയ്യൻ ക്രാന്തിവൃത്തമാൎഗ്ഗമായി സഞ്ചരിക്കുന്നതോടുകൂടി ഘടികാമണ്ഡലത്തോടു അടുത്തു വരികയും പകൽ ക്രമേണ കുറയുകയും രാത്രി വൎദ്ധിക്കയും ചെയ്യുന്നു. ഇങ്ങിനെ മൂന്നു മാസംകൊണ്ടു സൂൎയ്യൻ പിന്നെയും ഘടികാമണ്ഡലത്തിലെത്തുന്നു. അന്നും രാവും പകലും തുല്യമായിരിക്കയാൽ ഒരു വിഷുദിവസംതന്നെ. ഈ അപരവിഷുവിന്നു ശേഷവും സൂൎയ്യൻ ക്രാന്തിവൃത്തത്തിൽക്കൂടി പൂൎവ്വോന്മുഖമായി സഞ്ചരിച്ച് ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെ തെക്കോട്ടു തെററുന്നു. മൂന്നു മാസത്തോളം ദക്ഷിണക്രാന്തി വൎദ്ധിക്കുന്നു. പിന്നത്തെ മൂന്നു മാസംകൊണ്ടു അതു ചുരുങ്ങി പിന്നേയും ശൂന്യമാകുന്നു. അപ്പോൾ ഒരു സംവത്സരം തികഞ്ഞു. ആദ്യവിഷു രണ്ടാമതും എത്തി. ഈ ആറുമാസവും പകൽ രാത്രിയേക്കാൾ ചുരുങ്ങിയിരിക്കും. എന്നാൽ ആദ്യത്തെ മൂന്നു മാസം പകൽ ക്രമേണ ചുരുങ്ങിവരികയും പിന്നത്തെ മൂന്നു മാസം വൎദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു.

ധനുമാസത്തിലാകുന്നു സൂൎയ്യന്നു ഏററവും വലിയ ദക്ഷിണക്രാന്തി. അന്നുതൊട്ടു 6 മാസത്തോളം സൂൎയ്യൻ ക്രമേണ വടക്കോട്ടു മാറുന്നു. ഈ കാലമെല്ലാം പകൽ ക്രമേണ വൎദ്ധിക്കയും ചെയ്യും. ഇതാകുന്നു ഉത്തരായണകാലം. പിന്നത്തെ ആറുമാസം സൂൎയ്യൻ ക്രമേണ തെക്കോട്ടു നീങ്ങുകയും പകൽ ക്രമേണ ചുരുങ്ങി രാത്രി വൎദ്ധിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. ഈ കാലമാകുന്നു ദക്ഷിണായന കാലം.

അപക്രമവൃത്തത്തിൽ എല്ലായിടത്തുനിന്നും ഒരു വൃത്തപാദം അകലമായി ആകാശത്തിൽ രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നു കാണാം. ഒന്നു തെക്കും ഒന്നു വടക്കുമായിരിക്കും. ഇവ അപക്രമവൃത്തത്തിന്റെ പാൎശ്വങ്ങളാകുന്നു. ദക്ഷിണോത്തരധ്രുവങ്ങൾ ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നെന്നപോലെയിരിക്കും ഈ സ്ഥാനങ്ങൾ അപക്രമവൃത്തത്തിന്നു്. ഇവക്കു രാശികൂടങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. ഉത്തരരാശികൂടം ഉത്തരധ്രുവത്തിൽനിന്നും ദക്ഷിണരാശികൂടം ദക്ഷിണധ്രുവത്തിൽനിന്നും 23° — 27′ അയനസന്ധിവൃത്തംവഴി അകന്നിരിക്കും. രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളിൽ കൂടിയും സൂൎയ്യന്റെ അയനാന്ത്യസ്ഥാനങ്ങളിൽ കൂടിയും സങ്കല്പിക്കുന്ന മഹാവൃത്തമത്രെ അയനസന്ധിവൃത്തം.

അപക്രമവൃത്തത്തിൽ പൂൎവ്വവിഷുവത്തിൽനിന്നു ഇക്കാലത്തു ഏതാണ്ടു 23° കിഴക്കായി മേഷാദിയെന്നൊരു സ്ഥാനമുണ്ടു്. സൂൎയ്യന്റെ സഞ്ചാരത്തിൽ തന്റെ ബിംബമദ്ധ്യം മേഷാദിയിൽ എത്തുന്ന സമയമാകുന്നു മേഷസംക്രമമദ്ധ്യകാലം മേഷാദിതൊട്ടു കിഴക്കോട്ടു അപക്രമവൃത്തത്തെ മുപ്പതീതു അംശമായി മേടം, ഇടവം മുതലായ 12 രാശികളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കുന്നു. രാശികൂടങ്ങളിൽ കൂടിയും ആറു രാശി അകന്ന ഈ രണ്ടു രാശിസന്ധികളിൽ കൂടിയുംപോകുന്ന 6 വൃത്തങ്ങളെ സങ്കല്പിക്കാം. അപക്രമനതങ്ങളായ ഇവക്കു് രാശികൂടവൃത്തങ്ങളെന്നു പേര്. ഇവ ആകാശത്തെ 12 ഖണ്ഡങ്ങളാക്കും. ഓരോ ഖണ്ഡവും അപക്രമവൃത്തത്തിൽ വീതികൂടിയും അവിടന്നു വടക്കോട്ടും തെക്കോട്ടും വീതി ചുരുങ്ങിയും ഇരിക്കും. ഈ ഖണ്ഡങ്ങളെ രാശികളായിക്കരുതുന്നു. അപ്പോൾ ആകാശഗോളം മുഴുവൻ 12 രാശികളെക്കൊണ്ടു നിറഞ്ഞിരിക്കും.

അപക്രമവൃത്തത്തോടും രാശികൂടവൃത്തങ്ങളോടും കൂടി ആകാശഗോളത്തെ കല്പിക്കുമ്പോൾ അതിന്നു ഭഗോളമെന്നു പറയുന്നു. ഈ വൃത്തങ്ങളെല്ലാം ഭഗോളവൃത്തങ്ങളുമാകുന്നു. ഭഗോളവൃത്തങ്ങളാകുന്നു അപേക്ഷയാ ആകാശഗോളത്തിൽ സ്ഥിരമായവ. പറയുവാൻ പോകുന്ന അയനചലനംകൊണ്ടു ഘടികാമണ്ഡലവും ധ്രുവങ്ങളും സ്ഥാനംമാറുന്നു. ഭൂപൃഷ്ഠസ്ഥിതിയനുസരിച്ചു ക്ഷിതിജാദികളായ ഖഗോളവൃത്തങ്ങളും സ്ഥാനം മാറുന്നു.

അപക്രമവൃത്തത്തിൻെറ സ്ഥാനത്തിന്നു എന്നും മാററമില്ല. അതിലുള്ള മേഷാദികളും രാശികാകളും മാററമില്ല. ഘടികാക്രാന്തി പാതമായ പൂർവ്വവിഷുവത്തു ഇക്കാലങ്ങളിൽ മേഷാദിയിൽനിന്നു 23° പടിഞ്ഞാറാണെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലോ. ഈ അകലം കൊല്ലംതോറും $50\frac{1}{4}$ വികല വദ്ധിക്കുന്നു. പൂർവ്വവിഷുവത്തോടൊപ്പം അപരവിഷുവത്തും ഒരു കൊല്ലത്തിൽ $50\frac{1}{4}$ വികല പടിഞ്ഞാറോട്ടു നീങ്ങുന്നു. പൂർവ്വാപരവിഷുവത്തുകളുടെ ഈ വിലോമഗതിക്കു അയനചലനമെന്നു പറഞ്ഞുവരുന്നു. അയനചലനംകൊണ്ടു ക്രാന്തിഘടികാമണ്ഡലങ്ങളുടെ പാതസ്ഥാനങ്ങൾ മാറുകയല്ലാതെ ആ രണ്ടു വൃത്തങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ചരിവിന്നു ഒരു ഭേദവും വരുന്നില്ല. അതിനാൽ രാശികൂടവും ധ്രുവവും തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്നും മാററം വരുന്നില്ല. എന്നാൽ അയനചലനത്തിൻെറ ഫലമായി രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളും അതാതു രാശികൂടങ്ങളുടെ ചുററും വലത്തോട്ടു അതിമന്ദമായി അല്പവൃത്തങ്ങളിൽ സഞ്ചരിക്കും. വട്ടം തികയുവാൻ സുമാറ് 26000 കൊല്ലം വേണ്ടിവരും.

ചന്ദ്രനും ഗ്രഹങ്ങളും അപക്രമവൃത്തത്തിൻെറ അടുത്തായി സഞ്ചരിക്കുന്നു. അപക്രമവൃത്തത്തിൽനിന്നു ഒന്നുംതന്നെ 8 അംശത്തിലധികം വിട്ടു നില്ക്കാറില്ല. അതിനാൽ അപക്രമവൃത്തത്തിൻെറ ഇരുപാടും 8° വീതിയോടു കൂടിയ ഭാഗത്തെ രാശിചക്രമെന്നു പറയുന്നു. ചന്ദ്രൻെറ ഗതി എല്ലായ്പ്പോഴും പൂർവ്വോന്മുഖമായിട്ടാകുന്നു. എന്നാൽ ഗ്രഹങ്ങൾ ചിലപ്പോൾ പടിഞ്ഞാറോട്ടു സഞ്ചരിക്കാറുണ്ട്. എങ്കിലും പ്രായേണ കിഴക്കോട്ടുതന്നെ അവയും സഞ്ചരിക്കുന്നു. രാശിചക്രത്തെ ഒരു വട്ടം പൂർത്തിയാക്കുന്നതിന്നു ഗ്രഹത്തിൻെറ പയ്യയം അഥവാ ഭഗണം എന്നു പറയുന്നു.

പൂർവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു പൂർവ്വവിഷുവത്തുവരെ സൂൎയ്യൻ സഞ്ചരിച്ചു മുഴുവിപ്പിക്കുവാൻ വേണ്ടിവരുന്ന കാലത്തെ സംവത്സരമെന്നു പറഞ്ഞു. ഇങ്ങിനെയാണ് പാശ്ചാത്യർ സംവത്സരം കണക്കാക്കുന്നതു്. ഇതിന്നു പല സൌകൎയ്യങ്ങളും ഉണ്ട്. ഒന്നാമതു യഥാൎത്ഥവിഷു ഒരേ തിയ്യതിക്കുതന്നെ വന്നുകൊണ്ടിരിക്കും. രണ്ടാമതു ഋതുക്കൾ സംവത്സരത്തിൻെറ അതാതു സ്ഥാനങ്ങളിൽതന്നെ എന്നും നിലകൊള്ളും. നമ്മുടെ സംവത്സരം മേഷാദിതൊട്ടു മേഷാദിവരെ ആദിത്യൻ സഞ്ചരിക്കുന്ന കാലമാകുന്നു. ഇതിനെ നാം സൌരവത്സരമെന്നും പാശ്ചാത്യർ നാക്ഷത്രവത്സര (Siderial year) എന്നും പറയുന്നു. ഈ പാശ്ചാത്യ വിഷുവൽസംവത്സരത്തെക്കാൾ സൂൎയ്യന്നു സംവത്സരത്തിലെ അയനചലനമായ $50\frac{1}{4}$ വികല സഞ്ചരിക്കുവാനുള്ള കാലത്തോളം അധികമായിരിക്കും. ഈ കാരണംകൊണ്ടാണ് നമ്മുടെ ആചാരവിഷു ഇന്നു യഥാൎത്ഥവിഷുവിൽനിന്നു 22 ദിവസത്തോളം തെററിക്കാ

ന്നതു്. സംവത്സരത്തെ നാം മാററിയില്ലെങ്കിൽ ഈ ഭേദം ഇനിയും വദ്ധിച്ചു വരും. ഋതുക്കളിലും ഈ അനാശാസ്യമായ മാററം വരും.

ഈ ഭാഗം അവസാനിക്കുന്നതിന്നു മുമ്പു് ഭാരതീയ ജ്യോതിഷഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ സംഖ്യകളെപ്പറയുന്ന സമ്പ്രദായത്തെ വിവരിക്കാം. ഏററവും പുരാതനമായ സമ്പ്രദായം പ്രസിദ്ധശബ്ദങ്ങളെക്കൊണ്ടു അക്കങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുകയാകുന്നു. ഉദാഹരണമായി സമുദ്രം, വേദം എന്ന വാക്കുകൾക്ക നാലു് എന്നും, ലോചനം എന്നതിന്നു രണ്ടു എന്നും, രുദ്രൻ എന്നതിന്നു പതിനൊന്നു എന്നും അത്ഥം സങ്കല്പിക്കുന്നു. “അങ്കാനാം വാമതോ ഗതിഃ” എന്ന നിശ്ചയമനുസരിച്ചു് അക്കങ്ങളെ വലത്തുനിന്നു ഇടത്തോട്ടു വെക്കുകയോ എഴുതുകയോ ചെയ്യുന്നു. ഇപ്രകാരം “വേദാക്ഷിരുദ്രഃ” എന്നതിന്നു 1124 എന്നു വരും. ഈ സമ്പ്രദായമല്ല കരണപദ്ധതി സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ളതു. ആയ്യഭടൻ അക്ഷരങ്ങളെക്കൊണ്ടു വളരെ ചുരുങ്ങിയ വിധത്തിൽ സംഖ്യകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന സമ്പ്രദായവും കരണപദ്ധതിയിലില്ല. കേരളത്തിൽ വളരെക്കാലമായി പ്രചാരമുള്ള ഒരു സമ്പ്രദായമുണ്ടു്. അതുപ്രകാരം ഓരോ അക്ഷരത്തിന്നും ഇന്ന അക്കം എന്നു നിശ്ചയമുണ്ടു്. എല്ലാ സ്വരങ്ങൾക്കും ശൂന്യം. മററു അക്ഷരങ്ങൾക്കുള്ള അക്കങ്ങൾ പട്ടികയായി താഴെ കാണിക്കുന്നു. കൂട്ടക്ഷരത്തിലെ അവസാനത്തെ അക്ഷരം മാത്രം അക്കത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ചില്ലുകൾക്ക അക്കങ്ങൾ ഇല്ല. ഇവിടെയും ‘അങ്കാനാം വാമതോ ഗതിഃ’

1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ക	ഖ	ഗ	ഘ	ങ	ച	ഛ	ജ	ഝ	ഞ
ട	ഠ	ഡ	ഢ	ണ	ത	ഥ	ദ	ധ	ന
പ	ഫ	ബ	ഭ	മ	ക്ത	ഥ	ബ്ദ	ന്ധ	സ്ന
യ	ര	ല	വ	ശ	ഷ	സ	ഹ	ള	ഴ.

എന്ന നിയമത്തെ സ്വീകരിക്കുന്നു. ഇതുപ്രകാരം ‘ചോളരാജഃ’ എന്നതിന്നും “ക്ഷുബ്ധാഃ പ്രജാഃ” എന്നതിന്നും 8296. ദിവസം, നാഴിക, വിനാഴിക എന്നോ കല, വികല, തല്പര എന്നോ വിവിധ പ്രമാണങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഇന്നതുകകളെ സൂചിപ്പിക്കുമ്പോൾ ചില നിശ്ചയങ്ങൾ ചെയ്യുന്നു. ഓരോ പ്രമാണംകൊണ്ടളക്കുന്നതിന്നും കവിഞ്ഞതല്ല ഇത്ര സ്ഥാനമെന്നു കണ്ടു് അത്ര അക്ഷരങ്ങൾ അതിന്നു വെക്കുന്നു. ബാക്കിവരുന്ന അക്കങ്ങളെല്ലാം അവസാനത്തെ പ്രമാണംകൊണ്ടളന്ന സംഖ്യകളാകുന്നു.

മാധവൻ എന്ന കേരളഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ തല്പരാദി കലാന്തമായി ഭുജജ്യാവുകളെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അതിൽ അവസാനത്തെ ജ്യാവു് (ത്രിജ്യാവു്) “ദേവോ വിശ്വസ്ഥലീഭൃഗുഃ” എന്നാകുന്നു. ഇതിൽ ആദ്യത്തെ രണ്ടക്ഷരം തല്പരകളേയും, പിന്നത്തെ രണ്ടക്ഷരം വികലകളേയും, ബാക്കിയുള്ളവ കലകളേയും സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ ഇതിന്നു 3437 കല 44

വികല 48 തല്പര എന്നൎത്ഥം വരുന്നു. ചന്ദ്രന്റെ വാക്യം രാശി, ഭാഗം, കല ഇവയായിട്ടു കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഒന്നാമത്തെ വാക്യം 'ഗീൎന്നശ്രേയഃ' എന്നും 27-ാമത്തെ വാക്യം 'ത്വംരക്ഷാരാജ്യസ്യ' എന്നുമാകുന്നു. ഇവക്കു് ക്രമേണ 0 രാശി 12 ഭാഗം 3 കല എന്നും 11 രാശി 26 ഭാഗം 24 കല എന്നും അൎത്ഥം വരുന്നു. നക്ഷത്രവാക്യം കാൽ നാഴിക, നാഴിക, കഴിഞ്ഞ രാശി ഇവയായിക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അശ്വതിയുടെ വാക്യമായ 'പുരോഗൌ' എന്നതിന്നു 3 രാശി കഴിഞ്ഞു് $2\frac{1}{4}$ നാഴികയെന്നു വരുന്നു. കാലു് നാഴികകളാക്കും രാശിയിൽ ചെല്ലാവുന്ന നാഴികകളാക്കും ഒരു സ്ഥാനം മതിയല്ലോ. ഒരുദാഹരണവുംകൂടിപ്പറയാം. കരണപദ്ധതിയിൽ 'അന്ത്യനന്ത്യതാനനനന്നനിത്യൈ' വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി 'ചണ്ഡാംശുചക്രാദ്ധമകുംഭിപാല' എന്നാകുന്നു എന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇതിന്റെ സാരം 1000,00,00,000 വ്യാസമായ വൃത്തത്തിന്റെ പരിധി. 3141,59,26,536 ആകുന്നു എന്നത്രെ. ഇങ്ങിനെ സംഖ്യകളെ കൊടുക്കുന്ന പേരുകളെ അവയുടെ പരല്പേരു് എന്നു പറഞ്ഞു വരുന്നു.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

പ്രണിപത്യ ഗുരൂൻ സർവ്വാൻ ഗണകാനപി വിശ്രുതാൻ
വ്യാഖ്യാം കരണപദ്ധത്യാഃ കുർവ്വേ യുക്തിപ്രകാശികാം.

— : o : —

പ്രഥമോദ്ധ്യായഃ

—• * •—

മദീയഹൃദയാകാശേ ചിദാനന്ദമയോ ഗുരുഃ
ഉദേതു സതതം സമ്യഗജ്ഞാനതിമിരാരുണഃ 1.
മാർത്താണ്ഡാദീൻ ഗ്രഹാൻ നത്വാ തൽപ്രസാദാദ്വിലിഖ്യതേ
ഗുണഹാരഗുണാദീനാം കരണേ കാപി പദ്ധതിഃ 2.

ഇഷ്ടദേവതയേയും ഗ്രഹങ്ങളേയും നമസ്കരിച്ച് ആചാര്യൻ ഉദ്ദേശത്തെപ്പറയുന്നു. അതു ജ്യോതിർഗണിതത്തിന്നാവശ്യമുള്ള ഗുണകാരഹാരകങ്ങളേയും ജ്യാവുകളേയും വരുത്തുവാനുള്ള ഒരു പദ്ധതി എഴുതുകയാകുന്നു. 'കാപി പദ്ധതി ലിഖ്യതേ' എന്നു പറയുന്നതുകൊണ്ടു പല പ്രകാരത്തിലും ഈ ഗുണകാരാദികളെ വരുത്താമെന്നും എന്നാൽ നല്ലതെന്നു തോന്നുന്നതും അന്നു കേരളത്തിൽ ഗണിതപണ്ഡിതന്മാരുടെ ഇടയിൽ പ്രചാരമുള്ളതും ആയ ഒരു പദ്ധതി ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ എഴുതുന്നു എന്നു വരുന്നു. പദ്ധതി സ്വന്തമല്ലെന്നു സൂചന.

അനന്തരം യുഗപര്യയങ്ങളെപ്പറയുന്നു.

നാനാജ്ഞാനപ്രഗത്ഭസ്ഥിലബലമസൃസൂക്ഷ്മം ധയേദ്ദ്രാജഡംഭോ
ഭദ്രോദന്തോധരേന്ദ്രോ നിരനുസ്സഗധിസൌഖ്യം വരിഷ്ഠോഭിഷംഗഃ
ദോർദണ്ഡാഗ്രേദ്രിനാഥോ വിഷമിതവിപിനം ചന്ദ്രരേഖാംബുഖിന്നേ-
ത്യർക്കാദേഃ പര്യയാഃ സ്യുഃ ക്ഷിതിദിനമനുശംസഃകളാത്ഥീസമർത്ത്യഃ 3.

സൂര്യ്യൻ തുടങ്ങിയ ഗ്രഹങ്ങളുടെ പര്യ്യയങ്ങളാകുന്നു പറയുന്നതു്. സൂര്യ്യന്റെ പര്യ്യയം 'നാനാജ്ഞാനപ്രഗത്ഭഃ' (=43,20,000) എന്നു പറഞ്ഞതുകൊണ്ടു ഇതെല്ലാം 43,20,000 സംവത്സരകാലമായ ചതുര്യ്യുഗത്തിൽ സൂര്യ്യാദിഗ്രഹങ്ങൾ രാശിചക്രത്തെ ചുഴവിപ്പിക്കുന്ന എണ്ണങ്ങളെന്നു വരുന്നു.

ഇവക്ക് ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭഗണങ്ങൾ എന്നും പറയും. ചന്ദ്രന്റെ മാർഗ്ഗത്തിൽ ചന്ദ്രൻ ഭൂമിയിൽനിന്നു ഏററവും അകന്നു നില്ക്കുന്ന സ്ഥാനത്തെ ചന്ദ്രതുംഗൻ എന്നു പറയുന്നു. ചന്ദ്രന്റെ മന്ദോച്ചം എന്നു ഇതിനെപ്പറയും. ആകാശത്തിൽ ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കുന്നതായി നാം കാണുന്ന മാർഗ്ഗത്തെ വിക്ഷേപവൃത്തമെന്നു പറയുന്നു. അതു അപക്രമവൃത്തത്തെ ഛേദിക്കുന്ന സ്ഥാനങ്ങളെ പൂർവ്വാപരപാതങ്ങളെന്നും രാഹുകേതുക്കളെന്നും പറയുന്നു. ചന്ദ്രൻ അപക്രമവൃത്തത്തെ തെക്കുഭാഗത്തുനിന്നു വടക്കോട്ടു കടക്കുന്ന പ്രദേശം രാഹുവും അവിടന്നു കൃത്യം 6 രാശി നീങ്ങിയേടത്തു വടക്കുനിന്നു തെക്കോട്ടു കടക്കുന്ന പ്രദേശം കേതുവുമാകുന്നു. എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളുടേയും മദ്ധ്യമഗതി കിഴക്കോട്ടാകുന്നു. എന്നാൽ രാഹുകേതുക്കളുടേതു വിലോമമായി പടിഞ്ഞാറോട്ടാകുന്നു. സൂര്യോദയംതൊട്ടു സൂര്യോദയം വരെയുള്ള കാലത്തെ ക്ഷിതിദിനം (=ഭൂദിനം) എന്നു പറയുന്നു. ഒരു നക്ഷത്രത്തിന്റെ ഉദയംതൊട്ടു ഉദയം വരെയുള്ള കാലത്തെ നാക്ഷത്രദിനമെന്നും പറയുന്നു. ആകാശഗോളത്തിന്റെ ഒരു ഭ്രമണത്തിന്നു വേണ്ടുന്ന കാലം ഒരു നാക്ഷത്രദിനമാകുന്നു. ഗോളം ഒരു കല നീങ്ങുവാനുള്ള കാലത്തെ ഒരു പ്രാണൻ എന്നു പറയുന്നു. ഇതു 10 ഗുർവ്വക്ഷരത്തിന്നു തുല്യം. 60 ഗുർവ്വക്ഷരം കൂടിയാൽ ഒരു വിനാഴികയുമാകുന്നു. നക്ഷത്രാങ്കിതമായ ആകാശം തിരിയുന്നതോടുകൂടി ക്ഷിതിജാദി ഖഗോളവൃത്തങ്ങൾ ആകാശത്തിൽ നക്ഷത്രങ്ങളിൽകൂടി കിഴക്കോട്ടുനീങ്ങുന്നു. അതിനാൽ ആര്യ്യഭടൻ "പ്രാണേനൈതികലാംഭൂഃ" എന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

യുഗഭഗണങ്ങളേയും അവയിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന കലാത്മക ദിനഗതികളേയും താഴെ പട്ടികയായി കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	(വാക്യം) പര്യ്യയസംഖ്യ	(അക്കം)	കലാത്മകദിനഗതി
സൂര്യൻ	നാനാജ്ഞാനപ്രഗതഃ	43,20,000	59·13617157
ചന്ദ്രൻ	തിലഖലമസുസൂക്ഷ്മം	5,77,53,336	790·58129313
ചന്ദ്രതുംഗൻ	ധയേദ്രാജദംഭോ	4,88,219	6·68319503
ചൊവ്വ	ഭദ്രോദന്തോധരേന്ദ്രോ	22,96,824	31·44105975
ബുധൻ	നിരനുസൃഗധിസൌഖ്യം	1,79,37,020	245·53858614
വ്യാഴം	ഗരിഷ്ഠോഭിഷംഗഃ	3,64,224	4:98583633
ശുക്രൻ	ദാർദണ്ഡാഗ്രേദ്രിനാഥഃ	70,22,388	96·12896796
ശനി	വിഷമിതവിപിനം	1,46,564	2·00630413
ചന്ദ്രപാതൻ	ചന്ദ്രരേഖാംബുഖിന്നേ	2,32,226	3·17892513
ഭൂദിനം	അനൃശംസഃകളാത്ഥസമർത്ഥ്യഃ	157,79,17,500	....

ഇവയെല്ലാം ആര്യ്യഭടൻ ദശഗീതികയിൽ പറഞ്ഞവയാണ്. ഈ പര്യ്യയങ്ങളേയും ഗതികളേയും മേലാൽ ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽതന്നെ ഭേദപ്പെടുത്തുന്നുണ്ട്.

ഇനി ചതുർയ്യുഗത്തിലെ സൌരാദിമാസസംഖ്യകളെ വരുത്തും പ്രകാരം.

രൂപാഹതാക്കഭഗണാഃ ഖലു സൌരമാസാ
മാസാ രവീന്ദുഭഗണാന്തരമേവ ചാന്ദ്രാഃ
ചന്ദ്രാക്കമാസവിവരം ച യുഗാധിമാസാ
മാസാഃ പുനർന്നഗഹതാ ദിവസസ്യുരൂപാഃ 4

സാരം:— അക്കഭഗണങ്ങളെ രൂപം (=12) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു സൌരമാസങ്ങളും, സൂൎയ്യന്റേയും ചന്ദ്രന്റേയും ഭഗണങ്ങളുടെ അന്തരം ചാന്ദ്രമാസങ്ങളും, ചാന്ദ്രമാസങ്ങളുടേയും സൌരമാസങ്ങളുടേയും അന്തരം യുഗാധിമാസങ്ങളും ആകുന്നു. മാസങ്ങളെ നഗം (=30) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു സൌരചാന്ദ്രാധിദിനങ്ങളുമാകുന്നു.

യുഗത്തിലെ സൂൎയ്യഭഗണസംഖ്യ തന്നെയാണല്ലോ സംവത്സരസംഖ്യ. സൌരമാസം എന്നു പറയുന്നതു സൂൎയ്യൻ ഒരു രാശി സഞ്ചരിക്കുവാനുള്ള കാലം. അതിനാൽ സംവത്സരസംഖ്യയെ 12 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ സൌരമാസസംഖ്യ കിട്ടുമെന്നു സ്പഷ്ടം. സൂൎയ്യൻ ഒരു ഭാഗം (=1°) സഞ്ചരിക്കുന്ന കാലത്തെ സൌരദിനമെന്നു പറയുന്നു. അതിനാൽ ഓരോ സൌരമാസത്തിലും 30 സൌരദിനങ്ങൾതന്നെ. ഇങ്ങിനെ സൂൎയ്യഭഗണത്തെ 12കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ യുഗസൌരമാസങ്ങളും അതിനെ 30കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ യുഗസൌരദിനങ്ങളും ഉണ്ടാകുന്നു. സൌരദിനം ഭൂദിനത്തിൽ നിന്നും നാക്ഷത്രദിനത്തിൽ നിന്നും വിഭിന്നമാകുന്നു.

അമാവാസ്യാന്തംതൊട്ടു അമാവാസ്യാന്തംവരെയുള്ള കാലത്തെ ഒരു ചാന്ദ്രമാസമെന്നു പറയുന്നു. ചാന്ദ്രമാസത്തിൽ ശരാശരി 29·5306 ഭൂദിവസങ്ങളും സൌരമാസത്തിൽ ശരാശരി 30·4380 ഭൂദിവസങ്ങളും പെടും. ചാന്ദ്രമാസം അതിനാൽ സൌമാസത്തേക്കാൾ ചെറിയതാകുന്നു. ഒരു സൌരവഷത്തിൽ ശരാശരി 12·3688 ചാന്ദ്രമാസങ്ങൾ ഉണ്ടായിരിക്കും. യുഗാരംഭത്തിൽ സൂൎയ്യനും ചന്ദ്രനും ഒരുമിച്ചു നില്ക്കുന്നു. പിന്നീടു രണ്ടും പൂവ്വോന്മുഖമായി സഞ്ചരിച്ച് സൂൎയ്യൻ 43,20,000 വട്ടവും ചന്ദ്രൻ 5,77,53,336 വട്ടവും ഭചക്രം ചുററുന്നു. ഇതു ചതുർയ്യുഗത്തിൽ. ചതുർയ്യുഗാന്ത്യത്തിൽ സൂൎയ്യനും ചന്ദ്രനും ഒരുമിച്ചുതന്നെ നില്ക്കുന്നു. അതിനാൽ ചതുർയ്യുഗാദിയിലെ രവിചന്ദ്രയോഗത്തിനുശേഷം ചതുർയ്യുഗത്തിൽ (5,77,53,336 — 43,20,000) രവിചന്ദ്രയോഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമെന്നു വരുന്നു. ഇതു ചാന്ദ്രമാസങ്ങളുടെ എണ്ണവുമാകുന്നു. ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ 30 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ചാന്ദ്രദിനങ്ങളുടെ അഥവാ തിഥികളുടെ എണ്ണം ഉണ്ടാകുന്നു.

യുഗത്തിലെ സൌരമാസങ്ങളുടെ എണ്ണത്തേക്കാൾ അധികമാണല്ലോ ചാന്ദ്രമാസങ്ങളുടെ എണ്ണം. ഈ അധികമുള്ള ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ അധിമാസങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ഏതാണ്ട് മുമ്മൂന്നു കൊല്ലങ്ങൾ കൂടുമ്പോൾ ഒരു അധിമാസമുണ്ടാകുമെന്നു കാണാം. അധിമാസസംഖ്യയെ 30 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അധിദിനങ്ങളുണ്ടാകുന്നു.

അനന്തരം യുഗത്തിലെ ക്ഷയദിനങ്ങളേയും നാക്ഷത്രദിനങ്ങളേയും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ചാന്ദ്രമാസാ നഗാഭ്യസ്താ ഭൂദിനോ നാസ്തിഥിക്ഷയാഃ
ഭൂദിനാഢ്യൿഭഗണാ നാക്ഷത്രദിവസാഃ സ്മൃതാഃ 5

സാരം:— ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ നഗം (=30) കൊണ്ടു പെരുക്കിയതിൽനിന്നു ഭൂദിനസംഖ്യ കിഴിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു ക്ഷയദിനങ്ങളുടെ സംഖ്യയാകുന്നു. ഭൂദിനങ്ങളോടു അൿഭഗണങ്ങളെ കൂട്ടിയാൽ നാക്ഷത്രദിവസസംഖ്യയുമായി.

ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ 30 കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ കിട്ടുന്നതു തിഥികളുടെ എണ്ണം. ഈ തിഥികളേക്കാൾ ഭൂദിനസംഖ്യ എത്ര കുറഞ്ഞിരിക്കുമോ അതു ക്ഷയാഹസ്സുകൾ അഥവാ ക്ഷയദിനങ്ങൾ.

സൂൎയ്യൻ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിൽകൂടി ക്രമേണ കിഴക്കോട്ടു സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഒരു ദിവസം സൂൎയ്യനും ഒരു നക്ഷത്രവും ഒരുമിച്ചുദിച്ചാൽ പിറ്റേ ദിവസം നക്ഷത്രം ഉദിച്ച് അല്പം നേരം കഴിഞ്ഞേ സൂൎയ്യൻ ഉദിക്കയുള്ളു. ഏതാണ്ട് 10 വിനാഴികയോളം ഉദയസമയങ്ങൾ തമ്മിൽ ഭേദം കാണും. ഇങ്ങിനെ ഉദയാന്തരം വൎദ്ധിച്ച് ഒരു സംവത്സരം തികയുമ്പോൾ പിന്നേയും സൂൎയ്യനും നക്ഷത്രവും ഒരുമിച്ചുദിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഒരു സംവത്സരത്തിൽ സൂൎയ്യോദയങ്ങളേക്കാൾ നക്ഷത്രോദയങ്ങൾ ഒന്നധികമായിരിക്കും. എന്നുവെച്ചാൽ ഒരു സംവത്സരത്തിൽ ഭൂദിനത്തേക്കാൾ നാക്ഷത്രദിനങ്ങൾ ഒന്നധികമായിരിക്കും. അതിനാൽ യുഗത്തിൽ ഭൂദിവസങ്ങളേക്കാൾ സംവത്സരസംഖ്യയോളം അധികം നാക്ഷത്രദിവസങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു.

4ഉം 5ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ പറഞ്ഞ പ്രകാരം കാണുന്ന സൌരമാസാദികളെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

സൌരമാസങ്ങൾ:	5,18,40,000	'അനൂനം നവദൎപ്പണം'
ചാന്ദ്രമാസങ്ങൾ:	5,34,33,336	'ചണ്ഡാലബാലോവിഗ്ഘ്നഃ'
അധിമാസങ്ങൾ:	15,93,336	'ചണ്ഡാലോബുദ്ധിശ്ശൂന്യഃ'
ക്ഷയാഹസ്സുകൾ:	2,50,82,580	'അഹീശോരാഹൂനിൎമ്മുഖം'
നാക്ഷത്രദിനങ്ങൾ:	158,22,37,500	'ഇനോമാസാംബരരാജമയഃ'

ഇനി കല്പത്തേയും കല്പഭഗണങ്ങളേയും പറയുന്നു.

ഏവം യുഗോക്താ ഭഗണാദയസ്തേ
ദിനാനയഘ്നാസ്തു ഭവന്തി കല്പേ
ചതുർദ്ദശ സ്യുർമ്മനവോത്ര തേഷാം
യുഗാനി രാസപ്രമിതാനി യസ്മാൽ. 6

സാരം:— ഇപ്രകാരം ചതുർയ്യുഗത്തിലേക്കു പറഞ്ഞ ഭഗണങ്ങളെ ദിനാനയ (=1008) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ, അവ കല്പഭഗണങ്ങളാകും. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ 72 (=രാസ) ചതുർയ്യുഗങ്ങളും അടങ്ങിയ 14 മനുക്കളാകുന്നു ഒരു ചതുർയ്യുഗത്തിൽ.

ഇപ്രകാരം 72 ചതുർയ്യുഗങ്ങളും കൂടിയാൽ ഒരു മന്വന്തരവും 14 മന്വന്തരങ്ങളും കൂടിയാൽ ഒരു കല്പവുമാകുന്നു. അതിനാൽ ഒരു കല്പത്തിൽ 1008 ചതുർയ്യുഗങ്ങളും. ഇതു ആര്യ്യഭടാചാര്യ്യരുടെ മതമാകുന്നു. ഭാസ്കരാചാര്യ്യർ സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിൽ 71 ചതുർയ്യുഗം കൂടിയതു ഒരു മന്വന്തരമാണെന്നും ഇങ്ങിനെ 14 മന്വന്തരങ്ങളും ആകെ 6 ചതുർയ്യുഗകാലത്തോളം പോന്ന 15 സന്ധികളും കൂടി 1000 ചതുർയ്യുഗകാലങ്ങളോളം പോന്ന കാലത്തെ കല്പമെന്നു പറയുന്നു. സൂര്യ്യസിദ്ധാന്തത്തിലും 1 കല്പത്തിന്നു 1000 ചതുർയ്യുഗമെന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു.

അനന്തരം വർത്തമാനകല്പത്തിൽ ചെന്ന യുഗപാദങ്ങളെപ്പറയുന്നു.

കൃതത്രേതാദ്വാപരാഖ്യഃ കലിശ്ചൈതേ യുഗാംഘ്രയഃ
യുഗാംഘ്രയസ്തു കല്പേസ്മിൻ ധിഗാദിത്യമിതാ ഗതാഃ 7

സാരം:— കൃത, ത്രേതാ, ദ്വാപര, കലി ഇവയാകുന്നു യുഗപാദങ്ങൾ. വർത്തമാനകല്പത്തിൽ 1839 (=ധിഗാദിത്യ) യുഗപാദങ്ങൾ കഴിഞ്ഞുപോയി.

1839 യുഗപാദം = 6 മന്വന്തരം 27 ചതുർയ്യുഗം 3 യുഗപാദം. യാതൊരു വിശേഷണങ്ങളും കൂടാതെ യുഗപാദം എന്നു പറഞ്ഞതുകൊണ്ടു ഓരോ പാദവും ചതുർയ്യുഗത്തിന്റെ നാലിലൊന്നു എന്നു വരുന്നു. ഇതിലും ഗ്രന്ഥകർത്താവു് ആര്യ്യഭടാചാര്യ്യനെ അനുസരിക്കുന്നു. ആചാര്യ്യർ ദശഗീതികയിൽ 'ബുധാഹ്ന്യജാർക്കോദയാച്ചലങ്കായാം' എന്നു പറഞ്ഞതുകൊണ്ടു ലങ്കയിൽ ഉദയസമയത്തു സൂര്യ്യനും മററു ഗ്രഹങ്ങളും മേഷാദിയിൽ നില്ക്കുമ്പോൾ ബുധനാഴ്ച ചതുർയ്യുഗം ആരംഭിച്ചുവെന്നു പ്രസ്താവിക്കുന്നു. അടുത്ത ഗീതിയിൽ 'ഗുരുദിവസാച്ച ഭാരതാൽ പൂർവ്വം' വർത്തമാനകല്പത്തിൽ 6 മനുക്കളും 27 യുഗങ്ങളും 3 യുഗപാദങ്ങളും കഴിഞ്ഞു എന്നു പറയുന്നു. അതി

നാൽ കഴിഞ്ഞ ദ്വാപരയുഗാന്ത്യം വ്യാഴാഴ്ചയായിരുന്നുവെന്നും കലിയുഗം വെള്ളിയാഴ്ച തുടങ്ങിയെന്നും വരുന്നു. യുഗപാദങ്ങൾ തുല്യമായാൽ ഇങ്ങിനെ വരുന്നതാണ്. യുഗഭൂദിനം $= 157,79,17,500$ യുഗപാദങ്ങൾ തുല്യമാണെങ്കിൽ ദ്വാപരാന്ത്യംവരെ ഭൂദിനം $157,79,17,500 \times \frac{3}{4} = 118,34,38,125$ ദി $= 169062589$ ആഴ്ച 2 ദിവസം. അതിനാൽ ദ്വാപരത്തിലെ അവസാനത്തെ രണ്ടു ദിവസം ബുധനും വ്യാഴവുമെന്നു വരുന്നു. കലിയുഗാരംഭം വെള്ളിയാഴ്ചതന്നെ.

സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിലും സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിലും പറയുന്നതുപോലെ കലിയുഗം ചതുർയുഗത്തിന്റെ പത്തിലൊന്നും ദ്വാപരം അതിന്റെ ഇരട്ടിയും, ത്രേതായുഗം 3 മടങ്ങും കൃതയുഗം 4 മടങ്ങും എന്ന അഭിപ്രായം ആര്യഭടൻ സ്വീകരിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ദ്വാപരാന്ത്യം വരെ യുഗത്തിൽ കഴിഞ്ഞ കാലം $= 157,79,17,500 \times \frac{9}{10} = 142,01,25,750$ ദി $= 202875107$ ആഴ്ച, 1 ദിവസം. അതിനാൽ കലിയുഗം വ്യാഴാഴ്ച തുടങ്ങിയെന്നു വരും.

ഇതിൽ മാത്രമല്ല ആര്യഭടനും മററാചാര്യന്മാരും തമ്മിൽ ഭേദം. ആര്യഭടീയപ്രകാരം 459 $(= 72 \times 6 + 27)$ ചതുർയുഗങ്ങൾ കഴിഞ്ഞുപോയി. ഓരോ ചതുർയുഗത്തിലും തികഞ്ഞ ആഴ്ചകൾക്കു പുറമെ 5 ദിവസവും ഉണ്ടാകും. $459 \times 5 \div 7$. എന്നതിൽ ഫലം 327 ശിഷ്ടം 6. അതിനാൽ വർത്തമാനചതുർയുഗം ബുധനാഴ്ച തുടങ്ങണമെങ്കിൽ വർത്തമാന കല്പം വ്യാഴാഴ്ച തുടങ്ങിയിരിക്കണം. എന്നാൽ ഭാസ്കരാചാര്യൻ വർത്തമാന കല്പം ഞായറാഴ്ച തുടങ്ങിയെന്നു പറയുന്നു.

ഈവക ഭേദങ്ങളിൽനിന്നു ചതുർയുഗം, കല്പം മുതലായ സങ്കല്പങ്ങൾ ഗണിതത്തെ ആശ്രയിച്ചും അതിന്റെ സൌകര്യത്തിന്നു വേണ്ടിയും പണ്ഡിതന്മാർ സങ്കല്പിച്ചിട്ടുള്ള ചില കാലങ്ങളെന്നല്ലാതെ മറെറാരുവിധത്തിൽ—പ്രത്യേകിച്ച് ചരിത്രദൃഷ്ട്യാ—അവയിൽ യാഥാർത്ഥ്യമില്ലെന്നു വരുന്നു. കരണപദ്ധതി 5-ാം അദ്ധ്യായത്തിൽ "കല്പാദീനാം പ്രമാണം തു ബഹുധാ കല്പ്യതെ ബുധൈഃ ഉപേയസ്യൈവ നിയമോ നോപായസ്യേതി യൽ തതഃ" എന്നു തുറന്നു പറയുന്നു. കല്പം ഗണിതത്തിന്നു വേണ്ടിയുള്ള ഉപായം ആണെന്നു സാരം. പുരാണാദിഗ്രന്ഥങ്ങൾ കല്പത്തിനു 1000 ചതുർയുഗമായി സ്വീകരിച്ചുകാണുന്നതു ഇവിടെ പ്രസ്താവ്യമാണ്.

അനന്തരം വർത്തമാനയുഗപാദത്തിൽ ചെന്ന സംവത്സരങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഗതവർഷാന്ത കോളംബവർഷാസ്തരളഗാനപിതാഃ
കല്യബ്ദാ ധീസ്ഥകാലാഢ്യാഃ ശകാബ്ദാ വാ ഭവന്തി തേ 8

സാരം:— കഴിഞ്ഞ സംവത്സരാവസാനത്തെ കൊല്ലവൎഷസംഖ്യ യോടു തരളഗം(=3926) കൂട്ടിയാലും, ശകവൎഷസംഖ്യയോടു ധീസ്ഥകാലം (=3179) കൂട്ടിയാലും കലിവൎഷസംഖ്യയുണ്ടാകുന്നു.

ഇവിടെ സംവത്സരാവസാനമെന്നു പറയുന്നതു മീനമാസാന്ത്യംതന്നെ. ഇതുതന്നെ മേഷസംക്രമവും. കോളംബവൎഷം തുടങ്ങുന്നതു മലബാറിൽ കന്നി 1-ാം തിയ്യതിയും തിരുവിതാംകൂറിലും കൊച്ചിയിലും ചിങ്ങം 1-ാംതിയ്യതിയുമായതിനാൽ മേഷസംക്രമത്തിന്നു ഇവിടങ്ങളിലെല്ലാം ഓരേ കോളംബ (കൊല്ല) വൎഷമായിരിക്കും. ആ കൊല്ലത്തിന്റെ സംഖ്യയോടു 3926 (തരളഗം) കൂട്ടിയാൽ ആ സംവത്സരാവസാനംവരെ കഴിഞ്ഞ കലിവൎഷസംഖ്യയായി. ഉം. 1121 മേഷസംക്രമത്തിന്നു കഴിഞ്ഞ കലിവൎഷങ്ങൾ =1121 +3926=5047.

ഉത്തര ഇന്ത്യയിൽ ശകവൎഷം തുടങ്ങുന്നതു ചൈത്രമാസത്തിലെ ശുക്ലപക്ഷപ്രതിപദം തൊട്ടും ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിൽ മേഷസംക്രമം തൊട്ടുമാകുന്നു. പ്രതിപദംതൊട്ടു മേഷസംക്രമംവരെ കുറച്ചുദിവസം മാത്രം ഉത്തര ഇന്ത്യയിലും ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിലും ശകവൎഷസംഖ്യ ഒന്നുതന്നെയായിരിക്കും. മേഷസംക്രമം കഴിഞ്ഞാൽ ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിൽ സംഖ്യ ഒന്നധികമായിരിക്കയും ചെയ്യും.

ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിൽ മേഷസംക്രമത്തിന്നു ഗതമായ ശകവൎഷസംഖ്യയോടും ഉത്തര ഇന്ത്യയിൽ മേഷസംക്രമദിവസത്തെ വൎത്തമാന ശകവൎഷസംഖ്യയോടും 3179 കൂട്ടിയാൽ ഗതകലിവൎഷമുണ്ടാകുന്നു.

3926−3179=747. അതിനാൽ ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിൽ മേഷസംക്രമകാലത്തെ കോളംബവൎഷത്തോടു 747 (=സഭാസ്ഥാനം) കൂട്ടിയാൽ ഗതമായ ശകവൎഷങ്ങൾ കിട്ടും. അതു ഉത്തര ഇന്ത്യയിലെ വൎത്തമാന ശകവൎഷവുമായിരിക്കും. 1121 മേഷസംക്രമത്തിന്നു ഗതശകവൎഷം 1121+747=1868. മേലാൽ തുടങ്ങുന്ന ശകവൎഷം 1869. ഇതു ദക്ഷിണ ഇന്ത്യയിൽ. ഉത്തര ഇന്ത്യയിൽ അന്നു 1868 ചൈത്രമാസവുമായിരിക്കും.

ഇനി കണ്ടോ പറഞ്ഞോ അറിയുന്ന ചാന്ദ്രമാസത്തിൽനിന്നും തിഥിയിൽനിന്നും കലിദിനം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

കല്യബ്ദതഃ പ്രിയഹതാദ് ഗതമാസയുക്താ—
ച്ചാന്ദ്രാഖ്യമാസ ഗുണിതാദ്രവിമാസലബ്ധൈഃ
നാഗാഹതസ്തിഥിയുതഃ ക്ഷിതിവാസരഘ്ന—
ശ്ചാന്ദ്രൈൎദ്ദിനൈരപഹൃതോ ദ്യുഗണോച്ചവാരാൽ 9

സാരം:— തികഞ്ഞ കലിവർഷങ്ങളെ 12 (=പ്രിയ) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് വൎത്തമാനാബ്ദത്തിൽ ചെന്ന മേഷാദിമാസങ്ങളെ കൂട്ടി കിട്ടിയതിനെ യുഗചാന്ദ്രമാസസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു യുഗരവിമാസസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയ ഫലത്തെ 30 (=നാഗാ) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് വൎത്തമാന ചാന്ദ്രമാസത്തിൽ ചെന്ന തിഥികൾ കൂട്ടി അതിനെ യുഗഭൂദിനസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് യുഗചാന്ദ്രദിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം അഹൎഗ്ഗണമാകുന്നു. ഇതു വെള്ളിയാഴ്ചതൊട്ടു എണ്ണുന്നതുമാകുന്നു.

കലിവൎഷത്തെ 12 കൊണ്ടു പെരുക്കി മേഷാദിമാസങ്ങൾ കൂട്ടികിട്ടുന്നതു കഴിഞ്ഞ രവിമാസങ്ങളുടെ സംഖ്യയും, ഇതിനെ യുഗചാന്ദ്രമാസം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു യുഗസൌരമാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം (ശിഷ്ടംവിട്ട്) വൎത്തമാനചാന്ദ്രമാസാരംഭത്തിൻെറ മുമ്പ് കഴിഞ്ഞുപോയ ചാന്ദ്രമാസങ്ങളും ആകുന്നു. ഈ ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ 30 കൊണ്ടു പെരുക്കി അമാവാസിതൊട്ടുള്ള തിഥികളും കൂട്ടിയാൽ ഇഷ്ടദിവസംവരെ കഴിഞ്ഞ തിഥികളുടെ എണ്ണമായി. യുഗഭൂദിനംകൊണ്ടു ഇതിനെ ഗുണിച്ചു യുഗചാന്ദ്രദിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതു വൎത്തമാനതിഥിയുടെ മുമ്പ് കഴിഞ്ഞ ഭൂദിനസംഖ്യയാകുന്നു. ഇതു വെള്ളിയാഴ്ചതൊട്ടു തുടങ്ങി. അവസാനത്തെ ഹരണത്തിൽ ശിഷ്ടത്തെ വിടുന്നതുകൊണ്ടും വൎത്തമാനതിഥിയിൽ ചെന്ന ഭാഗത്തെ വിടുന്നതുകൊണ്ടും ഇവിടെ കിട്ടിയ ഫലം ഒരു ദിവസം ചില പ്പോൾ കുറഞ്ഞെന്നു വരാം. അതിനാൽ മേൽപ്രകാരം കിട്ടിയ ദിനഗണത്തെ 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ച് ശിഷ്ടത്തെ വെള്ളിയാഴ്ചതൊട്ടെണ്ണി അവസാനിക്കുന്നതു തലേദിവസത്തെ ആഴ്ചയല്ലെങ്കിൽ ദിനഗണത്തിൽ ഒന്നുകൂടി കൂട്ടണം. അങ്ങിനെ എണ്ണി അവസാനിക്കുന്ന ആഴ്ച തലേദിവസത്തേതായി വരണം.

അനന്തരം ഗുണനഹരണങ്ങൾക്കുള്ള എളുപ്പവഴി പറയുന്നു.

ഗുണഹാരാന്തരഗുണിതം ഗുണ്യം
ഹാരാഹൃതം തു വാ ഗുണ്യേ
ഗുണകാരാധികാല്പകതോ
സ്വമൃണം കുൎയ്യാൽ ഫലസ്യ സംസിദ്ധ്യൈ. 10

സാരം:— ഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ അന്തരംകൊണ്ടു ഗുണ്യത്തെ ഗുണിച്ചു ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഗുണകാരം ഹാരകത്തേക്കാൾ വലിയതെങ്കിൽ ഫലത്തെ ഗുണ്യത്തോടു കൂട്ടുകയും, കുറവെങ്കിൽ ഗുണ്യത്തിൽനിന്നു കളകയും ചെയ്ക. എന്നാൽ ഗുണ്യത്തെ ഗുണകാരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലംതന്നെ വരും.

ക ഗുണ്യമെന്നും ഗ ഗുണകാരമെന്നും ഹ ഹാരകമെന്നും കരുതുക.

(1) ഗുണകാരം ഹാരകത്തെക്കാൾ വലിയതെങ്കിൽ

$$\text{ക} \times \frac{\text{ഗ}}{\text{ഹ}} = \text{ക} \times \frac{\text{ഹ} + (\text{ഗ} - \text{ഹ})}{\text{ഹ}} = \text{ക}\left(1 + \frac{\text{ഗ} - \text{ഹ}}{\text{ഹ}}\right)$$

$$= \text{ക} + \text{ക}.\frac{\text{ഗ} - \text{ഹ}}{\text{ഹ}}$$

(2) ഗുണകാരം ഹാരകത്തെക്കാൾ ചെറുതെങ്കിൽ

$$\text{ക} \times \frac{\text{ഗ}}{\text{ഹ}} = \text{ക} \times \frac{\text{ഹ} - (\text{ഹ} - \text{ഗ})}{\text{ഹ}} = \text{ക}\left(1 - \frac{\text{ഹ} - \text{ഗ}}{\text{ഹ}}\right)$$

$$= \text{ക} - \text{ക}.\frac{\text{ഹ} - \text{ഗ}}{\text{ഹ}}$$

യുഗചാന്ദ്രമാസംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു യുഗരവിമാസംകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നേടത്തും മററും ഇതു ഉപയോഗിക്കാം.

അനന്തരം ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഹർഗ്ഗണാൽ ഖേചരപര്യയഘ്നാദ്
ധരാദിനാപ്താ ഭഗണാദിഖേടാഃ
ത്രിഭാന്വിതം തത്ര ഭവേദ് വിധൂച്ചം
വിധുന്തുദശ്ചക്രദലാദ് വിശുദ്ധഃ 11

സാരം:— കല്യാദ്യഹർഗ്ഗണത്തെ ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻേറയും പര്യയസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് യുഗഭൂദിനസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭഗണാദിയായ ഗ്രഹമദ്ധ്യമം വരുന്നു. അവിടെ ചന്ദ്രതുംഗന്നു കിട്ടിയ ഫലത്തോടു മൂന്നു രാശി കൂട്ടുകയും രാഹു (=വിധുന്തുദഃ) വിന്നു കിട്ടിയ ഫലത്തെ ആറു രാശിയിൽനിന്നു കളകയും വേണം.

യുക്തി സുഗമം. ഭഗണങ്ങളായി കിട്ടുന്ന ഫലത്തെ വിട്ടു രാശ്യാദിയായ അവയവങ്ങൾതന്നെ മദ്ധ്യമം. ചന്ദ്രതുംഗൻെറ യുഗഭഗണം 488219. അതിനാൽ ദ്വാപരാന്ത്യത്തിൽ കഴിഞ്ഞതു $4,88,219 \times \frac{3}{4} = 3,66,164$ ഭഗണം 3 രാശി. എന്നുവെച്ചാൽ കല്യാരംഭത്തിൽ ചന്ദ്രതുംഗൻ കർക്ക്യാദിയിലായിരുന്നു. അതിനാൽ ഫലത്തോടു 3 രാശി കൂട്ടണമെന്നു പറഞ്ഞു. ദ്വാപരാന്ത്യത്തിൽ രാഹുവിന്നു കഴിഞ്ഞ ഭഗണം $= 2,32,226 \times \frac{3}{4} = 1,74,169$ ഭഗണം 6 രാശി. കല്യാദിയിൽ രാഹു തുലാദിയിലായിരുന്നു. രാഹുവിൻെറ ഗതി സദാ വിലോമമാകയാൽ രാഹുവിന്നു കിട്ടിയ ഫലത്തെ 6 രാശിയിൽനിന്നു കിഴിക്കുവാനും പറഞ്ഞു. മറ്റെല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും കല്യാദിയിൽ ഭഗണം തികച്ച് മേഷാദിയിൽ നിന്നിരുന്നു.

ഇതുവരെ പറഞ്ഞതെല്ലാം ആര്യഭടീയപ്രകാരമുള്ള ഗണിതമാണ്. ഗ്രന്ഥനിർമ്മാണകാലത്തിന്നു മുമ്പുതന്നെ ഈ ഗണിതപ്രകാരം കിട്ടുന്ന മദ്ധ്യമങ്ങളും മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു വരുത്തുന്ന സ്ഫുടങ്ങളും ദൃക്ഫലത്തിന്നു ഒക്കാതെ കാണുകയാൽ ആര്യഭടീയനിർമ്മാണകാലംതൊട്ടുതന്നെ ഗ്രഹഗതികളിലും യുഗഭഗണ സംഖ്യകളിലും ചില സംസ്കാരങ്ങൾ അത്യാവശ്യമായിവന്നു. ഈ സംസ്കാരങ്ങൾ ശകവർഷം 444 കഴിഞ്ഞതു തൊട്ടു ചെയ്യുന്നതിനാൽ ഇവക്ക് ശകാബ്ദസംസ്കാരമെന്നു പറയുന്നു. 12 തൊട്ടു 23 വരെ ശ്ലോകങ്ങളിൽ ഈ സംസ്കാരങ്ങളെ പ്രതിപാദിക്കുന്നു.

ആദ്യമായി മദ്ധ്യമത്തിലുള്ള ശകാബ്ദസംസ്കാരത്തെപ്പറയുന്നു.

വാഗ്ഭാവോനാച്ഛകാബ്ദാദ് ധന, ശത, ല —
യഹാന്മന്ദ, വൈലക്ഷ്യ, രാഗൈഃ
പ്രാപ്താഭിർലിപ്തികാഭിർവ്വിരഹിത ത —
നവ ശ്ചന്ദ്ര തത്തുംഗ പാതാഃ
ശോഭാ, നീരൂഢ, സംവിദ്, ഗണക, നര—
ഹതാന്മാഗരാപ്താ: കുജാദ്യാഃ
സംയുക്താ ജ്ഞാരസൌരാ: സുരഗുരുഭൃ
ഗുജൌ വർജ്ജിതൌ ഭാനുവർജ്ജം.

സാരം. ശകാബ്ദ സംഖ്യയിൽനിന്നു വാഗ്ഭാവ(444)എന്ന സംഖ്യ കുറച്ചതിനെ ധനം (9), ശതം (65), ലയം (13), ഇവയെകൊണ്ടു പെരുക്കി ക്രമേണ മന്ദ (85), വൈലക്ഷ്യ (134), രാഗ (32) ഇവയെകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതു കലകളെ ചന്ദ്രൻ, ചന്ദ്രതുംഗൻ, ചന്ദ്രപാതൻ ഇവയുടെ മദ്ധ്യമങ്ങളിൽനിന്നു കുറക്കുക. ശോഭാ (45), നീരൂഢാ (420), സംവിൽ (47), ഗണക (153), നര (20), ഇവകൊണ്ടു 444 കുറച്ച ശകാബ്ദ സംഖ്യയെ ഗുണിച്ച് മാഗരം (235) കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതു കലകൾ കുജാദികളുടെ മദ്ധ്യമങ്ങളിൽ സംസ്കരിക്കണം. ബുധൻ, ചൊവ്വ, ശനി ഇവക്കു കൂട്ടുകയും, വ്യാഴം ശുക്രൻ ഇവക്കു കുറക്കുകയും വേണം. സൂര്യന്നു ഈ സംസ്കാരമില്ല.

ഈ സംസ്കാരം ഓരോ കൊല്ലത്തേക്കുള്ളവ താഴെ പട്ടികയായി കൊടുക്കുന്നു.

ചന്ദ്രൻ	$-\frac{9}{85}$	കല	ചൊവ്വ	$+\frac{45}{235}$	കല	ശുക്രൻ	$-\frac{153}{235}$	കല
ചന്ദ്രതുംഗൻ	$-\frac{65}{134}$	കല	ബുധൻ	$+\frac{420}{235}$	കല	ശനി	$+\frac{20}{235}$	കല
ചന്ദ്രപാതൻ	$-\frac{13}{32}$	കല	വ്യാഴം	$-\frac{47}{235}$	കല			

ഇവിടെ ചന്ദ്രപാതനെ 6 രാശിയിൽ കുറച്ച് വെച്ചതാണെങ്കിൽ ഈ ഫലം കളയണം. ചന്ദ്രപാതന്റെ ഗതിയും ഭഗണവും കണക്കാക്കുന്നതിൽ ഇതു കൂട്ടുകയും വേണം.

ഈ സംസ്കാരം ചെയ്തുകിട്ടുന്ന മദ്ധ്യമങ്ങളും മദ്ധ്യമഗതികളും ആൎയ്യഭടീയത്തിലേവയോടും ദൃഗ്ഗണിതത്തിലേവയോടും ഒത്തുകാണുന്നില്ല. പരഹിത മദ്ധ്യമങ്ങളോടും മദ്ധ്യമഗതികളോടും ഒത്തുകാണുന്നു. അതിനാൽ ഈ സംസ്കാരം പരഹിതഗണിതം ഉണ്ടാക്കിയ ആചാൎയ്യന്റെ വകയായിരിപ്പാനാണ് വഴി. ഇതും കൃത്യമാവാതെ വന്നപ്പോഠം പരമേശ്വരാചാൎയ്യർ ഇവയെ പിന്നേയും സംസ്കരിച്ച് ദൃഗ്ഗണിതമുണ്ടാക്കി.

സംസ്കാരത്തിനുള്ള വിധിയിൽ ശകവൎഷസംഖ്യയിൽനിന്നു 444 കിഴിക്കുവാൻ പറഞ്ഞതുകൊണ്ടു ശകാബ്ദം 444 തികഞ്ഞ ഘട്ടത്തിൽ ആൎയ്യഭടീയഗണിതപ്രകാരം കിട്ടുന്ന ഗ്രഹമദ്ധ്യമം കൃത്യമായിരുന്നുവെന്നു സംസ്കാരകൎത്താവ് സമ്മതിച്ചതായി വരുന്നു. സംസ്കാരം ഉണ്ടാക്കിയ കാലത്തു നിരീക്ഷണംകൊണ്ടു കണ്ട ഭേദങ്ങളെ അന്തരാളസംവത്സരസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചായിരിക്കണം ഈ സംസ്കാരങ്ങഠം നിശ്ചയിച്ചതു്. ശകാബ്ദം 444 തികഞ്ഞതോടുകൂടി കലിവൎഷം 3623ഉം തികഞ്ഞു. അതിനാൽ ആൎയ്യഭടീയനിൎമ്മാണകാലംതന്നെ 3623 കലി തികഞ്ഞപ്പോളായിരുന്നുവെന്നു് സംസ്കാരകൎത്താവ് വിചാരിച്ചിരിക്കണം. ആൎയ്യഭടീയം കാലക്രിയാപാദം 10-ാം ശ്ലോകംകൊണ്ടു ആ ഗ്രന്ഥം 3623 കലി തികഞ്ഞപ്പോഴാണ് ഉണ്ടാക്കിയതെന്നാലോചിപ്പാൻ വഴി കാണുന്നു. ചിലർ ആ ശ്ലോകത്തിൽനിന്നുതന്നെ ഗ്രന്ഥം 3600 കലി തികഞ്ഞപ്പോഠം ഉണ്ടാക്കിയതാണെന്നും പറയുന്നു. കാലക്രിയാപാദത്തിലെ 10-ാം ശ്ലോകം ഇവിടെ കൊടുക്കുന്നു.

"ഷഷ്ട്യബ്ദാനാം ഷഷ്ടിൎയ്യദാ വ്യതീതാസ്ത്രയശ്ച യുഗപാദാഃ
ത്ര്യധികാ വിംശതിരബ്ദാസ്തദേഹ മമ ജന്മനോതീതാഃ"

ഇതാണ് ശ്ലോകം. 'ഷഷ്ട്യബ്ദാനാം ഷഷ്ടിഃ ത്രയഃ യുഗപാദാഃ ച യദാ വ്യതീതഃ തദാ പ്രസൂതസ്യ മമ ജന്മനഃ ഇഹ (ശാസ്ത്രനിൎമ്മാണ കാലെ) ത്ര്യധികാ വിംശതിഃ അബ്ദാഃ അതീതാ'എന്നു് ആദ്യപക്ഷക്കാരും'യദാ ഷഷ്ട്യബ്ദാനാം ഷഷ്ടിഃ ത്രയഃ യുഗപാദാഃ ച വ്യതീതഃ തദാ ഇഹ മമ ജന്മനഃ ആരഭ്യ ത്ര്യധികാഃ വിംശതിഃ അബ്ദാഃ അതീതാഃ'എന്നു രണ്ടാമത്തെ പക്ഷക്കാരും ഈ ശ്ലോകത്തെ അന്വയിക്കുന്നു. പരഹിത ഗണിത നിൎമ്മാതാവ് ആദ്യപക്ഷമാണ് സ്വീകരിച്ചതെന്നു വരുന്നു. ആൎയ്യഭടാചാൎയ്യൻ ഈ സംശയത്തിന്നു ഇടം കൊടുക്കരുതായിരുന്നുവെന്നു തോന്നിപ്പോകുന്നു.

ഗ്രഹഗതി മാറുവന്നതോടുകൂടി ഗ്രഹഭഗണങ്ങളും ചതുൎയ്യുഗകാലവും, കല്പങ്ങളും മാറേണ്ടതാണ്. പക്ഷെ ഇവക്കെല്ലാം പുരാണാദി സാഹിത്യങ്ങളിൽ പ്രതിഷ്ഠകിട്ടിയതുകൊണ്ടു അതാരും ചെയ്തില്ല. ഇവിടെ കണ്ട ഗതിഭേദംകൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ, ചന്ദ്രതുംഗൻ, വ്യാഴം, ശുക്രൻ ഇവക്ക് ചതുൎയ്യുഗ

ത്തിൽ ക്രമേണ 21·1765, 97·0149, 40·0000, 130·2128 ഭഗണങ്ങറം കുറയുകയും ചന്ദ്രപാതൻ, ചൊവ്വ, ബുധൻ, ശനി ഇവക്ക് 81·2500, 38·2979, 357·4468, 17·0213 ഭഗണങ്ങറം കൂട്ടുകയും ചെയ്യും.

വൎത്തമാനാബ്ദത്തിൽ ചെന്ന മാസങ്ങളിൽ ഗ്രഹങ്ങറംക്ക ശകാബ്ദ സംസ്കാരം പറയുന്നു.

നാകാഹതം ഭാഗിതഭാനുമദ്ധ്യം
ഹത്വാ ധനാദ്യൈർഗ്ഗുണകൈരിഹോക്തൈഃ
മന്ദാദിഹാരൈർവ്വിഭജേദവാപ്താഃ
കാൎയ്യാ ശശാങ്കാദിഷു തത്പരാദ്യാഃ 13

സാരം:— ആദിത്യമദ്ധ്യമത്തെ ഭാഗങ്ങളാക്കി നാകം(=10)കൊണ്ടും കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞ ധനാദിഗുണകാരങ്ങളെകൊണ്ടും ഗുണിച്ചു മന്ദാദിഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളെ തത്പരാദികളായി കരുതി ചന്ദ്രാദിഗ്രഹങ്ങളുടെ മദ്ധ്യമങ്ങളിൽ സംസ്കരിക്കുക.

ഒരു ഗ്രഹത്തിൻെറ മദ്ധ്യമത്തിൽ 1 കൊല്ലത്തിൽ ഒരു കല ഭേദം വരുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ രവി മദ്ധ്യമം 360° നീങ്ങുമ്പോറം ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തിൽ ഭേദം 3600 തത്പര. അതിനാൽ രവിമദ്ധ്യമം 1 ഭാഗം നീങ്ങുമ്പോറം ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തിൽ വരുന്ന ഭേദം 10 തത്പര. ഇതിൽനിന്നു വിധിയുടെ യുക്തി സ്പഷ്ടമത്രെ. വിധിപ്രകാരം കിട്ടുന്ന തത്പരകളെ ധനാദി ഗുണകാരങ്ങളുടെ ധനൎണ്ണതയനുസരിച്ചു് കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്യണം.

11-ാം ശ്ലോകത്തിൽ ഇഷ്ടദിവസത്തേക്കുള്ള അഹൎഗ്ഗണത്തെ ഗ്രഹഭഗണംകൊണ്ടു പെരുക്കി യുഗഭൂദിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് ഗ്രഹമദ്ധ്യമമുണ്ടാക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. അങ്ങിനെയുണ്ടാക്കിയ മദ്ധ്യമത്തെ 12ഉം 13ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ സംസ്കരിച്ചു് കൃത്യമാക്കുവാനും പറഞ്ഞു. ഇവിടെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളും അഹൎഗ്ഗണവും വലിയ സംഖ്യകളാകയാൽ ക്രിയകറം ഒട്ടും ലഘുവല്ല. അതിനാൽ ഇനി ഈ ക്രിയകളെത്തന്നെ ലഘൂകരിപ്പാൻ മാൎഗ്ഗങ്ങറം പറയുന്നു. ഒന്നാമതായി അഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു ഒരു വലിയ ഭാഗം നീക്കി വെക്കാം. ഇതിന്നു അഹൎഗ്ഗണഖണ്ഡമെന്നു പറയുന്നു. ബാക്കിക്ക് ഖണ്ഡശേഷമെന്നും പേരു്. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ മദ്ധ്യമമുണ്ടാക്കി പഠിച്ചുവെച്ചാൽ ചുരുങ്ങിയ ഖണ്ഡശേഷ ദിവസങ്ങളിൽ ഉണ്ടാകുന്ന മദ്ധ്യമഭോഗം പഠിച്ച മദ്ധ്യമങ്ങളോടു കൂട്ടിയാൽ മതിയല്ലോ. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ഗ്രഹമദ്ധ്യമങ്ങളെ ധ്രുവങ്ങളെന്നു പറയുന്നു.

ഖണ്ഡാന്ത്യധ്രുവങ്ങളെ എളുപ്പത്തിൽ ഗണിക്കത്തക്കവിധം ഖണ്ഡത്തെ നിശ്ചയിപ്പാൻ പറയുന്നു.

ധീഭാവാംശൈഃ കലിദിനഗണാല്ലഭ്യതേ ഗുണ്യസംജ്ഞ-
സ്തച്ഛേഷോനഃ കലിദിനഗണഃ ഖണ്ഡസംജ്ഞോ ഗ്രഹാണാം
ഗുണ്യാൽ തത്തദ് ഭഗണഗുണിതാദൂനമൂഛ്രാശ്രുഭാപ്താഃ
ഖേടാസ്തുംഗസ്ത്രിഭവനയുതഃ ഷഡ്ഭശ്ശുദ്ധോത്ര രാഹുഃ 14

സാരം:— ധീഭാവാംശം (3449) കൊണ്ടു ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തെ ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തിന്നു ഗുണ്യമെന്നു പേര്. ഹരിച്ച ശേഷത്തെ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിൽ വാങ്ങിയ ശേഷം ഖണ്ഡം. ഗുണ്യത്തെ അതാതു ഗ്രഹത്തിൻെറ പര്യ്യയംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഊനമൂഛ്രാശ്രുഭം (457500) കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതു അതാതു ഗ്രഹത്തിൻെറ ധ്രുവം. ചന്ദ്രതുംഗന്നു ഈ ഫലത്തോടു 3 രാശി കൂട്ടുകയും ചന്ദ്രപാതന്നു ഈ ഫലത്തെ 6 രാശിയിൽനിന്നു കളകയും വേണം.

43,20,000 കൊല്ലങ്ങൾക്കു 157,79,17,500 ദിനങ്ങളാണല്ലോ. ഈ രണ്ടു സംഖ്യകളേയും 7500 കൊണ്ടു അപവൎത്തിച്ചാൽ 576 (തത്സമം) കൊല്ലങ്ങൾക്ക് 210389 (ധീജഗന്നൂപുരം) ദിവസങ്ങൾ എന്നു വരും. 210389 = 3449 × 61. അതിനാൽ യുഗഭൂദിനസംഖ്യയെ 3449 (= ധീഭാവാംശം) കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 61 × 7500 = 457500 (ഊനമൂഛ്രാശ്രുഭം) എന്നു വരും. വിധിയിൽ പറഞ്ഞപ്രകാരമുള്ള ഖണ്ഡത്തെ 3449 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അതിൽ പറഞ്ഞ ഗുണ്യമാകുമല്ലോ. ശിഷ്ടം ശൂന്യവുമായിരിക്കും. അതിനാൽ ഖണ്ഡംകൊണ്ടു പെരുക്കി യുഗഭൂദിനംകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിന്നു പകരം ഗുണ്യംകൊണ്ടു പെരുക്കി ഊനമൂഛ്രാശ്രുഭംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതിയെന്നു സ്പഷ്ടം. ഇങ്ങിനെ 11-ാം ശ്ലോകത്തിലെ ക്രിയ അല്പം ലഘുവാക്കി.

ഇപ്രകാരം കിട്ടിയ മദ്ധ്യമത്തിന്നു ശകാബ്ദസംസ്കാരം പറയുന്നു.

ഗുണ്യാൽ തിഥീശഗുണിതാദ് ഗിരിതുംഗനിഘ്നം
പോതം ത്യജേദഥ ധനാദിഗുണാഹതം തൽ
മന്ദാദിഹാരഹതപോതഹൃതം യഥോക്തം
കുൎയ്യാദ് വിഹംഗമകലാദിഷു തേ ധ്രുവാഃ സ്യുഃ 15

സാരം:— തിഥീശ (576)നെ കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഗുണ്യത്തിൽനിന്നു ഗിരിതുംഗ (3623)നെ കൊണ്ടു ഗുണിച്ച പോത (61)നെ വാങ്ങി അതാതു ഗ്രഹത്തിൻെറ ശകാബ്ദഗുണകാരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഹാരകത്തേയും പോത (61)നേയും പെരുക്കിയതു കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം കലാദി. ഇതിനെ കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൽ കിട്ടിയ ഫലത്തിൽ സംസ്കരിച്ചാൽ ധ്രുവം ഉണ്ടാകും.

കലിവഷം 3623ൻെറ അന്ത്യത്തിൽ ആൎയ്യഭടവിധികളെക്കൊണ്ടു ഗണിച്ചാൽ മദ്ധ്യമം സൂക്ഷ്മമായിരിക്കുന്നമെന്നു സങ്കല്പിച്ചിട്ടുണ്ടെന്നു മുമ്പു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അതിന്നു ശേഷം മാത്രമേ ശകാബ്ദസംസ്കാരം മദ്ധ്യമങ്ങളിൽ ചെയ്യേണ്ടു. ആ സംസ്കാരം

$$= \frac{\text{ഖണ്ഡം} - \text{കലി } 3623\text{ൻെറ അന്ത്യംവരെ ദിനം}}{\text{ഒരു കൊല്ലത്തെ ദിനം.}} \times \frac{\text{ഗുണകം}}{\text{ഹാരകം}}$$

$$= \frac{\text{ഗുണ്യം} \times 3449 - 3623 \times 210389 \div 576}{210389 \div 576.} \times \frac{\text{ഗുണകം}}{\text{ഹാരകം}}$$

ഇതിൽ വലത്തുഭാഗത്തെ അംശഛേദങ്ങളെ 576 കൊണ്ടു പെരുക്കി 3449 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ,

$$= \frac{\text{ഗുണ്യം} \times 576 - 3623 \times 61}{61} \times \frac{\text{ഗുണകം}}{\text{ഹാരകം}}$$

$$= (\text{ഗുണ്യം} \times 576 - 3623 \times 61) \times \frac{\text{ഗുണകം}}{\text{ഹാരകം}} \div 61.$$

ഇത്ര കല. ഇതാണല്ലോ വിധി. സംസ്കാരത്തിൻെറ ധനൎണ്ണത 12-ാം ശ്ലോകത്തിലേതുപോലെത്തന്നെ.

ഇനിയത്തെ 6 ശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു മററൊരു പ്രകാരത്തിൽ ഖണ്ഡവും ധ്രുവവും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭൂദിനാദ്ദ്യുഗണേനാപ്തോ ഹാരസ്തേന സ്വസ്വപൎയ്യയാൽ
ഭഗണാദ്യാ ഗ്രഹാസ്തത്ര ശശ്യുച്ചേ ഭത്രയം ക്ഷിപേൽ 16

പാതേതു മണ്ഡലാച്ഛുദ്ധേ ചക്രാൎദ്ധമപി യോജയേൽ
ഹരേണ ഭൂദിനാല്ലബ്ധോ ദ്യുഗണഃ ഖണ്ഡസംജ്ഞകഃ 17

തത്രാധിക്യമതോനം വാ ക്രമാദൃണധനാത്മകം
സ്വസ്വമദ്ധ്യമ ഭുക്തിഘ്നമേതൽ ഭാസ്കരപൎയ്യയേ 18

ഹാരഘ്നഗിരിതുംഗോനേ ധനാദിസ്വഗുണാഹതേ
മന്ദാദിസ്വഹരേണാപ്തേ സ്വൎണ്ണം സാമ്യഭിദാവശാൽ 19

ക്രമാദ് ധനമൃണം കൃത്വാ തതോ ഹാരേണ സംഹൃതം
കുൎയ്യാദ് ഗ്രഹേഷു ലിപ്താദ്യം തദാ തേ ന്യു ധ്രുവാ ഇഹ 20

ശകാബ്ദസംസ്കൃതൌ പാതെ ശുദ്ധ ഏവ ഭവേദൃണം
തതോന്യത്ര ധനം വിദ്യാൽ തദ് ഭുക്തി ഭഗണാദികെ. 21

സാരം:— ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണംകൊണ്ടു ഭൂദിനത്തെ ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലം ഹാരകം. ഈ ഹാരകംകൊണ്ടു ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻേറയും ഭഗണത്തെ ഹരിച്ച് ഭഗണാദി ഫലങ്ങഠം ഉണ്ടാക്കുക. ചന്ദ്രോച്ചത്തിൽ മൂന്നു രാശി കൂട്ടുക. (16)

ചന്ദ്രപാതഫലത്തെ 12 രാശിയിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് 6 രാശി കൂട്ടുകയും വേണം. ഹാരംകൊണ്ടു ഭൂദിനത്തെ ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തിന്നു ഖണ്ഡമെന്നു പേര്. (17)

ഭൂദിനത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഠം ഊനശിഷ്ടത്തെ സ്വീകരിക്കുന്നുവെങ്കിൽ ആ ശിഷ്ടത്തെ ധനമായും, അധികശിഷ്ടത്തെ സ്വീകരിക്കുന്ന പക്ഷം അതിനെ ഋണമായും കരുതണം. ഈ ശിഷ്ടത്തെ അതാതിൻെറ ദിനഗതികൊണ്ടു ഗുണിച്ചുവെക്കുക. ആദിത്യഭഗണത്തിൽനിന്നു (18)
ഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച 3623 (ഗിരിഋംഗം) നെ കളഞ്ഞ് ധനാദിയായ സ്വഗുണകാരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് മന്ദാദി സ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയ ഫലത്തെ ശിഷ്ടത്തിൻേറയും ധനാദിഗുണത്തിൻേറയും ധനൎണ്ണത ഒന്നെങ്കിൽ ശിഷ്ടദിനഗതി ഘാതത്തോടു കൂട്ടുകയും ധനൎണ്ണതക്കു വ്യത്യാസമുണ്ടെങ്കിൽ ഘാതത്തിൽനിന്നു കുറക്കുകയും ചെയ്തു കിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഭഗണത്തെ ഹാരകം കൊണ്ടു ആദ്യംതന്നെ ഹരിച്ചുണ്ടാക്കിയ മദ്ധ്യമത്തിൽ ശിഷ്ടത്തിൻെറ ധനൎണ്ണതപോലെ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്ക. എന്നാൽ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ധ്രുവം ഉണ്ടാകും. (19), (20).
ശകാബ്ദസംസ്കാരത്തിൽ പാതൻ 6 രാശിയിൽനിന്നു വാങ്ങിയതാണെങ്കിൽ, സംസ്കാരം ഋണവും, അല്ലാതെ ഗതി, ഭഗണം എന്നിവകളിൽ ചെയ്യുന്നുവെങ്കിൽ, അതു ധനവുമാകുന്നു. (11_ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനം നോക്കുക.) (21)

ഖണ്ഡശേഷം കഴിയുന്നതു ചുരുങ്ങുകയും ഖണ്ഡാന്ത്യമദ്ധ്യമമായ ധ്രുവം എളുപ്പത്തിൽ കണക്കാക്കുവാൻ സാധിക്കയും വേണ്ടവിധമാണല്ലോ ഖണ്ഡം നിശ്ചയിക്കേണ്ടതു്. അതിന്നു ഒരുമാൎഗ്ഗം പറഞ്ഞു. മററൊരു മാൎഗ്ഗമാണ് ഇപ്പോഠം പറയുന്നതു്. യുഗഭൂദിനത്തെ ഇഷ്ടദിവസത്തെ അഹൎഗണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലം കൊണ്ടു് ഭൂദിനത്തെതന്നെ ഹരിച്ചാൽ ഇഷ്ടദിവസത്തെ അഹൎഗണത്തിന്നടുത്ത ഫലം വരുമെന്നു കാണാം.

ഉദാഹരണത്തിന്നുവേണ്ടി യുഗഭൂദിനം 2035 എന്നും ഇഷ്ടാഹൎഗണം 60 എന്നും കരുതുക. 2035 നെ 60 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 33. അധികശിഷ്ടം 55. ഇനി 2035 നെ ഈ ഫലം (=33) കൊണ്ടു ഹരി

ച്ചാൽ ഫലം 61, ശിഷ്ടം 22. ആദ്യത്തെ ഹാരകമായ 60ന്ന് അടുത്തുവ ന്നു രണ്ടാമത്തെ ഫലം. രണ്ടാമത്തെ ഫലം ആദ്യഹാരകത്തേക്കാൾ വലുതായി വന്നു. ഇന്ന് നാം നിശ്ചയിക്കുന്ന ഖണ്ഡം ഇന്നത്തെ അഹർഗണത്തേക്കാൾ വലുതാവുന്നതു അത്ര ആശാസ്യമല്ല. ഇതു പരിഹരിക്കുവാൻ ആദ്യത്തെ ഹ രണംതന്നെ ഊനശിഷ്ടം വരുമാറു ചെയ്താൽ മതി. ഇനിയും 2035നെ 60 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഫലം 34. ഊനശിഷ്ടം 5. 2035നെ 34 കൊണ്ടു ഹരി ച്ചാൽ ഫലം 60ൽ വർദ്ധിക്കുകയില്ല; കുറയും. ഇവിടെ ഫലം 59ഉം ശിഷ്ടം 29ഉം ആകുന്നു. വിധിയിൽ ഊനശിഷ്ടം വരുമാറ് ചെയ്യണമെന്നു പറ ഞ്ഞിട്ടില്ലെങ്കിലും അങ്ങിനെ ചെയ്യുന്നതാണ് നല്ലതു്. എന്നാൽ മാത്രമെ ഖ ണ്ഡം ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തേക്കാൾ കുറവായി വരികയുള്ളൂ. അധികമായാലും ഗ ണിതത്തിന്നു തടസ്ഥമില്ല.

ദ്യുദിനത്തെ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണംകൊണ്ടു ഊനശിഷ്ടം വരുമാറു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന ഫലം 'ഹ' എന്നു കരുതുക. ഇതു ഹാരകം. ഇതുകൊണ്ടു ദ്യുദിനത്തെ ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം ഖണ്ഡം. ഇതിനെ 'ഖ' എന്നു വെക്കുക. ഇവിടേ യും ഊനശിഷ്ടമോ അധികശിഷ്ടമോ സ്വീകരിക്കാം. ഊനശിഷ്ടം 'ശ' എന്നു കരുതുക. ദ്യുദിനത്തെ 'ദി' എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. എന്നാൽ

$$\text{ദി} = \text{ഖ} \times \text{ഹ} - \text{ശ}$$

$$\therefore \text{ഖ} = \frac{\text{ദി} + \text{ശ}}{\text{ഹ}}.$$

ഈ ഹാരകംകൊണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭഗണങ്ങളെ ഹരിച്ചാൽ പ്രായി കമായ ഖണ്ഡാന്ത്യമദ്ധ്യമം വരും. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ,

$$\text{സൂക്ഷ്മഖണ്ഡാന്ത്യമദ്ധ്യമം} = \frac{\text{ഭഗണം} \times \text{ഖ}}{\text{ദി}}$$

$$= \frac{\text{ഭഗണം} \times \text{ഖ}}{\text{ഖ} \times \text{ഹ} - \text{ശ}} = \frac{\text{ഭഗണം}}{\text{ഹ} - (\text{ശ} \div \text{ഖ})}$$

(ശ ÷ ഖ) എന്നതു 1ൽ കുറവായ ഒരു ഭിന്നം മാത്രമാകയാൽ ഈ ഫലത്തോടു വളരെ അടുത്തിരിക്കും $\frac{\text{ഭഗണം}}{\text{ഹ}}$ എന്നതിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന ഫലം.

ഈ പ്രായികഫലത്തെ സൂക്ഷ്മമാക്കുവാനും ശകാബ്ദസംസ്കാരം ചെയ്യുവാനും കൂടി ഒരു സംസ്കാരം കാണുവാനാണ് 18-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ ഉത്തരാർദ്ധം തൊട്ടു 20-ാം ശ്ലോകംവരെ പറയുന്നതു്. അതിന്നു 22ഉം 23ഉം ശ്ലോകങ്ങ ളിൽ പറയുന്ന മദ്ധ്യമഗതിയുടെ അപേക്ഷയുണ്ട്. 18-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ

പൂർവ്വാർദ്ധത്തിൽ ഊനശിഷ്ടത്തെ ധനമായും അധികശിഷ്ടത്തെ ഋണമായും കരുതണമെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു പ്രായികമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു സൂക്ഷ്മമദ്ധ്യമം വരുത്തുവാനുള്ള സംസ്കാരത്തിൻെറ ധനർണ്ണത നിശ്ചയിക്കുവാനാകുന്നു.

22-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറയുന്നപോലെ പർയ്യയത്തെ യുഗഭൂദിനം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഗതിയെ ഭു' എന്നും 23-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറയുന്ന സംസ്കാരവും ചെയ്തുകിട്ടുന്ന സൂക്ഷ്മഗതിയെ ഭു എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. പർയ്യയസംഖ്യയെ ഭ എന്നും ചക്രകലാസംഖ്യയായ 21600നെ ക എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. ഭുക്തികളെ പതിവുപോലെ കലാദിയായും കരുതുക. എന്നാൽ

$$\text{ഭ} \times \text{ക} \div \text{ദി} = \text{ഭു}' \text{ അഥവാ } \text{ഭു}' \times \text{ദി} = \text{ഭ} \times \text{ക}.$$

ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ അസംസ്കൃതമദ്ധ്യമം.

$$= \text{ഖ} \times \text{ഭു}' = \frac{(\text{ദി} + \text{ശ}).\ \text{ഭു}'}{\text{ഹ}} = \frac{\text{ദി}.\ \text{ഭു}'}{\text{ഹ}} + \frac{\text{ശ ഭു}'}{\text{ഹ}}$$

$$= \frac{\text{ഭ} \times \text{ക}}{\text{ഹ}} + \frac{\text{ശ} \times \text{ഭു}'}{\text{ഹ}} \text{ കലകൾ.}$$

ഇതു ഇവിടെ ഇരിക്കട്ടെ. ശകാബ്ദസംസ്കാരത്തെപ്പററി ആലോചിക്കാം. സംസ്കാരം ഖ ദിവസങ്ങളിൽ കലി 3623ന്നു് ശേഷമുള്ള ദിവസങ്ങൾക്കാണല്ലോ ചെയ്യേണ്ടതു്. ഭാസ്കരപർയ്യയത്തെ ര എന്നു സൂചിപ്പിച്ചാൽ ഈ ദിവസങ്ങൾക്കു വർഷസംഖ്യ $= \left(\frac{\text{ഖ} \times \text{ര}}{\text{ദി}} - 3623\right)$. ഇനി ധനാദിഗുണകാരത്തെ ധ എന്നും മന്ദാദി ഹാരകത്തെ മ എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. എന്നാൽ ശകാബ്ദസംസ്കാരം

$$= \left(\frac{\text{ഖ} \times \text{ര}}{\text{ദി}} - 3623\right) \times \frac{\text{ധ}}{\text{മ}} \text{ കലകൾ}$$

$$= \left\{\frac{(\text{ദി} + \text{ശ})\ \text{ര}}{\text{ദി} \times \text{ഹ}} - 3623\right\}.\ \frac{\text{ധ}}{\text{മ}} \text{ കലകൾ}$$

$$= \left(\frac{\text{ര}}{\text{ഹ}} - 3623\right).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} + \frac{\text{ശ}}{(\text{ദി} \div \text{ര}).\ \text{ഹ}}.\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} \text{ കലകൾ.}$$

ഇതിനെ $\frac{\text{ഭ} \times \text{ക}}{\text{ഹ}} + \frac{\text{ശ} \times \text{ഭു}'}{\text{ഹ}}$ എന്നതിനോടുകൂട്ടിയാൽ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ സംസ്കൃതമദ്ധ്യമമായി. അതുതന്നെ ധ്രുവം.

$$\therefore \text{ധ്രുവം} = \frac{\text{ഭ. ക}}{\text{ഹ}} + \frac{\text{ശ. ഭു}'}{\text{ഹ}} + \left(\frac{\text{ര}}{\text{ഹ}} - 3623\right).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} + \frac{\text{ശ}}{(\text{ദി} \div \text{ര})\text{ഹ}}.\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}$$

$$= \frac{\text{ഭ. ക}}{\text{ഹ}} + \left(\frac{\text{ര}}{\text{ഹ}} - 3623\right).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} + \frac{\text{ശ}}{\text{ഹ}}\left(\text{ഭു}' + \frac{1}{\text{ദി} \div \text{ര}}.\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}\right)$$

ഇവിടെ $\text{ഭു}' + \frac{1}{\text{ദി} \div \text{ര}}.\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}$ എന്നതു ശകാബ്ദസംസ്കാരം ചെയ്തു കിട്ടുന്ന സൂക്ഷ്മഭുക്തി ഭു എന്നതാണല്ലൊ. അതിനാൽ

$$\text{ധ്രുവം} = \frac{\text{ഭ. ക}}{\text{ഹ}} + \left(\frac{\text{ര}}{\text{ഹ}} - 3623\right).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} + \frac{\text{ശ. ഭു}}{\text{ഹ}} \text{ കലകൾ}$$

$$= \frac{\text{ഭ. ക}}{\text{ഹ}} + \frac{1}{\text{ഹ}}(\text{ര} - 3623.\ \text{ഹ})\frac{\text{ധ}}{\text{മ}} + \frac{\text{ശ. ഭു}}{\text{ഹ}}$$

$$= \frac{\text{ഭ}}{\text{ഹ}} \text{ ഭഗണങ്ങൾ} + \frac{1}{\text{ഹ}}\left\{\text{ശ. ഭു} + (\text{ര} - 3623\ \text{ഹ}).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}\right\}$$

ഇങ്ങിനെ വിധിയുടെ യുക്തി. ചന്ദ്രതുംഗനോടു 3 രാശി കൂട്ടേണ്ടതും ചന്ദ്രപാതനെ 6 രാശിയിൽനിന്നു കളയേണ്ടതും പ്രായികമദ്ധ്യമം വരുത്തുന്നതോടുകൂടിത്തന്നെ ചെയ്യുന്നു.

ഇങ്ങിനെ ധനാദിഗുണകാരം ധനമാകുമ്പോൾ. അതു ഋണമാകുമ്പോൾ

$$\text{ധ്രുവം} = \frac{\text{ഭ}}{\text{ഹ}} \text{ ഭഗണങ്ങൾ} + \frac{1}{\text{ഹ}}\left\{\text{ശ. ഭു} - (\text{ര} - 3623\ \text{ഹ}).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}\right\} \text{ കലകൾ}$$

ഇതുവരെ ശിഷ്ടത്തെ ഊനശിഷ്ടമായതിനാൽ ധനമായിക്കരുതി. അധികശിഷ്ടമെങ്കിൽ അതു ഋണം. അപ്പോൾ ശ എന്നതിന്നു പകരം — ശ എന്നു വരും. അപ്പോൾ ധനാദിഗുണകാരം ധനമെങ്കിൽ

$$\text{ധ്രുവം} = \frac{\text{ഭ}}{\text{ഹ}} \text{ ഭഗണങ്ങൾ} - \frac{1}{\text{ഹ}}\left\{\text{ശ. ഭു} - (\text{ര} - 3623\ \text{ഹ}).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}\right\} \text{ കലകൾ}$$

അധികശിഷ്ടത്തിന്നു ധനാദിഋണമാകുമ്പോൾ.

$$\text{ധ്രുവം} = \frac{\text{ഭ}}{\text{ഹ}} \text{ ഭഗണങ്ങൾ} - \frac{1}{\text{ഹ}}\left\{\text{ശ. ഭു} + (\text{ര} - 3623\ \text{ഹ}).\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}\right\} \text{ കലകൾ}$$

ഇങ്ങിനെ ശിഷ്ടത്തിന്റേയും ധനാദിയുടേയും ധനർണ്ണത ഒന്നു തന്നെയാകുമ്പോൾ $\text{ശ. ഭു} + (\text{ര} - 3623\ \text{ഹ})\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}$ എന്നും ധനർണ്ണത വിഭി

ന്നമാകുമ്പോഠം ശ. ഭൂ — (ര — 3623 ഹ) $\frac{\text{ധ}}{\text{മ}}$ എന്നും കണ്ട് ധനശിഷ്ടത്തിന്നു ഹ എന്ന ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം പ്രായികഫലത്തോടു കൂട്ടുകയും ഋണശിഷ്ടത്തിന്നു പ്രായികഫലത്തിൽനിന്നു കിഴിക്കുകയും വേണം. ഖണ്ഡവും ധ്രുവവും വരുത്തുന്നതിൽ, ആദ്യംതന്നെ രാഹുവെ 6 രാശിയിൽനിന്നു കളഞ്ഞിരിക്കുന്നതുകൊണ്ടു സംസ്കാരത്തിൽ രാഹുവിൻെറ ധനാദിഗുണകാരത്തെ ഋണമായി കരുതണം. പറയുവാൻ പോകുന്ന മദ്ധ്യമഭുക്ത്യാനയനത്തിൽ അതു ധനമായിക്കരുതുകയും വേണം.

ഉദാഹരണം. 1121 മിഥുനം 14-ാം തിയ്യതി വെള്ളിയാഴ്ചക്കു പററിയ ഒരു ഖണ്ഡവും, വ്യാഴത്തിൻെറ ധ്രുവവും കാണുക.

ഒന്നാമത്തെ മാർഗ്ഗം (14ഉം 15ഉം ശ്ലോകങ്ങഠം)

കല്യാദ്യഹർഗണം. = 1843534.

3449കൊണ്ടു ഹരിച്ച ശിഷ്ടം = 1768.

∴ ഖണ്ഡം = 1841766.

ഹരിച്ച ഫലം (ഗുണ്യം) = 534.

അസംസ്കൃതവ്യാഴമദ്ധ്യമം $= \frac{364224 \times 534}{457500}$. ഭഗണം

$= 425$ ഭ. 1 രാ $15^\circ - 43' - 50'' - 15'''$

ഭഗണം കളഞ്ഞ്

വ്യാഴമദ്ധ്യമം $=$ 1രാ $-15^\circ - 43' - 50'' - 15'''$

സംസ്കാരം. $= (534 \times 576 - 3623 \times 61) . \frac{47}{235 \times 61}$ കല ഋണം

$= 4^\circ - 43' - 52'' - 20'''$ ഋണം.

∴ ഖണ്ഡാന്ത്യധ്രുവം $=$ 1രാ $- 10^\circ - 59' - 57'' - 55''$

രണ്ടാമത്തെ മാർഗ്ഗം (16തൊട്ടു 20വരെ ശ്ലോകങ്ങഠം)

കല്യാദ്യഹർഗണം = 1843534.

ഭൂദിനത്തെ ഹരിച്ച

ഫലം (ഹാരകം) = 856. (ശിഷ്ടം ഊനം).

ഭൂദിനത്തെ ഊനശിഷ്ടം വരുമാറ് ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം. (ഖണ്ഡം)

= 1843362.

ഊനശിഷ്ടം(ധനം) = 372.

വ്യാഴ ഭുക്തി $= 4' - 59'' - 7'''$

ധനാദിഗുണകാരം = 47 ഋണം.

$\frac{ഭ'}{ഹ}$ എന്നതിൽ നിന്നു

$$\text{പ്രായിക ധ്രുവം} = 5^{രാ} - 28^\circ - 19' - 3'' - 56'''$$

$$\text{സംസ്കാരം} = \frac{1}{ഹ}\left\{ശ.\ ഭു - (ര - 3623ഹ).\frac{47}{235}\right\}\ \text{കലകൾ}$$

$$= (1854'\text{-}31''\text{-}24''' - 243742'\text{-}24'') \div 856$$

$$= -(4^\circ\text{-}42'\text{-}34''\text{-}45''')$$

ഊനശിഷ്ടമായതിനാൽ ഈ ഋണാത്മകമായ സംസ്കാരം കൂട്ടണം. ധനാത്മകമായാലും കൂട്ടണം.. അതിനാൽ വ്യാഴത്തിൻെറ ഖണ്ഡാന്ത്യധ്രുവം

$$= 5^{രാ} - 23^\circ - 36' - 29'' - 11'''.$$

ഇവിടെക്കണ്ട രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളും തമ്മിൽ 1596 ദിവസങ്ങളുടെ അന്തരമുണ്ട്. രണ്ടു ധ്രുവങ്ങളും തമ്മിൽ ഭേദം $4^{രാ}\text{-}12'\text{-}36'\text{-}31''\text{-}16'''$ യാകുന്നു. വ്യാഴമദ്ധ്യമഗതിയായ $4'\text{-}59''\text{-}7'''\text{-}2{\cdot}4''''$ യെ 1596കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഈ ഭേദം കിട്ടുകയും ചെയ്യും.

ഇനി മദ്ധ്യമഗതി വരുത്തുവാനും അതിൽ ശകാബ്ദസംസ്കാരം ചെയ്യാനും പറയുന്നു.

അക്കാദേർഭഗണാഭ്യസ്താ രാശിചക്രസ്യ ലിപ്തികാഃ
ഭൂദിനൈർവിഹൃതാസ്തേഷാം മദ്ധ്യഭുക്തികലാഃ സ്മൃതാഃ 22

നൃപഹതദിനകരഭോഗാന്നിജനിജഗുണകൈർധനാദിഭിർഗുണിതാദ്
മന്ദാദിസ്വഹരാപ്താശ്ചന്ദ്രാദിഗതൌ പ്രതത്പരാഃ കാൎയ്യാഃ 23

സാരം:— സൂൎയ്യാദികളുടെ പൎയ്യയങ്ങളെ വൃത്തലിപ്തികാ സംഖ്യകൊണ്ട് (21600കൊണ്ട്) ഗുണിച്ച് ഭൂദിനംകൊണ്ട് ഹരിച്ചതു അവയുടെ മദ്ധ്യമഗതി കലകളെന്നോൎക്കുക. (22)

സൂൎയ്യഗതി കലകളെ 10 (=നൃപ) കൊണ്ടു പെരുക്കി അതിനെ അതാതിൻെറ ശകാബ്ദഗുണകാരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ശകാബ്ദഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം പ്രതത്പരകൾ. അവയുടെ ഗതിയുടെ പ്രതത്പരകളിൽ സംസ്കരിച്ചാൽ സംസ്കൃതഗതികൾ ഉണ്ടാകും. (24)

ഗതിയെന്നതു ഒരു ദിവസത്തെ ഭുക്തിയാണല്ലോ. ഇതോൎത്താൽ 22-ാം ശ്ലോകത്തിലെ ക്രിയയുടെ യുക്തി സുഗമം. 23-ാം ശ്ലോകത്തിൽ ഇതിന്നു സംസ്കാരം പറയുന്നു.

$$\text{ഒരുകൊല്ലത്തെ സംസ്കാരം} = \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}\ \text{കല.}$$

$$\text{ഒരുദിവസത്തെ} = \frac{\text{രവിഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം}} \times \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}\ \text{കല.}$$

എന്നാൽ രവിഭഗണം $\times$ 21600 = ഭൂദിനം $\times$ രവിഗതി.

അതിനാൽ

$$\frac{\text{രവിഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം}} = \frac{\text{രവിഗതി}}{21600}$$

$$\therefore \text{ദിനഭുക്തി സംസ്കാരം} = \frac{\text{രവിഗതി}}{21600} \times \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}} \times 60 \times 60 \times 60\ \text{പ്രതല്പര}$$

$$= 10\ \text{രവിഗതികല} \times \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}\ \text{പ്രതല്പര.}$$

രാഹുവിന്നു ഇവിടെ ധനാദി ധനമാണെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഇങ്ങിനെ സംസ്കരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഗതികളെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	ഗതി ′	″	‴	⁗	ഗതി	വാക്യം
ചന്ദ്രൻ	790	34	51	36	790·58100325	ചണ്ഡകേശോഭർഗ്ഗഃ സ്ത്രീശേധാസൌ.
ചന്ദ്രോച്ചം	6	40	54	43	6·68186700	ശുദ്ധവംശോ ന ഭാതി.
രാഹു	3	10	48	8	3·18003759	ദാനം ജവാന്നകുലം.
ചൊവ്വ	31	26	29	42	31·44158401	പ്രഭുർദ്ധരാചക്രപാലഃ
ബുധൻ	245	32	36	32	245·54347921	രാഗീത്തുംബുരുർഗ്ഗണേശ്വരഃ
വ്യാഴം	4	59	7	2	4·98528877	പ്രാജ്ഞസ്സന്നോധർമ്മവാൻ
ശുക്രൻ	96	7	37	52	96·12718549	രാമസ്സാംബസ്സന്നചോളഃ
ശനി	2	0	23	32	2·00653713	പ്രബലഃ പ്രാജ്ഞോ നരഃ

സൂര്യന്നു ശകാബ്ദസംസ്കാരമില്ല. ഗതി $59'-8''-10'''-13''''$ $=59'\cdot13617157$.

ഇതുവരെ ഖണ്ഡശേഷത്തെ ചെറുതാക്കുവാനും ഖണ്ഡാന്ത്യമദ്ധ്യമമായ ധ്രുവത്തെ ഗണിപ്പാനുള്ള ക്രിയ ലഘൂകരിപ്പാനും മാർഗ്ഗങ്ങളെ പറഞ്ഞു. ഇനി ഖണ്ഡശേഷത്തോളം ദിവസങ്ങളിലുള്ള ഭുക്തിയെ ക്ലേശം കൂടാതെ ഗണിക്കുവാൻ ഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഇഷ്ടഘ്നാൽ കുദിനാൽ സ്വപര്യയഹൃതോ
ഹാരസ്ത്വഥേഷ്ടോ ഗുണ-
സ്തത്രോനാധികമന്നതല്പരഹതം
സ്വർണ്ണാത്മകം പര്യയേ
സൌരേ ഹാരഹതേ ധനാദിഗുണിതേ
മന്ദാദിഹാരോദ്ധൃതേ
കൃത്വാനേന ഹരാഹതക്ഷിതിദിനാ
ല്ലബ്ധോ ദ്വിതീയോ ഹരഃ 24

സാരം. ഇഷ്ട സംഖ്യയെകൊണ്ടു ഭൂദിനത്തെ ഗുണിച്ച് വേണ്ടുന്നവരുടെ പര്യയംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു വരുന്ന ഫലം ഇഷ്ടഹാരകമാകുന്നു. അതിന്നു ഗുണകാരം ആ ഇഷ്ടസംഖ്യതന്നെ. ഹരിക്കുന്നേടത്തുള്ള ഊനാധിക ശിഷ്ടത്തെ 21600 (അന്നതല്പരം) കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക. ഊനശിഷ്ടത്തിന്നു ധനം-അധികശിഷ്ടത്തിന്നു ഇതു ഋണം. കിട്ടിയ ഹാരകംകൊണ്ടു സൂര്യ പര്യയത്തെ ഗുണിച്ച് അതിനെ ധനാദിഗുണകാരംകൊണ്ടും ഗുണിച്ച് മന്ദാദിഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഇതിന്റെ ഋണധനത്വം ധനാദിഗുണകാരത്തിന്റേതുപോലെത്തന്നെ. അന്നതല്പരം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ശിഷ്ടത്തെയും ഈ ഫലത്തേയും ഋണധനംപോലെ ചേർത്തുകിട്ടുന്നതുകൊണ്ടു ആദ്യഹാരകം കൊണ്ടു ഗുണിക്കപ്പെട്ട ഭൂദിനത്തെ ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു ദ്വിതീയ ഹാരകം.

താഴെ പറയുന്നതിൽ,

ഡി — ഭൂദിനം	ധ — ധനാദിഗുണകാരം
ശ — ഖണ്ഡശേഷം	മ — മന്ദാദിഹാരകം
ഭ — ഗ്രഹഭഗണം	ഗ — ഗുണകാരം.
ര — രവിഭഗണം	ഹ — ഹാരകം (പ്രഥമം)

$$\text{ഖണ്ഡശേഷഭുക്തി} = \text{ശ}.\ \frac{\text{ഭ}}{\text{ഡി}}\ \text{ഭഗണങ്ങൾ} + \text{ശ}.\ \frac{\text{ധ}}{\text{മ}} . \frac{\text{ര}}{\text{ഡി}}\ \text{കലകൾ}.$$

ഇതിന്റെ ആദ്യഭാഗമായ

$$\text{ശ} \times \text{ഭ} \div \text{ഡി} = \text{ശ. ഗ.}\ \frac{1}{\text{ഡി. ഗ.} \div \text{ഭ}}$$

ഡി. ഗ. എന്ന ഭൂദിന ഗുണകാരഘാതത്തെ ഭഗണംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടുന്ന ഫലം ഹാരകം, ഹ എന്നതു്. ഇവിടെ ഊനശിഷ്ടം ഛ എന്നു കല്പിക്കുക. അതു ധനം.

$$\text{എന്നാൽ ദി. ഗ} = \text{ഭ. ഹ} - \text{ച.}$$

$$\therefore \text{ഭ} = \frac{\text{ദി. ഗ} + \text{ച}}{\text{ഹ}}$$

അതിനാൽ,
$$\text{ശ.} \frac{\text{ഭ}}{\text{ദി}} = \text{ശ. ഗ.} \frac{1}{\text{ദി ഗ}} . \frac{\text{ദി ഗ} + \text{ച}}{\text{ഹ}} .$$

$$= \frac{\text{ശ. ഗ}}{\text{ഹ}} + \text{ശ.} \frac{\text{ച}}{\text{ദി. ഹ}} . \text{ഭഗണങ്ങൾ}$$

$$= \frac{\text{ശ. ഗ}}{\text{ഹ}} . \text{ഭഗണങ്ങൾ} + \text{ശ.} \frac{21600 \text{ ച}}{\text{ദി. ഹ}} \text{ കലകൾ.}$$

ഇവിടെ കിട്ടുന്ന കലകളോടു ശകാബ്ദസംസ്കാരകലകളേയും ചേർത്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലം

$$= \text{ശ.} \frac{21600 \text{ ച}}{\text{ദി. ഹ}} + \text{ശ.} \frac{\text{ധ}}{\text{മ}} . \frac{\text{ര}}{\text{ദി}} = \text{ശ.} \frac{21600 \text{ ച} + \text{ര. ശ. ധ} \div \text{മ}}{\text{ദി. ഹ}}$$

$$= \text{ശ.} \div (\text{ദി ഹ} \div \left\{ 21600 \text{ ച} + \text{ര. ശ. ധ} \div \text{മ} \right\}) = \text{ശ} \div \text{ഹ}_2 \text{ കലകൾ.}$$

ഇവിടെ ദി. ഹ $\div$ $\left\{ 21600 \text{ ച} + \text{ര. ശ. ധ} \div \text{മ} \right\}$ എന്നതാകുന്നു ദ്വിതീയ ഹാരകം. ഇതിനെ ഹ_2 എന്നു സൂചിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഖണ്ഡശേഷത്തിലെ ഭുക്തി

$$= \frac{\text{ശ. ഗ}}{\text{ഹ}} \text{ ഭഗണങ്ങൾ} + \frac{\text{ശ}}{\text{ഹ}_2} \text{ കലകൾ.}$$

ദ്വിതീയ ഹാരകത്തിൻെറ ധനർണ്ണത ച, ധ ഇവയുടെ ധനർണ്ണതയെ അനുസരിച്ചിരിക്കും. ച ഊനശിഷ്ടമെങ്കിൽ ധനം എന്നു പറഞ്ഞു. അധിക ശിഷ്ടമെങ്കിൽ ഋണം. ഈ ധനർണ്ണതകളോടുകൂടി(21600 ച + ര. ഹ. ധ $\div$ മ) കണക്കാക്കുമ്പോൾ ധനഫലം വന്നാൽ ദ്വിതീയഹാരകം ധനം. ഋണ ഫലം വന്നാൽ ദ്വിതീയ ഹാരകം ഋണം.

പരഹിതത്തിൽ വ്യാഴത്തിൻെറ ഗുണകാരം 10. എന്നു കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന

$$\text{പ്രഥമഹാരകം} = \frac{1577917500 \times 10}{364224} = 43323.$$

ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഊനശിഷ്ടം 101352. ഇതു ധനം ധനാദിഗുണകാരം 47 ഋണം.

$$21600\ \text{ച} + \text{ര. ശ. ധ} \div \text{മ}$$

$$= 1{,}01{,}352 \times 21{,}600 - 43{,}20{,}000 \times 43323 \times \frac{47}{235}$$

$$= 35241768800\ \text{ഗുണം}$$

$$\therefore \text{ദ്വിതീയഹാരകം} = \frac{1577917500 \times 43323}{35241768800}\ \text{ഗുണം}$$

$$= 1940\ \text{ഗുണം.}$$

പ്രഥമ ദ്വിതീയഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു ഖണ്ഡശേഷഭുക്തി വളരെ ക്ലേശം കൂടാതെ കാണാം. ഇതാണ് പരഹിതത്തിലെ ക്രിയ. ദൃക്കിലെ ക്രിയകൾക്ക് കുറെക്കൂടി എളുപ്പമുണ്ട്. അവയുടെ യുക്തി രണ്ടാം അദ്ധ്യായത്തിൽ പറയുന്ന വല്ലിയിൽനിന്നു കാണാം.

ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ടു ഗ്രഹഭഗണങ്ങൾക്കു ഭേദം വരുന്നുവെന്നു് 12_ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പറഞ്ഞു. ചതുർയ്യുഗത്തിൽ ഇത്ര ഭഗണങ്ങൾ ഭേദപ്പെട്ടുമെന്നു കാണുവാൻ മാൎഗ്ഗത്തെപ്പറയുന്നു.

ജ്ഞാനീന്ദ്രനിഘ്നാ ഗ്ഗുണകാ ധനാദ്യാ
മന്ദാദി ഹാരൈൎവ്വിഹൃതാ യഥോക്തം
ചന്ദ്രാദികാനാം ഭഗണേഷു കാൎയ്യാ-
സ്താ ഋ തേ സംസ്കൃതപൎയ്യയാ സ്യുഃ 25

സാരം:— അതാതു ഗ്രഹങ്ങളുടെ ധനാദിഗ്ഗുണകാരങ്ങളെ 200 (ജ്ഞാനീന്ദ്ര) കൊണ്ടു പെരുക്കി മന്ദാദിഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഗ്ഗുണകാരത്തിൻെറ ധനൎണ്ണതപോലെ അതാതു പൎയ്യയങ്ങളിൽ സംസ്കരിക്കുക.

$$\text{ഒരു വൎഷത്തിൽ ഗ്രഹഭുക്തിഭേദം} = \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}.\ \text{കല}$$

$$\text{ഒരു ചതുർയ്യുഗത്തിൽ} = \frac{43{,}20{,}000}{21{,}600}\cdot\frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}.\ \text{ഭഗണം}$$

$$= \frac{\text{ധനാദി} \times 200}{\text{മന്ദാദി}}\ \text{ഭഗണം.}$$

ഇങ്ങിനെ ഓരോ ഗ്രഹത്തിന്നും വരുന്ന ഭേദങ്ങളെ 12_ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കൊട്ടത്തിരിക്കുന്നു.

ഇനി ആകാശകക്ഷ്യ, നക്ഷത്രകക്ഷ്യ, ഗ്രഹകക്ഷ്യകൾ, ഗ്രഹങ്ങളുടെ ദിനയോജനഗതി ഇവകളെപ്പറയുന്നു.

അങ്ഞാനാന്തകരാ ഹതേന്ദുഭഗണസ്ത്വാകാശകക്ഷ്യാ തതഃ
ഖേടാനാം ദിവസോക്തഭയോ ജനഗതിർധാത്രീ ദിനൈരുദ്ധൃതാ
കക്ഷ്യാ യാ നഭസഃ സ്വപര്യ്യയഹൃതാ കക്ഷ്യാ ഗ്രഹാണാം രവേഃ
കക്ഷ്യാ നീതിസമാഹതാ നിഗദിതാ നക്ഷത്രകക്ഷ്യാ ബുധൈഃ 26

അഥവാ നയനാഭ്യസ്താ മദ്ധ്യഭുക്തികലാ വിധോഃ
സ്വസ്വകക്ഷ്യാസു ഖേടാനാം ദിനയോജനഭുക്തയഃ 27

സാരം:— 216000 (അങ്ഞാനാന്തകരം) കൊണ്ടു ചന്ദ്രപര്യ്യയത്തെ ഗുണിച്ചതു ആകാശകക്ഷ്യയാകുന്നു. ഇതിനെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം ഗ്രഹങ്ങളുടെ ദിനയോജനഗതി. ആകാശകക്ഷ്യയെ സൂര്യാദിഗ്രഹങ്ങളുടെ പര്യ്യയംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അതാതിന്റെ കക്ഷ്യകൾ ഉണ്ടാകും. സൂര്യ്യ കക്ഷ്യയെ 60 (നീതി)കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു നക്ഷത്രകക്ഷ്യയെന്നു ബുധന്മാരാൽ പറയപ്പെട്ടു. (26)

അല്ലെങ്കിൽ ചന്ദ്രന്റെ ദിനഗതി കലകളെ 10 (നയനം) കൊണ്ടു പെരുക്കിയതു അവരവരുടെ കക്ഷ്യകളിൽ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ദിനയോജന ഗതികളാകുന്നു. (28)

ഇപ്രകാരം വരുന്ന കക്ഷ്യകൾ താഴെ പറയുന്നു. ആകാശകക്ഷ്യാ 'അങ്ഞാനീതസമേനമ്രാ സർവ്വസേവാപ്രിയോനനുഃ' (12474720576000) യോജന. നക്ഷത്രകക്ഷ്യ 'ജനാനുനീതിരംഗസപ്പ' (173260008) യോജന. ഗ്രഹങ്ങളുടെ കക്ഷ്യകളെ താഴെ പട്ടികയായി കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	കക്ഷ്യായോജന	വാക്യം	തോത്.
ആദിത്യൻ	28,87,667	സന്തതാസഹോദരെ	100
ചന്ദ്രൻ	2,16,000	അങ്ഞാനാന്തകരം	7·48
ചൊവ്വ	54,31,291	കളപ്രിയോഗീവ്വാണഃ	188
ബുധൻ	6,95,473	ഗാഥീവശോധൃത്തഃ	24
വ്യാഴം	3,42,50,133	ഗാംഗേയോനശത്രുവർഗ്ഗഃ	1186
ശുക്രൻ	17,76,421	കൌരവസ്ത്തംസസ്പ്പഃ	62
ശനി	8,51,14,493	ബുധോവിദേവകീകൃഷ്ണാജിനീ.	2948.

കക്ഷ്യായോജനകളിൽനിന്നു് കക്ഷ്യകളുടെ താരതമ്യവലിപ്പം ഗ്രഹിപ്പാൻ പ്രയാസമായതിനാൽ, സൂര്യ്യകക്ഷ്യ 100 എന്നു് വെച്ചു് ബാക്കിയുള്ള

വയുടെ കക്ഷ്യകളും കണക്കാക്കി അവസാനത്തെ കള്ളിയിൽ കൊട്ടത്തിരിക്കുന്നു. ഇതു ഇന്നു സമ്മതമായിരിക്കുന്ന തോതിന്നു ഒത്തിരിക്കുന്നില്ല. സൂര്യ്യകക്ഷ്യ 100 എന്നുവച്ചാൽ ചന്ദ്രകക്ഷ്യ 0·26 മാത്രമെ വരികയുള്ളു. മററുള്ളവയുടെ തോതു 152,39,520,72,954 എന്നാകുന്നു.

ഈവ്യത്യാസത്തിന്നുള്ള കാരണം പറയാം. പുരാതന ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ കക്ഷ്യകളെ ക്ഷേത്രഗണിതദ്വാരാ അളന്നിട്ടല്ല അവ ഇത്രയെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു. ചന്ദ്രലംബനത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രൻെറ അകലം ഏതാണ്ട് സൂക്ഷ്മമായി നിർണ്ണയിച്ച് കക്ഷ്യ കണക്കാക്കി. മററുള്ളവയുടെ കക്ഷ്യാമാനം കണക്കാക്കുവാൻ സാധിച്ചില്ല. എന്നാൽ എല്ലാഗ്രഹങ്ങളും അവരവരുടെ കക്ഷ്യകളിൽ ദിവസേന ഓരേയോജനതന്നെ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നു അവർ സങ്കല്പിച്ചു. ആ ഗതിയാണ് ആകാശകക്ഷ്യയെ ഭൂദിനസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന 7906 (തന്നധീസ്ഥം) യോജന. എല്ലാഗ്രഹങ്ങളും ചതുർയ്യുഗത്തിൽ ആകാശകക്ഷ്യയോളം സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നു സാരം. വളരെക്കാലംകൊണ്ടു പയ്യയം പൂർത്തിയാക്കുന്ന ഗ്രഹത്തിൻെറ കക്ഷ്യ ആ തോതനുസരിച്ച് വലിയതായിരിക്കണമെന്നു കരുതി. അങ്ങിനെ സൂര്യ്യകക്ഷ്യ ചന്ദ്രകക്ഷ്യയുടെ സുമാറ് 14 മടങ്ങും വ്യാഴത്തിൻേറയും ശനിയുടേയും കക്ഷ്യകൾ സൂര്യ്യകക്ഷ്യയുടെ 12ഉം 30ഉം മടങ്ങായും നിശ്ചയിച്ചു. ഇതുകൊണ്ട് സ്ഫുടഗണിതത്തിൽ പറയത്തക്ക ഭേദം വരികയില്ല. സ്ഫുടം കാര്യ്യമായി ശീഘ്രോച്ചവൃത്തത്തിൻേറയും കക്ഷ്യാവൃത്തത്തിൻേറയും പരിധികളുടെ തോതിനെ മാത്രം ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ കൊടുത്ത പരിധികളെ ശീഘ്രവൃത്തഗണിതത്തോടുകൂടി ആലോചിക്കുമ്പോൾ എല്ലാ ഗ്രഹകക്ഷ്യകളുടേയും കേന്ദ്രം സൂര്യ്യനെന്നോ സൂര്യ്യന്നടുത്തുള്ള ഏതെങ്കിലും പ്രദേശമെന്നോ ഉള്ള വിശ്വാസം മുമ്പുണ്ടായിരുന്നില്ലെന്നു സമ്മതിക്കേണ്ടിവരും. കേന്ദ്രങ്ങളെല്ലാം സൂര്യ്യനൊരുമിച്ചു ഭൂമിയിൽ നിന്നുള്ള ഒരേ സൂത്രത്തിൽ നില്ക്കുന്നുവെന്നായിരുന്നു പൂർവ്വന്മാർ കരുതിയിരുന്നതു്. ഇതെല്ലാം ഈ വ്യാഖ്യാതാവു് പരസ്യം ചെയ്യണമെന്നു കരുതിവരുന്ന 'ജോതിഷബാലബോധിനി' എന്ന ഗ്രന്ഥത്തിൽ സയുക്തികം വിസ്തരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ ശ്ലോകങ്ങളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന കക്ഷ്യാമാനങ്ങൾ കേരളീയരുടെ തെററായ വിശ്വാസങ്ങളുടെ നിലയിലല്ല. മഹർഷിമാരുടെ പാവനമായ ദൃഷ്ടിയുടെ നിലയിലാണ്. അതത്രെ "ബുധൈർന്നിഗദിതാ" എന്നു ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു.

സൂര്യ്യകക്ഷ്യയുടെ 60 മടങ്ങ് വലിപ്പത്തിലായി നക്ഷത്രകക്ഷ്യയെന്നു പറഞ്ഞതിനാൽ നക്ഷത്രങ്ങളെല്ലാം ഏതാണ്ട് ഒരേ അകലെ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നുവെന്നു വിശ്വസിച്ചിരുന്നില്ലെ എന്നു തോന്നാതെ നിവൃത്തിയില്ല.

ഈ അൎത്ഥത്തിലാണ് നക്ഷത്രമണ്ഡലം ഭചക്രം മുതലായ വാക്കുകൾ നമ്മുടെ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുള്ളതു്.

ഇന്നത്തെ ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്രപ്രകാരം നമുക്ക് ഏററവും അടുത്ത നക്ഷത്രം സൂൎയ്യൻെറ സുമാറ് 2,64,000 മടങ്ങകലെയാകുന്നു. ഇതിൽനിന്നു പുറപ്പെട്ടുന്ന വെളിച്ചം ഇവിടെ എത്തുവാൻ $4\frac{1}{4}$ സംവത്സരം വേണമത്രെ. ഒരു സംവത്സരത്തിൽ വെളിച്ചം 587 ലക്ഷം ലക്ഷം നാഴിക സഞ്ചരിക്കുമെന്നു കണക്കാക്കിയിരിക്കുന്നു. യോജനക്കു 8 നാഴികപ്രകാരം ഇതു $73\frac{3}{8}$ ലക്ഷം ലക്ഷം യോജനയാണല്ലോ. ഈ ദൂരത്തിന്നു ഒരു ദീപ്തിവൎഷം എന്നു പറയാറുണ്ടു്. നമ്മുടെ ഭൂമിയും സൂൎയ്യനും അധിവസിക്കുന്നതു അനേകലക്ഷം നക്ഷത്രങ്ങൾ അകലെ അകലെയായി വൎത്തുളാകൃതിയിൽ സമൂഹമായി കൂടിയതിൻെറ ഇടയിലാണ് പോൽ. ഈ ൠക്ഷസമൂഹത്തിൻെറ ഏററവും വലിയ വ്യാസം $2\frac{1}{2}$ ലക്ഷം ദീപ്തി വൎഷമാണെന്നും അതിൻെറ മദ്ധ്യത്തിൽ ഘനം $\frac{1}{2}$ ലക്ഷം ദീപ്തി വൎഷമാണെന്നും, സൂൎയ്യൻ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതു മദ്ധ്യവിതാനത്തിൽ കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു $\frac{1}{2}$ ലക്ഷം ദീപ്തിവൎഷം അകലെയാണെന്നും ആധുനികനിരീക്ഷണങ്ങൾ വെളിവാക്കുന്നു. അന്തരീക്ഷത്തിൽ ഇതുപോലെയുള്ള സമൂഹങ്ങളിൽ 20 ലക്ഷത്തോളം സമൂഹങ്ങളെ ദൂരദൎശിനിയിൽകൂടി നിരീക്ഷകന്മാർ കണ്ടിട്ടുമുണ്ടു്.

ആകാശകക്ഷ്യ എന്നതിന്നു ആകാശത്തിൻെറ പരിധി എന്നൎത്ഥമാകുവാനെ വഴിയുള്ളു. ഇവിടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ആകാശകക്ഷ 17 ദീപ്തിവൎഷങ്ങളോളമെയുള്ളു. അതു ഒരു ചതുൎയ്യുഗകാലംകൊണ്ടു ഓരോ ഗ്രഹവും സഞ്ചരിച്ചുതീക്കുന്ന ദൂരവുമാകുന്നു. ഭാസ്കരാചാൎയ്യർ ഒരു കല്പത്തിൽ ഓരോ ഗ്രഹവും സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരത്തെ ആകാശകക്ഷ്യയായിപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അദ്ദേഹത്തിൻെറ വചനങ്ങളെ ശ്രദ്ധിക്കുന്നതു വിജ്ഞാനപ്രദമായിരിക്കും.

"കോടിഘ്നൈർന്നഖനന്ദഷട്ക നഖഭൂഭൂഭൃദ് ഭുജംഗേന്ദുഭി
ജ്ജ്യോതിഃ ശാസ്ത്രവിദോ വദന്തി നഭസഃ കക്ഷാമിമാം യോജനൈഃ.
"തദ്ബ്രഹ്മാണ്ഡകടാഹസംപുടതടേ കേചിജ്ജഗുർവ്വേഷ്ടനം
കേചിൽ പ്രോചുരദൃശ്യദൃശ്യകഗിരിം പൌരാണികാഃ സൂരയഃ".

[കോടിഘ്നൈർ........ഗേന്ദുഭിഃ = 18712069200000000]

"കരതലകലിതാമലകവദമലം സകലം വിദന്തി യേ ഗോളം
ദിനകരകരനികരനിഹതതമസോ നഭസഃ സ പരിധിരുദിതസ്തൈഃ"

ഇത്രയും പൂൎവ്വസൂരികളുടെ അഭിപ്രായം പറഞ്ഞതിൻെറ ശേഷം ആചാൎയ്യൻ സ്വന്തം അഭിപ്രായം പറയുന്നു.

"ബ്രഹ്മാണ്ഡമേതൻമിതമസ്തുനോ വാ
കല്പേ ഗ്രഹഃ ക്രാമതി യോജനാനി

വെളിച്ചം സെക്കണ്ടിൽ 1,86,000 മൈൽ സഞ്ചരിക്കും. സൂൎയ്യനിൽനിന്നു പ്രകാശം ഇവിടെ എത്തുവാൻ 500 സെക്കണ്ട് വേണം.

യാവന്തി പൂൎവ്വൈരിഹ തൽ പ്രമാണം
പ്രോക്തം ഖകക്ഷാഖ്യമിദം മതം നഃ"

ഇങ്ങിനെ ആകാശകക്ഷ്യയുടെ അൎത്ഥത്തെക്കുറിച്ചു ആചാൎയ്യന്നു സംശയം ജനിക്കുന്നു. ഇദ്ദേഹവും ഗ്രഹങ്ങളുടെ തുല്യയോജനഗതിയിൽ വിശ്വസിക്കുന്നു.

27-ാം ശ്ലോകത്തിൽ ഗ്രഹങ്ങളുടെ ദിനയോജനഗതി വരുത്തുവാൻ മറെറാരു മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു. ചന്ദ്രൻ ഒരു ചതുൎയ്യുഗത്തിൽ പോകുന്ന ഭഗണങ്ങളെ 216000കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു ആകാശകക്ഷ്യ. അതിനാൽ ചന്ദ്രകക്ഷ്യ 216000 യോജനയെന്നു വരുന്നു. ഒരു ചുററു പോകുമ്പോൾ 21,600 കല തികക്കുന്നു. അതിനാൽ 1 കല നീങ്ങുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ 10 യോജന സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഒരു ദിവസം നീങ്ങുന്ന കലകളെ 10 കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ ദിവസത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന യോജനകൾ കിട്ടുമെന്നു സ്പഷ്ടം.

മററു പ്രകാരത്തിലും ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ ആവാമെന്നു പറയുന്നു.

ഗുണോ ഭവേദ്യോജനഭുക്തിരേഷാം
തദാ സ്വകക്ഷ്യൈവ ഹരോ ഗ്രഹാണാം
കലാഗതിശ്ചേദ് ഗുണകോത്ര ഹാരോ
ഭചക്രലിപ്താ നിജമദ്ധ്യനീതൌ. 28

സാരം:— ഗ്രഹങ്ങളുടെ മദ്ധ്യമം വരുത്തുവാൻ യോജനഗതി ഗുണകാരമാവാം. അപ്പോൾ അതാതിൻെറ കക്ഷ്യ ഹാരകവുമാവും. അല്ലെങ്കിൽ കലാഗതി ഗുണകവും ചക്രലിപ്തകൾ (21600) ഹാരകവുമാവാം.

$$\text{ഗ്രഹം ഒരു വട്ടം തികക്കുവാൻ ദിവസം} = \frac{\text{കക്ഷ്യ}}{\text{യോജനഗതി}}\ \text{ദി} = \frac{21600}{\text{ദിനഗതി}}\ \text{ദി}$$

$$\therefore\ \text{ഓരോ ദിവസത്തെ ഗതി} = \text{ഒരു വട്ടം} \div \frac{\text{കക്ഷ്യ}}{\text{യോജനഗതി}}$$

$$= \frac{\text{യോജനഗതി}}{\text{കക്ഷ്യ}}\ \text{ഇത്ര ഭഗണം}$$

$$\text{അഥവാ} = \text{ഒരു വട്ടം} \div \frac{21600}{\text{ദിനഗതി}}$$

$$= \frac{\text{ദിനഗതി}}{21600}\ \text{ഇത്ര വട്ടം}$$

ഇതിൽനിന്നു ഖണ്ഡശേഷദിവസങ്ങളിലെ ഭുക്തി കാണുവാൻ ഒരു ദിവസത്തെ ഗതിയെ ഖണ്ഡശേഷദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി ഒന്നാം അദ്ധ്യായത്തിൻെറ
യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രവേശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാ സഹിതഃ

രണ്ടാം അദ്ധ്യായം പ്രവേശിക.

മദ്ധ്യമാനയനത്തിൽ ഖണ്ഡശേഷത്തെ ഗ്രഹഭഗണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഭൂദിനംകൊണ്ടു ഹരിക്കണമല്ലോ. ഗ്രഹഭഗണവും ഭൂദിനവും വലിയ സംഖ്യകളാകയാൽ ഇതു പ്രയാസമുള്ള ക്രിയയാകുന്നു. ഇതിനെ ലഘൂകരിപ്പാൻ ഒരു മാൎഗ്ഗം കഴിഞ്ഞ അദ്ധ്യായത്തിൽ പറഞ്ഞു. വേറെയും ചില മാൎഗ്ഗങ്ങളുണ്ട്. മദ്ധ്യമാനയനത്തിൽ മാത്രമല്ല ഇവ ഉപയോഗമാകുന്നത്.

1. അപവൎത്തനം.

ഉദാഹരണത്തിന്നുവേണ്ടി 9928ഉം 2872ഉം വലിയ സംഖ്യകളല്ലെങ്കിലും വലിയവയെന്നു സങ്കല്പിക്കുക. മറെറാരു സംഖ്യയെ 9928കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 2872 കൊണ്ടു ഹരിക്കണമെന്നും വെക്കുക. ഭിന്നപരികൎമ്മഭാഷയിൽ പറയുകയാണെങ്കിൽ സംഖ്യയെ $\frac{9928}{2872}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. ഭിന്നത്തിൻെറ അംശഛേദങ്ങളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു പെരുക്കുകയോ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുകയോ ചെയ്താൽ ഭിന്നത്തിൻെറ വിലക്ക് മാററം വരുന്നില്ല. അതിനാൽ 9928നേയും 2872നേയും ശിഷ്ടം കൂടാതെ ഹരിക്കാവുന്ന വല്ലസംഖ്യയും ഉണ്ടെങ്കിൽ അവയെ ഹരിച്ച് സംഖ്യകളെ ചെറുതാക്കാം. ഇങ്ങിനെ ഹരിക്കുവാൻ പററിയ സംഖ്യക്ക് അപവൎത്തനം എന്നു പറയുന്നു. അങ്ങിനെ ഒരപവൎത്തനമുണ്ടെങ്കിൽ രണ്ടു സംഖ്യകളും ആ അപവൎത്തനത്തിൻെറ കുറെ മടങ്ങുകളായിരിക്കും. അതിനാൽ വലിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു ചെറിയ സംഖ്യ ഒരിക്കലോ പല പ്രാവശ്യമോ എടുത്താലും ബാക്കി അപവൎത്തനത്തിൻെറ കുറെ മടങ്ങുകൾ ആവും. അതിനാൽ ബാക്കിയുടെ കുറെ മടങ്ങു ചെറിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു കളഞ്ഞുണ്ടാകുന്ന ബാക്കിയും അപവൎത്തനത്തിൻെറ മടങ്ങുകളാവും. ഇങ്ങിനെ അപവൎത്തനത്തിൻെറ മടങ്ങുകളായ ശിഷ്ടങ്ങൾ ചെറുതായിചെറുതായി അവസാനം അപവൎത്തനം ശിഷ്ടമാകും. ഒരു സംഖ്യയെ മറെറാരു സംഖ്യയിൽനിന്നു കുറെ മടങ്ങു കളയുന്നതാണല്ലോ ഹരണം. അതിനാൽ രണ്ടു സംഖ്യകളുടേയും അന്യോന്യഹരണംകൊണ്ടു അപവൎത്തനത്തെക്കാണാം. അതു താഴെ കാട്ടുന്നു.

3	9928	2872	2
	8616	2624	
5	1312	248	3
	1240	216	
2	72	32	4
	64	32	
	8	0	

ഹരിക്കവഴിയുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ ഇവിടെ ഹാരകങ്ങളാകുന്നു. അന്ത്യഹാരകമായ 8 തന്നെ അപവർത്തനം. അതു മേല്ക്കുമേലുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളേയും അവശേഷം ഹരിക്കുമെന്നു കാണാം. 8നെകൊണ്ടു 9928നേയും 2872നേയും അപവർത്തിച്ചാൽ 1241ഉം 359ഉം കിട്ടും. ഇവക്ക് പൊതുവായ അവശേഷഹാരകമില്ലായ്കയാൽ ഇവയെ ദൃഢ ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെന്നോ ദൃഢ ഹാര്യഹാരകങ്ങളെന്നോ പറയുന്നു.

വല്ലി.

ഇപ്പോൾ 9928നെകൊണ്ടു പെരുക്കി 2872കൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിന്നു പകരം 1241 കൊണ്ടു പെരുക്കി 359കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതി. ഇതും പ്രയാസമെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\frac{1241}{359} = 3 + \frac{164}{359}.$$

ഫലത്തിന്നു വളരെ സൂക്ഷ്മത വേണ്ടെങ്കിൽ $\frac{164}{359}$ എന്ന ഭിന്നത്തെ ഉപേക്ഷിക്കാം. ഫലം ഒന്നു ചെറുതാവും. എന്നാലും 3 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഫലം പ്രായികമായുണ്ടാകും. കുറെക്കൂടി സൂക്ഷ്മത വേണമെങ്കിൽ $\frac{164}{359}$ നെ തീരെ ഉപേക്ഷിക്കേണ്ട.

$$\frac{164}{359} = \frac{1}{359 \div 164} = \frac{1}{2 + \frac{31}{164}}.$$

അതിനാൽ തീരെ ഉപേക്ഷിക്കാതെ $\frac{164}{359}$ ന്നു പകരം $\frac{1}{2}$ എന്നെടുക്കാം. ഛേദത്തിൽനിന്നു ഒരു ഭാഗം ഉപേക്ഷിച്ചിരിക്കയാൽ, ഈ $\frac{1}{2}$, $\frac{164}{359}$ നേക്കാൾ അധികം. എങ്കിലും $\frac{1241}{359} = 3 + \frac{1}{2}$ എന്നു പ്രായികമായിക്കരുതാം.

അതിനാൽ 7 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം കുറെക്കൂടി സൂക്ഷ്മമാകും. പക്ഷെ അല്പം അധികമായിരിക്കും. ഇനിയും സൂക്ഷ്മത വേണമെങ്കിൽ $\frac{31}{164}\left(=\frac{1}{5+\frac{9}{31}}\right)$നെ തീരെ ഉപേക്ഷിക്കാതെ അതിനു പകരം $\frac{1}{5}$ എന്നെടുക്കാം.

$$3+\frac{1}{2+\frac{1}{5}} = 3+\frac{5}{11} = \frac{38}{11}$$

38കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 11കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം കുറെക്കൂടി സൂക്ഷ്മമായി. ഫലം യഥാൎത്ഥത്തിൽനിന്നു അല്പം കുറഞ്ഞിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ അവസാനം വരെ ചെയ്താൽ ക്രമേണ അംശച്ഛേദങ്ങൾ വലുതാവുകയും അതോടുകൂടി ഫലം സൂക്ഷ്മതരമാകയും, അവസാനം ആദ്യഗുണകാരഹാരകങ്ങളിൽ എത്തുകയും ചെയ്യും. ഫലം യഥാൎത്ഥത്തിന്റെ ഇരുപാടും ദോലകംപോലെ ആടി അവസാനം യഥാൎത്ഥത്തിൽ എത്തുന്നു. ഇഷ്ടമുള്ള ഫലത്തെ സ്വീകരിക്കയും ചെയ്യാം.

$$\frac{1241}{359} = 3+\frac{1}{2+\frac{1}{5+\frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{4}}}}}$$

ഇതിനെ കുറെക്കൂടി സൌകൎയ്യത്തിൽ $3+\frac{1}{2+}\frac{1}{5+}\frac{1}{3+}\frac{1}{2+}\frac{1}{4}$ എന്നെഴുതുന്നു. ഇതിന്നു വല്ലി എന്നു പേർ. 3, 2, 5, 3, 2, 4 ഇവക്കു വല്ലീഫലങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ അപവൎത്തിച്ചിട്ടോ അപവൎത്തിക്കാതേയോ അവയുടെ അന്യോന്യഹരണത്തിൽനിന്നു ഒരേ വല്ലീഫലങ്ങളുണ്ടാകുമെന്നു സ്പഷ്ടം. ഒന്നു, രണ്ടു, മൂന്നു മുതലായി വല്ലീഫലങ്ങൾ ഉപസംഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഭിന്നങ്ങളെ കൊടുക്കുന്നു. $\frac{3}{1}, \frac{7}{2}, \frac{38}{11}, \frac{121}{35}, \frac{280}{81}, \frac{1241}{359}$.

ഇവകൾ ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ഇവയിൽ ഓജഫലങ്ങൾ $\frac{1241}{359}$നേക്കാൾ കുറഞ്ഞവയും യുഗ്മഫലങ്ങൾ അധികമായവയുമാകുന്നു. ഇവയുടെ അംശച്ഛേദങ്ങളെ ലഘുഗുണകാരഹാരകങ്ങളെന്നോ ലഘുഭാജ്യഭാജകങ്ങളെന്നോ പറയും. ആദ്യഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ വെറും ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ തന്നെ.

വല്ല്യുപസംഹാരം.

സൂക്ഷ്മത വേണ്ടുവോളം ഫലങ്ങളെ എടുത്തുപസംഹരിക്കുന്നതു ഇന്നത്തെ സ്കൂൾ സമ്പ്രദായത്തിലാവാം. അതു ചെയ്തുകാട്ടുന്നു.

$$3 + \frac{1}{2+}\frac{1}{5+}\frac{1}{3} = 3 + \frac{1}{2+\frac{3}{16}} = 3 + \frac{16}{35} = \frac{121}{35}.$$

ഈ ക്രിയതന്നെ കവടികൊണ്ടു മറ്റൊരു വിധത്തിൽ ചെയ്യുന്നതാണ് പഴയ സമ്പ്രദായം. അതുപ്രകാരം ഉപസംഹരിക്കേണ്ട വല്ലീഫലങ്ങളെ താഴെ

3	3	3	121
2	2	35	35
5	16	16	—
3	3	—	—
1	—	—	—

താഴെയായി വെക്കുന്നു. എല്ലാററിൻേറയും അടിയിൽ 1ഉം വെക്കുന്നു. അപ്പോൾ 1 അന്ത്യമായും 3 ഉപാന്ത്യമായും വരും. ഇതു വല്ലി. എന്നിട്ടു ഉപാന്ത്യം (3)കൊണ്ടു അതിൻെറ മീതെയുള്ളതി(5)നെ ഗുണിച്ചു താഴെയുള്ളതി(1)നെ കൂട്ടി മീതെയുള്ളതിൻെറ സ്ഥാനത്തുവെച്ച് അന്ത്യത്തെ കളയുന്നു. അപ്പോൾ സംഖ്യകൾ രണ്ടാം വരിയിലേതുപോലെ വരും. ക്രിയ പിന്നേയും തുടരുന്നു. അവസാനം അന്ത്യത്തെ കളയുമ്പോൾ രണ്ടു സംഖ്യകൾ ശേഷിക്കും. മീതത്തേതു ഗുണകാരവും താഴത്തേതു ഹാരകവുമാകുന്നു. ഈ ക്രിയ ഈ അദ്ധ്യായം 5-ാം ശ്ലോകത്തിൽ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഇവിടെ താഴത്തുനിന്നു ഉപസംഹരിച്ചു. ക്രിയ മീതെനിന്നും തുടങ്ങാം. അതിൻെറ യുക്തി കാണുവാൻ ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ ഭ എന്നും ക എന്നും അവയിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന വല്ലീഫലങ്ങളെ $\text{വ}_1, \text{വ}_2, \text{വ}_3$ .... മുതലായവകളെ കൊണ്ടും ലഘുഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ $\text{ഭ}_1, \text{ഭ}_2, \text{ഭ}_3$ .... $\text{ക}_1, \text{ക}_2, \text{ക}_3$ ഇവകളെ കൊണ്ടും സൂചിപ്പിക്കുക. എന്നാൽ

$$\frac{\text{ഭ}}{\text{ക}} = \text{വ}_1 + \frac{1}{\text{വ}_2+}\;\frac{1}{\text{വ}_3+}\;\frac{1}{\text{വ}_4+}\;\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\frac{\text{ഭ}_1}{\text{ക}_1} = \frac{\text{വ}_1}{1}.\ \text{എന്നുവെച്ചാൽ},\ \text{ഭ}_1 = \text{വ}_1,\ \text{ക}_1 = 1.$$

$$\frac{\text{ഭ}_2}{\text{ക}_2} = \frac{\text{വ}_1}{1} + \frac{1}{\text{വ}_2} = \frac{\text{വ}_1\,\text{വ}_2 + 1}{\text{വ}_2} = \frac{\text{ഭ}_1\,\text{വ}_2 + 1}{\text{വ}_2};\ \text{ഭ}_2 = \text{ഭ}_1\,\text{വ}_2 + 1,$$

$$\text{ക}_2 = \text{വ}_2$$

ഇനി വ_2ന്നു പകരം $\text{വ}_2 + \frac{1}{\text{വ}_3}$ എന്നുവെച്ചാൽ $\frac{\text{ഭ}_3}{\text{ക}_3}$ എന്നും അതിൽ വ_3ന്നു പകരം $\text{വ}_3 + \frac{1}{\text{വ}_4}$ എന്നുവെച്ചാൽ $\frac{\text{ഭ}_4}{\text{ക}_4}$ എന്നതും ഈ വിധത്തിൽ മേലി

ല്ലുള്ള ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളും കിട്ടുമെന്നു കാണാം. അതിനാൽ

$$\frac{\text{ഭ}_3}{\text{ക}_3} = \frac{\text{ഭ}_1\left(\text{വ}_2+\frac{1}{\text{വ}_3}\right)+1}{\text{വ}_2+\frac{1}{\text{വ}_3}} = \frac{\text{വ}_3(\text{ഭ}_1\,\text{വ}_2+1)+\text{ഭ}_1}{\text{വ}_3\,\text{വ}_2+1} = \frac{\text{ഭ}_2\text{വ}_3+\text{ഭ}_1}{\text{ക}_2\text{വ}_3+\text{ക}_1}$$

$$\frac{\text{ഭ}_4}{\text{ക}_4} = \frac{\text{ഭ}_2\left(\text{വ}_3+\frac{1}{\text{വ}_4}+\text{ഭ}_1\right)}{\text{ക}_2\left(\text{വ}_3+\frac{1}{\text{വ}_4}\right)+\text{ക}_1} = \frac{\text{വ}_4(\text{ഭ}_2\,\text{വ}_3+\text{ഭ}_1)+\text{ഭ}_2}{\text{വ}_4(\text{ക}_2\,\text{വ}_3+\text{ക}_1)+\text{ക}_2} = \frac{\text{ഭ}_3\,\text{വ}_4+\text{ഭ}_2}{\text{ക}_3\text{വ}_4+\text{ക}_2}$$

ഇങ്ങിനെ മേല്ക്കുമേൽ. ഇതിൽനിന്നു

$$\begin{array}{ll}
\text{ഭ}_3 = \text{ഭ}_2\text{വ}_3 + \text{ഭ}_1 & \text{ക}_3 = \text{ക}_2\text{വ}_3 + \text{ക}_1 \\
\text{ഭ}_4 = \text{ഭ}_3\text{വ}_4 + \text{ഭ}_2 & \text{ക}_4 = \text{ക}_3\text{വ}_4 + \text{ക}_2 \\
\text{ഭ}_5 = \text{ഭ}_4\text{വ}_5 + \text{ഭ}_3 & \text{ക}_5 = \text{ക}_4\text{വ}_5 + \text{ക}_3 \\
\text{ഭ}_6 = \text{ഭ}_5\text{വ}_6 + \text{ഭ}_4 & \text{ക}_6 = \text{ക}_5\text{വ}_6 + \text{ക}_4 \\
\cdots\cdots & \cdots\cdots
\end{array}$$

മുതലായ ഫലങ്ങൾ കിട്ടുന്നു. ഇതിൽനിന്നു ഒന്നും രണ്ടും ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളിലെ ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ അറിഞ്ഞാൽ ഭാജകങ്ങളുടെ അപേക്ഷകൂടാതെ മേലാലുള്ള എല്ലാഭാജ്യങ്ങളേയും ഭാജ്യകാപേക്ഷകൂടാതെ മേലാലുള്ള എല്ലാ ഭാജകങ്ങളേയും വരുത്താമെന്നു വരുന്നു.

ഇതു ഈ അദ്ധ്യായം 6 ശ്ലോകത്തിൽ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ആ സമ്പ്രദായപ്രകാരം ഈ ക്രിയ താഴെ കാണിക്കുംപ്രകാരം ചെയ്യുന്നു.

ഭാജ്യാനയനം

1	1	1	1
3	3	3	3
2	7	7	7
5	5	38	38
3	3	3	121

ഭാജകാനയനം

1	1	1
2	2	2
5	11	11
3	3	35

വല്ലീഫലങ്ങളെ ഒന്നിനൊന്നു താഴെയായി വെക്കുന്നു. അതിന്റെ മീതെ 1ഉം വെക്കുന്നു. ഈ 1 തൊട്ടെണ്ണി 2-ാം സംഖ്യയെകൊണ്ടു അതിന്റെ താഴത്തെ സംഖ്യയെ പെരുക്കി മീതത്തെ സംഖ്യയും കൂട്ടി താഴത്തേതിന്റെ സ്ഥാനത്തു വെക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ തുടൎന്നാൽ ലഘുഭാജ്യകങ്ങൾ വഴിക്കു വഴിയുണ്ടാകുന്നു. ഭാജകങ്ങൾക്ക് ഫലങ്ങളെ വെക്കുമ്പോൾ ആദ്യവല്ലീഫല

ത്തെ വെക്കുന്നില്ല. ശേഷം ക്രിയഭാജ്യങ്ങൾക്കെന്നപോലെ. രണ്ടും ചെയ്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഭാജ്യങ്ങളിൽ മീതെയുള്ള 1നെ നീക്കുന്നു. അപ്പോൾ ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ വഴിക്കുവഴി കാണാം. ഇവിടെ അവ 3—1, 7—2, 38—11, 121—35 എന്നു കാണപ്പെടുന്നു.

ഇനി ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ അപവൎത്തിച്ച് ദൃഢങ്ങളാക്കി വല്ലിയുണ്ടാക്കിയാലും അപവൎത്തിക്കാതെ വല്ലിയുണ്ടാക്കിയാലും ഉപസംഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന ലഘുഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളായിരിക്കുമെന്നു കാണിക്കാം. അതിന്നായി അടുത്ത രണ്ടു ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളെ എടുത്തു അവയുടെ അംശച്ഛേദങ്ങളെ അന്യോന്യം ഗുണിച്ചന്തരിച്ചാൽ എല്ലായ്പ്പോഴും 1 കിട്ടുമെന്നു കാട്ടാം.

$$ഭ_2ക_1 - ക_2ഭ_1 = (ഭ_1വ_2 + 1) \times 1 - വ_2 . ഭ_1 = +1.$$
$$ഭ_3ക_2 - ക_3ഭ_2 = (ഭ_2വ_3 + ഭ_1)\, ക_2 - (ക_2വ_3 + ക_1)\, ഭ_2$$
$$= ഭ_1ക_2 - ക_1ഭ_2 = -(ഭ_2ക_1 - ക_2ഭ_1) = -1.$$
$$ഭ_4ക_3 - ക_4ഭ_3 = (ഭ_3വ_4 + ഭ_2)\, ക_3 - (ക_3വ_4 + ക_2)\, ഭ_3$$
$$= ഭ_2ക_3 - ക_2ഭ_3 = -(ഭ_3ക_2 - ക_3ഭ_2) = +1.$$
$$ഭ_5ക_4 - ക_5ഭ_4 = (ഭ_4വ_5 + ഭ_3)\, ക_4 - (ക_4വ_5 + ക_3)\, ഭ_4$$
$$= ഭ_3ക_4 - ക_3ഭ_4 = -(ഭ_4ക_3 - ഭ_3ക_4) = -1.$$

ഇങ്ങിനെ മേല്ക്കുമേൽ. ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളുടെ സംഖ്യകളിൽ ഉയൎന്നതു ഓജമെങ്കിൽ − 1 എന്നും യുഗ്മമെങ്കിൽ + 1 എന്നും ലഭിക്കും. ഇനി ഇഷ്ടമുള്ള ഉപസംഹൃതഫലത്തിന്റെ ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളെന്നു കാണിക്കാം. ഉദാഹരണമായി $ഭ_{10}$, $ക_{10}$ എന്നെടുക്കുക. ഇവക്ക് ഒരപവൎത്തനമുണ്ടെങ്കിൽ അതു $ഭ_{10}\, ക_9$ നേയും $ക_{10}\, ഭ_9$ നേയും അവശേഷം ഹരിക്കും. അതിനാൽ ഇവയുടെ അന്തരത്തേയും അപവൎത്തനംകൊണ്ടു ഹരിക്കാം. പക്ഷെ അന്തരം മേൽ കാണിച്ചപ്രകാരം 1 ആകയാൽ ഇവക്ക് അപവൎത്തനമില്ലെന്നു വരുന്നു. ഉണ്ടെങ്കിൽ അപവൎത്തനംകൊണ്ട് 1 നേയും ശിഷ്ടം കൂടാതെ ഹരിക്കാമെന്നു വരുമല്ലോ.

ഭാജ്യഭാജകശിഷ്ടബന്ധം.

മുമ്പത്തെപ്പോലെ ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ ഭ എന്നും ക എന്നും ലഘുഭാജ്യാദികളെ $ഭ_1$, $ക_1$, $വ_1$ മുതലായവകളെകൊണ്ടും വല്ല്യാനയനത്തിൽ ആദ്യം തൊട്ടുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളെ $ശ_1$, $ശ_2$, $ശ_3$ .... മുതലായവകളെകൊണ്ടും സൂചിപ്പിക്കുക. ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങൾ അല്ലെങ്കിലും, ആണെങ്കിലും അവയുടെ അന്യോന്യഹരണത്തിൽനിന്നു താഴെയുള്ള ബന്ധങ്ങൾ കാണാം.

$ശ_1 = ഭ - വ_1ക$, $ശ_2 = ക - വ_2ശ_1$, $ശ_3 = ശ_1 - വ_3ശ_2$, $ശ_4 = ശ_2 - വ_4ശ_3$ ഇത്യാദി. ഇവയിൽനിന്നു,

$$ശ_1 = ഭ - വ_1ക \quad = + \underline{(ക_1ഭ - ഭ_1ക)}$$
$$ശ_2 = ക - വ_2ശ_1 \quad = ക - വ_2(ക_1ഭ - ഭ_1ക)$$
$$= - ഭ(ക_1വ_2) + ക(ഭ_1വ_2 + 1) = - \underline{(ക_2ഭ - ഭ_2ക)}$$
$$ശ_3 = ശ_1 - വ_3ശ_2 = (ക_1ഭ - ഭ_1ക) + വ_3(ക_2ഭ - ഭ_2ക)$$
$$= ഭ(ക_2വ_3 + ക_1) - ക(ഭ_2വ_3 + ഭ_1) = + \underline{(ക_3ഭ - ഭ_3ക)}$$
$$ശ_4 = ശ_2 - വ_4ശ_3 = - (ക_2ഭ - ഭ_2ക) - വ_4(ക_3ഭ - ഭ_3ക)$$
$$= - ഭ(ക_3വ_4 + ക_2) - ക(ഭ_3വ_4 + ഭ_2) = \underline{-(ക_4ഭ - ഭ_4ക)}$$

ഇപ്രകാരം തുടൎന്നുകൊണ്ടുപോയാൽ

$ശ_5 = ക_5ഭ - ഭ_5ക$, $ശ_6 = -(ക_6ഭ - ഭ_6ക)$, $ശ_7 = ക_7ഭ - ഭ_7ക$. മുതലായ ഫലങ്ങൾ സിദ്ധിക്കും. ഹരണത്തിൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളെല്ലാം ധനമാകയാൽ $(ക_1ഭ - ഭ_1ക)$, $(ക_2ഭ - ഭ_2ക)$, $(ക_3ഭ - ഭ_3ക)$ മുതലായവകളിൽ ഓജങ്ങൾ ധനവും യുഗ്മങ്ങൾ ഋണവുമാകുന്നു. അതിനാൽ $\left(\frac{ഭ}{ക} - \frac{ഭ_1}{ക_1}\right)$, $\left(\frac{ഭ}{ക} - \frac{ഭ_2}{ക_2}\right)$, $\left(\frac{ഭ}{ക} - \frac{ഭ_3}{ക_3}\right)$ എന്നിവകളിലും ഓജങ്ങൾ ധനവും യുഗ്മങ്ങൾ ഋണവുമാകുന്നു. ഇതു മുമ്പുതന്നെ കണ്ടിട്ടുള്ളതാണു.

ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളല്ലെങ്കിൽ അന്ത്യോപസംഹൃതഫലം $\frac{ഭ}{ക}$ എന്നു വരികയില്ല. $\frac{ഭ}{ക}$ എന്നതിനെ അപവൎത്തനംകൊണ്ടു അപവൎത്തിച്ചാൽ $\frac{ദ}{ന}$ എന്നു വരുമെന്നു വെക്കുക. അതായിരിക്കും അന്ത്യോപസംഹൃതഫലം.

$\frac{ഭ}{ക} = \frac{ദ}{ന}$ $\therefore$ $നഭ - ദക = 0$. ശൂന്യം അന്ത്യശിഷ്ടവുമാണു്.

കുട്ടകം.

ഏതൊരു സംഖ്യകൊണ്ടു 1241 നെ ഗുണിച്ചു 200 കൂട്ടിയാൽ 359 കൊണ്ടു ഫലത്തെ ശിഷ്ടംകൂടാതെ ഹരിക്കാം. ഈ വക പ്രശ്നങ്ങളെ ആലോചിക്കുന്ന മാൎഗ്ഗത്തെ കുട്ടകമെന്നു പറയുന്നു. 1241 നെ ഭാജ്യമെന്നും 359 നെ ഭാജകമെന്നും പറയുന്നു. 200 നെ ക്ഷേപമെന്നു പറയുന്നു. കൂട്ടുവാനായതുകൊണ്ടു ധനക്ഷേപമെന്നു പറയും. കിഴിക്കുവാനാണെങ്കിൽ അതു ഋണക്ഷേപം. അജ്ഞാതമായ ഗുണകാരത്തെ യ എന്നും 359 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന ലബ്ധി എന്നു പറയുന്ന ഫലത്തെ വ എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. എന്നാൽ പ്രശ്നത്തെ താഴെ കാണുംപ്രകാരം എഴുതാം.

$$\frac{1241\text{യ} + 200}{359} = \text{വ}:$$ എന്നാൽ യ എത്ര?

സമീകാരത്തെ മാററി എഴുതിയാൽ

$$1241\ \text{യ} - 359\ \text{വ} = -200.$$

1241, 359 ഇവയിൽനിന്നു വല്ലിയുണ്ടാക്കിയാൽ, ഉപാന്ത്യസംഹൃതഫലത്തിൻെറ അംശഛേദങ്ങൾ ന, ഗ എന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ

$$1241\ \text{ന} - 359\ \text{ഗ} = +1$$ അല്ലെങ്കിൽ -1

$\therefore 1241\ (200\ \text{ന}) - 359\ (200\ \text{ഗ}) = +200$ അല്ലെങ്കിൽ -200 ന, ഗ ഓജഫലങ്ങളെങ്കിൽ ധനം അല്ലെങ്കിൽ ഋണം.

$$\frac{1241}{359} = 3 + \frac{1}{2+}\frac{1}{5+}\frac{1}{3+}\frac{1}{2+}\frac{1}{4}\ \therefore$$ ഉപാന്ത്യസംഹൃതം $= \frac{280}{81}$

ഇതു ഓജമാകയാൽ,

$$1241\ (200 \times 81) - 359\ (200 \times 280) = 200$$

അതിനാൽ 16200 ($= 200 \times 81$) കൊണ്ടു 1241 നെ ഗുണിച്ച് 200 കളഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടത്തെ 359 കൊണ്ടു അവശേഷം ഹരിക്കാമെന്നും, എന്നാൽ ഫലം 56000 ($= 200 \times 280$) ആയിരിക്കുമെന്നും വന്നു. 16200ഉം അതിൽനിന്നു ഒന്നോ അധികമോ 359 കളഞ്ഞോ, അതോടു കൂട്ടിയോ കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളെല്ലാം ഈ വിധത്തിലുള്ള ഗുണകാരങ്ങളാകും. ഫലത്തിൽ ഭേദങ്ങളുണ്ടാകും. 359 നെ 16200ൽനിന്നു എത്ര വട്ടം കളകയോ, അതോടു എത്രവട്ടം കൂട്ടുകയോ ചെയ്യുന്നു അത്രവട്ടം 1241 നെ 56000ൽനിന്നു കളകയോ, അതോടു കൂട്ടുകയോ ചെയ്തുകിട്ടുന്നതായിരിക്കും ഫലം. നാം കഴിയുന്നത്ര ചെറിയ ഗുണകാരത്തെ കാണ്മാൻ ഇച്ഛിക്കുന്നതിനാൽ 16200 നെ 359 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടത്തെ ഗുണകാരമായി സ്വീകരിക്കാം. അതു 45. വേറെ വിധം പറഞ്ഞാൽ 16200 നെ 359 ആകുന്ന ഭാജകംകൊണ്ടു തക്ഷണം (= ചെട്ടിക്കുറക്കൽ) ചെയ്താൽ കിട്ടുന്ന 45 ഗുണകാരം. ഇവിടെ 45 പ്രാവശ്യം 359 കളഞ്ഞിട്ടുണ്ടെന്നു കാണാം. അതിനാൽ 1241നെ 45 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 200 കളഞ്ഞാൽ 359 കൊണ്ടു അവശേഷം ഹരിക്കാം. കിട്ടുന്ന ഫലം അഥവാ ലബ്ധി $56000 - 1421 \times 45 = 155$.

$1241\text{യ} - 359\ \text{വ} = 200$ എങ്കിൽ $\text{യ} = 45$, $\text{വ} = 155$.

ഇതിൽനിന്നു

$1241\ \text{യ} - 359\ \text{വ} = -200$ എങ്കിൽ യ എത്ര? എന്നതിൻെറ ഉത്തരം വരുത്താം.

1241 യ — 359 വ = 200 ആയതിനാൽ

1241 (359 — യ) — 359 (1241 — വ) = — 200

എന്നു സ്പഷ്ടമാകുന്നു. അതിനാൽ ഇവിടെ ഗുണകാരം 359 — യ = 359 — 45 = 314, ലബ്ധി 1241 — 155 = 1086

ഇവിടെ ഗുണകാരം കാണ്മാൻ ചെയ്തതെന്തെന്നു ചുരുക്കിപ്പറയാം. ഭാജ്യഭാജകങ്ങളിൽനിന്നു വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഉപാന്ത്യോപസംഹൃതഫലത്തിലെ ലഘുഭാജകംകൊണ്ടു ക്ഷേപത്തെ ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ഭാജകംകൊണ്ടു തക്ഷണം ചെയ്തു ചുരുക്കിയതിനെ ഭാജകത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞതു ഗുണകാരം. ലഘുഭാജ്യംകൊണ്ടു ക്ഷേപത്തെ ഗുണിച്ചു ഭാജ്യംകൊണ്ടു തക്ഷണം ചെയ്തതിനെ ഭാജ്യത്തിൽ കളഞ്ഞതു ലബ്ധി. ഇങ്ങിനെ ഉപാന്ത്യസംഹൃതം ഓജവും ക്ഷേപകം ധനവുമായിരിക്കുമ്പോൾ.

ഉപാന്ത്യസംഹൃതം ഓജവും ക്ഷേപകം ഋണവുമായിരിക്കുമ്പോൾ തക്ഷണം ചെയ്തുകിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾതന്നെ ഗുണകാരലബ്ധികളായിരിക്കും. ഇതു 1241 യ — 359 വ = 200 എങ്കിൽ യ = 45, വ = 155 എന്നതിൽ നിന്നു കാണാം.

ഉപാന്ത്യസംഹൃതം യുഗ്മമായിരുന്നെങ്കിൽ ധനക്ഷേപത്തിന്നു തക്ഷണാനന്തരം കിട്ടുന്ന സംഖ്യകൾതന്നെ ഗുണകാരലബ്ധികളെന്നും, ഋണക്ഷേപമെങ്കിൽ ഈ സംഖ്യകളെ ഭാജകഭാജ്യങ്ങളിൽ കളഞ്ഞു് കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടങ്ങൾ ഗുണകാരലബ്ധികളെന്നും മേൽപ്പറഞ്ഞതിൽനിന്നു കാണാം. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ഉപാന്ത്യസംഹൃതം യുഗ്മമാകുമ്പോൾ ഭാജ്യം × ഉപാന്ത്യഭാജകം — ഭാജകം × ഉപാന്ത്യഭാജ്യം = — 1 എന്നു വരും.

ലീലാവതിയിൽ ക്ഷേപം ധനമായിരിക്കുമ്പോൾ ഗുണകാരം കിട്ടുവാനുള്ള ക്രിയ തക്ഷണംവരെ വിവരിച്ചതിൻെറ ശേഷം താഴെ കാണും പ്രകാരം പറയുന്നു.

"ഏവം തദൈവാത്രയദാസമാസ്താഃ
സ്യുർല്ലബ്ധയശ്ചേ ദ്വിഷമാസ്തദാനീം
യദാഗതൌ ലബ്ധിഗുണൌ വിശോദ്ധ്യൌ
സ്വതക്ഷണാച്ഛേഷമിതൌ തു തൌസ്തഃ"

എന്നുവെച്ചാൽ ലബ്ധമായ ഉപസംഹൃതം സമമാണെങ്കിൽ ഇങ്ങിനെ. വിഷമ (= ഓജം) മെങ്കിൽ ലബ്ധിഗുണങ്ങളെ അതാതിൻെറ തക്ഷണ (ഭാജ്യമോ, ഭാജകമോ) ത്തിൽ നിന്നു കുറച്ചവ ലബ്ധിഗുണങ്ങളായി വരും.

ഇനി ഋണക്ഷേപവും ഓജസംഹതവും കലന്ന ഒരുദാഹരണം കാണിക്കാം. ധനക്ഷേപവും യുഗ്മസംഹതവും കലന്നതിന്നും ഇതുതന്നെയാണ്ട് ചെയ്യേണ്ടതു്.

ഉം. 63നെ എന്തുകൊണ്ട പെരുക്കി 50 കിഴിച്ചാൽ ശിഷ്ടത്തെ 170കൊണ്ട അവശേഷം ഹരിക്കാം.

$$\frac{63\text{ യ} - 50}{170} = \text{വ, അഥവാ } 63\text{ യ} - 170\text{ വ} = 50.$$

$$\frac{63}{170} = 0 + \frac{1}{2+}\frac{1}{1+}\frac{1}{2+}\frac{1}{3+}\frac{1}{6}.\ \text{ഉപാന്ത്യസംഹതം} = \frac{10}{27}.\ \text{ഓജം.}$$

ക്ഷേപമായ 50 നെ ലഘുഭാജകമായ 27 കൊണ്ട പെരുക്കിയാൽ 1350. ഇതിനെ ഭാജകമായ 170 കൊണ്ട തക്ഷണം ചെയ്താൽ $1350 - 170 \times 7 = 160$. ഇതു ഗുണകാരം. ക്ഷേപത്തെ ലഘുഭാജ്യംകൊണ്ട ഗുണിച്ചതു 500. ഇതിനെ ഭാജ്യംകൊണ്ട തക്ഷണം ചെയ്താൽ $500 - 63 \times 7 = 59$. ഇതു ലബ്ധി. ഇവിടെ ആദ്യവല്ലീഫലത്തെ 0 എന്നു വെച്ച അതോടുകൂടി ഓജയുഗ്മത്വം കണക്കാക്കിയതു പ്രത്യേകം നോക്കുക.

ഇവിടെ പ്രതിപാദിക്കുവാൻ ഉപയോഗിച്ച രണ്ടു് ഉദാഹരണങ്ങളിലും ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളാകുന്നു. അല്ലെങ്കിൽ അവയെ അപവർത്തിച്ച് ദൃഢങ്ങളാക്കണം. ഭാജ്യഭാജകങ്ങളുടെ അപവർത്തനംകൊണ്ട ക്ഷേപത്തെ അപവർത്തിക്കുവാൻ സാധിച്ചില്ലെങ്കിൽ കുട്ടകം അസാദ്ധ്യമെന്നു കാണാം. ഭ. യ — ക. വ = ‡ ക്ഷേപം. ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ അവശിഷ്ടം ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യ ഭ. യ — ക. വ എന്നതിനേയും അവശിഷ്ടം ഹരിക്കും. അതിനാൽ കുട്ടകം സാദ്ധ്യമാണെങ്കിൽ ക്ഷേപത്തേയും അവശേഷം ഹരിക്കണം. ലീലാവതിയിൽ പറയുന്നു,

"ഭാജ്യോ ഹാരഃ ക്ഷേപകശ്ചാപവർത്ത്യഃ
കേനാപ്യാദൌ സംഭവേ കുട്ടകാർത്ഥം
യേന ച്ഛിന്നൌ ഭാജ്യഹാരൌ ന തേന
ക്ഷേപശ്ചൈതദ് ദുഷ്ടമുദ്ദിഷ്ടമേവ".

എന്നു. $(3723\text{ യ} + 600) \div 1077 = \text{വ}$. എന്നതിൽ 3723 നും 1077 നും അപവർത്തനം 3. ഇതുകൊണ്ട 600 നെ അപവർത്തിച്ചാൽ 200. അതിനാൽ കുട്ടകം സാദ്ധ്യം. $(1241\text{ യ} + 200) \div 359 = \text{വ}$ എന്നു വരും പ്രശ്നം.

ഇനി അഭ്യേതാക്കൾക്ക് ചെയ്യുവാൻവേണ്ടി ഭാസ്കരാചാര്യരുടെ ലീലാവതിയിൽനിന്നു ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ ഇവിടെ ഉദ്ധരിച്ച് ഈ ഭാഗം അവസാനിപ്പിക്കാം.

(1) ഏകവിംശതിയുതം ശതദ്വയം
യദ്ഗുണം ഗണകപഞ്ചഷഷ്ടിയുക്
പഞ്ചവർജ്ജിതശതദ്വയോദ്ധൃതം
ശുദ്ധിമേതി ഗുണകം വദാശു തം

$(221\,\text{യ} + 65) \div 195 = \text{വ}.$ ഉത്തരം യ = 35, വ = 40.

(2) ശതം ഹതം യേന യുതം നവത്യാ
വിവർജ്ജിതം വാ വിഹൃതം ത്രിഷഷ്ട്യാ
നിരഗ്രകം സ്യാദ്വദ മേ ഗുണം തം
സ്പഷ്ടം പടീയാന്യദി കുട്ടകേऽസി.

1 $\frac{100\,\text{യ} + 90}{63} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 18, വ = 30.

2 $\frac{100\,\text{യ} - 90}{63} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 45, വ = 70.

(3) യേന സംഗുണിതാഃ പഞ്ചത്രയോവിംശതിസംയുതാഃ
വർജ്ജിതാ വാ ത്രിഭിർഭക്താ നിരഗ്രാസ്യുഃ സ കോ ഗുണഃ

1 $\frac{5\,\text{യ} + 23}{3} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 2, വ 11.

2 $\frac{5\,\text{യ} - 23}{3} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 7, വ 4

(4) യദ്ഗുണാ ഗണകഷഷ്ടിരന്വിതാ
വർജ്ജിതാ ച ദശഭിഃ ഷഡുത്തരൈഃ
സ്യാത്ത്രയോദശഹൃതാ നിരഗ്രകാ
തം ഗുണം കഥയ മേ പൃഥക് പൃഥക്.

1 $\frac{60\,\text{യ} + 16}{13} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 11, വ 52.

2 $\frac{60\,\text{യ} - 16}{13} = \text{വ}.$ ഉത്തരം. യ 2, വ 8.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ ദ്വിതീയോദ്ധ്യായഃ

ഒന്നാം അദ്ധ്യായത്തിൽ അഹൎഗ്ഗണത്തെ ആൎയ്യഭടീയഭഗണങ്ങളെ കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഭൂദിനത്തെ കൊണ്ടു ഹരിച്ച് പ്രായികമദ്ധ്യമം വരുത്തി അതിനെ ശകാബ്ദസംസ്കാരം ചെയ്തു സൂക്ഷ്മമദ്ധ്യമം ഉണ്ടാക്കി. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ അഹൎഗ്ഗണത്തെ ഒററ ഗുണകാരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഒററഹാരകം കൊണ്ടു ഹരിച്ച് സൂക്ഷ്മമദ്ധ്യമമുണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു. ഈ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. ക്രിയ ലഘൂകരിപ്പാനുള്ള മാൎഗ്ഗങ്ങളേയും പിന്നീടു പ്രതിപാദിക്കുന്നു.

ആദ്യമായി മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മന്ദാദിഹാരഗുണിതാ ഭഗണാ യുതോനാ
ജ്ഞാനീന്ദ്രസംഗുണധനാദിഗുണൈൎഗ്ഗുണാഃ സ്യുഃ
മന്ദാദിഹാരഹതഭൂദിവസാശ്ച ഹാരാഃ
പ്രോക്താ മഹാഗുണഹരാസ്ത്വിമേപവൎത്ത്യാഃ 1.

സാരം. അതാതു ഗ്രഹത്തിൻെറ ഭഗണത്തെ മന്ദാദിഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി 200 (ജ്ഞാനീന്ദ്ര)കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ധനാദിഗുണകാരത്തെ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്തതു അതാതിൻെറ ഗുണകാരം. ഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഭൂദിനം മഹാഹാരകം. ഇവക്ക് അപവൎത്തനമുണ്ടെങ്കിൽ ഇവയെ അപവൎത്തിക്കയും വേണം.

$$\text{ഗ്രഹത്തിൻെറ ഭഗണാദി ദിനഗതി} = \frac{\text{ഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം}} \pm \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി} \times \text{സംവത്സരദിനം}} \times \frac{1}{21600}$$

$$= \frac{\text{ഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം}} \pm \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}} \times \frac{\text{രവിഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം} \times 21600}$$

$$= \frac{\text{ഭഗണം}}{\text{ഭൂദിനം}} \pm \frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}} \times \frac{200}{\text{ഭൂദിനം}}$$

$$= \frac{\text{ഭഗണം} \times \text{മന്ദാദി} \pm \text{ധനാദി} \times 200}{\text{ഭൂദിനം} \times \text{മന്ദാദി}}$$

ഇതിലെ അംശം ഗുണകാരവും ഛേദം ഹാരകവുമാകുന്നു. ദിനഗതി കൊണ്ടു അഹൎഗ്ഗണത്തെ ഗുണിച്ചാൽ മദ്ധ്യമഭോഗവുമായി. ആദിത്യന്നു ശകാബ്ദസംസ്കാരമില്ലായ്കയാൽ സ്വപൎയ്യയവും ഭൂദിനവും തന്നെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളാം. ഇങ്ങിനെ കിട്ടുന്ന ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	ഗുണകാരം	ഹാരകം
സൂൎയ്യൻ	43,20,000	157,79,17,500
ചന്ദ്രൻ	490,90,31,760	13,412,29,87,500
രാഹു	74,33,832	5,049,33,60,000
ചന്ദ്രതുംഗൻ	6,54,08,346	21,144,09,45,000
ചൊവ്വ	53,97,62,640	37,081,06,12,500
ബുധൻ	421,52,83,700	ടി.
വ്യാഴം	8,55,83,240	ടി.
ശുക്രൻ	165,02,30,580	ടി.
ശനി	3,44,46,540	ടി.

ഇനി അപവൎത്തനത്തെ വരുത്തുവാൻ ക്രിയ പറയുന്നു.

രാശ്യോരന്യോന്യഹരണേ ശേഷഃ സ്യാദപവൎത്തനം
തേന തൌ വിഹൃതൌ രാശീ ദൃഢാഖ്യാവപവൎത്തിതൌ 2.

സാരം. രണ്ടു രാശികളുടെ അന്യോന്യഹരണത്തിൽ ശേഷിക്കുന്നതു അപവൎത്തനം. അതുകൊണ്ടു ഹരിക്കപ്പെട്ട ആ രണ്ടു രാശികളും അപവൎത്തിതങ്ങളായ ദൃഢങ്ങളാകുന്നു.

ഒന്നാം ശ്ലോകത്തിലെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ അപവൎത്തനങ്ങളേയും ദൃഢങ്ങളായ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളേയും താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	അപവൎത്തനം	ദൃഢഗുണകാരം	ദൃഢഹാരകം
സൂൎയ്യൻ	7500	576	2,10,389
ചന്ദ്രൻ	60	8,18,17,196	223,53,83,125
രാഹു	24	3,09,743	210,38,90,000
ചന്ദ്രതുംഗൻ	6	1,09,01,391	3524,01,57,500
ചൊവ്വ	60	89,96,044	618,01,76,875
ബുധൻ	100	4,21,52,837	370,81,06,125
വ്യാഴം	940	91,046	39,44,79,375
ശുക്രൻ	60	2,75,03,843	618,01,76,875
ശനി	60	5,74,109	618,01,76,875

ഇനി ഗ്രഹമദ്ധ്യമങ്ങളെ ഇവയെ കൊണ്ടു വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മഹാഗ്ഗുണാഘ്നാദ് ദ്യുഗണാദഭീഷ്ടാ
ന്മഹാഹരാപ്താ ഭഗണാദി ഖേടാഃ
കല്യാദിജൈഃ സ്വധ്രുവകൈഃ സമേതാഃ
ഫണീ തു തത്ര ധ്രുവതോ വിശോദ്ധ്യഃ 3.

സാരം. ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തെ അതാതു ഗ്രഹത്തിൻെറ മഹാഗ്ഗുണകാരം കൊണ്ടു ഗ്ഗുണിച്ച് അതിനെ മഹാഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഭഗണാദിമദ്ധ്യമത്തെയുണ്ടാക്കി അതിൽ അതാതിൻെറ കല്യാദിധ്രുവത്തേയും കൂട്ടണം. രാഹുവിന്നു കാണുന്ന ഫലത്തെ അതിൻെറ കല്യാദിധ്രുവത്തിൽനിന്നു വാങ്ങണം.

ഇനി കല്യാദിധ്രുവങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു. തുംഗപാതന്മാക്കുള്ള വിശേഷത്തേയും പറയുന്നു.

ഗോത്രോത്തുംഗഹതാദ് ധനാദി ഗ്ഗുണതോ
മന്ദാദിഹാരോദ്ധൃതാഃ
കല്യാദൌ രജനീകരാദി വിഹഗാ
ലിപ്താദയഃ സ്യുഃ ക്രമാൽ
തേഷാമിന്ദുജഭൂമിജാക്കതനയാഃ
ശോദ്ധ്യാഃ പുനമ്മണ്ഡലാൽ
തുംഗോ ഭത്രയസംയതസ്തുഹിനഗോഃ
പാതസ്തു ഷഡ്ഭാന്വിതഃ 4.

സാരം. 3623 (ഗോത്രോത്തുംഗ) നെ ധനാദികൊണ്ടു ഗ്ഗുണിച്ച് മന്ദാദികൊണ്ടു ഹരിച്ച് കലിയുടെ ആരംഭത്തിലേക്കുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ കലാദിധ്രുവങ്ങാം ഉണ്ടാകുന്നു. ബുധൻ, കുജൻ, ശനി ഇവക്കു കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളെ മണ്ഡലത്തിൽ (12 രാശി) നിന്നു കിഴിക്കുകയും തുംഗന്നു 3 രാശി കൂട്ടുകയും ചന്ദ്രപാതന്നു 6 രാശി കൂട്ടുകയും ചെയ്യൂ. (ശേഷം ഗ്രഹങ്ങാംക്ക് ഫലങ്ങാംതന്നെ ധ്രുവങ്ങാം)

ഇങ്ങിനെയുണ്ടാക്കിയ ഫലങ്ങളെ അടുത്ത പേജിൽ കൊടുക്കുന്നു.

* * *

ഗ്രഹം	ഫലം രാ	°	′	″	‴	⁗	വാക്യം	വിശേഷം
ചന്ദ്രൻ	–	6	23	36	42	21	പുരാരിവർഷാംഗഗിരിഷു	— —
രാഹു	–	24	31	50	38	30	നഗാഹിലീനശ്ശുകലേശംബരോ	6 രാശി കൂട്ടണം
ചന്ദ്രതുംഗൻ	–	29	17	25	31	21	കുദ്ധ്റേവ്യലക്ഷ്മീരഥകന്ധരാന്ന	3 രാശി കൂട്ടണം
കുജൻ	–	11	33	45	57	27	സുഖേസശന്മാഭൃഗ്ഗലോകകെ	12 രാശിയിൽ കളയണം
ബുധൻ	3	17	55	8	56	10	ഉപേക്ഷ്യമേദിനീശിശ്രുസ്സകാലം	12 രാശിയിൽ കളയണം
വ്യാഴം	–	12	4	36	—	—	അജ്ഞാനനീതാംഗവനപ്രിയോന്ന	— —
ശുക്രൻ	1	9	18	48	15	19	ധന്യോമുകുന്ദോ വിജയോധനാഢ്യ	— —
ശനി	–	5	8	20	25	32	രംഗേമുരഘ്നോ രജനീശ	12 രാശിയിൽ കളയണം

ശകാബ്ദം 444ന് കല്യബ്ദം 3623ന്റെ അന്ത്യത്തിൽ ആര്യഭടീയപ്രകാരം ഗണിച്ചാൽ ഗ്രഹമദ്ധ്യമം നിരീക്ഷണഫലത്തിന്നു ഒത്തിരിക്കണമെന്നാണല്ലോ നിശ്ചയം. ആര്യഭടീയപ്രകാരം കല്യാദിയിൽ തുംഗന്നു 3 രാശിയും പാതന്നു 6 രാശിയും ധ്രുവമാകുന്നു. മററു ഗ്രഹങ്ങൾ മദ്ധ്യമാൽ മേഷാദിയിലുമായിരുന്നു. കലി 3623 തികഞ്ഞതു തൊട്ടാണ് ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ടു ഗതി ശരിയാകുന്നതു്. അതനുസരിച്ചു് മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ ഇവിടെ ഉണ്ടാക്കിക്കഴിഞ്ഞു. ഈ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ കലി 3623 കൊല്ലങ്ങൾക്കും ഉപയോഗിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഗ്രഹഭോഗം കല്യാദിധ്രുവങ്ങളോടു കൂട്ടിയാൽ കലി 3623ന്റെ അന്ത്യത്തിലെ മദ്ധ്യമങ്ങൾ വരണം. ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ട് ചന്ദ്രൻ, ചന്ദ്രതുംഗൻ, വ്യാഴം, ശുക്രൻ ഇവക്ക് ഗതി കുറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു 3623 കൊല്ലങ്ങൾക്കു ഭുക്തി വരുത്തിയാൽ അതു ആര്യഭടീയഫലത്തേക്കാൾ കുറഞ്ഞിരിക്കും. ഈ കുറവു ആര്യഭടധ്രുവത്തോടു കൂട്ടണം. ബുധൻ, കുജൻ, ശനി ഇവക്ക് മഹാഗുണകാരഹാരകഭുക്തി ആര്യഭടീയഫലത്തേക്കാൾ അധികമായിരിക്കും. ഈ അധികരിച്ചതു ആര്യഭടീയധ്രുവത്തിൽനിന്നു കളയണം. ആര്യഭടീയധ്രുവം ശൂന്യമാകയാൽ 12 രാശിയിൽ

നിന്നു കളയുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. രാഹുവിന്നു മഹാഗുണഹാരസിദ്ധമായ ഗതി അധികമാകുന്നു. പക്ഷെ ഗതി വക്രമായതിനാൽ ആയ്യഭടീയ ധ്രുവമായ 6 രാശിയോടു കൂട്ടണം.

ഓരോ ഗ്രഹത്തിന്നും വർഷംതോറം $\frac{\text{ധനാദി}}{\text{മന്ദാദി}}$ കലകളാണല്ലോ ഭേദം. അതിനാൽ ഇതിനെ 3623കൊണ്ടു ഗുണിക്കുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു.

ഇനി മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളിൽനിന്നു വല്ലിയുണ്ടാക്കി ലഘുഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അന്യോന്യം വിഭജേന്മഹാഗുണഹരൌ
യാവദ്വിഭക്തേല്പതാ
താവല്ലബ്ധഫലാനി രൂപമപി ച
ന്യസ്യേദധോധഃ ക്രമാൽ
പ്രക്ഷിപ്യാന്ത്യമുപാന്തിമേന ഗുണിതേ
സ്വോർദ്ധ്വേ തദന്ത്യം ത്യജേത്
ഭൂയോപ്യേഷവിധിർഭവേദ് ഗുണഹരൌ
സ്യാതാം തദോർദ്ധ്വാധസ്ഥിതൌ. 5

സാരം. മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ ഹരണത്തിൽ ലഘുവായ ശിഷ്ടം വരുന്നതുവരെ അന്യോന്യം ഹരിക്കുക. ആ ഫലങ്ങളേയും രൂപത്തേയും (= ഒന്നു എന്ന സംഖ്യയേയും) താഴെ താഴെയായി വെക്കുക. ഉപാന്തിമംകൊണ്ടു അതിൻെറ മുകളിലുള്ള സംഖ്യയെ ഗുണിച്ചു അന്ത്യത്തെ കൂട്ടുക. എന്നിട്ടു അന്ത്യത്തെ കളയുക. ഇപ്രകാരം രണ്ടു രാശികൾ മാത്രം ശേഷിക്കുന്നതുവരെ ക്രിയ ആവൎത്തിച്ചു് ചെയ്താൽ, ആ രണ്ടു രാശികളും ഗുണകാരഹാരകങ്ങളായിരിക്കും.

ഇവിടെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ കൊണ്ടു വല്ലിയുണ്ടാക്കി പ്രവേശികയിൽ ആദ്യം പറഞ്ഞ സമ്പ്രദായത്തിൽ ഉപസംഹരിക്കുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ശിഷ്ടം ചെറുതായാൽ ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ ഒരു വിധം സൂക്ഷ്മമാകും. ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളിൽ ഗുണകാരമായിരിക്കും ചെറിയ സംഖ്യ. അതിനാൽ ഗുണകാരത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം ശൂന്യം. അതിനെ ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ വല്ലീഫലമായി സ്വീകരിച്ചിട്ടില്ല. ലീലാവതിയനുസരിച്ചു് എഴുതിയ പ്രവേശികയിൽ ആ ഹരണഫലത്തെ ആദ്യവല്ലീഫലമായി സ്വീകരിച്ചിട്ടുണ്ടു്. അതിനാൽ പ്രവേശികയിലെ ഓജയുഗ്മവല്ലീഫലങ്ങൾ കരണപദ്ധതി ശ്ലോകങ്ങളിലെ യുഗ്മൌജവല്ലീഫലങ്ങളായിത്തീരും. കുട്ടകത്തിലും, അന്യോന്യഹരണത്തിലെ ശിഷ്ടം കാണു

ന്നതിലും, ഉപസംഹൃതത്തിന്റെ അല്പാധികൃതത്തിലും ഇതു പ്രത്യേകം ഓൎക്കണം. അവിടവിടെ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും ചെയ്യാം. "ഗുണഹാരൌ സ്യാതാം" എന്നുള്ളേടത്തു ആദ്യം ഉണ്ടാകുന്നതു ഗുണകാരം പിന്നെ ഉണ്ടാകുന്നതു ഹാരകം എന്നൎത്ഥത്തിലാവാം.

ഉദാഹരണം. സൂൎയ്യന്റെ അപവൎത്തിതഗുണകാരം 576ഉം ഹാരകം 210389ഉം ആകുന്നു. ഇവയെകൊണ്ടു വല്ലിയുണ്ടാക്കാം. ശിഷ്ടത്തിൽ 2 വരുമ്പോൾ ഹരണം നിൎത്തുന്നു.

3	576	210389	365
		1728	
		3456	
	447	2880	
6	129	149	1
	120	129	
	9	20	2
		18	
		2.	

വല്ലീഫലങ്ങൾ 365, 3, 1, 6, 2.

വല്ല്യുപസംഹാരം.

365	365	365	365	21,185
3	3	3	58	58
1	1	15	15	—
6	13	13	—	—
2	2	—	—	—
1	—	—	—	—

ഇതിൽ 58 അല്പഗുണകാരവും 21,185 അല്പഹാരകവുമാകുന്നു.

ഇനി വല്ല്യുപസംഹാരത്തിന്നു രണ്ടാമത്തെ മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

അന്യോന്യാഹൃതഭാജ്യഹാരകഫലം
സൎവ്വം ത്വധോധോ ന്യസേ-
ദേകത്രാദ്യഫലേന ഹീനമപര
ത്രൈകം ദ്വയോശ്ചോപരി
കുൎയ്യാദ് വല്ല്യുപസംഹൃതിം ഹ്യുപരിതഃ
പൂൎവ്വപ്രണാശം വിനാ
ത്യാജ്യം തൽപ്രഥമോൎദ്ധ്വഗം ഹരഗുണാ
ശ്ശിഷ്ടാശ്ച വാ സ്വേച്ഛയാ. 6

സാരം. ഹാൎയ്യഹാരകങ്ങളെ അന്യോന്യം ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന ഫലം ഒരിടത്തു മുഴുവനും മറ്റൊരിടത്തു ആദ്യഫലം ഒഴിച്ചു ബാക്കിയുള്ളവയും താഴെ താഴെയായിവെച്ച് രണ്ടേടത്തും മീതെ ഒന്നു വെക്കുക. മുമ്പുകിട്ടിയ ഫലം കളയാതെ മീതെനിന്നു വല്ല്യുപസംഹാരം ചെയ്യുക. ആദ്യത്തെ വരിയിൽ മീതെ വെച്ച ഒന്നിനെ കളയുക. ബാക്കിയുള്ളവ ഇഷ്ടംപോലെ

സ്വീകരിക്കാവുന്ന ഹാരകഗുണകാരങ്ങളാവും. (പ്രവേശിക നോക്കുക.)

ഉദാഹരണം. $\frac{576}{210389} = \frac{1}{365+}\frac{1}{3+}\frac{1}{1+}\frac{1}{6+}\frac{1}{2+}\frac{1}{4+}\frac{1}{2}$

	ഹാരകാനയനം.		ഗുണകാരാനയനം.		
1	1				
365	365	മാതുലഃ	1	1	പീനം
3	1,096	സ്തബ്ധനയഃ	3	3	ഗാനം
1	1,461	കാർത്തവീര്യഃ	1	4	ഫലനം
6	9,862	രീതിജ്ഞഃ	6	27	സുഖം
2	21,185	മോദാഢ്യഃ പുത്രഃ	2	58	ഹോമം
4	94,602	ശ്രീനീതിവിധാനം	4	259	ധർമിഷ്ഠ
2	2,10,389	ധീജഗന്നൂപുരം.	2	576	തത്സമ

ഇതിൽ 1, 3, 4, 27 ഇത്യാദി ഗുണകാരങ്ങളാകുമ്പോൾ 365, 1096, 1,461, 9,862 മുതലായവ ഹാരകങ്ങളാകും.

ഈ ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ ഏതാണ്ട് സൂക്ഷ്മമെ ആകുന്നുള്ളു. ഉദാഹരണമായി 21,185 ദിവസത്തിൽ സൂര്യൻ 58 വട്ടം പോകുന്നുവെന്നു വെച്ച് മദ്ധ്യമഭോഗം വരുത്തിയെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ ദിവസേന വരുന്ന ഭേദം കാണാം. ആ ഭേദം

$$= \frac{58}{21185} - \frac{576}{2,10,389}$$

ഇടത്തുള്ളതു ഇവിടെ 5_ാം ഉപസംഹൃതഫലം. പ്രവേശികപ്രകാരം 6_ാം ഉപസംഹൃതഫലം. അതിനാൽ അതു അധികമാകുന്നു. $58 \times 2,10,389 - 576 \times 21185$ വല്ലീഫലാനയനത്തിലെ 5_ാം ശിഷ്ടത്തിന്നു (പ്രവേശിക-6_ാം ശിഷ്ടം) തുല്യം. അതു 2.

$$\therefore \frac{58}{21185} - \frac{576}{2,10,389} = \frac{2}{21,185 \times 2,10,389}.$$

$\therefore$ 21185 ദിവസത്തിൽ ഭേദം $= \frac{2}{210389}$ ഭഗണം

$$= \frac{43200}{210389} \text{ കല.}$$

ഇങ്ങിനെയുള്ള സ്വല്പഭേദങ്ങളെ പരിഹരിപ്പാൻ ദ്വിതീയ ഹാരകത്തെപ്പറയുന്നു. വേണമെങ്കിൽ തൃതീയഹാരകത്തെ വരുത്തുവാനും പറയുന്നു.

സ്വല്പേ ഹാർഗ്ഗുണേ മഹാഗ്ഗുണഹര
ക്ഷുണ്ണേ തയോരന്തരം
സ്വർണ്ണാഖ്യം ക്രമശോ മഹാഹരഹതേ
സ്വല്പേ ഗുണേല്പേധികെ
തേനാനന്തപുരാഹതേന ഹരയോ
ഘ്ലാതാദ് ദ്വിതീയോ ഹര–
സ്തച്ഛിഷ്ടേന തഥാ ഹരത്രയവധാ–
ല്ലബ്ധസ്തൃതീയോ ഹരഃ 7

സാരം. സ്വല്പഹാരകമഹാഗ്ഗുണകാരഘാതത്തിൻേറയും സ്വല്പഗു ണകാരമഹാഹാരകഘാതത്തിൻേറയും അന്തരം കാണുക. മഹാഹാരകഹത മായ സ്വല്പഗുണകത്തിൻെറ അല്പാധികതച്ങളിൽ ഈ അന്തരം ധനമെന്നും ഋണമെന്നും വെക്കുക. ഇതിനെ അനന്തപുരം (= 21600) കൊണ്ടു പെരു ക്കിയ ഫലംകൊണ്ടു ഹാരകങ്ങളുടെ ഘാതത്തെ ഹരിച്ചതു ദ്വിതീയ ഹാരകം. അവിടെ ഉണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടംകൊണ്ടു മൂന്നു ഹാരകങ്ങളുടേയും ഘാതത്തെ ഹരിച്ചതു തൃതീയ ഹാരകം.

ഇതിൻെറ യുക്തി കഴിഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽനിന്നു വ്യക്തമാകുന്നു. മദ്ധ്യമം കൃത്യമാകുവാൻ അവിടെ കാണുന്ന ഫലം കുറക്കണമല്ലോ. മഹാ ഹാരകഹതമായ സ്വല്പഗുണം ($= 58 \times 210389$) അധികമാകയാൽ സംസ്കാരം ഋണംതന്നെ. ഗുണകാരത്തിൻെറ ഓജയുഗ്മതയിൽനിന്നും ഇതു ഗ്രഹിക്കാം. ഉദാഹരണം തുടൎന്നുകൊണ്ടു,

ഒരു ദിവസത്തേക്കു ഋണസംസ്കാരം $\left.\right\} = \dfrac{2 \times 21600}{210389 \times 21185} = \dfrac{1}{103173}$ കല.

ഇതിനെ അഹൎഗ്ഗണംകൊണ്ടു പെരുക്കണം. അല്ലെങ്കിൽ അഹൎഗ്ഗണത്തെ 103173 കൊണ്ടു ഹരിക്കണം. ഫലം കലാത്മകം, ഋണം. 103173 ദ്വിതീയഹാരകം, ഋണം.

210389×21185നെ 43200 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ധന ശിഷ്ടം 17365. അതിനാൽ

$$\frac{43200}{210389 \times 21185} = \frac{1}{103173} - \left(\frac{1}{103173} - \frac{43200}{210389 \times 21185}\right)$$

$$= \frac{1}{103173} - \left(\frac{17365}{210389 \times 21185 \times 103173}\right)$$

$$= \frac{1}{103173} - \frac{1}{\text{ത}}$$ കലകൾ എന്നു വെക്കുക.

ഇവിടെ ത = 210389 × 21185 × 103173 ÷ 17365. ഇതു തൃതീയഹാരകം. ഇപ്പോൾ ആകെ സംസ്കാരം

$$= -\left(\frac{1}{103173} - \frac{1}{ത}\right) = -\frac{1}{103173} + \frac{1}{ത}.$$

മഹാഹാരകത്തിന്റേയും പ്രഥമദ്വിതീയഹാരകങ്ങളുടേയും ഘാതത്തെ ദ്വിതീയഹാരകം വരുത്തുമ്പോഴുള്ള ശിഷ്ടംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയ ഫലമാണ് തൃതീയ ഹാരകമെന്നു സ്പഷ്ടം. ശിഷ്ടം അധികശിഷ്ടമെങ്കിൽ തൃതീയഹാരകത്തിന്റെ ഭാവം (= ധനൎണ്ണത) ദ്വിതീയത്തിന്റേതിൽനിന്നു വിപരീതവും, ഊനശിഷ്ടമെങ്കിൽ രണ്ടുഹാരകങ്ങൾക്കും ഒരേ ഭാവവും ആകുമെന്നും സ്പഷ്ടംതന്നെ.

ദ്വിതീയഹാരകം വരുത്തുവാൻ മറെറാരു മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

യദ്വാ മിഥോ വിഹൃതഹാരഗുണോത്ഥശേഷൈ-
ന്ദൃതാതപത്രഗുണിതൈൎമ്മഹതോത്ര ഹാരാൽ
തത്തദ്ധരാഭിനിഹതാദ് വിഹൃതാ ദ്വിതീയ-
ഹാരാ ഭവന്ത്യൃണധനാത്മകലിപ്തികാനാം. 8

സാരം. അല്ലെങ്കിൽ, മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ അന്യോന്യം ഹരിച്ച് വേണ്ടുവോളം വല്ലീഫലങ്ങളെ ഗ്രഹിച്ച് ശേഷത്തെ ഹാരശേഷമോ ഗുണശേഷമോ എന്നറിഞ്ഞ് അതിനെ അനന്തപുരം (= 21600) കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് സ്വല്പഹരഹതമായ മഹാഹാരകത്തെ ഹരിച്ചുള്ള ഫലം ദ്വിതീയഹാരകമാകുന്നു. ഹാരശേഷത്തിന്നു ഋണലിപ്തകളും ഗുണശേഷത്തിന്നു ധനലിപ്തകളും ആകുന്നു.

ഇതിന്റെ യുക്തി കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽനിന്നു തന്നെ കാണാം. വല്ല്യാനയനത്തിലെ അന്യോന്യഹരണത്തിൽ ഹാരകത്തിന്റെ താഴെവരുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളാകുന്നു ഹാരശിഷ്ടങ്ങൾ. ഇതു ലീലാവതിയിലും പ്രവേശികയിലും യുഗ്മശിഷ്ടങ്ങളും കരണപദ്ധതിയിൽ ഓജശിഷ്ടങ്ങളും ആകുന്നു. ഗുണകാരത്തിന്റെ താഴെ വരുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളെ ഇവിടെ ഗുണശിഷ്ടമെന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. കഴിഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിലെ 2 ഹാരശിഷ്ടമായിരുന്നതിനാൽ ദ്വിതീയ ഹാരകം ഋണമായി.

ഈ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു മദ്ധ്യമം വരുത്തുന്നതു വ്യക്തമായിരിക്കണം. ഒരു ദിവസത്തെ ഭുക്തിയാണ് ഇതുവരെ ആലോചിച്ചത്. ഒരു ദിവസത്തെ ഭുക്തിയെ അഹൎഗ്ഗണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഖണ്ഡാന്ത്യം മുതൽ മദ്ധ്യമഭുക്തിയായി. അതിനാൽ അഹൎഗ്ഗണത്തെ സ്വല്പഗുണകാരംകൊണ്ടു പെരുക്കി സ്വല്പഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഫലം ഭഗണാദിയായി

സിദ്ധിക്കും. പിന്നെ ദ്വിതീയഹാരകംകൊണ്ടും അഹൎഗ്ഗണത്തെ ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നവ കലാദിഫലങ്ങൾ. ഇവയെ ഹാരകങ്ങളുടെ ഋണധനം പോലെ ഭഗണാദിഫലത്തിൽ ഋണധനമായി സംസ്കരിക്കുക. മദ്ധ്യമഭോഗമായി. ഇതിനെ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ധ്രുവത്തോടു ചേൎത്താൽ ഗ്രഹമദ്ധ്യമവുമായി.

ശകാബ്ദസംസ്കാരമില്ലെങ്കിൽ ചതുൎയ്യുഗത്തിലെ ഭൂദിനത്തിൽ ഓരോ ഗ്രഹവും ഇത്ര പൎയ്യയം തികക്കുമെന്നുണ്ട്. അതിനാൽ പൎയ്യയാന്തരങ്ങളോ പൎയ്യയയോഗങ്ങളോ കാണുവാൻ ഭഗണങ്ങളെ അന്തരിക്കുകയോ കൂട്ടുകയോ ചെയ്താൽ മതി. ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ടു ഭൂദിനങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന മഹാഹാരകങ്ങൾ ഗ്രഹങ്ങൾക്കു വിഭിന്നങ്ങളായി. അതിനാൽ ഇത്ര ദിവസത്തിൽ പൎയ്യയാന്തരം ഇത്ര, പൎയ്യയയോഗം ഇത്ര എന്നറിവാൻ പ്രയാസമായി. അതിന്നായി ഭഗണാദികളെ തുല്യഹാരകങ്ങളാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

മഹാഗുണാസ്തേ ഭഗണാഃ പ്രകല്പ്യാ
മഹാഹരാ ഭൂദിവസാശ്ച തദ്വൽ
സൎവ്വത്രതേ തുല്യഹരാശ്ച കാൎയ്യാഃ
പരസ്പരം യോഗവിയോഗകാലെ. 9

അന്യോന്യഹാരഗുണിതൌ
ഗുണകൌ ഹാരൌ ച തുല്യഹാരൌസ്തഃ
തത്രാപവൎത്തിതാഭ്യാം
ഹാരാഭ്യാം വാ പരസ്പരം ഗുണയേൽ. 10

സാരം. മഹാഗുണങ്ങളെ ഭഗണങ്ങളെന്നും മഹാഹാരകങ്ങളെ ഭൂദിവസങ്ങളെന്നും കല്പിച്ച് അന്യോന്യം യോഗവിയോഗം ചെയ്യുമ്പോൾ അവയെ തുല്യഹാരങ്ങളാക്കണം (9)

ഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു അന്യോന്യം ഗുണിച്ച ഗുണകാരങ്ങൾ ഗുണകാരങ്ങളും, ഹാരകങ്ങളെ തമ്മിൽ ഗുണിച്ചതു തുല്യഹാരകവുമാകുന്നു. ഇവിടെ അപവൎത്തിച്ചിരിക്കുന്ന ദൃഢഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ അന്യോന്യം ഹരിച്ചാലും മതി (10).

ഭഗണങ്ങൾ ഒരേ ദിനഗണത്തിലല്ലാതെ വന്നതാണല്ലോ യോഗവിയോഗത്തിന്നു ബുദ്ധിമുട്ടായതു്. അതിനാൽ ഒരു ദിവസത്തെ ഭുക്തികൊണ്ടു് യോഗവിയോഗം ചെയ്താൽ മതി.

ഉദാഹരണം. സൂൎയ്യന്റെ ദൃഢഗുണകാരം 576, ദൃഢഹാരകം 2,10,389. വ്യാഴത്തിന്റേവ 91,046ഉം 39,44,79,375ഉം. ഇത്ര ദിവസത്തിൽ ഇത്ര വ്യാഴരവി പൎയ്യയാന്തരമുണ്ടെന്നു കാണുക.

രവിദിനഭുക്തി $= \frac{576}{2,10,389}$ ഭഗണം.

വ്യാഴദിനഭുക്തി $= \frac{91046}{39,44,79,375}$ ഭഗണം.

ഭുക്ത്യന്തരം $= \frac{576}{210389} - \frac{91046}{39,44,79,375}$ ഭഗണം

$= \frac{576 \times 39,44,79,375 - 91046 \times 210389}{210389 \times 39,44,79,375}$ ഭഗണം.

അതിനാൽ ഇതിലെ ഛേദത്തോളം ദിവസത്തിൽ അംശത്തോളം പൂൎയ്യാന്തരമുണ്ടാകുമെന്നു വരുന്നു. ഇതിന്റെ ആവശ്യം ഇനിയത്തെ ആദ്ധ്യായത്തിൽനിന്നു കാണാം.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി രണ്ടാം അദ്ധ്യായത്തിന്റെ
യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ തൃതീയോദ്ധ്യായഃ

ആദ്യമായി ചന്ദ്രതുംഗംതൊട്ടു ചന്ദ്രതുംഗംവരെയുള്ള സഞ്ചാരത്തെ ചന്ദ്രൻെറ ഒരു പര്യ്യയമായി കല്പിച്ച് ഇത്ര ഭൂദിനത്തിൽ ഇത്ര പര്യ്യയങ്ങളുണ്ടെന്നു കാണ്മവാൻ പറയുന്നു.

വിധോസ്തദുച്ചസ്യ ച പര്യ്യയാന്തരം
ധരാദിനൌഘം ച മിഥോഥ സംഹരേൽ
ഫലൈരമീഭിർഗ്ഗുണഹാരകാന്നയേദ്
യഥോദിതം കേന്ദ്രഭവാ ഭവന്തി തേ. 1

സാരം. ചന്ദ്രൻെറ മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ ചന്ദ്രപര്യ്യയമെന്നും അവക്ക് വേണ്ടിവരുന്ന ഭൂദിനങ്ങളെന്നും അപ്രകാരംതന്നെ തുംഗനും സങ്കല്പിച്ച് "അന്യോന്യഹാരഗുണിതാൽ" ഇത്യാദി വിധിപ്രകാരം സമച്ഛേദങ്ങളാക്കി തമ്മിലന്തരിച്ച് അന്തരത്തെകൊണ്ടും സമച്ഛേദത്തെകൊണ്ടും വല്ലീഫലങ്ങളെ വരുത്തി അവയെ ഉപസംഹരിച്ചാൽ അവ ചന്ദ്രകേന്ദ്രഗുണകാരഹാരകങ്ങളായി ഭവിക്കും.

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഗീന്ന്ശ്രേയാദി വാക്യങ്ങളെകൊണ്ടു സൂർയ്യോദയത്തിന്നു ചന്ദ്രസ്ഫുടം വരുത്തുവാനുള്ള ഹാരകങ്ങളും, ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകങ്ങളും എന്നീ സാധനങ്ങളെ വരുത്തുവാനുള്ള ക്രിയകളും പറയുന്നു.

ചന്ദ്രൻ ഭൂമികേന്ദ്രമായ ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരേ യോജനാത്മകഗതിയോടെ ചുററുകയാണെങ്കിൽ ഓരോ ദിവസവും ഒരേ അകലംതന്നെ രാശിച്ചക്രത്തിൽ നീങ്ങിയതായിക്കാണും. എന്നുവെച്ചാൽ ദിവസംതോറുമുള്ള ചന്ദ്രൻെറ കലാത്മകഗതി ഒന്നുതന്നെയായിരിക്കയും അതിനാൽ മദ്ധ്യമം തന്നെ സ്ഫുടമായിരിക്കയും ചെയ്യും. അങ്ങിനെ നാം കാണുന്നില്ല. ചന്ദ്രമാർഗ്ഗത്തിൽ ഒരു പ്രദേശത്തെത്തുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ ഏററവും മന്ദമായി സഞ്ചരിക്കുന്നു. അവിടന്നു നീങ്ങുംതോറും ഗതി ക്രമേണ വർദ്ധിക്കുന്നു. ആറുരാശി നീങ്ങിയേടത്തു ഗതി ഏററവും വർദ്ധിച്ചതായി കാണുന്നു. പിന്നേയും ഗതി ക്രമേണ ചുരുങ്ങിവരുന്നു. ഇങ്ങിനെ ചന്ദ്രന്നു ഏററവും ചുരുങ്ങിയ ഗതിയുള്ള പ്രദേശത്തെ ചന്ദ്രൻെറ മന്ദോച്ചം അല്ലെങ്കിൽ ചന്ദ്രതുംഗം

എന്നു പറയുന്നു. മന്ദോച്ചം സ്ഥിരമല്ല. അതിന്നു ദിവസത്തിൽ 6 കല 41 വികലയോളം കിഴക്കോട്ടു ഗതിയുണ്ടെന്നു ഒന്നാം അദ്ധ്യായം 23-ാംശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ സ്ഥിതി എന്താണെന്നു പൂൎവ്വന്മാർ താഴെ പറയുംപ്രകാരം നിശ്ചയിച്ചു. ഭൂമിക്കു ചുററം ചന്ദ്രകക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധത്തിന്റെ $\frac{7}{80}$ ഭാഗം വ്യാസാൎദ്ധമായി ഒരു വൃത്തത്തെ സങ്കല്പിച്ചു. ഇതിന്നു ചന്ദ്രന്റെ മന്ദവൃത്തമെന്നു പേര്. ഇതിൽ മന്ദോച്ചം എന്ന ഒരു ബിന്ദു മുമ്പു പറഞ്ഞ ഗതിയോടുകൂടി നീങ്ങുന്നതായും കല്പിച്ചു. ഈ ബിന്ദു കേന്ദ്രമായി കക്ഷ്യയോളംപോന്ന ഒരു വൃത്തത്തിൽ ചന്ദ്രൻ തുല്യയോജന ഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നു വിചാരിച്ചു. ഈ വൃത്തത്തെ പ്രതിമണ്ഡലമെന്നു പറയുന്നു. മന്ദോച്ചം നീങ്ങുന്നതോടുകൂടി അതു കേന്ദ്രമായ പ്രതിമണ്ഡലവും ആസകലമായി നീങ്ങുന്നു. ഈ സങ്കല്പങ്ങളെകൊണ്ടു പൂൎവ്വന്മാൎക്കു ചന്ദ്രസ്ഫുടം ഏതാണ്ട് കൃത്യമായി ഗണിപ്പാൻ സാധിച്ചു. ഏതെങ്കിലും സമയത്തു ഭൂമിയിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ മന്ദോച്ചത്തിന്റെ വഴിക്കുതന്നെ ചന്ദ്രനേയും കാണുന്നുവെങ്കിൽ ആ സമയത്തു ചന്ദ്രൻ ഭൂമിയിൽനിന്നു ഏററവും അകന്നിരിക്കും. അതിനാലാണ് ആ സ്ഥാനത്തെ ചന്ദ്രതുംഗനെന്നു പറയുന്നതു്. മന്ദോച്ചത്തിലെ 'ഉച്ചം' എന്ന ഭാഗവും ഇതുതന്നെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. മന്ദോച്ചവും ചന്ദ്രനും ഭൂമിയുടെ എതിർവശങ്ങളിലായി വരുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ ഭൂമിക്ക് ഏററവും അടുത്തിരിക്കും.

മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രന്റെ കിഴക്കോട്ടുള്ള കലാത്മകമോ ഭാഗാത്മകമോ ആയ നീക്കത്തെ ചന്ദ്രന്റെ മന്ദകേന്ദ്രമെന്നു പറയുന്നു. മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമായിരിക്കുമ്പോൾ ചന്ദ്രന്നു ഏററവും മന്ദമായ ഗതിയും 90ഉം 270ഉം ഭാഗങ്ങളോളമായിരിക്കുമ്പോൾ മദ്ധ്യമഗതിയും 180 ഭാഗമായിരിക്കുമ്പോൾ ഏററവും ശീഘ്രമായ ഗതിയും ആയിരിക്കും. മന്ദകേന്ദ്രഭുജാജ്യാവിനെ $\frac{7}{80}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഫലത്തെ ചാപിച്ചു് കിട്ടുന്നതിനെ മദ്ധ്യമത്തിൽ കുറച്ചും കൂട്ടിയുമാണ് ചന്ദ്രസ്ഫുടം കാണുന്നതെന്നു മേലാൽ വിശദമാകും. കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്യുന്ന ചാപഖണ്ഡത്തെ മന്ദസംസ്കാരമെന്നു പറയുന്നു. ഈ സംഗതികളെകൊണ്ടു ചന്ദ്രസ്ഫുടഗണിതത്തിൽ ചന്ദ്രൻ മന്ദോച്ചത്തിന്റെ വഴിക്ക് നില്ക്കുന്നതു എപ്പോഴാണെന്നും എതയെത്ര കാലം കൂടുമ്പോൾ അതാവൎത്തിക്കുമെന്നും അറിയേണ്ടതു അത്യാവശ്യമാകുന്നു. അതിനാൽ ഒന്നാം ശ്ലോകത്തിൽ ചന്ദ്രന്റേയും തുംഗന്റേയും പൎയ്യയാന്തരവും ആ പൎയ്യയാന്തരങ്ങൾക്കു വേണ്ടിവരുന്ന ഭൂദിനങ്ങളേയും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

$$\text{ചന്ദ്രന്റെ ദിനഗതി} = \frac{81817196 \times 60}{2235383125 \times 60}\ \text{ഭഗണം.}$$

$$\text{തുംഗന്റെ ദിനഗതി} = \frac{10901391 \times 6}{35240157500 \times 6} \quad ''$$

$$\therefore \text{ കേന്ദ്രദിനഗതി} = \frac{81817196 \times 60}{2235383125 \times 60} - \frac{10901391 \times 6}{35240157500 \times 6} \text{ ഭഗണം.}$$

$$\text{സമച്ഛേദം} = 78775253397842187500 \times 60 \times 6$$
$$= 28359091223223187500000.$$

"ഊനജ്ഞാനേനമാസോഹി കുലശ്രേഷ്ഠഗുരുപ്രിയഃ ധനീ ധർമ്മീ ഗജേന്ദ്രോന്നഃ" എന്നു ഇതിന്നു വാക്യം.

ഇത്ര ദിവസത്തേക്കു ചന്ദ്രപര്യ്യയം

$$= 2883250873248370000 \times 60 \times 6$$
$$= 1037970314369413200000$$

"ഊനജ്ഞാനേനരോഗസ്യാദ്ധിധ്യുതുംഗഭയാംബുനാ സിദ്ധിസാംബുനയേനന" എന്നു് ഇതിന്നു വാക്യം.

ഈ ദിവസങ്ങളിൽ ചന്ദ്രതുംഗപര്യ്യയം

$$= 24368785480426875 \times 60 \times 6$$
$$= 8772762772953675000$$

"അജ്ഞാനശംസീ ചണ്ഡാംശുധരസംസ്ഥോ രതാസുരസസജ്ജാനനാ" എന്നു് ഇതിന്നു വാക്യം.

$$\therefore \text{ പര്യ്യയാന്തരം} = 1029197551596459525000$$

"അജ്ഞാനീശ്രുരമൃശേധശോഭ്രതിധാർമ്മികമന്മഥാധന്യോധരോനയജ്ഞാനം" എന്നു ഇതിന്നു വാക്യം.

പര്യ്യയാന്തരത്തേയും സമച്ഛേദത്തേയും 225000കൊണ്ടു അപവർത്തിക്കാം. എന്നാൽ ഉണ്ടാകുന്ന കേന്ദ്രദിനഗതി

$$= \frac{457421134040428709}{126040405436547500} \text{ ഭഗണം.}$$

ഇതിലുള്ള അംശച്ഛേദങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളാകയാൽ, ഒരു ദിവസം ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രനും തുംഗനും ഒരുമിച്ചിരുന്നാൽ ഛേദത്തോളം ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞു വരുന്ന ഉദയത്തിന്നു മാത്രം ചന്ദ്ര,തുംഗ,സൂര്യ്യോദയങ്ങൾ മൂന്നും ഒരുമിച്ചുണ്ടാകും. എന്നാൽ ഇതിനിടയിൽ അനേകം ദിവസം ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രതുംഗന്മാർ ഒരുമിച്ചല്ലെങ്കിലും വളരെ അടുത്തിരിക്കും. അതു വല്ല്യുപസംഹൃതഫലങ്ങളിൽനിന്നു കാണാം.

ഭഗണാത്മകകേന്ദ്രഗതിക്കു വല്ലി

$$\frac{1}{27+}\;\frac{1}{1+}\;\frac{1}{1+}\;\frac{1}{4+}\;\frac{1}{12+}\;\frac{1}{4+}\;\frac{1}{15+}\;\frac{1}{7+}\;\frac{1}{1+}\;\frac{1}{13+}\;\frac{1}{2+}\;\frac{1}{9+}.$$

ഇവയെ ഉപസംഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന പത്ത് സ്വല്പഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ ഭിന്നരൂപത്തിൽ കൊടുക്കുന്നു.

1.	$\frac{1}{27}$	പീന ÷ സാര.
2.	$\frac{1}{28}$	പുന ÷ ഹരി.
3.	$\frac{2}{55}$	രതാം ÷ ശന്മ.
4.	$\frac{9}{248}$	ധനം ÷ ദേവേന്ദ്ര.
5.	$\frac{110}{3031}$	നായക ÷ കാലാനല.
6.	$\frac{449}{12372}$	ധീഭാവം ÷ പ്രസ്ഥഗോരാജ്യ.
7.	$\frac{6845}{188611}$	ശംഭുജാത ÷ കമ്പിതദുർജ്ജയ.
8.	$\frac{48364}{1332649}$	ഭീതഗജാഭ ÷ ധീഗ്വിതരാഗഗോപ.
9.	$\frac{55209}{1521260}$	ധനപ്രമാണ ÷ ഉത്തരപാരാശര്യ.
10.	$\frac{766081}{21109029}$	പാദാനന്തരീത്ഥ ÷ ധരോനാധീനപാകാരി.

ഈ ലഘുഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ ഉപയോഗത്തെ അല്പമൊന്നാലോചിക്കാം. ഉദാഹരണമായി 6_ാമത്തെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളിൽനിന്നു 12372 ദിവസങ്ങളിൽ മന്ദകേന്ദ്രം സുമാറ് 449 വട്ടം പൂർത്തിയാകുമെന്നു വരുന്നു. അല്പം അധികമോ കുറവോ ആവാം. 449 ÷ 12372 എന്നതു കരണപദ്ധതിയുഗ്മഫലമാകയാൽ യഥാർത്ഥത്തെക്കാൾ അല്പം കുറയും. എന്നുവെച്ചാൽ അംശം 449 ആയാൽ പോര അല്പം അധികമുണ്ടായിരിക്കണം. എന്നു വരുമ്പോൾ 12372 ദിവസങ്ങളിൽ കേന്ദ്രം 449 വട്ടവും തികച്ച് അല്പം അധികം പോയിരിക്കണം. ഈ അധികമായ ഭാഗം സുമാറ് ഒരു ഭഗണത്തിന്റെ 188611-ൽ ഒരംശമായിരിക്കും. 188611 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം കൃത്യം 6845 വട്ടം തികക്കുമെന്നാണ് സങ്കല്പമെങ്കിൽ ഇതു സുമാറല്ല, കൃത്യം

തന്നെയാണ്. ഒരു ഭഗണത്തിന്റെ 188611-ൽ ഒരു ഭാഗം $6''-52'''-16''''$യും വാസ്തവത്തിൽ അധികം പോകുന്നതു $6''-59'''-35''''$യുമാകുന്നു. 3031 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രഗതി 110 വട്ടത്തേക്കാൾ $1'-42''-56'''-40''$ കുറവാണെന്നും 248 ദിവസത്തിൽ 9 വട്ടത്തേക്കാൾ $9'-59''-9'''-16''''$ അധികമാണെന്നും ഈ അല്പാധികങ്ങൾ ഒരു ഭഗണത്തിന്റെ 12372-ൽ ഒരംശത്തിനും 3031-ൽ ഒരംശത്തിനും സുമാറ് തുല്യമാണെന്നും കാണാം. ഇതു അടുത്ത് രണ്ടു വല്ലീഫലങ്ങളുടെ അംശച്ഛേദംഫലാന്തരാന്തരം സദാ ഒന്നിനു തുല്യമായി വരുന്നതുകൊണ്ടുണ്ടാകുന്നതുമാകുന്നു.

ഇനിയത്തെ 3 ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു ഖണ്ഡത്തേയും ധ്രുവത്തേയും പ്രത്യേകം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ദേവേന്ദ്രശൈൎമ്മക്യദിനേന്ദുതുംഗ
ഭേദാല്പ്യകേതഷ്ടദിനേന്ദുകേന്ദ്രാൽ
ലിപ്തീകൃതാൽ കേന്ദ്രഹരേഷ്വഭീഷ്ടേ
നാഹത്യ നാനാൎത്തിപരൈരവാപ്താഃ 2

അഭീഷ്ടഹാരോൽപ്രഹരേണ ഹതാ
പൂൎവ്വോദിതാഭീഷ്ടഹരേണ ഹൃതാ
തത്രാധികോനം ദ്യുഗണാദ് വിശോദ്ധ്യം
ഹരൌജയുഗ്മത്വവശാൽ ക്രമേണ. 3

ശിഷ്ടം ശശാങ്കോദിതവാക്യഖണ്ഡ-
സ്തസ്യ ധ്രുവസ്തദ്ദിവസസ്ഫുടേന്ദുഃ
തഥാ ഹരാണാം ധ്രുവകാശ്ച തൈസ്തൈ-
ൎദ്ദിനൈസ്സമാനീത വിധുസ്ഫുടാനി. 4

സാരം. ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണത്തിനുള്ള ചന്ദ്രകേന്ദ്രത്തെ ലിപ്തകളാക്കി അതിൽ ദേവേന്ദ്ര (248), ശൎമ്മ (55) ഇവ രണ്ടും കൂടിയ ദിവസങ്ങളിലുണ്ടാകുന്ന ചന്ദ്രഭുക്തിയുടേയും തുംഗഭുക്തിയുടേയും ഭേദാല്പകലകളെ കൂട്ടി അഭീഷ്ട കേന്ദ്രഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി നാനാൎത്തിപരം (21600) കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയതിനെ (2)

ഇഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ മുമ്പുള്ള ഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി ഇഷ്ടഹാരകം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടത്തെ അഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കിഴിക്കുക. ഓജഹാരകത്തിനു അധികശിഷ്ടത്തേയും യുഗ്മഹാരകത്തിനു ഊനശിഷ്ടത്തേയും കിഴിക്കണം. (3)

കിഴിച്ചുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം ചന്ദ്രനു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന വാക്യഖണ്ഡമാകുന്നു. ആ ഖണ്ഡത്തിനുള്ള ധ്രുവം ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ സ്ഫുടചന്ദ്രനാകുന്നു.

അപ്രകാരം കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങൾക്ക വരുത്തുന്ന ചന്ദ്രസ്ഫുടങ്ങൾ അതാതു ഹാരകത്തിന്നു ധ്രുവമാകുന്നു. (4)

ഒന്നാം അദ്ധ്യായത്തിൽ ഖണ്ഡം വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞുവല്ലോ. പിന്നെ എന്തിന്നു് ഇവിടെ പ്രത്യേക ഖണ്ഡം വരുത്തുന്നുവെന്ന ചോദ്യത്തിന്നവകാശമുണ്ട്. ഇവിടെ ഖണ്ഡശേഷം കുറവായിരിക്കയും ഖണ്ഡാന്ത്യമദ്ധ്യമമായ ധ്രുവം എളുപ്പത്തിൽ കണക്കാക്കുവാൻ സാധിക്കയും ചെയ്താൽ പോര. ഖണ്ഡശേഷം ഇവിടേയും കുറവായിരിക്കണം. എന്നാൽ ധ്രുവം കണക്കാക്കുന്നതിൽ എളുപ്പത്തെക്കാൾ അധികം ആവശ്യമായതു ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മദ്ധ്യമസൂര്യോദയത്തിന്നു ചന്ദ്രന്റെ മന്ദകേന്ദ്രം കഴിയുന്നതു ശൂന്യത്തോടടുത്തിരിക്കയും പിന്നീടു ലഘുഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങൾ കഴിയുമ്പോൾ വലിയ ഭേദം വരാതിരിക്കയും വേണം എന്നതാകുന്നു. ഇതു അത്യാവശ്യവുമാണ്. ഈ വിധത്തിൽ ഖണ്ഡം വരുത്തുവാനാണ് ഇവിടെ പറയുന്നതു്.

ഇനിയുള്ള ഭാഗം വായിക്കുന്നതിന്നു മുമ്പ് 7-ാം അദ്ധ്യായം 1 തൊട്ടു 5 വരെയുള്ള ശ്ലോകങ്ങളും അവയിൽ പറഞ്ഞവയുടെ ഉപപത്തിയും സാമാന്യമായെങ്കിലും വായിക്കുന്നതു നന്നു.

ഉപപത്തിയെപ്പററി ആലോചിക്കുന്നതിന്നുമുമ്പ് ഒരു സംഗതി കൂടി സ്മരിപ്പിക്കുന്നു. 55, 248, 3031, 12372, 188611 മുതലായവ അടുത്തടുത്ത ചന്ദ്രകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളും 2, 9, 110, 449, 6845 മുതലായവ ഇവക്കു ചേർന്ന ഗുണകാരങ്ങളുമാണല്ലോ. ഒരു വല്ലിയുടെ അടുത്ത രണ്ടു ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളുടെ അംശഛേദഘാതാന്തരം സദാ ഒന്നിന്നു തുല്യമാകയാൽ ഒരു ഇഷ്ടകേന്ദ്രഹാരകത്തോളം ദിവസങ്ങളിൽ ഗുണകാരത്തോളം കേന്ദ്രം വട്ടംകൂട്ടുമെന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ അതിന്റെ അടുത്തു ലഘുതരമായ കേന്ദ്രഹാരകത്തോളം ദിവസത്തിൽ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം അഥവാ മന്ദകേന്ദ്രം ഒരു ചുററിന്റെ ഇഷ്ടകേന്ദ്രഹാരകത്തിൽ ഒരംശം മാത്രമായിരിക്കും. ഇഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ ഓജയുഗ്മതക്കനുസരിച്ച് ചന്ദ്രൻ തുംഗന്റെ മുമ്പിലോ പിമ്പിലോ ആവും. ഉദാഹരണമായി കരണപദ്ധതി യുഗ്മകേന്ദ്രഹാരകമായ 248ഓളം ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം കൃത്യം 9 വട്ടം തികക്കുമെന്നു കരുതുക. എന്നാൽ.

1 ദിവസത്തെ ഗതി $= \frac{9}{248}$ വട്ടം

$\therefore$ 55 ദിവസത്തെ ഗതി $= \frac{9 \times 55}{248}$ „

എന്നാൽ $9 \times 55 - 248 \times 2 = -1.$

$\therefore 9 \times 55 = 248 \times 2 - 1$

$$\therefore \text{ 55 ദിവസത്തെ ഗതി } = \frac{248 \times 2 - 1}{248} \text{ വട്ടം}$$

$$= \left(2 - \frac{1}{248}\right) \text{ വട്ടം.}$$

ഇവിടെ 55 അടുത്ത ലഘുതരകേന്ദ്രഹാരകവും 2 അതിൻെറ ഗുണകാരവു മാകുന്നു. ചന്ദ്രൻ 2 വട്ടം തികക്കാതെ $\frac{1}{248}$ ഭഗണം തുംഗൻെറ പിന്നിലെന്നു വരുന്നു. 55 ദിവസങ്ങളുടെ തുടക്കത്തിൽ ചന്ദ്രനും തുംഗനും ഒരുമിച്ചെന്നു തന്നെ സംകല്പിക്കയും ചെയ്തിരിക്കുന്നു. 248 യുഗ്മഹാരകം. അടുത്ത ഓജ ഹാരകമായ 3031 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം 110 വട്ടം തികക്കുമെന്നു സങ്കല്പി ച്ചാൽ 248 ദിവസത്തിൽ 9 വട്ടവും തികച്ച് $\frac{1}{3031}$ ഭഗണം അധികം ചന്ദ്രൻ പോയിരിക്കുമെന്നു കാണാം.

ഇനി 'ദേവേന്ദ്രശർമ്മൈക്യ' എന്നു തുടങ്ങിയുള്ള വിധി എങ്ങിനെ ഉപപന്നമായെന്നാലോചിക്കാം. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മദ്ധ്യമരവിയുടെ ലങ്കോ ദയസമയത്തു് ചന്ദ്രൻ തുംഗത്തിന്നു വളരെ അടുത്തിരിക്കണമെന്നാണല്ലോ വേണ്ടതു്. എന്നാൽ ഒരു കേന്ദ്രഹാരകത്തോളം ദിവസങ്ങളിലേക്കു ചന്ദ്ര സ്ഫുടങ്ങളും ഉണ്ടാക്കി പഠിച്ചുവെച്ചാൽ ആ കേന്ദ്രഹാരകത്തിൻെറ ആ വൃത്തികളോളം ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞാലും പിന്നീടുള്ള ദിവസങ്ങളിലേക്കു ആവർത്തിച്ച കാലത്തേക്കുള്ള തുംഗഭുക്തിയോടു പഠിതസ്ഫുടങ്ങൾ കൂട്ടി ചന്ദ്രസ്ഫുടമുണ്ടാക്കാം. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലും ഹാരകത്തോളം ദിവസങ്ങൾ ആവർത്തിച്ചുവരുമ്പോഴും കേന്ദ്രം തീരെ ശൂന്യമാകാതെ വരുന്നതുകൊണ്ടുണ്ടാ വുന്ന സ്വല്പന്യൂനതകളെ പിന്നീടു പറയുന്ന ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകംകൊണ്ടു തീർത്തുകളകയും ചെയ്യാം.

1121 മിഥുനം 20-ാനു-ക്കടുത്ത് ഒരു ഖണ്ഡമുണ്ടാക്കുന്നതോടുകൂടി യുക്തിയും വിശദമാകും.

1121 മിഥുനം 20-ാനു-ക്ക് അഹർഗ്ഗണം = 1843540.

ഈ ദിവസത്തേക്കു ചന്ദ്രൻെറ മന്ദകേന്ദ്രം = 9രാ 0°-39′-49″

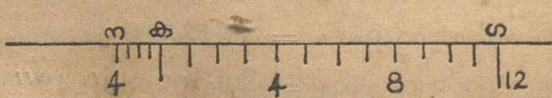
= 16239′-49″

= 16240′എന്നുവെക്കുക.

ഇതു മദ്ധ്യമരവിയുടെ ലങ്കോദയത്തിന്നു്. ഇനി 248 ദിവസത്തിൽ മന്ദ കേന്ദ്രം 9 വട്ടം കൃത്യമായിത്തന്നെ തികയുമെന്നുള്ള സങ്കല്പത്തിന്മേൽ ഉദയ ത്തിന്നു മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമായിരുന്ന ദിവസത്തിൽനിന്നു എത്ര ദിവസം പൂർണ്ണ മായി കഴിയുമ്പോൾ— എന്നുവെച്ചാൽ ഉദയത്തിന്നുതന്നെ—മന്ദകേന്ദ്രം 16240 കലയായിരിക്കുമെന്നുകണ്ടു് അത്ര ദിവസം അഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ കിട്ടുന്നതു ഖണ്ഡമായി.

ഇതു കാണുന്നതിന്നു മുമ്പ് ഒരു സംഗതിയുംകൂടി വിശദമാകുവാനുണ്ട്. ഒരുദിവസം ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രനും തുംഗവും ഒരുമിച്ചിരിക്കുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ അന്നുതൊട്ടു 248 ദിവസം തികയുന്ന ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രൻ തുംഗനിൽനിന്നു $6'-59''$ മുമ്പോട്ടു നീങ്ങിയിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ 238×12 ദിവസംകൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ തുംഗനിൽനിന്നു ഉദയസമയത്തു $83'-50''$ മുന്നോട്ടു നീങ്ങിയതായിക്കാണും. പക്ഷെ പിന്നത്തെ 55 ദിവസംകൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ ഈ സ്ഥിതിയിൽനിന്നു $85'-33''$ പിന്നാലേക്കു നീങ്ങും. അതിനാൽ $248 \times 12 + 55$ $(= 3031)$ ദിവസം തികയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗനിൽനിന്നു $1'-43''$ $(= 85'.33''-83'.50'')$ പിന്നിൽ കാണപ്പെടും. പിന്നത്തെ 3031 ദിവസം കഴിയുന്ന ഉദയത്തിലും ചന്ദ്രൻ ഇത്രകൂടി പിന്നിലേക്കു നീങ്ങും. ഇതു 4 പ്രാവശ്യമാകുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗന്റെ $6'-52''$ പിന്നിൽ പോകുന്നു. എന്നാൽ 248 ദിവസവുംകൂടി കഴിയുമ്പോൾ ഈ സ്ഥിതിയിൽനിന്നു $6'-59''$ മുമ്പോട്ടു നീങ്ങുകയാൽ ചന്ദ്രൻ തുംഗനിൽനിന്നു $7''$ മാത്രം മുമ്പിലായിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ 12372 $(= 3031 \times 4 + 248)$ ദിവസം കഴിയുന്ന ഉദയത്തിൽ തുടക്കത്തിലെ സ്ഥിതിയിൽനിന്നു അത്യല്പം ഭേദമെ ഉണ്ടാകയുള്ളു. 248, 3031, 12372 ഇവയെല്ലാം ചന്ദ്രന്റെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളാണല്ലോ. ഇനിയത്തെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകമായ 188611ഓളം ദിവസത്തിന്റെ അന്ത്യത്തിലുള്ള ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രൻ 7 വികലയുടെ 15-ൽ ഒരംശംമാത്രം തുംഗനിൽനിന്നു നീങ്ങിയിരിക്കും.

ഇവിടെ 248×12 ദിവസത്തിൽ ചന്ദ്രൻ തുംഗന്റെ $83'-50''$ മുമ്പിലേക്കും 3031×4 ദിവസത്തിൽ $6'.52''$ പിമ്പിലേക്കും നീങ്ങിയതായിക്കാണുന്നു. ഇങ്ങിനെ ഈ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെ സംബന്ധിച്ചേടത്തോളം മുമ്പിലേക്കുള്ള നീക്ക് പിമ്പിലേക്കുള്ളതിനേക്കാൾ ഉലോം അധികമാകുന്നു. ഇതിനെ പരിലേഖത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ 'ക ഗ' എന്നതു 248×12 ദിവസങ്ങളിലെയും ക ന എന്നതു 3031×4 ദിവസങ്ങളിലെയും നീക്കങ്ങളാകുന്നു. ഗ ക എന്നതും ക ന എന്നതിന്റെ നാലിലൊന്നും കൂടിയതു 55 ദിവസത്തെ നീക്കമാകുന്നു. ന എന്ന സ്ഥാനത്തു ചന്ദ്രൻ നില്ക്കുന്നതുതൊട്ടു 248 ദിവസവുംകൂടി കഴിയുമ്പോൾ—എന്നുവെച്ചാൽ തുടക്കത്തിൽനിന്നു 12372 $(= 3031 \times 4 + 248)$ ദിവസം ചെല്ലുമ്പോൾ ക എന്ന സ്ഥാനത്തിന്റെ വളരെ അടുത്തു ചെല്ലുന്നതിനാൽ ന ക എന്നതു സുമാറ് 248 ദിവസത്തെ നീക്കിന്നു തുല്യമെന്നു കരുതാം. 248, $248 \times 12 + 55$ മുതലായ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങളുടെ അന്ത്യത്തിൽ മുമ്പോട്ടോ പിമ്പോട്ടോ തുംഗത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രന്റെ നീക്ക് അധികമാകാതിരിക്കണ



പരിലേഖം 1.

മെങ്കിൽ തുടക്കത്തിൽതന്നെ ചന്ദ്രനെ തുംഗൻെറ കുറെ പിമ്പിലായി നിൎത്തുകയാണ് നല്ലത്. എന്നാൽ ചന്ദ്രൻ നില്ക്കുന്ന സ്ഥാനത്തുനിന്നു കുറെ മുമ്പോട്ടു പോയാലും അത്രതന്നെ തുംഗനെ വിട്ടുപോകയില്ലല്ലൊ. എത്ര പിമ്പിൽ നിൎത്തണമെന്നാലോചിക്കാം. അതിന്നായി 3031 ദിവസത്തെ നീക്കത്തെ എന്നുവെച്ചാൽ ക ന എന്നതിൻെറ നാലിലൊന്നിനെ ഒരു പ്രമാണമായി കരുതുക. എന്നാൽ ന ക = 4 പ്രമാണം. ക ഗ = 48 പ്രമാണം. അതിനാൽ ന ഗ = 52 പ്രമാണം. ഇതിന്നിടയിലാണ് ചന്ദ്രൻെറ ആദ്യസ്ഥാനത്തുനിന്നു നീക്കം, 48 മുമ്പോട്ടും 4 പിമ്പോട്ടും. അപ്പോൾ ഇവയുടെ അന്തരത്തിൻെറ പകുതി 22 പ്രമാണം പിമ്പിൽ നിൎത്തിയാൽ മതി. എന്നാൽ 48 പ്രമാണം മുമ്പിൽ പോയാൽ തുംഗനിൽനിന്നു 26 പ്രമാണം മാത്രം മുമ്പിൽ കടക്കും. 3031 $\times$ 4 ദിവസംകൊണ്ടു 4 പ്രമാണം പിന്നിൽ പോയാൽ അപ്പോഴും 22 + 4 = 26 പ്രമാണം തുംഗൻെറ പിന്നിലായിരിക്കും. 55 ദിവസത്തിൽ ചന്ദ്രമന്ദകേന്ദ്രം 49 പ്രമാണം മാറുന്നു. 248 ദിവസത്തിൽ 4 പ്രമാണവും മാറുന്നു. ഇതിൻെറ ദിക്കുകൾ വിഭിന്നങ്ങളുമാണ്. അന്തരം 45 പ്രമാണം. ഇതിൻെറ പകുതിയെടുത്താൽ 22 പ്രമാണത്തിന്നു ഏതാണ്ട് തുല്യമായി. അന്തരം കാണുവാൻ 248 + 55 = 303 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം കണക്കാക്കിയാൽ മതി. ഇതു $1^\circ-18'-33''$. ഇതിൻെറ പകുതി $39'-17''$ (സകലാംഗം). ഇത്രയും ചന്ദ്രനെ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ തുംഗൻെറ പിന്നിലേക്കു നീങ്ങി കിട്ടണം. അതിനാൽ ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണത്തിലെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരത്തോടു 39 കല 17 വികലകൂട്ടി അത്ര ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം ഉണ്ടാകുന്ന പൂൎണ്ണദിവസങ്ങളെ അഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കളയണം.

$$\begin{array}{lrl} \text{ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണകേന്ദ്രം} & = & 16239'-49'' \\ \text{303 ദിവസത്തെ കേന്ദ്രാൎദ്ധം} & = & 39'-17'' \\ \hline \text{ആകെ} & = & 16279'-6'' \end{array}$$

ലാഘവാൎത്ഥം 248 ദിവസത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രം 9 വട്ടം തികക്കുമെന്നു കരുതുക. എന്നാൽ ഒരു ദിവസത്തെ കേന്ദ്രഗതി $\frac{9}{248}$ ഭഗണം. അതിനാൽ ഓരോ ദിവസവും ഉദയത്തിന്നു ഭഗണം തികഞ്ഞു കാണുന്ന ശിഷ്ടം $\frac{1}{248}$ ഭാഗമോ അതിൻെറ പെരുക്കങ്ങളോ ആകണം. അതിനാൽ ഇവിടെ കണ്ടുവെച്ചിട്ടു ചന്ദ്രതുംഗാന്തരത്തിൽ എത്ര $\frac{1}{248}$ ഭഗണങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നു കാണണം.

$$\text{അതു} = \frac{16279'-6'' \times 248}{21600'} = 186{\cdot}92 = 187.$$

അതിനാൽ എത്ര പൂൎണ്ണദിവസങ്ങളിൽ കേന്ദ്രം പൂൎണ്ണവട്ടങ്ങളും തികച്ച് $\frac{187}{248}$ ഭഗണമായി കാണപ്പെടും എന്നു നിശ്ചയിക്കണം. ഇതു ഒരു കുട്ടകപ്രശ്നമാകുന്നു. പൂൎണ്ണദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം യ എന്നു വെച്ചാൽ,

$$\frac{9\text{യ}}{248} - \frac{187}{248} = \text{വ};$$ വ എന്നതു ഒരു പൂൎണ്ണസംഖ്യ.

$$\therefore\ 9\text{യ} - 187 = 248\ \text{വ}.$$

ഇവിടെ ഭാജ്യം 9, ഭാജകം 248, ഋണക്ഷേപം 187. ഭാജ്യഭാജകങ്ങളെ വല്ലിയാക്കി ഉണ്ടാകുന്ന ഉപാന്ത്യസംഹൃതഫലത്തിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന ലഘു ഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ 2ഉം 55ഉംതന്നെ. ഈ അദ്ധ്യായത്തിലെ പ്രവേശികയിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച് ആദ്യവല്ലീഫലം ശൂന്യമെന്നുവെച്ചാൽ ഇവ യുഗ്മ സംഹൃതഫലത്തിൽനിന്നുണ്ടായവയെന്നു വരുന്നു. ക്ഷേപം ഋണവുമാകുന്നു. അതിനാൽ ക്ഷേപത്തെ ലഘുഭാജകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഭാജകംകൊണ്ടു തക്ഷ ണംചെയ്തുണ്ടാകുന്ന സംഖ്യയെ ഭാജകത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞതു കുട്ടകത്തിൻെറ ഉത്തരം. മറെറാരുവിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ലഘുഭാജകത്തിൻെറയും ക്ഷേപ ത്തിൻെറയും ഘാതത്തെ ഭാജകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഊനശിഷ്ടം കുട്ടക ത്തിൻെറ ഉത്തരം. $2 \div 55$ എന്നതു പ്രവേശികയിലെ യുഗ്മഫലമാകുന്നു. അതിനാൽ 55 യുഗ്മലഘുഹാരകം. അതിനാൽ 248 കരണപദ്ധതി യുഗ്മ ഹാരകം. അതിനാൽ 3-ാംശ്ലോകത്തിൻെറ ഉത്തരാൎദ്ധത്തിൽ "യുഗ്മഹാരക ത്തിന്നു ഊനശിഷ്ടത്തേയും കിഴിക്കണം" എന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ ഹാരകം എന്നതു അഭീഷ്ടഹാരകമായ 248തന്നെ. കുട്ടകത്തിൻെറ നിയമ ത്തിൽനിന്നു ഭാജഹാരകത്തിന്നു അധികശിഷ്ടത്തെ കിഴിക്കണമെന്നും വരും. $187 \times 55 = 10285$. ഇതിനെ 248കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന ഊന ശിഷ്ടം 131. ഈ 131നെ ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണമായ 1843540-ൽ നിന്നു കള ഞ്ഞാൽ 1843409 എന്നു വരുന്നു. ഇതു ചന്ദ്രസ്ഫുടാനയനത്തിലെ അഹ ൎഗ്ഗണഖണ്ഡം.

ഇവിടെ കിട്ടിയ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം വേണ്ടവിധം വന്നിട്ടുണ്ടോ എന്നു നോക്കേണ്ടതാണ്. 6845ഉം 188611ഉം വിധുവിൻെറ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെന്നു കരുതി ക്രിയ ചെയ്താൽ ചന്ദ്രൻ തുംഗൻെറ $50'-50''$ പിന്നിലെന്നു കാണാം.

പഞ്ചബോധത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഖണ്ഡത്തേയും ധ്രുവസംസ്കാര ഹാരകങ്ങളേയും മേലാൽ ഉദാഹരണമായി കാണിക്കണമെന്നു ആഗ്രഹിക്കു ന്നതുകൊണ്ടു ഈ ഖണ്ഡത്തെ ഇവിടെ വിടുന്നു. പഞ്ചബോധത്തിലെ പര ഹിതാഹൎഗ്ഗണഖണ്ഡം 1741650 (അമിതയവോൽസുകം) എന്നാകുന്നു. ആ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ ചന്ദ്രൻ തുംഗൻെറ 43 കല 11 വികല പിന്നിലാണെന്നു കാണാം.

ഇനി കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു മററു പ്രയോജനങ്ങളെന്തെന്നു പറയാം. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമാവുകയും 248 ദിവസത്തിൽ

മന്ദകേന്ദ്രം കൃത്യം 9 വട്ടം തികയുകയും ചെയ്തിരുന്നുവെങ്കിൽ, ചന്ദ്രസ്ഫുടാനയനം വളരെ ലഘുവാകുമായിരുന്നു. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽനിന്നു 248 ദിവസംതോറമുള്ള സ്ഫുടമുണ്ടാക്കി ഖണ്ഡശേഷത്തിൽ എത്ര 248 ദിവസങ്ങൾ ഉണ്ടോ അത്രവട്ടം 248 ദിവസങ്ങളിലെ തുംഗഭുക്തിയും 248 ദിവസങ്ങളുടെ സമൂഹങ്ങളെ കിഴിച്ച് ബാക്കി വരുന്ന ദിവസത്തേക്ക ഉണ്ടാക്കിവെച്ചിട്ടുള്ള ചന്ദ്രസ്ഫുടവും കൂട്ടിയാൽ ഇഷ്ടദിവസത്തെ ചന്ദ്രസ്ഫുടം വരുമായിരുന്നു. എന്നാൽ ചന്ദ്രസ്ഫുടാനയനം അത്ര എളുപ്പമല്ല. എങ്കിലും ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രവും ചന്ദ്രസ്ഫുടവും ശൂന്യമെന്നു സങ്കല്പിച്ച് പിന്നത്തെ 248 ദിവസങ്ങൾക്കുണ്ടാക്കീട്ടുള്ള ചന്ദ്രസ്ഫുടങ്ങളാകുന്നു ഗീന്നശ്രേയാദി വാക്യങ്ങൾ.

ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമല്ലാത്തതിനാലും, 248, 3031 മുതലായ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങളിൽ മന്ദകേന്ദ്രം കൃത്യമായി വട്ടം തികയാത്തതിനാലും ചന്ദ്രസ്ഫുടാനയനത്തിൽ പലതും ആലോചിപ്പാനുണ്ട്. ഒന്നാമതു ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽതന്നെ മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമല്ല. ചന്ദ്രൻ തുംഗൻെറ അല്പം പിന്നിൽ നില്ക്കുന്നു. പിന്നീടു 248 ദിവസം കഴിയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗന്നു അല്പവുംകൂടി അടുത്തുനില്ക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ അഞ്ചാറവട്ടം തികയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗൻെറ അടുത്തു മുമ്പിലോ പിമ്പിലോ നില്ക്കും. പിന്നത്തെ 248 ദിവസത്തിൻെറ അന്ത്യത്തിൽ ചന്ദ്രൻ തുംഗനെ വിട്ടകവിഞ്ഞു നില്ക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ ആകെ 12 വട്ടം തികയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗനെ കഴിയുന്നത്ര കവിഞ്ഞുനില്ക്കും. എന്നാൽ പിന്നത്തെ 55 ദിവസം തികയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ മുമ്പോട്ടു പോയതിനേക്കാൾ അധികം പിന്നോട്ടു പോയി തുംഗനെ അപേക്ഷിച്ച് ആദ്യസ്ഥിതിയെക്കാൾ പിന്നിൽ നില്ക്കുന്നു. ഇപ്പോൾ ആകെ 3031 ദിവസമായി. ഇങ്ങിനെ 4 വട്ടം 3031 ദിവസം തികയുമ്പോൾ കഴിയുന്നത്ര പിന്നിലെത്തുന്നു. പിന്നത്തെ 248 ദിവസംകൊണ്ടു പിന്നിൽ പോയതിനേക്കാൾ അത്യല്പമധികം മുമ്പോട്ടുവെച്ച് ഏതാണ്ട് തുടക്കത്തിലെന്നപോലെ നില്ക്കുന്നു. അപ്പോഴേക്കു 12372 ദിവസങ്ങൾ തികയും. ഇങ്ങിനെ 12372 ദിവസങ്ങൾ കഴിയുമ്പോൾ ചന്ദ്രൻ തുംഗനെ അപേക്ഷിച്ച് ഏതാണ്ട് മുമ്പുനിന്ന സ്ഥിതിയിൽ നില്ക്കുന്നു. 3031 ദിവസങ്ങളുടെ അന്ത്യത്തിൽ അല്പമധികം ഭേദവും, 248 ദിവസങ്ങളുടെ അന്ത്യത്തിൽ അതിലധികം ഭേദവും ഉണ്ടാകുന്നു.

ഈ ഭാഗം വിടുന്നതിനുമുമ്പു 1521260എന്ന 9-ാംകേന്ദ്രഹാരകത്തോളം ദിവസങ്ങളിൽ മന്ദകേന്ദ്രം 9-ാം ഗുണകാരത്തോളം വട്ടം തികയുമെന്ന സങ്കല്പത്തിന്മേൽ 12372, 3031, 248 ഈ ദിവസങ്ങളിൽ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരമെത്രയുണ്ടാകുമെന്നു കാണാം. അതിന്നായി ഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ വല്ലിയും അവയിൽനിന്നുള്ള ഉപസംഹൃതഫലങ്ങളും ഉണ്ടാക്കുന്നു. 248 എന്നതു 4-ാം

	55209	1521260	27
1	30617	1490643	
	24592	30617	
4	24100	24592	1
	492	6025	
4	484	5904	12
	8	121	
7	7	120	15
	1	1	
		1	1
		0	

നമ്പ്ര്	വല്ലീഫലം	ശിഷ്ടം	ഗുണകാരം	ഹാരകം
1	27	30617	1	27
2	1	24592	1	28
3	1	6025	2	55
4	4	492	9	248
5	12	121	110	3031
6	4	8	449	12372
7	15	1	6825	188611
8	7	1	48364	1332649
9	1	0	55209	1521260

[8ഉം 9ഉം ഫലങ്ങൾക്ക് ഒന്നിച്ച് 8 എന്ന ഒരു ഫലം എടുത്താലും ഇവിടെ മതി. പക്ഷെ മഹാഗുണകാരഹാരകങ്ങളിൽനിന്നു വല്ലി വരുത്തുമ്പോൾ 7, 1 എന്ന രണ്ടു ഫലങ്ങളായി കിട്ടും. അതു മുമ്പു കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അതിനോടടുക്കുവാൻവേണ്ടി 7, 1 എന്നു രണ്ടു ഫലങ്ങളായി എടുത്തതാണ്. അതിന്നു വിരോധമില്ല]

ലംഘ്യഹാരകമാകുന്നു. അതിനാൽ $\frac{9}{248}$ ൻേറയും $\frac{55209}{1521260}$ ൻേറയും അന്യോന്യാംശഛേദഘാതാന്തരം 4-ാം ശിഷ്ടമായ 492ന്നു സമമാകുന്നു.

$$\therefore \frac{248 \times 55209}{1521260} - 9 = \frac{492}{1521260}.$$

അതിനാൽ 248 ദിവസങ്ങളിൽ മന്ദകേന്ദ്രം 9വട്ടവും തികച്ച് $\frac{492}{1521260}$ ഭഗണം അധികം പോകും. ഇതു ഏതാണ്ട് 7 കല. ഇപ്രകാരം ആലോചിച്ചാൽ 3031 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം 110 വട്ടം തികക്കുവാൻ $\frac{121}{1521260}$ ഭഗണം പോരാതെ വരും. 12372 ദിവസത്തിൽ 449 വട്ടവും തികച്ച് $\frac{8}{1521260}$ ഭഗണം അധികം പോകും. ഇതു 6·8 വികല മാത്രമെയുള്ളു.

ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ സ്ഫുടവും, ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമെന്ന സങ്കല്പത്തിന്മേൽ 248, 3031, 12372 ഈ ദിവസങ്ങളിലുള്ള സ്ഫുടഭുക്തികളും ഉണ്ടാക്കി അവയുടേയും 248 ദിവസങ്ങളിലെ ഓരോ ദിവസം വരെയുള്ള സ്ഫുടഭോഗവും സംകലനം ചെയ്തു ഇഷ്ടദിവസത്തെ ചന്ദ്രസ്ഫുടമുണ്ടാക്കുന്നു. മന്ദകേന്ദ്രത്തിലുള്ള ഭേദങ്ങളെക്കൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന ന്യൂനതകളെ പിന്നീടു പരിഹരിക്കയും ചെയ്യുന്നു. സംകലനം ചെയ്യുന്ന രീതി താഴെ പറയുന്നു. ഖണ്ഡശേഷത്തിലെ ദിവസങ്ങളെ 12372, 3031, 248 എന്നീ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെ വഴിക്കുവഴി ഹരിച്ച് ഫ$_1$, ഫ$_2$, ഫ$_3$ എന്ന ഫലങ്ങൾ കിട്ടിയെന്നു കരുതുക. അവസാനത്തെ ശിഷ്ടം വാക്യസംഖ്യ. എന്നു വരുമ്പോൾ ഖണ്ഡശേഷം = 12372 ഫ$_1$ + 3031 ഫ$_2$ + 248 ഫ$_3$ + വാക്യസംഖ്യ. 12372, 3031, 248 ഈ ദിവസങ്ങളിലേക്കുണ്ടാക്കീട്ടുള്ള ഭുക്തികളെ ഫ$_1$, ഫ$_2$, ഫ$_3$ ഇവയെക്കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രസ്ഫുടത്തോടും ശിഷ്ടദിവസത്തെ വാക്യത്തിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന സ്ഫുടഭുക്തിയോടും ചേർത്താൽ പ്രായിക ചന്ദ്രസ്ഫുടമായി. ഓരോ ഘട്ടങ്ങളിലും ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം നന്ന ലംഘ്യമാകയാൽ ഇതു സൂക്ഷ്മസ്ഫുടത്തിൽനിന്നു അധികം ഭേദിച്ചിരിക്കുകയില്ല

എങ്കിലും ന്യൂനതകളെ പരിഹരിക്കാതിരുന്നുകൂടാ. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലും, കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങളുടെ അന്ത്യങ്ങളിലും വരുന്ന ദിവസങ്ങളിൽ അവിടവിടെ ചെയ്തുവെച്ചിട്ടുള്ള സ്ഫുടസംസ്കാരം വേണം. അല്ലാത്ത ദിവസങ്ങളിൽ ആ സംസ്കാരങ്ങൾ ആവശ്യമില്ല. വാക്യത്തിൽ അടങ്ങിയ സ്ഫുടസംസ്കാരം മാത്രം മതി. അതിനാൽ ഖണ്ഡാന്ത്യാദികളിൽ ചെയ്ത സ്ഫുടസംസ്കാരങ്ങൾ തള്ളിക്കളയണം. കൂട്ടിയതു കിഴിച്ചുകളയണം. കിഴിച്ചതു കൂട്ടിനികത്തണം. ഇതിന്നുംപുറമെ ഇഷ്ടദിവസത്തെ വാക്യമുണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നതു വാക്യസംഖ്യയോളം ദിവസം മുമ്പു മന്ദകേന്ദ്രം

ശൂന്യമെന്ന സങ്കല്പത്തിന്മേലാണല്ലോ. ഇതു ശരിയല്ല. അതിനാൽ ആ ദിവസം യഥാർത്ഥത്തിൽ കേന്ദ്രം എത്രയുണ്ടെന്നു കണ്ടു അതു കരുതാഞ്ഞയാൽ വന്നിരിക്കുന്ന സ്ഫുടസംസ്കാരന്യൂനതയും തീർത്തുകളയണം. മൂന്നാമതു സ്വദേശത്തെ ഉദയത്തിനുള്ള സ്ഫുടമാണല്ലോ കാണേണ്ടതു്. കേരളക്കര മുഴുവൻ ഉജ്ജയനീഗതഭൂമദ്ധ്യരേഖയുടെ പടിഞ്ഞാറാണെന്നായിരുന്നു മുമ്പത്തെ അറിവു്. ഇതു ശരിയല്ല. പക്ഷെ ഉദാഹരണത്തിന്നുവേണ്ടി മുഴുവൻ പടിഞ്ഞാറെന്നുതന്നെ വെക്കാം. അതിനാൽ ഉദയത്തിന്നു ഇവിടെ സ്വദേശവിനാഴികകളോളം നേരം വൈകും. ആ നേരംകൊണ്ടു സ്ഫുടഗതിവശാൽ ചന്ദ്രൻ കുറെ നീങ്ങിയിരിക്കും. ഇതും കണക്കാക്കണം. ചില സൌകര്യങ്ങൾക്കുവേണ്ടി ചന്ദ്രന്റെ അല്പിഷ്ഠഗതിയായ $12^{\circ}-2'$യിൽനിന്നു തടവിക്കുന്നതും ബാക്കിയിൽനിന്നുത്ഭവിക്കുന്നതും ആയി ഇതിനെ വേർതിരിക്കുന്നു.

ഇവിടെ വിവരിച്ച ചന്ദ്രസ്ഫുടാനയനസാധനങ്ങളിൽ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രസ്ഫുടവും, കഴിഞ്ഞുപോയ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളോളം ദിവസങ്ങളിലെ സ്ഫുടഭുക്തികളും ചന്ദ്രന്റെ അല്പിഷ്ഠഗതികൊണ്ടുള്ള ദേശാന്തരഭേദവുംകൂടി ചന്ദ്രന്റെ ധ്രുവമെന്നും ബാക്കിയുള്ളവയെല്ലാംകൂടി ചന്ദ്രന്റെ ധ്രുവസംസ്കാരമെന്നും പറയപ്പെടുന്നു; വാസ്തവത്തിൽ ധ്രുവസംസ്കാരമെന്നു പറയുന്നതു ധ്രുവസംസ്കാരവും വാക്യസംസ്കാരവുംകൂടിയതാകുന്നു. ഇനിയും വിസ്തരിക്കുന്നതിന്നുമുമ്പു പഞ്ചബോധം ദ്വിതീയഖണ്ഡത്തിൽനിന്നു പരഹിതചന്ദ്രധ്രുവം വരുത്തുവാനുള്ള വിധി ഉദ്ധരിക്കാം.

1. അമിതയവോത്സുകഹീനം
    ദ്യുഗണം രസഗൈരികൈഃ കലിനാംഗൈഃ
    ദേവേന്ദ്രൈരപിഹൃതഫ്ലാ
    തച്ഛിഷ്ടം ഭവതി വാക്യസംഖ്യേന്ദോഃ

2. വിവിധം നിജവത്സരോഘം,
    താപേനോഹ്യം കുലാസനൈപുണ്യം
    ധിഗഹരലഘുസത്രോനം,
    ചൈതാൻ ഹാരാഹതൈഃ ഫലൈഃ ക്രമശഃ

3. ഹതഫ്ലാ തേഷാംയോഗാ
    കൌലടഭൂപാലതനയസംയുക്തഃ
    ദേശാന്തരവിഘടീഹത
    രത്നപ്രായാന്വിതോ ധ്രുവോജ്ഞേയഃ

സാരം. അഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു 'അമിതയവോത്സുകം' (1741650) എന്ന ഖണ്ഡം കുറച്ച് ശിഷ്ടത്തെ 'രസശൈരികം' (12372), 'കുലീനാംഗം' (3031) 'ദേവേന്ദ്ര' (248) ഈ സംഖ്യകളെകൊണ്ടു ഹരിക്കുക. വഴിക്കുവഴി ശിഷ്ടങ്ങളെ ഹരിക്കുക. 248കൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം ശ്രീന്നശ്രേയാദിവാക്യസംഖ്യയാകുന്നു. (1).

ഇങ്ങിനെ ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളെകൊണ്ടു ക്രമേണ വിവിധം നിജവസുരോധം $(=9^{രാ}\_27° - 48' - 9'' - 44''')$, താപേനോഹ്യംകുലാസനൈപുണ്യം $(11^{രാ} - 7° - 31' - 10'' - 16''')$, ധിഗഹരലാല്യസത്രോനം $(0^{രാ}\_27°\_43'\_28''\_39''')$ ഈ ഹാരകധ്രുവങ്ങളെ (2)

പെരുക്കി അവയുടെ യോഗം കൌലടഭൂപാലതനയ $(1^{രാ}\_6°.31'.41''.31''')$ എന്ന ഖണ്ഡധ്രുവത്തോടും 'രതപ്രായ' $(12'' - 2''')$ എന്നതിനെ ദേശാന്തരവിനാഴികകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതിനോടും കൂട്ടിയാൽ ധ്രുവമെന്നറിഞ്ഞാലും.

ഇതിൻെറ യുക്തി മുമ്പുപറഞ്ഞ സംഗതികളിൽനിന്നു ഗ്രഹിക്കാം. ദേശാന്തരവിനാഴികയെ ദിനവിനാഴികയായ 3600കൊണ്ടു ഹരിച്ച് അല്പിഷ്ഠചന്ദ്രഗതിയായ $12°\_2'$ കൊണ്ടു പെരുക്കുന്നതിന്നു പകരം $12''_2'''$യെ ദേശാന്തരവിനാഴികകൊണ്ടു പെരുക്കുവാൻ പറഞ്ഞു. ഇതു ആ ദേശാന്തരവിനാഴിക കാലംകൊണ്ട് ചന്ദ്രന്നു അല്പിഷ്ഠഗതികൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന സ്ഫുടഭേദമാകുന്നു.

ധ്രുവസംസ്കാരത്തെപ്പററി ആലോചിക്കുന്നതിന്നു മുമ്പ് ഖണ്ഡാന്ത്യാദികളിലെ ചന്ദ്രസ്ഫുടം വരുത്തികാട്ടാം

(1) 1741650 എന്ന ഖണ്ഡത്തിന്നു ചന്ദ്രസ്ഫുടം.

ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം	$= 1^{രാ}\_ 6°. 27'. 54''. 49'''-52''''$
ഉച്ചമദ്ധ്യമം	$= 1^{രാ}\_ 7°. 11'. 5''. 31'''-41''''$
മന്ദകേന്ദ്രം	$= 12$ രാശി-$(43' - 10''. 41'''-49'''')$
മന്ദഫലം	$= 3' - 46''-41'''-10''''$ ധനം.
ചന്ദ്രസ്ഫുടം	$= 1^{രാ}-6°-31'-41''\_31'''$

(കൌലടഭൂപാലതനയ-എന്നു തല്പരാദി)

സ്ഫുടാനയനമാൎഗ്ഗങ്ങളെ 7-ാമദ്ധ്യായത്തിൽ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ട്.

(2) 12372 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടഭുക്തി.

ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം $= 9^{\text{രാ}}-27^\circ-48'-10''-19'''.73$

തുംഗമദ്ധ്യമം $= 9^{\text{രാ}}-27^\circ-48'-3''-30'''.85$

മന്ദകേന്ദ്രം $= 0^{\text{രാ}}-0^\circ-0'-0''-48'''.88$

മന്ദഫലം $= 0-0-0-0-35'''.78$ ഋണം.

ചന്ദ്രസ്ഫുടം $= 9^{\text{രാ}}-27^\circ-18''-9''-13'''.95$.

(വിവിധംനിജവസ്വരോധം-തല്പരാദി)

(3) 3031 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടഭുക്തി.

ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം $= 11^{\text{രാ}}7^\circ-31'-1''-15'''.02$

തുംഗമദ്ധ്യമം $= 11^{\text{രാ}}-7^\circ-32'-14''-20'''.00$

മന്ദകേന്ദ്രം $= 12$രാ— $(1'-43''-4'''.98$

മന്ദഫലം $= 0^{\text{രാ}}-0^\circ-0'-9''-1'''.18$ ധനം.

ചന്ദ്രസ്ഫുടം $= 11^{\text{രാ}}-7^\circ-31'-10''-16'''.20$

(താപേനോഹ്യം കുലാസനൈപുണ്യം-തല്പരാദി)

(4) 248 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടഭുക്തി.

ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം $= 0^{\text{രാ}}-27^\circ-44'-5''-19'''.67$

തുംഗമദ്ധ്യമം $= 0^{\text{രാ}}-27^\circ-37'-6''-10'''.85$

മന്ദകേന്ദ്രം $= 0^{\text{രാ}}-0^\circ-6'-59''-9'''.82$

മന്ദഫലം $= 0^{\text{രാ}}-0^\circ-0'-36''-10'''.62$ ഋണം.

ചന്ദ്രസ്ഫുടം $= 0^{\text{രാ}}-27^\circ-43'-28''-39'''\,05$

(ധിഗഹരലംല്പസത്രോനം–തല്പരാദി)

ഇതിൽ എല്ലാ ദിനഗണങ്ങളുടേയും തുടക്കത്തിൽ ചന്ദ്രതുംഗമദ്ധ്യമങ്ങൾ ശൂന്യമെന്നു സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

ഇനി ധ്രുവസംസ്കാരത്തെക്കുറിച്ചാലോചിക്കാം. ഇതു 6–ാം അദ്ധ്യായത്തിലെ ജ്യാനയനോപായങ്ങളും 7–ാം അദ്ധ്യായത്തിലെ സ്ഫുടാനയനവും ഗ്രഹിച്ചവൎക്കേ സുഗമമാകയുള്ളു. അതിനുമുമ്പു സാമാന്യസ്വഭാവം ഗ്രഹിക്കയും ചെയ്യാം.

ഒന്നാമത്തു ഖണ്ഡാന്ത്യാദികളിൽ ഖണ്ഡധ്രുവത്തിന്നും ഹാരകധ്രുവങ്ങൾക്കും ചെയ്ത മന്ദസംസ്കാരം കളയണം. എന്നുവെച്ചാൽ കൂട്ടിയതു കളയണം കളഞ്ഞതു കൂട്ടണം. അതു

$$= \frac{7}{80}\left(-43\frac{11}{60} + \frac{8 \times 21600}{1521260}\,\text{ഫ}_1 - \frac{121 \times 21600}{1521260}\,\text{ഫ}_2 + \frac{492 \times 21600}{1521260}\,\text{ഫ}_3\right) \text{ കലകൾ.}$$

$$= \frac{7}{80}\cdot\frac{21600}{1521260}\left(492\,\text{ഫ}_3 - 121\,\text{ഫ}_2 + 8\,\text{ഫ}_1 - 3041\right) \text{ കല.}$$

$43'$-$11''$ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരവും ബാക്കിയുള്ളവ ഹാരകങ്ങളുടെ മടങ്ങുകളോളം കാലങ്ങളിൽ ഉണ്ടാകുന്ന ചന്ദ്രതുംഗാന്തരവുമാകുന്നു. രണ്ടാമത്തേവയെ വല്ലിയുണ്ടാക്കുമ്പോൾ വരുന്ന ശിഷ്ടങ്ങളായ 492, 121, 8 ഇവയിൽനിന്നു ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കുന്നുവെന്നു കാണാം.

രണ്ടാമത്തു വാക്യങ്ങൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ കഴിഞ്ഞ വാക്യസംഖ്യയോളം ദിവസങ്ങളുടെ തുടക്കത്തിൽ $\frac{21600}{1521260}(492\,\text{ഫ}_3 - 121\,\text{ഫ}_2 + 8\,\text{ഫ}_1 - 3041)$ കലയോളംപോന്ന ചന്ദ്രതുംഗാന്തരത്തെ ഗണ്യമാക്കീട്ടില്ല. അതിനാൽ മന്ദസംസ്കാരത്തിൽ ഭേദമുണ്ടായിട്ടുണ്ട്. മന്ദകേന്ദ്രം 'ല' കലകളോളം അധികമാണെന്നും ഇതു ലഘുവായ ഒരു ഭേദംമാത്രമാണെന്നും വെക്കുക. മന്ദസംസ്കാരം മന്ദകേന്ദ്രഭുജാജ്യാവിനെ $\frac{7}{80}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ചാപിച്ചുണ്ടാകുന്നു. കേന്ദ്രം ലഘുവാകുമ്പോൾ ചാപം ഗുണിച്ചുകിട്ടിയ ഫലത്തിന്നു തുല്യമാകയാൽ ചാപീകരണം വേണ്ട. മന്ദകേന്ദ്രത്തിൽ 'ല' കലകൾ ഭേദം വന്നാൽ മന്ദസംസ്കാരത്തിൽ 'ല' കലകളെ മന്ദകേന്ദ്രകോടിജ്യാവുകൊണ്ടും $\frac{7}{80}$ കൊണ്ടും പെരുക്കി ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നടത്തോളം ഭേദമുണ്ടാകുമെന്നു മേലാൽ കാണാം. ഈ ഭേദം മന്ദകേന്ദ്രം ആദ്യത്തെ 6 രാശിയിൽ അധികം കിഴിക്കേണ്ടതും പിന്നത്തെ 6 രാശിയിൽ അധികം കൂട്ടേണ്ടതും ആയി വരും. എന്നുവെച്ചാൽ വാക്യങ്ങൾ വരുത്തുമ്പോൾ മന്ദസംസ്കാരം കൂട്ടേണ്ടതു വേണ്ടതു കൂട്ടീട്ടില്ലെന്നും കളയേണ്ടതു വേണ്ടതു കളഞ്ഞിട്ടില്ലെന്നും വരുന്നു. അതിനാൽ ആദ്യം ഖണ്ഡാന്ത്യാദി സ്ഫുടാനയനങ്ങളിൽ കിഴിച്ചതു കഴിഞ്ഞ ഖണ്ഡികയിൽ സംസ്കാരാർത്ഥം കൂട്ടിയേടത്തു ഈ ഭേദം കിഴിക്കണം. സംസ്കാരാർത്ഥം കിഴിച്ചേടത്തു കൂട്ടണം. അതിനാൽ ഈ ഭേദം

$$= -\frac{7}{80}\cdot\frac{21600}{1521260}\left(492\,\text{ഫ}_3 - 121\,\text{ഫ}_2 + 8\,\text{ഫ}_1 - 3041\right)\frac{\text{മന്ദകേന്ദ്രകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ.}}$$

ഈ രണ്ടു സംസ്കാരങ്ങളും കൂടി

$$= \frac{7}{80} \cdot \frac{21600}{1521260} (492\ \text{ഹ}_3 - 121\ \text{ഹ}_2 + 8\ \text{ഹ}_1 - 3041) \frac{\text{ത്രിജ്യാ} - \text{മ. കേ. കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ.}}$$

എന്നു വരുന്നു.

മൂന്നാമതു സ്വദേശവിനാഴികകൊണ്ടു ഉദയത്തിന്നു ചന്ദ്രസ്ഫുടത്തിൽ ഭേദം വരുന്നു. ഇതിൽ അല്പിഷ്ഠചന്ദ്രഗതിയായ $12°–2'$ കലകളുള്ള ഭേദം ധ്രുവത്തിൽ ചേർത്തു. ബാക്കിയുള്ളതു ഇവിടേയും ചേക്കണം. അതു

$$= \frac{\text{സ്വദേശവിനാഴിക}}{3600} (\text{ചന്ദ്രഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി})\ \text{കലകൾ.}$$

ഇവയെ ഒന്നിച്ചു ചേക്കുന്നതിന്നുമുമ്പ് ഗണിതത്തിലെ ഒരു ഉപായവും കൂടി കാണണം.

$$\text{ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടഗതി} = \text{മദ്ധ്യമഗതി} - \frac{7}{80} \cdot \frac{\text{മ. കേന്ദ്ര കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}\ \text{കേന്ദ്രഗതി.}$$

ഇതിൽനിന്നു മന്ദകേന്ദ്രം ശൂന്യമായി കേന്ദ്രകോടിജ്യാവു ത്രിജ്യാവിന്നു തുല്യമാകുമ്പോൾ ചന്ദ്രന്റെ അല്പിഷ്ഠഗതിയുണ്ടാകുമെന്നു വരുന്നു.

$$\therefore \text{ചന്ദ്രന്റെ അല്പിഷ്ഠഗതി} = \text{മദ്ധ്യമഗതി} - \frac{7}{80} \cdot \text{കേന്ദ്രഗതി.}$$

$$\therefore \text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി} = \frac{7}{80} \text{കേന്ദ്രഗതി} \left(1 - \frac{\text{മ. കേ. കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}\right)$$

$$\therefore \frac{7}{80} \cdot \frac{\text{ത്രിജ്യാ} - \text{മ. കേ. കോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}} = \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{\text{കേന്ദ്രഗതി}}$$

എന്നു വരുന്നു. ഇതുതന്നെ ഉപായം. ഇനി സംസ്കാരങ്ങളെയെല്ലാം ഒന്നിച്ചു ചേക്കാം. ചന്ദ്രകേന്ദ്രഗതി $(55209 \times 21600 \div 1521260)$ കലകളെന്നു കരുതാം. എല്ലാം കൂടിയുള്ള സംസ്കാരം

$$= \frac{21600}{1521260} (492\text{ഹ}_3 - 121\text{ഹ}_2 + 8\text{ഹ}_1 - 3041) \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{\text{കേന്ദ്രഗതി}}$$

$$+ (\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}) \frac{\text{സ്വദേശവിനാഴിക}}{3600}$$

$$= (492\text{ഹ}_3 - 121\text{ഹ}_2 + 8\text{ഹ}_1 - 3041) \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{55209}$$

$$+ \text{സ്വ. വി} \frac{55209}{3600} \cdot \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{55209}$$

$$= \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{55209} (492\text{ഫ}_3 - 121\text{ഫ}_2 + 8\text{ഫ}_1 - 3041 + \text{സ്വ. വി. } \frac{46}{3})$$

$55209 \div 3600$ എന്നതു ഏതാണ്ട് $46 \div 3$ന്നു തുല്യമാകുന്നു.

$$\therefore \text{ സംസ്കാരം} = \frac{\text{സ്ഫുടഗതി} - \text{അല്പിഷ്ഠഗതി}}{55209 \div (492\text{ഫ}_3 - 121\text{ഫ}_2 + 8\text{ഫ}_1 - 3041 + \frac{46}{3}\text{സ്വ. വി})}$$

ഇതിലുള്ള ഛേദത്തെ ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകമെന്നു പറയുന്നു. സംസ്കാരഹാരകത്തിൻെറ ധനണ്ണത (492 ഫ$_3$ $- 121$ ഫ$_2$ $+ 8$ ഫ$_1$ $- 3041 + \frac{46}{3}$ സ്വ. വി.) എന്നതിൻെറ ധനണ്ണതതന്നെ. 248 ദിവസങ്ങൾക്കും ഒരേഹാരകംതന്നെ. അതാതു ദിവസത്തെ സ്ഫുടഗതികണ്ട് അതിൽനിന്നു അല്പിഷ്ഠഗതിയായ $12° \text{ } 2'$ കളഞ്ഞു് ബാക്കിയെ ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതു ധ്രുവസംസ്കാരം. ധ്രുവവും, വാക്യവും, ഈ സംസ്കാരവും കൂട്ടിയാൽ സ്വദേശത്തു മദ്ധ്യമസൂൎയ്യൻെറ ഉന്മണ്ഡലോദയത്തിന്നു ചന്ദ്രസ്ഫുടമുണ്ടാകുന്നു. ആ ചന്ദ്രസ്ഫുടത്തെ സ്പഷ്ടസൂൎയ്യൻെറ ക്ഷിതിജോദയത്തിന്നാക്കുവാൻ ചരം, പ്രാണകലാന്തരം, രവിമന്ദജ്യാ ഇവകൊണ്ടുണ്ടാകുന്ന അഹൎമ്മാനകലകളെക്കൂടി സംസ്കരിക്കണം. ഇതു മറെറാരു സന്ദൎഭത്തിൽ ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽതന്നെ വിവരിക്കുന്നതാണ്. ഇനി ധ്രുവസംസ്കാരമുണ്ടാക്കുവാൻ പഞ്ചബോധത്തിൽ കൊടുത്ത വിധി ഉദ്ധരിക്കാം.

1. അന്ത്യം ഫലം ശ്രീധവതാഡിതം യ-
   ദ്ദാനാഹതേനാദ്യഫലേന യുക്തം
   ദേശാന്തരപ്രോക്തവിനാഡികാഘ്ന
   തത്വത്രിഭാഗൈശ്ചയുതം ധനാഖ്യം.

2. ഫലം ദ്വിതീയം കരടാഹതം ത-
   ദൃണാത്മകം കുംഭനഗേന യുക്തം
   തയോൎവ്വിശേഷേണ ധനപ്രമാണാ-
   ദാപ്തോ ധനണ്ണാത്മകഹാരകഃ സ്യാൽ.

സാരം. അന്ത്യഫലത്തെ ശ്രീധവ (492) നെകൊണ്ടു പെരുക്കിയതിനോടു ആദ്യഫലത്തെ ദാനം (8) കൊണ്ടു പെരുക്കിയതും ദേശാന്തരവിനാഴികകൊണ്ടു തത്വ (46)നെ പെരുക്കിയതിൻെറ മൂന്നിലൊരു ഭാഗവും കൂട്ടുക. ഇതു ധനം. (1)

ദ്വിതീയഫലത്തെ കരടം (121) കൊണ്ടു പെരുക്കി കുംഭനഗ (3041) ത്തോടു കൂട്ടിയതു ഋണം. മേൽ വരുത്തിയ ധനത്തിൻേറയും ഈ ഋണത്തിൻേറയും അന്തരംകൊണ്ടു ധനപ്രമാണ (55209) ത്തെ ഹരിച്ചുകിട്ടിയതു ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകമാകുന്നു. (2).

ഇനി ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകത്തെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ കേന്ദ്രഫലങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

തത്തദ്ദിനാന്തേന്ദുതദുച്ചഭേദ
ലിപ്താഹതാൽ കേന്ദ്രഹരാദഭീഷ്ടാൽ
കേന്ദ്രാണ്യനന്തോത്കരസംഹൃതാനി
സ്വർണ്ണാത്മകാനീന്ദുചധികാല്പകതേ. 5

സാരം. അതാതു ദിവസത്തെ ചന്ദ്രൻേറയും ചന്ദ്രതുംഗൻേറയും അന്തരത്തെ ലിപ്തകളാക്കി കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളിൽ ഇഷ്ടമുള്ളതിനെ ഗുണിച്ച് അനന്തോൽക്കരം (21600) കൊണ്ടു ഹരിച്ചതു കേന്ദ്രഫലങ്ങൾ. ഇതു ചന്ദ്രൻ തുംഗനെക്കാൾ അധികമായിരിക്കുമ്പോൾ ധനവും കുറവായിരിക്കുമ്പോൾ ഋണവും ആകുന്നു.

ഇവിടെ അതാതു ദിവസമെന്നു പറയുന്നതു ഖണ്ഡവും ഖണ്ഡശേഷഹാരകങ്ങളായ 12372, 3031, 248 എന്നവയും തന്നെ. കേന്ദ്രഫലങ്ങൾ സംസ്കാരഹാരകാനയനത്തിൽ കണ്ട 3041, 492, 121, 8 എന്നിവയുമാകുന്നു. ഇഷ്ടഹാരകം സാമാന്യം വലിയ ഏതെങ്കിലും ഹാരകമാവാം. 1521260 ഇഷ്ടഹാരകമെങ്കിൽ 55209 അതിൻെറ ഗുണകാരം.

മന്ദകേന്ദ്രം 1521260 ദിവസത്തിൽ 55209 വട്ടം തികക്കുമെന്നു വെച്ചാൽ, 248 ദിവസത്തിൽ 9 വട്ടം തികച്ച് അധികം പോകുന്നതു $\frac{492 \times 21600}{1521260}$ കലകളാണെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലോ. ഈ കലകളെ 248 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരം കണക്കാക്കിയാലും കിട്ടും. അതിനാൽ ആ കലകളെ 1521260 കൊണ്ടു പെരുക്കി 21600 ഹരിച്ചാൽ 492 വരും. ഇപ്രകാരം 3031 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരമായ 1 കല 43 വികലകളെ 1521260 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 21600 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 121ഉം 12372 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരമായ 7 വികലയെ 1521260 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കലയാക്കി അതിനെ 21600 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 8ഉം ഉണ്ടാകുന്നു. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരമായ 43′-17″യെ ഇപ്രകാരം ചെയ്തു 3041 ഉണ്ടായതായി മുമ്പു കാണിച്ചിട്ടുമുണ്ട്.

ഇനി കേന്ദ്രഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ വല്ല്യാനയനത്തിൽനിന്നു കേന്ദ്രഫലങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഭീഷ്ടഹാരഞ്ച ഗുണം തദീയം
മിഥോ ഹരേത്തദ് ഗുണഹാരശേഷാഃ
അഭീഷ്ടഹാരോദ്ധ്വഗഹാരകാണാം
ധനർണ്ണകേന്ദ്രാണ്യഥവാ ഭവന്തി. 6

സാരം. അഭീഷ്ടഹാരകത്തേയും അതിന്റെ ഗുണകാരത്തേയും അന്യോന്യം ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഗുണകാരഹാരകശേഷങ്ങൾ അഭീഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ മുമ്പിലുള്ള ഹാരകങ്ങളുടെ ധനർണ്ണകേന്ദ്രഫലങ്ങളായി വരുന്നു.

ഇതു ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകം വരുത്തുന്നേടത്തു 1521260ഉം 55209ഉം ഹാരകഗുണകാരങ്ങളായി എടുത്തുദാഹരിച്ചു് വിശദമാക്കീട്ടുണ്ടു്.

ഇനി ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഭീഷ്ടഹാരസ്യ ഗുണോയമുക്തഃ
സംസ്കാരഹാരാനയനേ തു ഭാജ്യഃ
കേന്ദ്രാണ്യമൂനി സ്വഹരോദ്ധൃതാനാം
ക്രമാൽ ഫലാനാം ഗുണകാ ഭവേയുഃ 7

സാരം. സംസ്കാരഹാരകാനയനത്തിൽ അഭീഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ ഗുണകാരമാകുന്നു ഭാജ്യം. കേന്ദ്രഫലങ്ങൾ അതതു് ഹാരകങ്ങളെക്കൊണ്ടു അഹർഗ്ഗണശിഷ്ടത്തെ ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളുടെ ഗുണകാരങ്ങളുമാകുന്നു.

1521260 ഇഷ്ടഹാരകമെങ്കിൽ 55209 ഭാജ്യം. $ഹ_3$, $ഹ_2$, $ഹ_1$ ഇവയുടെ ഗുണകാരങ്ങൾ 492, 121, 8. ഇപ്രകാരം മറ്റെല്ലാ അഭീഷ്ടഹാരകങ്ങൾക്കും കാണാം. ഇതോടുകൂടി ഖണ്ഡാനയനത്തിനും മറ്റും സാമാന്യവിധി പറഞ്ഞുകഴിഞ്ഞു.

ഇനി ഒരു പ്രത്യേകഹാരകത്തെക്കൊണ്ടു ഖണ്ഡം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ശീതാംശോർവ്വികലാദിതസ്സകലഗൈ
ര്യുക്താൽ സ്വതുംഗോനിതാ
ല്ലിപ്തീകൃത്യ കദപാതതൂജ്ജ്യയഹതാൽ
നൃതാതപത്രോദ്ധൃതം
ശ്രീസംഗപ്രിയതാഡിതം വിഭജതാൽ
കാവേപാതദേഹായനൈ
സ്തച്ഛിഷ്ടം ദൃഗണാൽ ത്യജേൽ തുഹിനഗോ
ർവ്വാക്യോക്തഖണ്ഡാപ്തയേ 8

സാരം. ചന്ദ്രന്റെ വികലാദിമദ്ധ്യമത്തോടു സകളഗം (39′-17″) കൂട്ടി അതിൽനിന്നു തുംഗമദ്ധ്യമം കളഞ്ഞ് ലിപ്തകളാക്കി കപോതദുജ്ജയം (188611)കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു നൃത്താതപത്രം (21600)കൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയതിനെ ശ്രീസംഗപ്രിയം (12372)കൊണ്ടു പെരുക്കി കപോതദേഹായ (188611)നെ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം അഹർഗ്ഗണത്തിൽ നിന്നു കളക. ഇതു വാക്യത്തിൽ പറഞ്ഞ ഖണ്ഡസിദ്ധിക്കായി ചെയ്യണം.

ഇതു 2, 3, 4 എന്നീ ശ്ലോകങ്ങളിൽ പറഞ്ഞ ക്രിയതന്നെ. ഇവിടെ ഇഷ്ടഹാരകം 188611ഉം അതിന്റെ ഊർദ്ധ്വഹാരകം 12372ഉം ആകുന്നു. ഇഷ്ടഹാരകം ഓജമാകയാൽ (ആദ്യവല്ലീഫലം 0 എന്നു കരുതിയാൽ യുഗ്മം) അഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു അധികശിഷ്ടത്തെ കളയണം. മുമ്പുള്ള ഉദാഹരണത്തിൽ 248 യുഗ്മഹാരകമായിരുന്നതിനാൽ ഊനശിഷ്ടം കളഞ്ഞു.

വാക്യങ്ങൾ, 248തന്നെയായി ഉണ്ടാക്കുന്നതിനാൽ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിലെ മന്ദകേന്ദ്രത്തോടു കൂട്ടേണ്ടതു 303 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരാർദ്ധമായ 'സകളാംഗം' 39′-17″ തന്നെ. ഒരു പഴയ ഭാഷാവ്യാഖ്യാനത്തിൽ ഉദാഹരണത്തിന്നുവേണ്ടി അഹർഗ്ഗണം 1741778 എന്നെടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതു കൊല്ലവർഷം 1127 കന്നിക്ക് 283 കൊല്ലം 10 മാസത്തിന്നു മുമ്പുള്ള ഒരു ദിവസത്തെ അഹർഗ്ഗണമെന്നു ഓർക്കേണ്ടതാണ്'. ഈ അഹർഗ്ഗണത്തിന്നു "സകളാംഗം" കൂട്ടിയ മന്ദകേന്ദ്രം 13935′-36″ ഇതിനെ 188611കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 21600കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു 121686 അതിനാൽ കുട്ടകം.

$$\frac{6845\text{യ} - 121686}{188611} = \text{വ എന്നു.}$$

6845 എന്നതു 188611 എന്ന ഹാരകത്തിന്നു ചേർന്ന ഗുണകാരമാകുന്നു ഋണക്ഷേപം. കരണപദ്ധതിപ്രകാരം ഇഷ്ടഹാരകം ഓജം. ക്ഷേപത്തെ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇഷ്ടഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 7982. ശിഷ്ടം 6190. ഈ ശിഷ്ടം അഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു തള്ളിയാൽ അഹർഗ്ഗണഖണ്ഡമായി. പക്ഷെ 12372, 3031, 248 ഈ ദിവസങ്ങളാക്കു മന്ദകേന്ദ്രം വളരെ ലാഘവായതിനാൽ 6190 ഇവയെകൊണ്ടു വഴിക്കുവഴി ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടത്തെത്തള്ളിയാലും അഹർഗ്ഗണഖണ്ഡം സൌകര്യമായി വരും. 3031കൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം 128. ഇതു ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിൽ നിന്നു തള്ളിയാൽ 1741650. ഇതു അഹർഗ്ഗണഖണ്ഡം. തള്ളേണ്ട ദിവസത്തെ ചെറുതാക്കുവാൻ വേറെയും വഴി പറയുന്നു.

ലബ്ധം തത്ര കാലനാഗഗുണിതം
ശ്രീസംഗരമ്യൈർഭജേൽ
തച്ഛിഷ്ടോനഹരോനിതോ ദിനഗണോ
വാ വാക്യഖണ്ഡോ ഭവേൽ
തത്രാപ്തേ കില ദേവരൈർവിനിഹതേ
കാലാനലൈഃ സംഹൃതേ
ശേഷം വാ ദ്യൂഗണാൽ ത്യജേൽ ത്വഹിനഗോ
വ്വാക്യോക്തഖണ്ഡാപ്തയെ. 9

സാരം. അവിടെ 188611കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടായ ഫലത്തെ 3031 (കാലനാഗം) കൊണ്ടു പെരുക്കി 12372 (ശ്രീസംഗരമ്യം) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം ഹാരകത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞതു് (ഊനശിഷ്ടം എന്നു സാരം) അഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു വാക്യഖണ്ഡസിദ്ധിക്കായി കളഞ്ഞാലും മതി. അവിടെ ഉണ്ടാകുന്ന ഫലത്തെ 248 (ദേവരം) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 3031 (കാലനാഗം) കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടായ ശിഷ്ടത്തെ ദ്യൂഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ വാക്യഖണ്ഡം സിദ്ധിക്കും.

ഇതിൻെറ യുക്തി ഉദാഹരണത്തിൽനിന്നു വ്യക്തമാകും. കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽനിന്നു.

$$121686 \times 12372 = 7982 \times 188611 + 6190$$

എന്നു കിട്ടുന്നു. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ ക്ഷേപകമായ 121686 നെ ഊർദ്ധ്വ ഹാരകമായ 12372കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതിനെ ഹാരകം (188611) കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം 7982ഉം ശിഷ്ടം 6190 ആണല്ലോ. ഇതിൽനിന്നു 7982×188611നെ 12372കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഊനശിഷ്ടം 6190നെ ഹരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന അധികശിഷ്ടത്തിന്നു തുല്യമെന്നു വരുന്നു. എന്നാൽ $188611 = 12372 \times 15 + 3031$. $\therefore\ 7982 \times 188611 + 6190 = 7982\ (12372 \times 15 + 3031) + 6190$ അതിനാൽ 7982×3031നെ 12372കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ഊനശിഷ്ടം 6190നെ ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന അധികശിഷ്ടത്തിന്നു തുല്യം. ഇതിനെ ദ്യൂഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ഖണ്ഡമായി. ഇവിടെ ശിഷ്ടം 6190 തന്നെ. ഹരണഫലം 1956. അതിനാൽ കാലനാഗ (3031) ഗുണിതമായ ലബ്ധത്തെ (7982നെ) ശ്രീസംഗരമ്യംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടം (= ഊനശിഷ്ടം) ദിനഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ വാക്യഖണ്ഡമായി എന്നു പൂർവ്വാർദ്ധത്തിൽ പറഞ്ഞു.

ഇവിടെ കണ്ടതിൽനിന്നു,

$$7982 \times 3031 = 1956 \times 12372 - 6190$$
$$= 1956\,(3031 \times 4 + 248) - 6190$$

അതിനാൽ 6190നെ 3031കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും 1956 $\times$ 248നെ 3031 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും ഒരേ ശിഷ്ടമുണ്ടാകുന്നു. ഈ ശിഷ്ടം ഭൃഗണത്തിൽ നിന്നു തള്ളിയാലും ഖണ്ഡം വരുമെന്നു ഉത്തരാദ്ധത്തിൽ പറഞ്ഞു. ശിഷ്ടം 128. ഫലം 160.

$$1956 \times 248 = 160 \times 3031 + 128$$
$$= 160\,(12 \times 248 + 55) + 128.$$

128നെ 248കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം 160 $\times$ 55നെ 248കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴത്തെ ഊനശിഷ്ടത്തിനു തുല്യം.

ഇങ്ങിനെ പറഞ്ഞ ക്രിയ യുക്തംതന്നെയെന്നു കണ്ടു. പക്ഷെ ഇത്ര വക്രമായ ഒരു ക്രിയ സംഖ്യാബന്ധങ്ങളുടെ വൈചിത്ര്യം കാണിപ്പാനല്ലാതെ മററന്തിനാണെന്നു മനസ്സിലാകുന്നില്ല.

ഇനി 5ഉം 6ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ പറഞ്ഞപ്രകാരം കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളേയും ഹാരകധ്രുവങ്ങളേയും വിശേഷേണ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

തദ്ദിനേന്ദൂച്ചയോർഭേദാൽ പയ്യാപ്പഹൃദയാഹതാൽ
കേന്ദ്രാഖ്യം ചക്രലിപ്താപ്തം സ്ഫുടേന്ദുസ്തത്രഹി ധ്രുവഃ 10

ശിവോദിതം കമ്പിതദുർജ്ജയം ച
ഹരിദ്വ്യാന്തിമഥാ വ്യുൽക്രമതോത്ര ശേഷാഃ
ശ്രീസംഗരമ്യാദി ഹരാഹൃതാനാം
ധനർണ്ണരൂപാ ഗുണകാ ഭവന്തി. 11

സാരം. അതാതു ദിവസത്തിൻെറ ചന്ദ്രതുംഗാന്തരത്തെ 188611 (പയ്യാപ്പഹൃദയം) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ചക്രലിപ്തകളായ 21600 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഖണ്ഡഹാരകങ്ങളുടെ കേന്ദ്രഫലം ഉണ്ടാകും. അവിടെയുള്ള ചന്ദ്രൻെറ സ്ഫുടംതന്നെ ധ്രുവം. (10).

6845 (ശിവോദിതം)ഉം 188611 (കമ്പിതദുർജ്ജയം)ഉം അന്യോന്യം ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശേഷങ്ങൾ വിപരീതക്രമത്തിൽ കേന്ദ്രഫലങ്ങളാകും. ഇവ 12372 (ശ്രീസംഗരമ്യ) തുടങ്ങിയുള്ള ഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു ഖണ്ഡശേഷത്തെ ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങൾക്ക ധനർണ്ണങ്ങളായ ഗുണകാരങ്ങളാവും. ഗുണകാരശേഷങ്ങൾ ധനവും ഹാരകശേഷങ്ങൾ ഋണവുമാകുന്നു (11).

ഇതെല്ലാം മുമ്പു് 1521260 ഇഷ്ടഹാരകമായി ഉദാഹരിച്ചു് വിശദമാക്കിട്ടുള്ളതാണു്. ഇവിടെ 188611 ഇഷ്ടഹാരകമായി ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകത്തെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

$$\text{ഖണ്ഡകേന്ദ്രഫലം} = \frac{43\frac{11}{60} \times 188611}{21600} = 377 \text{ ഋണം.}$$

$$\text{12372ന്ന്} \quad ,, \quad = \frac{\frac{7}{60} \times 188611}{21600} = 1 \text{ ധനം.}$$

$$\text{3031ന്ന്} \quad ,, \quad = \frac{1\frac{43}{60} \times 188611}{21600} = 15 \text{ ഋണം.}$$

$$\text{248ന്ന്} \quad ,, \quad = \frac{43\frac{11}{60} \times 188611}{21600} = 61 \text{ ധനം.}$$

$$\text{സ്വ. വി} \times \frac{6845}{3600} = \text{സ്വ. വി.} \times \frac{19}{10}.$$

$$\therefore \text{ധ്രുവസംസ്കാരഹാരകം} = 6845 \div \left(61\text{ഫ}_3 - 15\text{ഫ}_2 + \text{ഫ}_1 - 377 + \text{സ. വി.} \frac{19}{10}\right)$$

ഇഷ്ടകേന്ദ്രഹാരകത്തിന്റേയും അതിന്റെ ഗുണകാരത്തിന്റേയും അന്യോന്യഹരണത്തിൽ അതാതു ലഘുകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളുടെ കേന്ദ്രഫലങ്ങൾ ശിഷ്ടങ്ങളായി വരുന്നതിനുള്ള കാരണവും മുമ്പു കണ്ടു. ഇവിടെ ഒന്നു ചെയ്തുകാട്ടുന്നു.

	6845	188611	27
1	3796	184815	
	3049	3796	
4	2988	3049	1
	61	747	
4	60	732	12
	1	15	
		15	15

ഇനി 'ഗീർന്നശ്രേയാ'ദി വാക്യങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ദേവേന്ദ്രസംഖ്യാവധികൈ
രേകാദ്യേകോത്തരൈർദ്ദിനൈഃ
പൃഥക് പൃഥക് സ്ഫുടീകൃത്വാ
ഭിന്ദും തദ്വാക്യസിദ്ധയേ 12

സാരം. ദേവേന്ദ്രൻ (= 248) വരെ ഒന്നുതൊട്ടുള്ള സംഖ്യകളാലും ദിവസങ്ങൾക്കു ചന്ദ്രനെ വെവ്വേറെ സ്ഫുടീകരിച്ച് ചന്ദ്രവാക്യങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുക.

ഇതും മുമ്പു പറയേണ്ടിവന്നിട്ടുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി പത്താമത്തെ വാക്യമുണ്ടാക്കുന്നു.

10 ദിവസത്തെ ചന്ദ്രഭുക്തി	$= 7905'-49''$
,, ,, തുംഗ ,,	$= 66'-49''$
മന്ദകേന്ദ്രം	$= 7839'-0''$
മന്ദകേന്ദ്രഭുജജ്യാവ്	$= 2607'-28''$
മന്ദജ്യാവ്	$= (2607'-28'') . \frac{7}{80} = 228'-9''$
മന്ദഫലം	$= 228'-8''$ ഋണം
ചന്ദ്രസ്ഫുടം	$= 7677'-41''$
	$= 4^{രാ}-7^{\circ}-58'$ (ദശന്യൂനവാഃ)

തുടക്കത്തിൽ ചന്ദ്രനും തുംഗവും മേഷാദിയിലെന്നു സങ്കല്പം)

ഇനി ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ ശശിതുംഗയോഗം ആസന്നമെന്നു പറയുന്നു.

തുംഗോനിതാ ദോവിധോശ്ചഭോക്തം
നീതേ ച ഖണ്ഡേ ശശിതുംഗയോഗഃ
തത്രേഷ്ടഹാരാധികതാവശാൽ ത--
ദ്യോഗസ്യ സൂര്യോദയസന്നികർഷഃ 13

സാരം. മുമ്പു പറഞ്ഞതുപോലെ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു ഇഷ്ടഹാരകം കൊണ്ടു ഒരു ഖണ്ഡത്തെ വരുത്തിയാൽ ആ ഖണ്ഡത്തിന്റെ അന്ത്യത്തിൽ ശശിതുംഗയോഗം ആസന്നമാകുന്നു. ഇഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ ആധിക്യത്തിന്നനുസരിച്ചിരിക്കും ചന്ദ്രതുംഗയോഗത്തിന്റെ സൂര്യോദയത്തോടുള്ള അടുപ്പം.

248 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം 9 വട്ടം തികയുമെന്നു സങ്കല്പിച്ച് കുട്ടകമുണ്ടാക്കി ഖണ്ഡം വരുത്തി. എന്നാൽ 3031 ദിവസത്തിൽ കേന്ദ്രം 110 വട്ടം തികയുമെന്നുവെച്ച് കുട്ടകമുണ്ടാക്കി ഖണ്ഡം വരുത്തിയാൽ ആ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ ശശിതുംഗയോഗം സൂര്യോദയത്തിന്നു കുറെക്കൂടി അടുത്തിരിക്കും. ഇങ്ങിനെ ഹാരകം വലുതാവുംതോറും യോഗോദയാന്തരം ചുരുങ്ങിവരും. യുക്തി സുഗമം.

ഇനി യോഗോദയാന്തരപ്രമാണങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

തദ്വാസരോത്ഥദ്യുഹിനാംശുതുംഗച്ഛേദ
ലിപ്താ ഹതാഭിമതകേന്ദ്രഹരാദ് ഗുണാപ്താഃ
യോഗോദയാന്തരഭവാ ഹ്യസവഃ ക്രമേണ
സ്വർണ്ണാത്മകാസ്തുഹിനഗോരധികാല്പകതോ. 14

സാരം. ആ ദിവസത്തിലുള്ള ചന്ദ്രതുംഗാന്തരത്തെ ലിപ്തകളാക്കി അതിനെ കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളിൽ ഒന്നുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അതിന്റെ ഗുണകാരംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലങ്ങൾ യോഗോദയാന്തരപ്രാണങ്ങൾ. തുംഗമദ്ധ്യമത്തേക്കാൾ ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം അധികമെങ്കിൽ ധനം, അല്ലെങ്കിൽ ഋണം.

'പ്രാണേനൈതികലാംഭുഃ' എന്നു ആര്യഭടീയത്തിൽ പറഞ്ഞതു പ്രകാരം പ്രാണകാലം എന്നതു നാക്ഷത്രദിനത്തിന്റെ 21600ൽ ഒന്നാകുന്നു. എങ്കിലും പ്രാണകാലം എന്നതിനെ മദ്ധ്യമഭൂദിനത്തിന്റെ 21600ൽ ഒരംശത്തിന്നും പറയാറുണ്ട്. ഇപ്രകാരമുള്ള 6 പ്രാണകാലങ്ങൾ കൂടിയാൽ ഒരു വിനാഴിക. 365·25 ഭൂദിനപ്രാണങ്ങൾക്കു് 366·25 നാക്ഷത്രപ്രാണകാലങ്ങൾ ഉണ്ടാകും. ശ്ലോകത്തിലും വ്യാഖ്യാനത്തിലും ഭൂദിനപ്രാണകാലങ്ങളാണു് വിവക്ഷിച്ചിട്ടുള്ളതു്.

സൂര്യോദയത്തിന്നു 'യ' പ്രാണൻ മുമ്പോ പിമ്പോ ശശിതുംഗയോഗം വരുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ,

$$\frac{\text{യ}}{21600}.\ \text{കേന്ദ്രഗതികല} = \text{ഖണ്ഡാന്ത്യലിപ്ത.}$$

$$\text{എന്നാൽ കേന്ദ്രഗതികല} = \frac{\text{ഇഷ്ടകേന്ദ്രഗുണകാരം} \times 21600}{\text{ഇഷ്ടകേന്ദ്രഹാരകം.}}$$

$$\therefore\ \text{യോഗോദയാന്തരം (യ)} = \frac{\text{ഖണ്ഡാന്ത്യലിപ്ത} \times \text{ഇഷ്ടകേന്ദ്രഹാരകം}}{\text{ഇഷ്ടകേന്ദ്രഗുണകാരം}}$$

പ്രാണൻ.

ഇവിടേയും കേന്ദ്രഹാരകത്തിന്റെ വലിപ്പത്തിന്നനുസരിച്ചിരിക്കും ഫലത്തിന്റെ സൂക്ഷ്മത. യോഗം ഉദയത്തിന്നു മുമ്പെങ്കിൽ ഫലം ധനം, ഉദയം കഴിഞ്ഞിട്ടാണെങ്കിൽ ഫലം ഋണം.

ഇനി യോഗധ്രുവങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

പ്രാണൈരൈസ്തൈഃ സ്വഗുണാഭ്യസ്തൈഃ
സ്വഹാരാപ്തൈശ്ച സംസ്കൃതൌ
ചന്ദ്രതുംഗാവിമൌ സ്യാതാം
തുല്യൌ യോഗധ്രുവാഹ്വയൌ. 15

സാരം. യോഗോദയാന്തരപ്രാണങ്ങളെ വെവ്വേറെ വെച്ചു് ചന്ദ്രന്റേയും തുംഗന്റേയും ഗുണകാരങ്ങളെകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അവയുടെ ഹാരകങ്ങളെ കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം ചന്ദ്രനിലും തുംഗനിലും സംസ്കരിച്ചാൽ രണ്ടിന്റേയും മദ്ധ്യമങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കും. ഈ സംസ്കാരങ്ങളെ യോഗധ്രുവങ്ങളെന്നു പറയുന്നു.

ചന്ദ്രതുംഗയോഗസമയത്തു കേന്ദ്രം ശൂന്യമാകയാൽ ചന്ദ്രമദ്ധ്യമം തന്നെ ചന്ദ്രസ്ഫുടവും. ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ എന്നു ഇവിടെപ്പറയുന്നതു മദ്ധ്യമം വരുത്തുവാനുള്ള ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ.

ഇനി ഇപ്രകാരംതന്നെ എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളുടേയും യോഗഫലം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഏവമേവ പുനരിഷ്ടഖേടയോ-
ര്യോഗമിഷ്ടസമയേ സമാനയേൽ
ഇഷ്ടകാലഖഗമദ്ധ്യമാന്തര
ക്ഷ്മാദിനേഷ്ടഖഗപര്യയാന്തരൈഃ 16

സാരം. ഇപ്രകാരംതന്നെ ഇഷ്ടമുള്ള ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടെ യോഗം ഇഷ്ടകാലത്തെ ഖഗമദ്ധ്യമാന്തരംകൊണ്ടും ഭൂദിനംകൊണ്ടും ആ ഭൂദിനത്തിലുള്ള ഗ്രഹപര്യയാന്തരംകൊണ്ടും ഇഷ്ടദിവസത്തേക്കു വരുത്തിക്കൊള്ളുക.

ഇവിടെ പറയുന്നതു ഉദയത്തിന്നടുത്തുള്ള മദ്ധ്യമവശാലുള്ള ഗ്രഹയോഗം കാണുവാനാകുന്നു. അതിന്നു രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടേയും ഭൂദിനപര്യയങ്ങളെ സമഛേദമാക്കണം. ആ സമഛേദഭൂദിനത്തിൽ ഉണ്ടാകുന്ന പര്യയങ്ങളുടെ അന്തരംകൊണ്ടും സമഛേദഭൂദിനംകൊണ്ടും അന്യോന്യം ഹരിച്ച് വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഉപസംഹരിച്ച് ഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ വരുത്തി ചന്ദ്രതുംഗന്മാൎക്കു പറഞ്ഞതുപോലെയുള്ള ക്രിയകൾ ചെയ്തുകൊള്ളണം.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി മൂന്നാം അദ്ധ്യായത്തിന്റെ
യുക്തിപ്രകാശികാവ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

ചതുൎത്ഥാദ്ധ്യായം പ്രവേശിക.

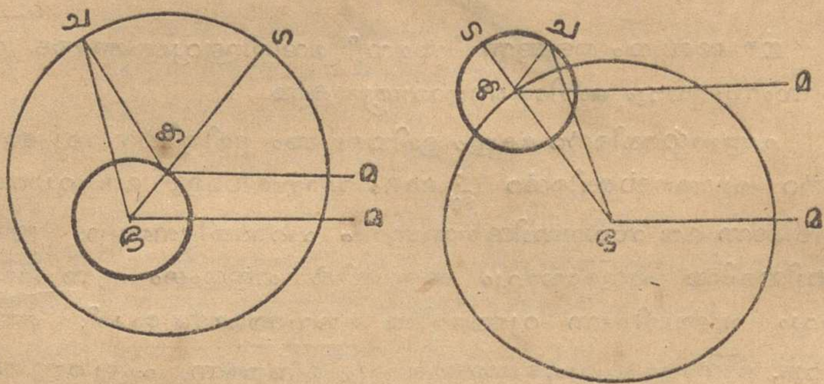
ഈ അദ്ധ്യായം തുടങ്ങുന്നതിന്നുമുമ്പ് മന്ദശീഘ്രവൃത്തങ്ങളുടെ സ്വരൂപവും സംസ്ഥാനവും അറിയേണ്ടതാവശ്യമാകുന്നു.

ചന്ദ്രമാൎഗ്ഗത്തിന്റെ കേന്ദ്രം ഭൂമിയല്ലെന്നും ഭൂമിയിൽനിന്നു ആ മാൎഗ്ഗത്തിന്റെ വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്റെ $\frac{7}{80}$ ഓളം വ്യാസാൎദ്ധമുള്ള ഒരു വൃത്തത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു സങ്കല്പബിന്ദുവാണെന്നും പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടല്ലോ. ഈ സങ്കല്പിതബിന്ദുവിന്നു ചന്ദ്രമന്ദോച്ചം അല്ലെങ്കിൽ ചന്ദ്രതുംഗം എന്നു പറയുന്നു. മന്ദോച്ചം സഞ്ചരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്നു മന്ദവൃത്തമെന്നു പേര്. മന്ദവൃത്തകേന്ദ്രവും, ഭൂഗോളമദ്ധ്യവും, ഭഗോളമദ്ധ്യവും ഒന്നുതന്നെ. ചില തന്ത്രങ്ങളിൽ ഭൂഗോളമദ്ധ്യവും ഭഗോളമദ്ധ്യവും ഒരുമിച്ചിരിക്കയും അന്യോന്യം അകലുകയും അടുക്കുകയും ചെയ്യുന്നതായി സങ്കല്പിച്ചിട്ടുണ്ട്. അതിൽനിന്നാകുന്നു ചന്ദ്രന്നു ദ്വിതീയസ്ഫുടസംസ്കാരം വരുത്താറ്. അങ്ങിനെ ഭൂഗോളമദ്ധ്യവും ഭഗോളമദ്ധ്യവും അടുത്തും അകന്നും ഇരിക്കുമെന്നു സങ്കല്പിക്കുന്നേടത്തു മന്ദവൃത്തകേന്ദ്രം ഭഗോളമദ്ധ്യമായിക്കരുതുന്നു.

ചന്ദ്രസഞ്ചാരത്തെ സംബന്ധിച്ച സങ്കല്പം താഴെ പറയും പ്രകാരമാകുന്നു. ഭഗോളമദ്ധ്യത്തിന്നു ചുററും മന്ദവൃത്തം. മന്ദവൃത്തപരിധിയിൽ മന്ദോച്ചം അതിന്റെ നിയതഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നു. ചന്ദ്രൻ മദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം സദാ മന്ദോച്ചംതന്നെ. ഇതിന്നു ചന്ദ്രന്റെ പ്രതിമണ്ഡലമെന്നു പേര്. മന്ദോച്ചത്തൊരുമിച്ച് പ്രതിമണ്ഡലം ആസകലമായി നീങ്ങുന്നു. പ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രമായ മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രനെ നോക്കുമ്പോൾ കാണുന്ന മേഷാദിചാപാത്മകദൂരം ചന്ദ്രന്റെ മദ്ധ്യമം. ചന്ദ്രനെ ഭഗോളമദ്ധ്യത്തിൽ നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ കാണുന്ന മേഷാദിചാപാത്മകദൂരം ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടവുമാകുന്നു. മദ്ധ്യമത്തോട് ഒരു ചെറിയ ചാപം കൂട്ടുകയോ അതിൽനിന്നു കളകയോ ചെയ്തു സ്ഫുടം വരുത്തുന്നു. ഇതിന്നു മന്ദസംസ്കാരമെന്നു പേര്.

ഈ സങ്കല്പത്തിന്നു പകരം ചന്ദ്രന്റെ പ്രതിമണ്ഡലത്തോളം പോന്ന ഒരു വൃത്തം ഭഗോളമദ്ധ്യം കേന്ദ്രമായി സങ്കല്പിക്കാം. അപ്പോൾ അതിന്നു ചന്ദ്രന്റെ കക്ഷ്യ (കക്ഷയെന്നും പറയും) യെന്നു പറയുന്നു. മദ്ധ്യമചന്ദ്രൻ അതിൽ മദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നു. മദ്ധ്യമചന്ദ്രന്റെ ചുററും

മന്ദവൃത്തത്തോളം പോന്ന ഒരു വൃത്തത്തിൽ മന്ദോച്ചഗതിയോടുകൂടി ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഭഗോളമദ്ധ്യത്തിൽ നിന്നു നോക്കുമ്പോൾ കക്ഷ്യാപരിധി വഴിയായി മേഷാദിയിൽനിന്നുള്ള ചന്ദ്രന്റെ ചാപാത്മകമായ ദൂരംതന്നെ ചന്ദ്രസ്ഫുടം. ഈ രണ്ടു സങ്കല്പങ്ങളെക്കൊണ്ടും ഒരേ സ്ഫുടംതന്നെ കിട്ടുമെന്നു താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പരിലേഖങ്ങളിൽ നിന്നു കാണാം.



2. പരിലേഖം 2_ക.

	ഒന്നാം സങ്കല്പം.	രണ്ടാം സങ്കല്പം.
മദ്ധ്യമം.	∠ മകച................	∠ മഭക.
മന്ദോച്ചം.	∠ മഭക................	∠ മകച.
മന്ദകേന്ദ്രം.	∠ ഗകച................	∠ ചകഗ.
സ്ഫുടഭുക്തി.	∠ മഭച................	∠ മഭച.

രണ്ടു പരിലേഖങ്ങളിലും ഭ എന്നതു ഭഗോളമദ്ധ്യവും ച എന്നതു ചന്ദ്രനും ആകുന്നു. പരിലേഖങ്ങളുടെ താഴെ മദ്ധ്യമം, മന്ദോച്ചം, മന്ദകേന്ദ്രം, സ്ഫുടഭോഗം ഇവകളെ സൌകര്യത്തിനു വേണ്ടി കോണുകളായി പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. കോണാഗ്രം കേന്ദ്രമായ വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിൽ കോണഭുജങ്ങളുടെ ഇടയിൽപ്പെട്ട പരിധിഭാഗത്തിലെ അംശകലകൾതന്നെയാകുന്നു കോണിന്റെയും അംശകലകൾ. മേഷാദിയെന്നതു അന്തരീക്ഷത്തിലെ ഒരു ദിക്ക് മാത്രമാകയാൽ അതിന്നു എവിടെനിന്നും ഒരേ ദിക്ക്തന്നെ. അതിനാൽ സമാനദിക്കുള്ള രേഖകളെക്കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കയും വേണം. ഭമ, കമ ഇവ രണ്ടും മേഷാദിയുടെ ദിക്കിനെത്തന്നെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

ചന്ദ്രനെന്നപോലെ സൂര്യനും ഒരു മന്ദവൃത്തത്തെ സങ്കല്പിക്കുന്നു. സൂര്യന്റെ മന്ദവൃത്തവ്യാസാർദ്ധം കക്ഷ്യാവ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ $\frac{3}{80}$ ഭാഗം മാത്രമാകുന്നു. മന്ദസംസ്കാരം ചെയ്തു സൂര്യന്റെയും സ്ഫുടം വരുത്തുന്നു.

കുജാദിഗ്രഹങ്ങൾക്കും മന്ദവൃത്തങ്ങളുണ്ട്; മന്ദവൃത്തങ്ങൾക്കു പുറമെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളേയും സങ്കല്പിക്കേണ്ടിവരുന്നു. ഭഗോളമദ്ധ്യം കേന്ദ്രമായി ശീഘ്രവൃത്തം അതിന്റെ പരിധിയിൽ രവിമദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി ശീഘ്രോച്ചം സഞ്ചരിക്കുന്നു. ശീഘ്രോച്ചവും രവിമദ്ധ്യമവും എല്ലായ്പോഴും എല്ലാററിനും ഭൂമിയിൽനിന്നു ഒരേസൂത്രത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യും. ശീഘ്രോച്ചം കേന്ദ്രമായി മന്ദവൃത്തം. അതിന്റെ പരിധിയിൽ മന്ദോച്ചം സ്വഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നു. മന്ദോച്ചം കേന്ദ്രമായി ഗ്രഹത്തിന്റെ പ്രതിമണ്ഡലവൃത്തം. ഗ്രഹം അതിന്റെ നേമിയിൽ സ്വമദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നു. മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹത്തിന്റെ മേഷാദിദൂരം ഗ്രഹമദ്ധ്യമവും, ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹത്തിന്റെ മന്ദസ്ഫുടവും, ഭഗോളമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നും നോക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഫുടഭോഗവുമാകുന്നു.

ഈ മൂന്നു വൃത്തങ്ങളേയും അന്യോന്യം സ്ഥാനം മാററി സങ്കല്പിച്ചാലും സ്ഫുടസാമ്യമുണ്ടാകും. മാററി സങ്കല്പിക്കുമ്പോൾ ഗതിക്ക് ഭേദം വരുത്തരുതെന്നേയുള്ളു. പ്രതിമണ്ഡലത്തെ ഭഗോളമദ്ധ്യം കേന്ദ്രമായി സങ്കല്പിക്കുമ്പോൾ അതിന്നു കക്ഷ്യയെന്നു പറയുന്നു. വാസ്തവത്തിൽ ഗണിതപരിഷ്കാരങ്ങൾക്കു മുമ്പു പ്രതിമണ്ഡലമാകട്ടെ മന്ദവൃത്തമാകട്ടെ ഉണ്ടാകുവാൻ തരമില്ല. കക്ഷ്യകളെയായിരിക്കും ആദ്യം സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുക. നിരീക്ഷണവും ഗണിതവും കൂടി ഒത്തുപോകുവാൻ ക്രമേണ മററുള്ള വൃത്തങ്ങളേയും സങ്കല്പിച്ചു. സ്ഫുടഗണിതയുക്തികൾ ആലോചിപ്പാൻ നല്ലതു ആദ്യം കക്ഷ്യ, പിന്നെ മന്ദവൃത്തം, പിന്നെ ശീഘ്രവൃത്തം ഈ ക്രമമാണ്.

ചന്ദ്രനൊഴിച്ചു മററു ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദോച്ചങ്ങൾക്കു ഗതിയുള്ളതായി ആൎയ്യഭടീയം വ്യക്തമായി പറയുന്നില്ല. അതനുസരിച്ച് കരണപദ്ധതിയും പറയുന്നില്ല. സൂൎയ്യസിദ്ധാന്തത്തിലും സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിലും സൂൎയ്യൻ, ചൊവ്വ, ബുധൻ, ഗുരു, ശുക്രൻ, ശനി ഇവയുടെ മന്ദോച്ചകല്പഭഗണങ്ങളായി ക്രമേണ 387, 204, 368, 900, 535, 39 ഇവയും 480, 292, 382, 855, 653, 41 ഇവയും പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ആധുനികനിരീക്ഷണങ്ങൾ പ്രകാരം ഇവക്ക് 36525 ദിവസത്തിൽ 1163, 1601, 574, 770, 43, 2024 വികലകൾ ഗതിയുണ്ട്.

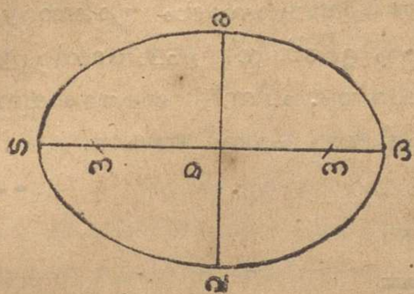
എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും സൂൎയ്യനെ ചുററിസഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്ന അഭിപ്രായം നമ്മുടെ പൂൎവ്വന്മാൎക്കുണ്ടായിരുന്നില്ല. ഈ ഗ്രന്ഥം 7-ാം അദ്ധ്യായത്തിൽ 1ഉം 2ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ ചൊവ്വ, ബുധൻ, വ്യാഴം, ശുക്രൻ, ശനി ഇവയുടെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങൾ അവയവയുടെ കക്ഷ്യകളുടെ $\frac{53}{80}$, $\frac{80}{31}$, $\frac{16}{80}$, $\frac{80}{59}$, $\frac{9}{80}$ ഭാഗമാണെന്നു കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. ആകാശകക്ഷ്യായോജനകളെ അവയവയുടെ ഭഗണ

ങ്ങളെ 3കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ്വകക്ഷ്യായോജനകൾ കിട്ടുമെന്നു 1-ാം അദ്ധ്യായം 26-ാം ശ്ലോകത്തിലും പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു സംഗതികളിൽ നിന്നും ഓരോ ഗ്രഹത്തിന്റെയും കക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധവും, ശീഘ്രവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധവും, ഭൂമിയിൽനിന്നു സൂൎയ്യന്റെ അകലം 100 എന്നുവെച്ച് കക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധങ്ങളുടേയും ശീഘ്രവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധങ്ങളുടേയും തോതുകളും താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ഗ്രഹം	കക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധം (യോജന)	ശീഘ്രവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധം (യോജന)	കക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധങ്ങളുടെ തോതു്	ശീ. വൃ. വ്യാസാൎദ്ധങ്ങളുടെ തോതു
ബുധൻ	1,10,688	2,85,646	24	62
ശുക്രൻ	2,82,726	3,83,357	62	83
സൂൎയ്യൻ	4,59,585	....	100	....
ചൊവ്വ	8,64,415	5,72,675	188	125
വ്യാഴം	54,51,065	10,90,213	1185	237
ശനി	1,35,46,360	15,23,966	2948	332

ഭൂമിയിൽനിന്നു ബുധശീഘ്രോച്ചം, ശുക്രശീഘ്രോച്ചം, സൂൎയ്യൻ കുജശീഘ്രോച്ചം, ഗുരുശീഘ്രോച്ചം, മന്ദശീഘ്രോച്ചം എന്നിവയുടെ ദൂരം 62, 83, 100, 125, 237, 332 ഈ തോതിലാണെന്നു നിസ്സംശയം അനുമാനിപ്പാൻ ഭാരതീയ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ തെളിവുകളിരിക്കെ, ഇവയെല്ലാം സൂൎയ്യൻതന്നെയെന്നോ, സൂൎയ്യൻ കേന്ദ്രമെന്ന നിലയിൽ കുജാദികളുടെ സഞ്ചാരമാൎഗ്ഗങ്ങൾ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നതായി ഭാരതീയ പൂൎവ്വസൂരികൾ വിചാരിച്ചിരുന്നുവെന്നോ കരുതുന്നതു അജ്ഞതാജന്യമായ ഒരു വിശ്വാസം മാത്രമാകുന്നു. എല്ലാ ശീഘ്രോച്ചങ്ങളും സൂൎയ്യൻതന്നെയെന്നു കരുതുവാൻ മുഖ്യമായ തത്ത്വം ഗ്രഹങ്ങളുടെ നിത്യയോജനഗതി എല്ലാററിനും ഒന്നുതന്നെയെന്ന ഉറച്ച സങ്കല്പമായിരുന്നു. പട്ടിക പരിശോധിച്ചാൽ ബുധൻ ഒരിക്കലും ഭൂമിയും സൂൎയ്യനും തമ്മിലുള്ള ഇടയിൽനിന്നു വിട്ടു സൂൎയ്യന്റെ മറുഭാഗത്തു പോകുന്നതായി ഭാരതീയ ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്രം സമ്മതിച്ചിട്ടില്ല. ആൎയ്യഭടനാവട്ടെ, ബ്രഹ്മഗുപ്തനാവട്ടെ, വരാഹമിഹിരനാവട്ടെ, പൌരാണികനായ മയനാവട്ടെ സമ്മതിച്ചിരുന്നില്ല.

ആധുനികാഭിപ്രായപ്രകാരം ഗ്രഹങ്ങളെല്ലാം സൂര്യന്നു ചുററം ആയതവൃത്തങ്ങളിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. കൂട്ടത്തിൽ സ്ഥിരാഭിധാനയായ ഭൂമിയും. ഒരു സമവൃത്തത്തെ സൂര്യന്നു നേരേയോ വിളക്കിന്നു നേരേയോ പിടിച്ചാൽ വൃത്താകാരമായ നിഴലുകൾതന്നെ പലവിധത്തിലായിരിക്കും. നിഴൽ സമവൃത്തമായെന്നും വരാം. അല്ലെങ്കിൽ വീതി ചുരുങ്ങി നീണ്ടിരിക്കാം. ഈ ആകൃതിയെയാകുന്നു ആയതവൃത്തമെന്നു പറയുന്നത്. അതിൻെറ ഏററവും നീണ്ട വ്യാസത്തിന്നു ഉത്തമവ്യാസമെന്നും അതിൻെറ മദ്ധ്യത്തിൽകൂടി എതിരായി വരുന്ന ഏററവും ചെറിയ വ്യാസത്തിന്നു അധമവ്യാസമെന്നും പറയുന്നു. അധമവ്യാസത്തിൻെറ ഒരഗ്രത്തിൽനിന്നു ഉത്തമവ്യാസാർദ്ധത്തോളം അകലെ ഉത്തമവ്യാസത്തിൽ മദ്ധ്യത്തിൻെറ ഇരുപുറവുമായി കുറിക്കാവുന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കൾക്ക് ആയതവൃത്തത്തിൻെറ നാഭികൾ എന്നു പറയും. രണ്ടു നാഭികളിൽനിന്നും പരിധിയിൽ ഏതു സ്ഥാനത്തേക്കുമുള്ള അകലങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ ഉത്തമവ്യാസത്തോളമുണ്ടായിരിക്കും. ഉത്തമവ്യാസത്തിൻെറ മദ്ധ്യംതന്നെയാകുന്നു ആയതവൃത്തത്തിൻെറ കേന്ദ്രം. കേന്ദ്രവും ഒരു നാഭിയും തമ്മിലുള്ള അകലത്തെ ഉത്തമവ്യാസാർദ്ധംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന ഭിന്നം ആയതവൃത്തത്തിൻെറ ച്യുതിയെന്നു പറയപ്പെടുന്നു.



പരിലേഖം 3.

ആയതവൃത്തം.

ഗദ — ഉത്തമവ്യാസം.

രവ — അധമവ്യാസം.

ന, ന — നാഭികൾ:

മ — ആയതവൃത്തകേന്ദ്രം

$\frac{\text{മന}}{\text{മഗ}}$ — ച്യുതി.

എല്ലാ ഗ്രഹകക്ഷ്യകളും ആയതവൃത്തങ്ങളാകുന്നു. ച്യുതിയും വലിപ്പവും മാത്രം ഭേദപ്പെട്ടിരിക്കും. ആകൃതി സമവൃത്തത്തോടു അടുക്കുംതോറും ച്യുതി ചെറുതായിവരും. സമവൃത്തത്തിൻെറ ച്യുതി ശൂന്യംതന്നെ. ഈ ഗ്രഹകക്ഷ്യകളുടെ നാഭികളിൽ ഒന്നിലായിരിക്കും സൂര്യൻെറ സ്ഥിതി. അതിനാൽ എല്ലാ കക്ഷ്യകൾക്കും പൊതുവിൽ ഒരു നാഭിയുണ്ടായിരിക്കും. അതിൽ സൂര്യൻ നില്ക്കുന്നു. സൂര്യനേയും ഗ്രഹത്തേയും ചേർക്കുന്ന കരം തുല്യസമയങ്ങളിൽ തുല്യവിസ്തീർണ്ണമുള്ള ക്ഷേത്രങ്ങളെ വീശിയുംകൊണ്ടു ഗ്രഹം സൂര്യന്നു ചുററം സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ സൂര്യനിൽനിന്നു ഏററവും അകന്നിരിക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹം ഏററവും മന്ദമായി സഞ്ചരിക്കുകയും ഏററവും അടുത്തിരിക്കുമ്പോൾ ഏററവും ശീഘ്രമായി സഞ്ചരിക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. മന്ദസംസ്കാരത്തേയും മന്ദകർണ്ണത്തേയും ഇതിൽനിന്നു കണക്കാക്കാം. സൂര്യനെ ചുററുന്ന എല്ലാ

ഗ്രഹങ്ങളുടേയും പൎയ്യയകാലവും കക്ഷ്യകളുടെ ഉത്തമവ്യാസാർദ്ധവും തമ്മിൽ ഒരു നിയതബന്ധമുണ്ട്. പൎയ്യയകാലത്തെ ഒരു പ്രമാണംകൊണ്ടളന്നു കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ വൎഗ്ഗിച്ച് ആ വൎഗ്ഗത്തിൻെറ ഘനമൂലം കണ്ടാൽ അതു ഉത്തമവ്യാസാർദ്ധത്തിനു അനുപാതകമായിരിക്കും എന്നാണ് ബന്ധം. ഉദാഹരണമായി ഭൂമിയുടെ പൎയ്യയകാലം 1 സംവത്സരമാകുന്നു. വ്യാഴത്തിൻെറ പൎയ്യയകാലം പ്രായികമായി 12 സംവത്സരം. 12ൻെറ വൎഗ്ഗം 144. ഇതിൻെറ ഘനമൂലം $5\frac{1}{4}$. അതിനാൽ വ്യാഴകക്ഷാവ്യാസാർദ്ധം ഭൂകക്ഷാവ്യാസാർദ്ധത്തിൻെറ $5\frac{1}{4}$ മടങ്ങാകുന്നു. ഇതെല്ലാം ദൂരദർശിനി ഉപയോഗിച്ചുള്ള സൂക്ഷ്മനിരീക്ഷണങ്ങളിൽനിന്നു അനുമാനിച്ചവയും, പിന്നീട് ഭാരതാകർഷണ സിദ്ധാന്തപരമായ ഗണിതംകൊണ്ടു സ്ഥാപിക്കപ്പെട്ടവയും ആകുന്നു.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ ചതുൎത്ഥാദ്ധ്യായഃ

ഒന്നാമതായി കുജാദികളുടെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെപ്പറയുന്നു.

ചന്ദ്രാദന്യവിഹംഗാനാം മദ്ധ്യാനയനഹാരകാഃ
മന്ദകേന്ദ്രഹരാ ജ്ഞേയാഃ സൌരാ ഏവ ജ്ഞശുക്രയോഃ 1.

സാരം. ചന്ദ്രൻ ഒഴികെ മററു ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങൾ അവയുടെ മദ്ധ്യമാനയനഹാരകങ്ങളാകുന്നു. ബുധശുക്രന്മാൎക്ക സൂൎയ്യന്റെ മദ്ധ്യമാനയനഹാരകങ്ങൾതന്നെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങൾ.

സൂൎയ്യനും കുജാദി അഞ്ചു ഗ്രഹങ്ങൾക്കും മന്ദകേന്ദ്രഗതിയും മദ്ധ്യമഗതിയും ഒന്നുതന്നെയായി സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ഇവയുടെ മന്ദോച്ചങ്ങൾക്കു സഞ്ചാരമില്ലെന്നോ, ഉണ്ടെങ്കിൽതന്നെ അതു ഗണ്യമല്ലെന്നോ അഭിപ്രായപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. സ്ഫുടാനയനത്തിൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ കക്ഷ്യകളെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളായും ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളെ സ്വകക്ഷ്യകളായും കരുതുന്നു. അതിനാൽ ഈ രണ്ടു ഗ്രഹങ്ങൾക്കും സൂൎയ്യന്റെ മദ്ധ്യമാനയനഹാരകങ്ങൾ അവയുടെ മദ്ധ്യമാനയനഹാരകങ്ങളെന്നും, അവതന്നെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെന്നും കരുതുന്നു. ഇതനുസരിച്ചു മന്ദസംസ്കാരത്തിലും ഇവക്കു ചില ഭേദങ്ങൾ ഉണ്ടു്.

കുജാദികൾക്കു ശീഘ്രകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭാസ്കരേഷ്ടഖഗപൎയ്യയാന്തരം
ഭൂദിനം ച വിഭജേൽ പരസ്പരം
ഹാരകാനിഹഫലൈഃ സമാനയേൽ
തേ ഭവന്തി ചലകേന്ദ്രഹാരകാഃ 2.

സാരം. ആദിത്യന്റേയും ഇഷ്ടഗ്രഹത്തിന്റേയും സമച്ഛേദപൎയ്യയാന്തരവും ഭൂദിനവും അന്യോന്യം ഹരിച്ചുണ്ടായ വല്ലീഫലങ്ങളെ ഉപസംഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഹാരകങ്ങൾ ശീഘ്രകേന്ദ്രഹാരകങ്ങളാകുന്നു.

ഉദാഹരണമായി കുജന്റെ ഹാരകങ്ങളെക്കാണാം. കുജന്റെ മദ്ധ്യമാനയനഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ 8996044ഉം 6180176875ഉം ആകുന്നു. കുജശീഘ്രോച്ചത്തിന്റെ അതുതന്നെ ആദിത്യന്റെ 576ഉം 210389ഉം ആകുന്നു. അതിനാൽ ഒരു ദിവസത്തിൽ ഇവയുടെ ഭുക്ത്യന്തരം

$$= \frac{576}{210389} - \frac{8996044}{6180176875} \text{ ഭഗണം.}$$

$$= \frac{3559781880000 - 1892668701116}{1300241232554375} \text{ ഭ.}$$

$$= \frac{1667113178884}{1300241232554375} = \frac{7923956}{6180176875}$$

(അപവർത്തനം 210389തന്നെ)

ഇതിലുള്ള ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ ദൃഢങ്ങളാകയാൽ ഒരു ദിവസം ഉദയത്തിന്നു കുജനും സൂൎയ്യനും ഒരുമിച്ചിരുന്നാൽ 6180176875 ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞു വരുന്ന ഉദയത്തിന്നുമാത്രം അവ രണ്ടും ഒരുമിച്ചിരിക്കും. അതിനിടയിൽ ശീഘ്രകേന്ദ്രം 7923956 വട്ടം തികക്കുകയും ചെയ്യും. എന്നാൽ ഇടക്ക് ചില ഉദയങ്ങളിൽ ഗ്രഹശീഘ്രോച്ചയോഗം ആസന്നമായിരിക്കും. ഇവയെ കാണ്മാൻ ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾക്കു വല്ലിയുണ്ടാക്കുന്നു. വല്ലീഫലങ്ങൾ 779, 1, 14, 1, 1, 2, 1, 8, 2, 3, 5, 2, 10, 2 ഇവയാകുന്നു. ഇവയെ ഉപസംഹരിച്ചാൽ,

$$\frac{1}{779},\ \frac{1}{780},\ \frac{15}{11699},\ \frac{16}{12479},\ \frac{31}{24178},\ \frac{78}{60835},\ \frac{109}{85013} \text{ മുത}$$

ലായ വല്ല്യുപസംഹൃതികൾ കിട്ടും. ഇവയുടെ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളുടെ സാരം സുഗമമാണല്ലോ. ഇവിടെ കണ്ടവയിൽ അവസാനത്തേതിന്നു 85013 ദിവസങ്ങളിൽ കുജശീഘ്രകേന്ദ്രം ഏതാണ്ട് 109 വട്ടം പൂൎത്തിയാകുമെന്നു സാരം. ഇതു ഓജമായതിനാൽ 109 വട്ടം എന്നതു അധികമാകുന്നു. എന്നു വെച്ചാൽ 109 വട്ടം തികയുവാൻ അല്പംകൂടി വേണം. ആഗ്രഹിക്കുന്ന സൂക്ഷ്മതയെ അനുസരിച്ച് ഈ ഹാരകങ്ങളിൽ ഏതിനേയും കുജന്റെ ശീഘ്രകേന്ദ്ര ഹാരകമായി സ്വീകരിക്കാം.

ഇനി ചന്ദ്രനെന്നപോലെ ഗ്രഹങ്ങൾക്ക് ബന്ധങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മധ്യാദ്ഗ്രഹാണാം സ്വമൃദൂച്ചഹീനാ-
ച്ഛീഘ്രോച്ചതോ മധ്യവിവൎജ്ജിതാച്ച
ബന്ധം നയേൽ കേന്ദ്രഹരൈസ്തദീയൈ-
രിന്ദൂക്തവന്നിർഗ്ഗുണിതോദിതാദ്യൈ. 3.

സാരം. ഗ്രഹങ്ങളുടെ മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചത്തെ കുറച്ചുണ്ടാകുന്ന മന്ദകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നും ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമത്തെ കുറച്ചുണ്ടാകുന്ന ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നും അതാതു കേന്ദ്രഹാരകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ചന്ദ്രന്നു പറ

ഞ്ഞതുപോലെ ഖണ്ഡങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കിയാലും. ഇതു നിഗ്ഗുണിതസാധനങ്ങളാം.

ഖണ്ഡത്തേയും, ഹാരകങ്ങളേയും, ഖണ്ഡഹാരക ധ്രുവങ്ങളേയും ഇഷ്ടാഹഗ്ഗണത്തിൽനിന്നുണ്ടാക്കുവാൻ പന്ദ്രനു സവിസ്തരം പറഞ്ഞുവല്ലോ. അപ്രകാരം കുജാദി ഓരോ ഗ്രഹത്തിനും മന്ദഖണ്ഡഹാരകാദികളേയും ശീഘ്രഖണ്ഡഹാരകാദികളേയും ഉണ്ടാക്കാം.

ഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുന്നതിൽ വിശേഷത്തെപ്പറയുന്നു.

ഗുണഹാരവിശേഷോക്തൌ സവ്വത്രാപി ഹരോ മഹാൻ
ഹാരാധികേ ഗുണേ ഹാരാനാദ്യൈശ്ച ഫലൈന്നയേൽ 4.

സാരം. ഗുണഹാരങ്ങളെ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളേടത്തൊക്കെ ഹാരകം ഗുണകാരത്തെക്കാൾ വലിയതാകുന്നു. എന്നാൽ ഹാരകത്തെക്കാൾ ഗുണകാരം വലുതായിരിക്കുമ്പോൾ ആദ്യഫലത്തെ വിട്ടു ബാക്കിയുള്ള ഫലങ്ങളെകൊണ്ടു ഹാരകങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുകയും വേണം.

ആദ്യഫലത്തെ വിട്ടാൽ ശരിയായ ഗുണകാരം വരികയില്ലന്നേയുള്ളു. ഹാരകത്തിന്നു ഒരു ഭേദവും വരികയില്ല. ശരിയായ ഗുണകാരം വേണ്ടപ്പോൾ വിട്ട ആദ്യവല്ലീഫലത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി ഉപസംഹൃതിയിലെ ഗുണകാരത്തോടു ചേത്താൽ മതി.

ഇനി ഗ്രഹങ്ങളുടെ മണ്ഡലാദികളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഹാരഃ സൂര്യവിഹംഗയോൎഭഗണയോ
ഭേദോ ഗുണോല്പസ്തയോ-
സ്താഭ്യാമത്ര പരസ്പരാപ്തഫലജാ
ഹാരാ ധരാഹാ ഹതാഃ
ഭക്താസ്തേന ഹരേണ വാക്യകരണോ-
ക്താമണ്ഡലാഃ സ്യുസ്തഥൈ-
വാന്യോന്യാഹതശിഷ്ടചക്രകലികാ
ഭ്യാസാദ് ധനണ്ണധ്രുവാഃ 5.

സാരം: സൂര്യന്റേയും ഗ്രഹത്തിന്റേയും സമഷേരഭഗണങ്ങളുടെ അന്തരം ഹാരകമാകുന്നു. ആ പര്യ്യയങ്ങളിൽവെച്ചു ചെറിയതു ഗുണകാരവുമാകുന്നു. അവ രണ്ടിനേയും അന്യോന്യം ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന വല്ലിയെ ഉപസംഹരിച്ചു വരുന്ന ഹാരകങ്ങൾ സമഷേരഭൂദിനംകൊണ്ടു ഗുണിക്കപ്പെട്ടു ഭഗണാന്തരംകൊണ്ടു ഹരിക്കപ്പെട്ടതു മണ്ഡലങ്ങളാകുന്നു. അപ്രകാരംതന്നെ വല്ലീഫലാനയത്തിൽ വരുന്ന ഗുണകാരഹാരകശിഷ്ടങ്ങളെ ചക്രലിപ്തകളായ 21600 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു സമഷേരഭഗണാന്തരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതു ധനണ്ണധ്രുവങ്ങളാകുന്നു.

സൂൎയ്യനേയും കുജനേയും ഉദാഹരണമായി ഇതിന്റെ യുക്തി പറയാം. 2-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കിട്ടിയ സമച്ഛേദഭൂദിനാദികളേയും അവയെ 210389 കൊണ്ടു അപവൎത്തിച്ച ഫലങ്ങളേയും താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

സമച്ഛേദഭൂദിനം:	1300241232554375	6180176875
ഇതിന്നു രവിപൎയ്യയം:	3559781880000	16920000
,, കുജപൎയ്യയം:	1892668701116	8996044
പൎയ്യയാന്തരം :	1667113178884	7923956

ഇതിന്റെ സാരം 6180176875 ദിവസങ്ങളിൽ ഒന്നിച്ചു തുടങ്ങിയ രവികുജപൎയ്യയങ്ങളും പൎയ്യയാന്തരങ്ങളും പൂൎത്തിയാകുമെന്നാകുന്നു.

പൎയ്യയാന്തരം 7923956 വട്ടം തികക്കുമ്പോൾ, (അഥവാ ശീഘ്രകേന്ദ്രം 7923956 വട്ടം തികക്കുമ്പോൾ) രവികുജന്മാർ 16920000 വട്ടവും 8996044 വട്ടവും തികക്കും. അതിനാൽ 7923956 ഭാജകമായി വല്ലിയുണ്ടാക്കി സംഹരിച്ചാൽ ലഘുഹാരകങ്ങളോളം വട്ടം ശീഘ്രകേന്ദ്രം തികക്കുമ്പോൾ രവികുജപൎയ്യയങ്ങൾ തികയുവാൻ ആസന്നമായിരിക്കും. ഹാരകം അതിനാൽ 7923956 തന്നെ. ഗുണകാരം 16920000 അല്ലെങ്കിൽ 8996044 ഇവയിൽ വെച്ചു് ചെറിയതെടുക്കുന്നതാണു് സൌകൎയ്യം. വലിയതെടുക്കുന്നതിന്നും വിരോധമില്ല. ആദ്യഫലത്തിൽ ഭേദമുണ്ടാകുമെന്നല്ലാതെ മററു വല്ലീഫലങ്ങൾക്കോ ഹാരകങ്ങൾക്കോ ഭേദമുണ്ടാകയില്ല. ക്രിയാലാഘവത്തിന്നു ചെറുതാണു് വേണ്ടതു്.

	ഗുണകാരം	ഹാരകം	
1	8996044	7923956	
	7923956	7504616	
2	1072088	419340	7
	838680	233408	
1	233408	185932	1
	185932	142428	3
1	47476	43504	
	43504	39720	10
1	3972	3784	
	3784	3760	20
7	188	24	
	168	20	1
5	20	4	
	20		

പ്രയോഗത്തിൽ ഇത്ര വല്ലീഫലങ്ങൾ ആവശ്യമില്ല. 188 എന്ന ലഘുശിഷ്ടം വരുമ്പോൾ നിൎത്താം.

$$\frac{8996044}{7923956} = 1 + \frac{1}{7+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{3+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{10+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{20+}\,\frac{1}{7+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{5}$$

$$\frac{16920000}{7923956} = 2 + \frac{1}{7+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{3+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{10+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{20+}\,\frac{1}{7+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{5}$$

ആദ്യത്തെ പൂൎണ്ണസംഖ്യ വിട്ട് ഉപസംഹരിച്ചാൽ,

$\frac{1}{7}, \frac{2}{15}, \frac{3}{22}, \frac{5}{37}, \frac{18}{133}, \frac{23}{170}, \frac{248}{1833}$ ഇത്യാദിഫലങ്ങൾ.

ഇതിൻെറ സാരം. 7, 15, 22, 37 ഇത്യാദി വട്ടം ശീഘ്രകേന്ദ്രം വൃത്തം തികക്കുമ്പോൾ കുജപൎയ്യയപൂൎത്തിയും ആദിത്യപൎയ്യയപൂൎത്തിയും ആസന്നമായിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി ശീഘ്രകേന്ദ്രം 1833 വട്ടം തികയുമ്പോൾ കുജപൎയ്യയം 2081 (= 1833 + 248) വട്ടവും ആദിത്യപൎയ്യയം 3914 (= 1833 × 2 + 248) വട്ടവും ഏതാണ്ട് പൂൎത്തിയാകും.

ഇനി ശീഘ്രകേന്ദ്രം 1833 വട്ടം തികയുവാൻ എത്ര ദിവസം വേണമെന്നു കാണാം. ആ ദിവസഗണത്തിനു മണ്ഡലം എന്നു പേര്.

7923956 വട്ടങ്ങൾക്ക് ദിനം = 6180176875

∴ 1833 ,, ,, $= \dfrac{6180176875 \times 1833}{7923956}$

= 1429622 ദി. 18 നാ. മണ്ഡലം.

ഇനി ധ്രുവം. 1833 എന്നതു വല്ലിയിൽ ആദ്യഫലത്തെ വിട്ട ഭിന്നരാശിയിലെ ഓജഫലത്തിൽനിന്നുകിട്ടുന്ന ഹാരകമാകയാൽ $\frac{2081}{1833}$ എന്നതു $\frac{8996044}{7923956}$ നേക്കാൾ അധികമാകുന്നു. അതിനാൽ ശീഘ്രകേന്ദ്രം 1833 വട്ടം തികയുമ്പോൾ കുജപൎയ്യയം 2081 വട്ടം തികയുകയില്ല. തികയുവാൻ എത്ര കലകൾ കൂടി വേണം, അല്ലെങ്കിൽ തികഞ്ഞിട്ടു എത്ര കലകൾകൂടി നീങ്ങി എന്നുള്ളതു ഋണമോ ധനമോ ആയ ധ്രുവം.

ധ്രുവം $= \left(2081 - \dfrac{8996044}{7923956} \times 1833\right) \times 21600$ കലകൾ

$$=\frac{2081 \times 7923956 - 1833 \times 8996044}{7923956} \times 21600 \text{ കലകൾ}$$

$$=\frac{3784 \times 21600}{7923956} = 10 \text{ കലകൾ. ഋണം.}$$

3784 എന്നതു ഹാരകശിഷ്ടം. ധ്രുവം ഋണം. ഗുണകാരശിഷ്ടത്തിന്നു ധ്രുവം ധനമാകുമെന്നു കാണാം. ഗുണകാരഹാരകശിഷ്ടങ്ങളെ ചക്രലിപ്തകളെക്കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഭഗണാന്തരംകൊണ്ടു ഹരിക്കുവാൻ പറഞ്ഞതിന്റെ യുക്തിയും ഇതിൽനിന്നു കാണാം.

തുടക്കത്തിൽ മദ്ധ്യമഗ്രഹവും ശീഘ്രോച്ചവും (മദ്ധ്യമസൂര്യനും) മേഷാദിയിൽ നിന്നിരുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ പിന്നീടുണ്ടാകുന്ന 1833-ാമത്തെ മദ്ധ്യമരവിഗ്രഹയോഗസമയത്തു രണ്ടും മേഷാദിയിൽനിന്നു 10 കല പിന്നിലായിരിക്കും. സ്പഷ്ടഗ്രഹങ്ങൾ തമ്മിൽ വലിയ അന്തരമുണ്ടാകയില്ല. ശീഘ്രകേന്ദ്രം ശൂന്യമായതിനാൽ ശീഘ്രസംസ്കാരത്തിൽനിന്നു ഒരു ഭേദവും ഉത്ഭവിക്കയില്ല. ഉണ്ടാകുന്ന അന്തരം മന്ദസംസ്കാരവശാൽ ഉണ്ടാകുന്നു.

ഇപ്രകാരം കണക്കാക്കിയ കുജാദിഗ്രഹങ്ങളുടെ മണ്ഡലഹാരകങ്ങളേയും, മണ്ഡലങ്ങളേയും, മണ്ഡലധ്രുവങ്ങളേയും താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

1. കുജൻ (ചൊവ്വ)

ഹാരകം		മണ്ഡലം	ധ്രുവം (കലാത്മകം)	
		ദി. നാ.		
7	സൂന	5459-33	1143 ഋണം	ലാവണ്യായ
15	മാന്യ	11699- 2	636 ധനം	ചലിതം
22	ശ്രേഷ്ഠഃ	17158-35	507 ഋണം	സന്നാത്മാ
37	സാംബഃ	28857-37	129 ധനം	ധരാപ
133	ഗാംഗേയ.	103731-28	119 ഋണം	ധന്യോയം
170	നാസിക.	132589- 5	11 ധനം	പുണ്യം
1833	ബലീദൈത്യഃ	1429622-18	10 ഋണം	നൂപ

2. ബുധൻ.

സമഹരദ്ഭൂദിനം = 3708106125

ആദിത്യപര്യയം = 10152000

ബുധപര്യയം = 42152837

പര്യയാന്തരം = 32000837.

$$\frac{\text{രവിപൎയ്യയം}}{\text{പൎയ്യയാന്തരം}} = \frac{1}{3+}\ \frac{1}{6+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{2+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{146+}\ \ldots\ldots$$

$$\text{ഉപസംഹൃതങ്ങൾ} : \frac{1}{3}, \frac{6}{19}, \frac{7}{22}, \frac{13}{41}, \frac{33}{104}, \frac{46}{145},$$

ഹാരകം		മണ്ഡലം		ധ്രുവം (കലാത്മകം)	
		ദി.	നാ.		
3	ഗാനി	347	37	1043 ഋണം	ലംഘനീയ
19	ധന്യഃ	2201	38	596 ധനം	ചോദളശ
22	ശുദ്രഃ	2549	15	447 ഋണം	സൎവ്വസ്വം
41	കവിഃ	4750	53	149 ധനം	ധാവകം
104	വിനയ	12051	2	148 ഋണം	ദേവസ്യ
145	മൌൎവ്വികാ	16801	55	1 ധനം	യജ്ഞം

3. വ്യാഴം.

സമഛേദഭൂദിനം = 394479375

രവിപൎയ്യയം = 1080000

ഗുരുപൎയ്യയം = 91046

പൎയ്യയാന്തരം = 988954

$$\frac{\text{ഗുരുപൎയ്യയം}}{\text{പൎയ്യയാന്തരം}} = \frac{1}{10+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{6+}\ \frac{1}{3+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{16+}\ \ldots$$

$$\text{ഉപസംഹൃതങ്ങൾ} = \frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{7}{76}, \frac{22}{239}, \frac{29}{315}, \ldots\ldots$$

ഹാരകം		മണ്ഡലം		ധ്രുവം (കലാത്മകം)	
		ദി.	നാ.		
10	നൃപഃ	3988	51	1714 ഋണം	വീൎയ്യസാധ്യം
11	പൂജ്യഃ	4387	44	274 ധനം	ഭൂസുരഃ
76	തീൎത്ഥഃ	30315	18	74 ഋണം	വാസ്സഃ
239	ഝില്ലീന്ദ്ര	95333	38	66 ധനം	താതഃ
315	ശുഷ്പ്യഗ	125648	55	4 ഋണം	വനം

4. ശുക്രൻ

സമഛേദഭൂദിനം = 6180176875

രവിപര്യയം = 16920000

ശുക്രപര്യയം = 27503843

പര്യയാന്തരം = 10583843

$$\frac{\text{രവിപര്യയം}}{\text{പര്യയാന്തരം}} = 1 + \frac{1}{1+}\;\frac{1}{1+}\;\frac{1}{2+}\;\frac{1}{29+}\;\frac{1}{1}\;\ldots\ldots\ldots$$

$$\text{ഉപസംഹൃതങ്ങൾ} = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{88}{147}\;\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ഹാരകം		മണ്ഡലം		ധ്രുവം (കലാത്മകം)	
		ദി.	നാ.		
1	യതാം	583	56	8669 ഋണം	ധൂർത്തസ്തദാ
2	രതാം	1167	51	4262 ധനം	പ്രീഃതാരവിഃ
5	മുനി	2919	38	144 ഋണം	വിവേകി
147	സേവക	85837	4	75 ധനം	മാസം

5. ശനി.

സമഭേദഭൂദിനം = 6180176875

രവിപര്യയം = 16920000

ശനിപര്യയം = 574109

പര്യയാന്തരം = 16345891

$$\frac{\text{ശനിപര്യയം}}{\text{പര്യയാന്തരം}} = \frac{1}{28+}\;\frac{1}{2+}\;\frac{1}{8+}\;\frac{1}{2+}\;\frac{1}{1+}\;\frac{1}{5+}\;\ldots\ldots$$

$$\text{ഉപസംഹൃതങ്ങൾ} = \frac{1}{28}, \frac{2}{57}, \frac{17}{484}, \frac{36}{1025}, \ldots\ldots\ldots\ldots$$

ഹാരകം		മണ്ഡലം		ധ്രുവം (കലാത്മകം)	
		ദി.	നാ.		
28	ഹരിഃ	10586	27	358 ഋണം	ഹിമഗം
57	സീമഃ	21550	59	43 ധനം	ഗർഭം
484	വിദർഭഃ	182994	21	15 ഋണം	മാന്യം
1025	ശുരോനമ്യഃ	387539	40	13 ധനം	ഗമ്യം

ഗ്രഹങ്ങളുടെ പൂർണ്ണപര്യയങ്ങൾ തികയുന്നതോടുകൂടി അല്പം മുമ്പോ പിമ്പോ വട്ടം തികയുന്ന ശീഘ്രകേന്ദ്രങ്ങളുടെ എണ്ണങ്ങളും അതിനുവേണ്ടി വരുന്ന കാലങ്ങളും കണ്ടു. ഇനിയത്തെ 7 ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു ശീഘ്രകേന്ദ്രവും മന്ദകേന്ദ്രവും കഴിയുന്നതു ലഘുവായിരിക്കുന്ന കാലത്തെ കാണുന്നു. കല്യാദിതൊട്ടു ഈ കാലംവരെയുള്ള കാലത്തെ ശോദ്ധ്യദിനം അഥവാ ഖണ്ഡം എന്നു പറയുന്നു.

ഒന്നാമതായി ഇതു രണ്ടുവിധത്തിൽ വരുത്താമെന്നു പറയുന്നു.

മണ്ഡലാനയനേ നീതാ ഹാരാ മണ്ഡലഹാരകാഃ

തൈഃ ശോദ്ധ്യമനയേദ് യദ്വാ സധ്രുവൈഃ സ്വല്പമണ്ഡലൈഃ 6.

സാരം: മണ്ഡലാനയനത്തിൽ വരുത്തിയ ഹാരകങ്ങൾ മണ്ഡലഹാരകങ്ങളാകുന്നു. ഈ ഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടു ശോദ്ധ്യത്തെ വരുത്തുക. അല്ലെങ്കിൽ ധ്രുവത്തോടുകൂടിയ സ്വല്പഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടും ശോദ്ധ്യത്തെ വരുത്താം.

ഒന്നാമത്തെ വിധം 9ഉം 10ഉം ശ്ലോകങ്ങളിലും രണ്ടാമത്തെ വിധം 11-ാംശ്ലോകത്തിലും പറയുന്നു.

അതിനുമുമ്പ് ഇഷ്ടദിവസത്തിന്നടുത്തു ശീഘ്രകേന്ദ്രം ശൂന്യമായിരുന്ന സമയത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഭിമതദിനവിഹഗോനാ-
ച്ഛീഘ്രോച്ചാദ് ഭുക്തിവിവരലബ്ധോനാഃ
അഭിമതദിവസഗണോയം
ശീഘ്രോച്ചവിഹംഗയോഗസമയഃ സ്യാൽ. 7.

യദ്വേഷ്ടമദ്ധ്യവിഹഗോനചലോച്ചലിപ്താ-
സംവദ്ധിതക്ഷിതിദിനാദ് ഭഗണാന്തരാപ്തം
അജ്ഞാതപാരഹൃതമിഷ്ടദിനാദ് വിശോദ്ധ്യം
ശിഷ്ടം ചലോച്ചഖഗമദ്ധ്യമയോഗകാലഃ 8.

സാരം. ഇഷ്ടദിവസഗണത്തിനുള്ള ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തെ അന്നത്തെ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് കിട്ടിയതിനെ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യമഗതികളുടെ അന്തരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലത്തെ അഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു തള്ളിയാൽ ശിഷ്ടം ശീഘ്രോച്ചത്തിന്റെയും ഗ്രഹത്തിന്റെയും യോഗം സംഭവിക്കുന്ന കാലമാകുന്നു. (7)

അഥവാ ഗ്രഹമദ്ധ്യമം കുറച്ചു ശീഘ്രോച്ചത്തെ കലകളാക്കി അതുകൊണ്ടു സമഛേദഭൂദിനത്തെ പെരുക്കി ഭഗണാന്തരംകൊണ്ടും, പിന്നെ അജ്ഞാതപാരം (21600) കൊണ്ടും ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതിനെ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിൽ കുറക്കുക. ശിഷ്ടം ഗ്രഹമദ്ധ്യമശീഘ്രോച്ചയോഗകാലമാകുന്നു. (8)

ഒന്നാമത്തേതിൻെറ യുക്തി സ്പഷ്ടമത്രെ. അതിൽനിന്നു രണ്ടാമത്തേതിൻെറ യുക്തിയും കിട്ടുന്നു. അഹൎഗ്ഗണത്തിൽ കുറക്കേണ്ടതായ കാലം

= തല്ക്കാലശീഘ്രകേന്ദ്രലിപ്താ ÷ ശീഘ്രകേന്ദ്രഗതി.

$$= \text{തല്ക്കാലശീഘ്രകേന്ദ്രലിപ്താ} \div \frac{\text{ഭഗണാന്തരം} \times 21600}{\text{സമഛേദഭൂദിനം}}$$

$$= \frac{\text{തല്ക്കാലശീഘ്രകേന്ദ്രലിപ്താ} \times \text{സമഛേദഭൂദിനം}}{\text{ഭഗണാന്തരം} \times 21600}\text{. ദി.}$$

ഉദാഹരണം. 1121 കൎക്കടകം 9-ാംതിയ്യതി വ്യാഴാഴ്ചക്ക് മുമ്പ് കുജരവിമദ്ധ്യമയോഗകാലത്തെ കലിദിനവും നാഴികയുമായിക്കാണുക.

അന്നക്ക് കലിദിനം = 1843561.

$$\text{ശീഘ്രകേന്ദ്രം} = \frac{1843561 \times 7923956}{6180176875}\ \text{ഭഗണം}$$

$$+ 11^\circ\text{-}33'\text{-}45''.95 - \text{പൂൎണ്ണഭഗണം.}$$

$$= 275^\circ\text{-}55'\text{-}39''.1.$$

$$= 16555'\text{-}39''.1.$$

$$\text{ശീഘ്രകേന്ദ്രഗതി} = 27'\text{-}41''.7.$$

$$\text{കുറക്കവാനുള്ള ദിനം} = \frac{16555'\text{-}39''.1}{27'\text{-}41''.7}\ \text{ദിവസം}$$

$$= 597\ \text{ദി.}\ 47\ \text{നാ.}$$

∴ ശീഘ്രോച്ചകുജ

മദ്ധ്യമയോഗകാലം = 1843561 ദി — 597 ദി. 47 നാ.

= 1842963 ദി. 13 നാ.

ഈ സമയത്ത് രവിമദ്ധ്യമം $= 7^{\text{രാ}}\ 19^\circ\text{-}48'\text{-}58''$

കുജമദ്ധ്യമം $= 7^{\text{രാ}}\ 19^\circ\text{-}49'\text{-}2''.$

ഗ്രഹത്തിൻെറ മന്ദോച്ചത്തിന്നടുത്ത് ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹയോഗം വരുന്ന കാലത്തെ കലിദിനാദിയെ ശോദ്ധ്യദിനമെന്നു പറയുന്നു. ഇനിയത്തെ രണ്ടു ശ്ലോകംകൊണ്ടു ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗകാലത്തിൽനിന്നു ശോദ്ധ്യദിനത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

തല്ക്കാലമദ്ധ്യവിഹഗം സ്വമൃദൂച്ചഹീനം
ലിപ്തീകൃതം തു നിജമണ്ഡലഹാരകേഷു
ഇഷ്ടേന സംഗുണമനന്തപുരേണ ഭക്ത-
മിഷ്ടാദ്ധ്യഹാരഹതമിഷ്ടഹരേണ ഹൃതാ 9.

ഊനാധികം തദിഹ ഹാരസമാസമത്യേ
ധാത്രീദിനാല്പമുഭയോർഭഗണാന്തരാപ്തം
ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യമവിഹംഗമയോഗകാലാ-
ച്ഛോദ്ധ്യം തദാ ഭവതി ശോദ്ധ്യദിനം ഗ്രഹാണാം 10

സാരം. ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യയോഗകാലത്തെ ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കുറച്ച് അതിനെ കലകളാക്കി ഗ്രഹത്തിന്റെ മണ്ഡലഹാരകങ്ങളിൽ ഇഷ്ടമുള്ളതിനെകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 21600കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ഇഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇഷ്ടഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചിട്ട് (9)

ഇഷ്ടഹാരകം യുഗ്മമെങ്കിൽ അപ്പോളുണ്ടാകുന്ന ഊനശിഷ്ടത്തേയും, ഓജമെങ്കിൽ അധികശിഷ്ടത്തേയും സമച്ഛേദഭൂദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഗ്രഹശീഘ്രോച്ചങ്ങളുടെ ഭഗണാന്തരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗകാലത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശോദ്ധ്യദിനം (ഖണ്ഡം) ഉണ്ടാകുന്നു. (10).

കഴിഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ 1842963 ദി. 13 നാഴികക്ക് ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗമുണ്ടാകുമെന്നു കണ്ടു. കുജന്റെ മന്ദോച്ചം 3 രാശി 28 ഭാഗം (ജരാഗു) എന്നു്. അതിനാൽ കുജൻ ഈ ശീഘ്രോച്ചയോഗസമയത്തു് മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു 6709 കല(=7രാ 19°-49′ − 3രാ 28° =3രാ 21°-49′) അകലെയാകുന്നു. ഇതിൽനിന്നു എത്ര ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗങ്ങൾക്കു മുമ്പ് ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹയോഗം മന്ദോച്ചത്തിന്നടുത്തുവെച്ചു കഴിഞ്ഞുവെന്നു കാണണം. അതിന്നായി ഏതെങ്കിലും ശീഘ്രകേന്ദ്രഹാരകത്തോളം യോഗകാലത്തിൽ ഗ്രഹമോ ശീഘ്രോച്ചമോ ആ ഹാരകത്തിന്നുള്ള ഗുണകാരത്തോളം വട്ടം തികക്കുന്നുവെന്നുതന്നെ കരുതാം. കേന്ദ്രഹാരകം വലുതായാൽ ഫലം അത്രകണ്ട് സൂക്ഷ്മമാകും. പക്ഷെ കാലം അധികമായെന്നു വരാം. ഹാരകം ചെറുതായാൽ ഫലം അത്ര സൂക്ഷ്മമാകയില്ല. കാലം ചുരുങ്ങികിട്ടും. കുജന്റെ ഹാരകങ്ങളിൽ ഒന്നാകുന്നു 133. ഇത്ര യോഗകാലത്തിൽ കുജൻ 151 വട്ടം തികക്കുന്നുവെന്നു് വെക്കുക. ഓരോ യോഗവും അതിന്നു മുമ്പുള്ള യോഗത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തുനിന്നു എത്ര നീങ്ങി സംഭവിച്ചുവെന്നു കാണുവാൻ 133 യോഗകാലത്തിൽ കുജൻ 18 (= 151 − 133) വട്ടം തികച്ചുവെന്നു കരുതിയാലും മതി. അതിനാൽ അടുത്ത രണ്ടു യോഗങ്ങളുടെ അന്തരം $\frac{18}{133}$ ഭഗണം. അതിനാൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു യോഗങ്ങളുടെ അന്തരം $\frac{1}{133}$ ഭഗണത്തിന്റെ പെരുക്കായിരിക്കണം. അതിനാൽ 6709′

എന്നതു $\frac{1}{133}$ ഭഗണത്തിൻെറ, അഥവാ $\frac{21600}{133}$ കലയുടെ എത്രാമത്തെ പെ രുക്കാണെന്നു കാണണം. $6709 \div \frac{21600}{133} = 41 \frac{6697}{21600} = 41$. ഇനി 'യ' യോഗകാലംകൊണ്ടു സ്ഥാനഭേദം 'വ' പൂർണ്ണഭഗണങ്ങൾ കഴിച്ച് $\frac{41}{133}$ ഭഗണം നീങ്ങുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\frac{18യ}{133} = വ + \frac{41}{133} \text{ അഥവാ } \frac{18യ - 41}{133} = വ$$

എന്ന കുട്ടകം ഉണ്ടാകുന്നു. 133 എന്നതു് കരണപദ്ധതി ഓജഹാരകം. അതിൻെറ ഊൎദ്ധ്വഹാരകം 37. ക്ഷേപം ഋണം. അതിനാൽ $41 \times 37 \div 133$ എന്നതിൽ വരുന്ന അധികശിഷ്ടംതന്നെ 'യ' എന്നതിൻെറ വില. യ = 54. ഇനി 54 ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗങ്ങൾക്കു് കാലം കാണണം. ആ കാലം

$$= \frac{54 \times സമഭേദഭൂദിനം}{പൎയ്യയാന്തരം} = \frac{54 \times 6180176875}{792956} = 420116 ദി. 32 നാ$$

ഇതിനെ ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹയോഗകാലമായ 1842963 ദി. 13 നാ. യിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ 1800846 ദി. 41 നാ. ഇതു ശോദ്ധ്യദിനം, അഥവാ ഖണ്ഡം. ഈ സമയത്തു.

രവിമദ്ധ്യമം $= 3^{രാ}\_29°\_38'\_26''$

കുജമദ്ധ്യമം $= 3^{രാ}\_29°\_38'\_29''$

കുജമന്ദോച്ചം $= 3^{രാ}\_28°$ തന്നെ.

∴ ധ്രുവം = 98 കല 29 വികല. ധനം

ഈ ക്രിയയിൽ $6709 \div \frac{21600}{133} = 42$ എന്നു് സ്വീകരിച്ചിരുന്നുവെങ്കിൽ യ = 91 (= 54 + 37) എന്നു വരും. 91 യോഗങ്ങൾക്കു കാലം 70974 ദി. 9 നാ. അതിനാൽ ശോദ്ധ്യം = 1771989 ദി. 4 നാ. ഈ സമയത്തു്.

രവിമദ്ധ്യമം $= 3^{രാ}\_27°\_29'\_28''$

കുജമദ്ധ്യമം $= 3^{രാ}\_27°\_29'\_19''$

കുജമന്ദോച്ചം $= 3^{രാ}\_28°$ തന്നെ.

∴ ധ്രുവം = 30 കല 41 വികല. ഋണം.

ഇനി ധ്രുവത്തോട്ടു കൂടിയ സ്വല്പഹാരകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ശോദ്ധ്യദിനം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യയോഃ സദൃശയോ
സ്തന്മദ്ധ്യതുംഗാന്തരം
ലിപ്തീകൃത്യ ഹരേദ് ധ്രുവൈർഋണധനൈ-
ർമ്മദ്ധ്യഗ്രഹേല്പേധികേ
ശിഷ്ടം ശോദ്ധ്യ ദിനധ്രുവം ധ്രുവ ഫല
ക്ഷുണ്ണാശ്ച തന്മണ്ഡലാ-
ച്ഛീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യസാമ്യസമയാ
ച്ഛോദ്ധ്യാഃ സ്വശോദ്ധ്യാപ്തയേ. 11.

സാരം. തുല്യമായ ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമവും മന്ദോച്ചവും തമ്മിലുള്ള അന്തരത്തെ കലകളാക്കി ഗ്രഹമദ്ധ്യമം മന്ദോച്ചത്തേക്കാൾ കുറവെങ്കിൽ ഋണധ്രുവംകൊണ്ടും അധികമെങ്കിൽ ധനധ്രുവംകൊണ്ടും ഹരിക്കുക. അതിൽനിന്നു വരുന്ന ശിഷ്ടം ശോദ്ധ്യദിനധ്രുവം. ധ്രുവഫലം (ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടിയ ഫലം) കൊണ്ടു പെരുക്കിയ അവിടത്തെ മണ്ഡലത്തെ ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യയോഗസമയത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശോദ്ധ്യദിനം (ഖണ്ഡം) വരും.

യുക്തി സുഗമം. കഴിഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗസമയത്തു മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു ഗ്രഹമദ്ധ്യമം അധികം. അധികമുള്ളതു 6709 കല. ധനധ്രുവമുള്ള ഓരോ ഹാരകത്തോളം ശീഘ്രകേന്ദ്രം വട്ടം തികയുമ്പോൾ ധ്രുവത്തോളം മുമ്പോട്ടു നീങ്ങി യോഗം സംഭവിക്കുമല്ലൊ. 15 എന്ന കുജമണ്ഡലഹാരകത്തിന്നു ധനധ്രുവം 636 കല. 636 കല 6709 കലയിൽ 10 പ്രാവശ്യം പോകും. ശിഷ്ടം 349 കല. അതിനാൽ 150വട്ടം ശീഘ്രകേന്ദ്രം തികയുവാനുള്ള കാലത്തിന്നു മുമ്പു ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗം മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു 349 കല മുമ്പിൽ വെച്ചുണ്ടായി. ഇതു ധനധ്രുവം. 150 വട്ടങ്ങൾക്കുള്ള ദിനം 11699 ദി. 2നാ. × 10. ഇതിനെ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യഗ്രഹയോഗത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ 1725972 ദി. 53 നാ. ഇതു ശോദ്ധ്യദിനം.

ശോദ്ധ്യദിനം അഹർഗ്ഗണത്തിന്നു കുറെക്കൂടി അടുത്തിരിക്കണമെന്നുണ്ടെങ്കിൽ ചെറിയ ഹാരകംകൊണ്ടും അതിന്റെ വലിയ ധ്രുവംകൊണ്ടും ക്രിയചെയ്താൽ മതി. ഹാരകം 1 എന്നു വെച്ചാൽ അതിന്നു ധനധ്രുവം 2923കല. ഇതിന്റെ ഇരട്ടിയെ 6709'ൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം 863 കല. ഈ ഹാരകത്തിന്റെ മണ്ഡലമായ 779 ദി. 56 നാഴികയുടെ ഇരട്ടിയെ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യഗ്രഹയോഗസമയത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശോദ്ധ്യ

ദിനം 1841403 ദി. 21നാ. എന്നു കിട്ടും. ഇതിന്നു ധനധ്രുവം 863 കല. ശോദ്ധ്യദിനത്തെ ഇഷ്ടാഹൎഗ്ഗണത്തിന്നു അടുത്തു വരുത്തിയെങ്കിലും ധ്രുവം കുറെ അധികമായി. ഇങ്ങിനെ ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞ വിധി.

വേണമെങ്കിൽ 15 എന്ന ഹാരകത്തിന്റെ മണ്ഡലത്തെ രണ്ടാമതു കിട്ടിയ ശോദ്ധ്യദിനത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് മറെറാരു ശോദ്ധ്യദിനവും, ധ്രുവത്തെ 863ൽനിന്നു കളഞ്ഞ് 227 കല എന്ന അതിന്റെ ധനധ്രുവവും വരുത്താം. ഇങ്ങിനെ പല പ്രകാരത്തിലും ഖണ്ഡവും ധ്രുവവും വരുത്താം. 9ഉം 10ഉം ശ്ലോകങ്ങളുടെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കിട്ടിയ രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളേയും അവയുടെ ധ്രുവങ്ങളേയും ഈ രീതിയിൽ വരുത്തിക്കാട്ടുന്നു.

ഹാരകം 1. ഇതിന്റെ ഇരട്ടിക്ക മണ്ഡലം	1559ദി. 52നാ.	ധനധ്രുവം		5846′
ഹാരകം 15. ഇതിന്നു മണ്ഡലം	11699ദി. 2നാ.	,,	,,	636′
ഹാരകം 37. ഇതിന്നു മണ്ഡലം	28857ദി. 37നാ.	,,	,,	129′
ആകെ 54 യോഗങ്ങൾക്ക് മണ്ഡലം.	42116ദി. 31നാ.	,,	,,	6611′

മണ്ഡലത്തെ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യഗ്രഹയോഗദിനത്തിൽനിന്നും, ധ്രുവത്തെ മന്ദോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമാന്തരമായ 6709′ ൽനിന്നും കളഞ്ഞാൽ ശോദ്ധ്യദിനം. 1800846ദി. 42നാ, തദ്ധ്രുവം 98′ ധനം.

37 എന്ന ഹാരകത്തിന്റെ മണ്ഡലവും അതിന്റെ ധ്രുവവും ഇതിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശോദ്ധ്യം 1771989ദി. 5നാ, ധ്രുവം 31′ ഋണം.

ഇനി ധ്രുവത്തിന്റെ സ്വരൂപത്തേയും ധനൎണ്ണതയേയും പറയുന്നു.

തൽക്കാലഗ്രഹമദ്ധ്യസ്യ മന്ദതുംഗസ്യ ചാന്തരം
ശോദ്ധ്യധ്രുവം ധനൎണ്ണാഖ്യം ഉച്ചാന്മദ്ധ്യേഽധികാല്പകേ. 12.

സാരം. ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൽ ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തിന്റേയും മന്ദോച്ചത്തിന്റേയും അന്തരം ഖണ്ഡധ്രുവമാകുന്നു. മദ്ധ്യമം മന്ദോച്ചത്തെക്കാൾ അധികമെങ്കിൽ ധ്രുവം ധനവും കുറവെങ്കിൽ ഋണവുമാകുന്നു.

ഗ്രഹം സൂൎയ്യന്നടുത്തു വരുമ്പോൾ കാണുവാൻ സാധിക്കാതെ വരുന്നതിന്നു ഗ്രഹത്തിന്റെ മൌഢ്യം എന്നു പറയുന്നു. ഇനിയത്തെ ശ്ലോകത്തിൽ മൌഢ്യാവസാനഖണ്ഡത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യഗ്രഹയോഗകാലോ
മൌഢ്യാക്ഷതകാലാബ്ദിദിനൈഃ സമേതഃ
മൌഢ്യാവസാനദ്യുഗണഃ സഖണ്ഡോ
മൌഢ്യാന്ത്യഹാരാശ്ചലകേന്ദ്രഹാരാഃ 13.

സാരം. ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗകാലത്തോട്ട് അതാതു ഗ്രഹത്തിനു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന മൌഢ്യകാലത്തിൻെറ പകുതി കൂട്ടിയാൽ, ഖണ്ഡത്തോടു കൂടിയ മൌഢ്യാവസാനദിനഗണമാകുന്നു. ഇവിടെ മൌഢ്യത്തിൽ ഹാരകങ്ങളാകുന്നതു് ശീഘ്രോച്ചകേന്ദ്രഹാരകങ്ങൾതന്നെ.

മൌഢ്യാരംഭത്തെ ഗ്രഹത്തിൻെറ അസ്തമനമെന്നും മൌഢ്യാവസാനത്തെ ഗ്രഹത്തിൻെറ ഉദയമെന്നും പറയാറുണ്ട്. മൌഢ്യം എത്ര ദിവസത്തേക്കുണ്ടാകുമെന്നു് നിരീക്ഷണംകൊണ്ടറിയേണ്ടതാകുന്നു. ശീഘ്രോച്ചഗ്രഹമദ്ധ്യമയോഗകാലമാണല്ലൊ മൌഢ്യകാലത്തിൻെറ ഏതാണ്ട് മദ്ധ്യം. അതിനാൽ ശീഘ്രോച്ചമദ്ധ്യഗ്രഹയോഗദിനത്തോട്ട് ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻെറയും മൌഢ്യകാലത്തിൻെറ പകുതി കൂട്ടിയാൽ മൌഢ്യാവസാനഖണ്ഡം വരുന്നു. മൌഢ്യാവസാനഖണ്ഡത്തോടു എത്രയെത്ര ദിനങ്ങൾ കൂട്ടിയാൽ പിന്നീടുള്ള മൌഢ്യാവസാനദിനങ്ങൾ വരുമെന്നു് ശീഘ്രോച്ചഹാരകങ്ങളിൽനിന്നുള്ള മണ്ഡലകാലങ്ങളിൽനിന്നു കാണാം.

ചൊവ്വ, വ്യാഴം, ശനി ഈ ഗ്രഹങ്ങൾക്ക് ക്രമഗതിയിൽ മാത്രം മൌഢ്യം സംഭവിക്കുന്നു. ഈ ഗ്രഹങ്ങൾ മൌഢ്യം കഴിഞ്ഞു് ആദ്യം കാണപ്പെടുന്നതു് ഉദയത്തിനു മുമ്പു കിഴക്കും, പിന്നീടു കാണാതാവുന്നതു് അസ്തമനത്തിനുശേഷം പടിഞ്ഞാറുമാകുന്നു. ബുധൻ, ശുക്രൻ ഇവക്കു ശീഘ്രോച്ചത്തിന്നടുത്തു ക്രമഗതിയിലും, ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നു് 6 രാശിയോളം ചെല്ലുമ്പോൾ വക്രഗതിയിലും മൌഢ്യം സംഭവിക്കുന്നു. വക്രമൌഢ്യം കഴിഞ്ഞു് കാണാറാവുന്നതു കിഴക്കും, വക്രമൌഢ്യം തുടങ്ങുന്നതു പടിഞ്ഞാറും ആകുന്നു. ക്രമമൌഢ്യം കഴിഞ്ഞ് കാണാറാവുന്നതു് ചന്ദ്രനെപ്പോലെ പടിഞ്ഞാറും ക്രമമൌഢ്യം തുടങ്ങുന്നതു് ഉദയത്തിനുമുമ്പു കിഴക്കും ആകുന്നു. ഇതിന്നുള്ള കാരണങ്ങൾ ഗ്രഹങ്ങളുടേയും സൂര്യൻെറയും സ്ഥിതിഗതികളെ കുറിച്ചാലോചിച്ചാൽ അറിയാം.

സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിൽ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു.

"സൂര്യാദഭ്യധികാഃ പശ്ചാദസ്തം ജീവകുജാർക്കജാഃ
ഊനാഃ പ്രാഗുദയം യാന്തി ശുക്രജ്ഞൌ വക്രിണൌ തഥാ".

"ഊനാ വിവസ്വതഃ പ്രാച്യാമസ്തം ചന്ദ്രജ്ഞഭാർഗ്ഗവാഃ
വ്രജന്ത്യഭ്യധികാഃ പശ്ചാദുദയം ശീഘ്രയായിനഃ"

സൂ. സി. അ 9—2, 3.

ഓരോ ഗ്രഹത്തിനുംതന്നെ എല്ലാ മൌഢ്യങ്ങൾക്കും കൃത്യമായി ഒരേ കാലമായിരിക്കയില്ല. കൃത്യമായ കാലം അതാതു മൌഢ്യത്തിന്നു് ഗണിതംകൊണ്ടു കാണേണ്ടതാകുന്നു. സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിൻെറയും സിദ്ധാന്തശിരോ

മണിയുടേയും അഭിപ്രായപ്രകാരം മൌഢ്യകാലം കാലാംശത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു. സൂൎയ്യൻ അസ്തമിച്ചുകഴിഞ്ഞ് ഗ്രഹം അസ്തമിക്കുവാനുള്ളതോ ഗ്രഹം ഉദിച്ചുകഴിഞ്ഞ് സൂൎയ്യൻ ഉദിക്കുവാനുള്ളതോ ആയ കാലാന്തരപ്രാണങ്ങളെ (6 പ്രാണകാലം = 1 വിനാഴിക) 60കൊണ്ടു ഹരിച്ചതിനെ കാലാംശമെന്നു പറയുന്നു. ഇതു സൂൎയ്യനും ഗ്രഹവും അസ്തമിക്കുന്നതോ ഉദിക്കുന്നതോ ആയ സമയങ്ങളിൽ ഉള്ള കാലലഗ്നങ്ങളുടെ അംശാത്മകമായ അന്തരമെന്ന് പിന്നീടു മനസ്സിലാവും. സൂൎയ്യസിദ്ധാന്തം 9-ാം അദ്ധ്യായം 6, 7, 8 ശ്ലോകങ്ങളിൽ ഗ്രഹങ്ങളുടെ കാലാംശങ്ങളെ താഴെ കാണുംപ്രകാരം കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

ഏകാദശാമരേജ്യസ്യ തിഥിസംഖ്യാൎക്കജസ്യ ച
അസ്താംശാ ഭൂമിപുത്രസ്യ ദശസപ്താധികാസ്തതഃ (6)

പശ്ചാദസ്തമയോഷ്ടാഭിരുദയഃ പ്രാങ്മഹത്തയാ
പ്രാഗസ്തമുദയഃ പശ്ചാദല്പതാദ്ദശഭിർഭൃഗോ. (7)

ഏവം ബുധോ ദ്വാദശഭിശ്ചതുർദശഭിരംശകൈഃ
വക്രീ ശീഘ്രഗതിശ്ചാൎക്കാൽ കരോത്യസ്തമയോദയൌ (8)

സാരം. ബൃഹസ്പതിക്ക് 11 അംശം, ശനിക്ക് 15 അംശം, കുജനു 17 അംശം ഇവകളാകുന്നു അസ്താംശങ്ങൾ(കാലാംശങ്ങൾ) (6). ശുക്രൻ വലിയ ബിംബത്തോടുകൂടിയതായി 8 അംശംകൊണ്ടു പടിഞ്ഞാറു മൌഢ്യം പ്രാപിക്കുകയും കിഴക്കുദിക്കയും ചെയ്യുന്നു. അല്പബിംബത്തോടുകൂടി 10 അംശം കൊണ്ടു കിഴക്കസ്തമയവും പടിഞ്ഞാറുദയവും പ്രാപിക്കുന്നു (7). ഇപ്രകാരം ബുധൻ 12ഉം 14ഉം അംശങ്ങളെകൊണ്ടു ഉദയാസ്തമയങ്ങളെ പ്രാപിക്കുന്നു. അൎക്കനേക്കാൾ ശീഘ്രഗതിയുള്ളവയായിട്ടും വക്രികളായിട്ടും ഇവ ഉദയാസ്തമയങ്ങൾ ചെയ്യുന്നു.

അനന്തരം അഗണിതോക്തഹാരകങ്ങളെപ്പറയുന്നു.

ഗുണഹാരൌ ഗ്രഹാദിത്യഭഗണൌ തൌ മിഥോ ഹരേൽ
ഹാരകാസ്തൽഫലൈൎന്നീതാ ഭവന്ത്യഗണിതോദിതാഃ 14.

സാരം. ഗ്രഹത്തിന്റേയും ആദിത്യന്റേയും ഭഗണങ്ങളെ ക്രമേണ ഗുണകാരഹാരകങ്ങളായി കല്പിച്ച് അന്യോന്യം ഹരിക്കുക. ആ വല്ലീഫലങ്ങളെ ഉപസംഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളുടെ ഹാരകങ്ങൾ അഗണിതോക്തങ്ങളായ ഹാരകങ്ങളാകുന്നു.

ഈ ഹാരകങ്ങളോളം സംവത്സരങ്ങൾ പൂർത്തിയാകുമ്പോൾ ഗ്രഹങ്ങളുടെ പര്യയങ്ങൾ ഏതാണ്ട് പൂർത്തിയാകുന്നു. ഇവിടെയും ഗുണകാരം ഹാരകത്തേക്കാൾ വലുതാകുമ്പോൾ ആദ്യഫലം വിടാം. കുജാദികളുടെ അഗണിതോക്തഹാരകങ്ങളെ കാട്ടുന്നു.

കുജൻ: ഗുണകാരം 8996044, ഹാരകം 16920000.

വല്ലി: $\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{7+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{3+}\,\frac{1}{1+}\,\cdots\cdots$

ഉ. സം: $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{8}{15},\frac{17}{32},\frac{25}{47},\frac{42}{79},\frac{151}{284},\cdots\cdots$

ബുധൻ: ഗുണകാരം 42152837, ഹാരകം 10152000.

വല്ലി: $4+\frac{1}{6+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{146+}\,\frac{1}{1+}\cdots\cdots$

ഉ. സം: $\frac{1}{6},\frac{1}{7},\frac{2}{13},\frac{5}{33},\frac{7}{46},\frac{1027}{6749}\cdots\cdots$

വ്യാഴം: ഗുണകാരം 91046, ഹാരകം 1080000.

വല്ലി: $\frac{1}{11+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{6+}\,\frac{1}{3+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{17+}\cdots\cdots$

ഉ. സം: $\frac{1}{11},\frac{1}{12},\frac{7}{83},\frac{22}{261},\frac{29}{344},\cdots\cdots$

ശുക്രൻ: ഗുണകാരം 27503843, ഹാരകം 16920000.

വല്ലി: $1+\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{29+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{1+}\cdots\cdots$

ഉ. സം: $\frac{1}{1},\frac{1}{2},\frac{2}{3},\frac{5}{8},\frac{147}{235},\frac{152}{243},\frac{299}{478}\cdots\cdots$

ശനി: ഗുണകാരം 574109, ഹാരകം 16920000.

വല്ലി: $\frac{1}{29+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{8+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{5+}\,\frac{1}{1+}\cdots\cdots$

ഉ. സം. $\frac{1}{29},\frac{2}{59},\frac{17}{501},\frac{36}{1061}\cdots\cdots$

ഏതൊരു സംവത്സരത്തിന്റെ അന്ത്യത്തിൽ ഒരു ഗ്രഹം മേഷാദിക്ക് വളരെ അടുത്തു നില്ക്കുന്നുവോ ആ അബ്ദസംഖ്യയെ ഗ്രഹത്തിന്റെ ശോദ്ധ്യാബ്ദമെന്നു പറയുന്നു.

ഇനിയത്തെ 4 ശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ശോദ്ധ്യാബ്ദങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ ക്രിയ പറയുന്നു.

മദ്ധ്യാബ്ദാന്തസമാനീതമദ്ധ്യഗ്രഹദിനേശയോഃ
അല്പഭോഗം മഹാഭോഗാൽ ത്യക്ത്വാ ശിഷ്ടം കലീകൃതം. 15.

ഹാരേഷ്വഗണിതപ്രോക്തേഷ്വഭീഷ്ടേന സമാഹതം
ചക്രലിപ്താപ്തമിഷ്ടോർദ്ധ്വഹാരകേണ ഹതം പുനഃ 16

ഇഷ്ടഹാരേണ സംഹൃത്യ തത്രോനമധികം തു വാ
ഇഷ്ടഹാരയുഗൌജത്വവശാൽ ത്യാജ്യം ശകാബ്ദതഃ 17.

ശിഷ്ടാബ്ദാന്തേ ഭവേദ്യോഗ ഇഷ്ടഗ്രഹദിനേശയോഃ
തസ്മാദഗണിതപ്രോക്തഃ ശോദ്ധ്യാബ്ദഃ സോയമീരിതഃ 18.

സാരം. മദ്ധ്യമവശാലുള്ള ശകാബ്ദാന്ത്യത്തിൽ ആദിത്യമദ്ധ്യമവും ഗ്രഹമദ്ധ്യമവും വരുത്തി അധികഗതിയുള്ളതിൻെറ മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു അല്പഗതിയുള്ളതിൻെറ മദ്ധ്യമം വാങ്ങി ശിഷ്ടത്തെ കലയാക്കി, (15)
അഗണിതപ്രോക്തഹാരകങ്ങളിൽ ഇഷ്ടമുള്ളതിനെകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ചക്രലിപ്തകളായ 21600കൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയ ഫലത്തെ ഇഷ്ടാഹർഗ്ഗണത്തിൻെറ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച്, (16)
ഇഷ്ടഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് ഇഷ്ടഹാരകത്തിൻെറ യുഗ്മൌജവശാൽ ഊനാധികശിഷ്ടത്തെ ശകാബ്ദത്തിൽനിന്നു കളയണം. (17)
ശിഷ്ടാബ്ദങ്ങളുടെ അന്ത്യത്തിൽ ഇഷ്ടഗ്രഹത്തിൻെറയും ആദിത്യൻെറയും യോഗം സംഭവിക്കും. ഇതിനു ശോദ്ധ്യാബ്ദമെന്നു പേർ. (18)

ചന്ദ്രൻെറയും ഗ്രഹങ്ങളുടേയും ഖണ്ഡം വരുത്തിയപോലെ ഇവിടേയും കുട്ടകംകൊണ്ടു ഗ്രഹങ്ങൾക്ക് സംവത്സരഖണ്ഡം വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ആവശ്യമുള്ളപക്ഷം ശോദ്ധ്യാബ്ദധ്രുവത്തേയും കാണാം.

ഉദാഹരണം. 5047 കല്യബ്ദത്തിന്നടുത്തു കുജനു ഒരു ശോദ്ധ്യാബ്ദം കാണുക.

5074 കല്യബ്ദാന്തകുജമദ്ധ്യമം $= 4^{\text{രാ}}-10^{\circ}-26'-19''$

രവിമദ്ധ്യമം ശൂന്യമായതിനാൽ മദ്ധ്യമാന്തരം ഇതുതന്നെ. കുജൻെറ അഗണിതപ്രോക്തഹാരകമായ 284 സംവത്സരത്തിൽ 151 വട്ടം തികയുമെന്നു വെക്കുക. ഊർദ്ധ്വഹാരകം 79.

$$4^{\text{രാ}}-10^{\circ}-26' = 7826' = \frac{103}{284} \text{ ഭഗണം.}$$

'യ' സംവത്സരങ്ങൾക്കു മുമ്പു കുജൻ മേഷാദിയിലായിരുന്നുവെങ്കിൽ

$$\frac{151യ - 103}{284} = വ \text{ എന്നു കുട്ടകം.}$$

ഇഷ്ടഹാരകം 284, ഓജം (കരണപദ്ധതിപ്രകാരം). ക്ഷേപം ഋണം. അതിനാൽ ക്ഷേപത്തെ ഊൎദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇഷ്ടഹാരകം കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന അധികശിഷ്ടത്തെ അബ്ദഗണത്തിൽനിന്നു കളയണം. അധികശിഷ്ടം 185. അതിനാൽ ശോദ്ധ്യാബ്ദം = 5047 − 185 = 4862 കലി.

4862 കല്യബ്ദാന്ത്യത്തിൽ കുജമദ്ധ്യമം 28 കല. അതിനാൽ ധനധ്രുവം 28. 79, 47, 32 എന്നീ കൊല്ലങ്ങളുടെ യോഗമോ, ആവൎത്തികളോ, അവയുടെ യോഗമോ ചേൎത്ത് ശോദ്ധ്യാബ്ദത്തെ വൎത്തമാനാബ്ദത്തോടടുപ്പിക്കാം. ധ്രുവം ഇതു പെരുതാകയില്ലെന്നേയുള്ളു. കല്യബ്ദത്തെ യഥേഷ്ടം ശകാബ്ദമോ, കോളംബാബ്ദമോ ആക്കുകയും ചെയ്യാം.

ഇനി അധിമാസഖണ്ഡം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

കല്യബ്ദഘ്നാധിമാസാ ദിനകരഭഗണൈഃ
സംഹൃതാ ഭൂദിനഘ്നാഃ
കല്യാദീന്ദുധ്രുവാംശക്ഷിതിദിനവധതോ
നിശ്ചലാപ്തൈൎവ്വിഹീനാഃ
ശേഷാസ്തത്രാധിമാസൈൎഭവതി ദിനഗണഃ
സോധിമാസോക്തഖണ്ഡാ-
ദന്യോന്യാപ്താധിമാസക്ഷിതിദിനരചിതാ
ഹാരകാസ്തത്ര ഹാരാഃ 19.

സാരം. ചതുൎയ്യുഗാധിമാസത്തെ തികഞ്ഞ കലിവൎഷംകൊണ്ടു പെരുക്കി സൂൎയ്യഭഗണങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഫലത്തെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കി അതിൽനിന്നു കല്യാദിചന്ദ്രധ്രുവാംശത്തെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കി നിശ്ചലം (360) കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതിനെ കളയുക. ശിഷ്ടത്തെ ചതുൎയ്യുഗാധിമാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതു അധിമാസഗണിതത്തിന്നുള്ള അഹൎഗ്ഗണഖണ്ഡം. ചതുൎയ്യുഗാധിമാസത്തേയും ഭൂദിനത്തേയും അന്യോന്യം ഹരിച്ച് വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഉപസംഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഹാരകങ്ങൾ ഇവിടെ ഹാരകങ്ങളാകുന്നു.

ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ടു കല്യാദിയിൽ സൂൎയ്യനും ചന്ദ്രനും ഒരുമിച്ചുനില്ക്കുന്നില്ലെന്നു വരുന്നു. അതിനാൽ അവ ഏതാണ്ട് ഒരുമിച്ചു നില്ക്കുന്നതും അപ്പോൾതന്നെ അധിമാസം പൂൎത്തിയാവുന്നതും വൎത്തമാനകാലത്തിന്നടുത്തതും ആയ ഒരു ദിനാന്ത്യംവരെയുള്ള അഹൎഗ്ഗണം അധിമാസഗണിതത്തിന്ന

ത്യാവശ്യമായി വരുന്നു. ആ അഹൎഗ്ഗണത്തെ അധിമാസഖണ്ഡമെന്നു പറയുന്നു.

4320000 വൎഷങ്ങളടങ്ങിയ ചതുൎയ്യുഗത്തിൽ ചന്ദ്രപൎയ്യയം പൂൎണ്ണമാകുന്നില്ല. ശകാബ്ദസംസ്കാരംകൊണ്ടു $\frac{9 \times 200}{85}$ പൎയ്യയം കുറയും. ഭിന്നങ്ങളെ ഒഴിപ്പാനായി രവിപൎയ്യയത്തേയും ഭൂദിനത്തേയും 85 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നു. ആ കാലത്തേക്കുള്ള ചാന്ദ്രമാസാദികളെകൊണ്ടു ഇവിടെ ക്രിയചെയ്യണം. ഇപ്രകാരം സംസ്കരിച്ച ഭൂദിനാദികളെ ആദ്യം പറയാം.

ഭൂദിനം $= 1577917500 \times 85 = 134122987500$

രവിപൎയ്യയം $= 4320000 \times 85 = 367200000.$

രവിമാസം $= 367200000 \times 12 = 4406400000.$

ചന്ദ്രപൎയ്യയം $= 57753336 \times 85 - 1800 = 4909031760.$

ചാന്ദ്രമാസം = ചന്ദ്രരവി പൎയ്യയാന്തരം $= 4541831760$

അധിമാസം = ചാന്ദ്രരവിമാസാന്തരം $= 135431760$

ഇനി ക്രിയയുടെ യുക്തി. ആദ്യം കല്യബ്ദത്തിൽ തികഞ്ഞ അധിമാസങ്ങളുടെ എണ്ണം കാണുന്നു. അതു യുഗാധിമാസം $\times$ കല്യബ്ദം $\div$ രവിഭഗണം. ഇവിടെ ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം വിടുന്നു. എന്നാൽ ഈ അധിമാസങ്ങൾ മുഴുവൻ കല്യാദിതൊട്ടുതന്നെ ഉണ്ടായതല്ല. കല്യാദിയിൽ ചന്ദ്രനു $6^{\circ}\text{-}23'\text{-}36''\text{-}42'''\text{-}41''''$ ധ്രുവമുണ്ടു്. സൂൎയ്യൻ മേഷാദിയിൽ തന്നെ. അതിനാൽ ഇതു കല്യാദി തിഥി സ്ഫുടം. ഇതു കല്യാദിതൊട്ടുള്ള സൌരമാസങ്ങൾക്കു മുമ്പും 85കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ചതുൎയ്യുഗത്തിൽപ്പെട്ട അധിമാസങ്ങൾക്കു പുറത്തും ഉള്ളതാകയാൽ ഇതിനെ മുഴുവൻ അധിമാസമായിക്കരുതികിട്ടിയ അധിമാസസംഖ്യയിൽനിന്നു സാവയവം കളയണം. ധ്രുവംകൊണ്ടുണ്ടായ അധിമാസം = ധ്രുവാംശം $\div$ 360. അതിനാൽ കല്യബ്ദത്തിന്നടുത്തു കഴിഞ്ഞുവെന്നു കണക്കാക്കിയതിൽ കല്യാദിതൊട്ടു കഴിഞ്ഞ സാവയവാധിമാസം

$$\frac{\text{യുഗാധിമാസം} \times \text{കല്യബ്ദം}}{\text{രവിഭഗണം}} - \frac{\text{ധ്രുവാംശം}}{360}$$

ഇതിനെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കി യുഗാധിമാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഇതിനുവേണ്ട ദിവസഗണമായി. ദിവസഗണം

$$= \left(\left[\frac{\text{യുഗാധിമാസം} \times \text{കല്യബ്ദം}}{\text{രവിഭഗണം}}\right] - \frac{\text{ധ്രുവാംശം}}{360}\right) \times \frac{\text{ഭൂദിനം}}{\text{യുഗാധിമാസം}}.$$

$$= \left(\left[\frac{\text{യുഗാധിമാസം} \times \text{കല്യബ്ദം}}{\text{രവിഭഗണം}} \right] \text{ഭൂദിനം} - \frac{\text{ധ്രുവാംശം} \times \text{ഭൂദിനം}}{360} \right) \div \text{യുഗാധിമാസം}$$

([...] ഇങ്ങിനെയുള്ള വലയത്തിൽപ്പെട്ടത്തിയതിന്റെ ഫലം മാത്രം സ്വീകരിച്ച് ശിഷ്ടം വിടണമെന്ന പ്രത്യേകം ഓർക്കണം)

ഇവിടെ യുഗാധിമാസത്തെ കല്യബ്ദംകൊണ്ട പെരുക്കി രവിഭഗണം കൊണ്ട ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരു അധിമാസത്തിന്റെ ഭിന്നം വിടുന്നു. ഈ വിടുന്നതും കല്യാദിയിൽ കഴിഞ്ഞുപോയ (ധ്രുവാംശം $\div$ 360) എന്ന അധിമാസാംശവുംകൂടി ഒരു പൂർണ്ണാധിമാസമായെന്നു വരാം. അപ്പോൾ കല്യബ്ദാന്ത്യത്തിന്നടുത്തു കഴിഞ്ഞ അധിമാസാന്ത്യത്തിന്നു ഒത്തതായിരിക്കണമെന്നില്ല വരുത്തിയ ഖണ്ഡം. അതുകൊണ്ട ഖണ്ഡത്തിന്നു ഒരു തരക്കേടും ഇല്ല. അടുത്തു വരത്തണമെന്നുണ്ടെങ്കിൽ അപ്പോൾ ഒരധിമാസത്തിന്റെ കാലവും കൂടി കൂട്ടിയാൽ മതി. പിന്നീട്ട കാലം ചെല്ലുമ്പോൾ വർത്തമാനദിനത്തോട്ട ഖണ്ഡത്തെ അടുപ്പിക്കണമെന്നു തോന്നിയാൽ അതിന്നുള്ള ദിവസങ്ങളെ കാണുവാൻ അധിമാസം ഗുണകാരമായും ഭൂദിനം ഹാരകമായും വല്ലിയുണ്ടാക്കി സംഹരിച്ച് ലഘുഗുണകാരഹാരകങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

$$\frac{135431760}{134122987500} = \frac{1}{990+}\,\frac{1}{2+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{36+}\,\frac{1}{1+}\,\frac{1}{5+}\cdots\cdots$$

ഉപസംഹൃതങ്ങൾ : $\frac{1}{990}, \frac{2}{1981}, \frac{3}{2971}, \frac{110}{108937}\cdots\cdots$

ഇനി ഗ്രഹണഖണ്ഡത്തെ വരുത്തുവാൻ ഹാരകങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

ഹത്വാ പരസ്പരമഥോ യുഗചാന്ദ്രമാസം
ദ്വിഘ്നാർക്കപാതഭഗണൈക്യമപീഹ ലബ്ധൈഃ
ഹാരാന്നയേൽ പുനരമീ ധരണീദിനാഘ്നാഃ
സ്യുശ്ചാന്ദ്രമാസവിഹൃതാ ഗ്രഹണോക്തഹാരാഃ 20.

സാരം: യുഗചാന്ദ്രമാസത്തെയും അർക്കപാതഭഗണയോഗത്തെ രണ്ടുകൊണ്ട ഗുണിച്ചതിനേയും അന്യോന്യം ഹരിച്ച് വല്ലീഫലമുണ്ടാക്കി ഹാരകങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുക. ഈ ഹാരകങ്ങളെ ഭൂദിനംകൊണ്ട പെരുക്കി ചാന്ദ്രമാസം കൊണ്ട ഹരിച്ചതു അർക്കഹാരകങ്ങളാകുന്നു.

രാഹുവിന്നു വക്രഗതിയാകയാൽ അർക്കരാഹുഭഗണസംയോഗമായിരിക്കും യുഗത്തിലെ അർക്കരാഹുയോഗസംഖ്യ. ഗ്രഹണം രാഹുവിലും കേതുവിലും വെച്ചുണ്ടാകയാൽ ഇതിനെ 2 കൊണ്ട ഗുണിച്ചേടത്തോളം അർക്കപാതയോ

ഗങ്ങളും ഉണ്ടാകും. വല്ലിയിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന ഹാരകഗുണകാരങ്ങളിൽ എത്ര ചാന്ദ്രമാസം കൂട്ടുമ്പോഴും അക്കൊല്ലം എത്ര രാഹുകേതുയോഗങ്ങളും ഉണ്ടാകുമെന്നു കാണാം. ഹാരകങ്ങളെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കി ചാന്ദ്രമാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളോളം ദിവസങ്ങൾ കൂട്ടുമ്പോഴും സൂൎയ്യനു രാഹുകേതുയോഗങ്ങളും ഉണ്ടാകുമെന്നു വരുന്നു. ഗ്രഹണഗണിതത്തിൽ ദൃക്കിലെ പൎയ്യയങ്ങൾ കൂടാതെ നിവൃത്തിയില്ല. അവയെ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

ജ്ഞാനാജ്ഞാനാപ്രഗത്ഭോ, നരബലമസ്യസ്യ
ക്ഷൂം ധരഃ പാഹി ദംഭോ
ഭീതോ ദന്തോ ധരേന്ദ്രസ്തപനസ്സഗധിസൌ
ഖ്യം നദീപോഭിഷംഗഃ
ദന്തീന്ദ്രാഗ്രേദ്രിനാഥഃ പ്രിയതതിവിപിനം
ജ്ഞാനലേഖാംബുഖിന്നേ
തൃക്കാദേഃ പൎയ്യയാസ്സ്യുഃ ക്ഷിതിദിനമനൃശം
സഃ കളാൎത്ഥി സ മൎത്ത്യഃ.

ഇതിൽനിന്നു രവിപൎയ്യയം 4320000ഉം ക്ഷിതിദിനം 1577917500ഉം തന്നെ. ചന്ദ്രനു 57753320. രാഹുവിനു 232300.

ദ്വിഷല്ലാൎക്കപാതഭഗണൈക്യം = 9104600
ചാന്ദ്രമാസം = 53433320.

വല്ലി : $\frac{1}{5+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{6+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{10+}\ldots$

ഉപസംഹൃതങ്ങൾ: $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{7}{41}, \frac{8}{47}, \frac{15}{88}, \frac{23}{135}, \frac{38}{223}, \frac{61}{358}, \frac{648}{3803} \ldots$

ഇനി ഗ്രഹണഖണ്ഡത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

നീത്വാ മദ്ധ്യാൎക്കചന്ദ്രൌ ഫണിനമപിദൃശാ
മദ്ധ്യപൎവ്വാന്തകാലെ
പാതോനാൎക്കേന്ദുലിപ്താ ലൃനതഗുണിതാ-
ശ്ചക്രലിപ്താ വിഭക്താഃ
താഃ സ്വഹാരേന ഹത്വാ ലൃനദഗവിഹൃതേ
ശിഷ്ടതോ ഭൂദിനാപ്താ-
ച്ചാന്ദ്രൈൎമ്മാസൈരവാപ്തം ത്യജതു ദിനഗണാൽ
സോപരാഗോക്തഖണ്ഡഃ 21.

സാരം: മദ്ധ്യമംകൊണ്ടുള്ള പൎവ്വാന്തകാലത്തെ സൂൎയ്യചന്ദ്രമദ്ധ്യമങ്ങളും രാഹുവും ദൃഗ്ഗണിതപ്രകാരമുണ്ടാക്കി പാതനെ കളഞ്ഞ സൂൎയ്യനേയും ചന്ദ്രനേയും കലകളാക്കി ലൃനദഗം (3803) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 21600 കൊണ്ടു ഹരിക്കുക.

ഫലത്തെ താപസ്ഥാനം (716) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ലുനദഗം (3803)കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടത്തെ ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കി ചാന്ദ്രമാസം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതിനെ പൎവ്വാന്തകാലാഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ഗ്രഹണോക്തഖണ്ഡമുണ്ടാകും.

സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ അന്തരം ശൂന്യമോ 6 രാശിയോ ആയ സമയത്തെ പൎവ്വാന്തകാലമെന്നു പറയുന്നു. അമാവാസ്യാന്ത്യമെന്നോ പൌൎണ്ണമാസ്യാന്ത്യമെന്നോ വരും. ഉപരാഗം എന്നുവെച്ചാൽ ഗ്രഹണം.

ഇവിടെ പൎവ്വാന്തകാലത്തു് സൂൎയ്യൻ രാഹുകേതുക്കളിലൊന്നിൽ സ്ഥിതിചെയ്തിരുന്ന ഒരു ദിവസത്തെക്കാണുവാൻ പറയുന്നു. അതു കഴിയുന്നതും വൎത്തമാനകാലത്തിന്നു അടുത്തായിരിക്കയും വേണം. അപ്പോൾ ചന്ദ്രൻ അതേ പാതനിൽതന്നേയോ, അവിടന്നു 6 രാശി അകന്ന മറേറ പാതനിലോ ആയിരിക്കും. കൃഷ്ണപക്ഷാന്ത്യമെങ്കിൽ അതെ പാതനിൽ, ശുക്ലപക്ഷാന്ത്യമെങ്കിൽ മറേറ പാതനിൽ എന്നു വരും.

3803 ചാന്ദ്രമാസങ്ങളിൽ സൂൎയ്യന്നു 648 രാഹുകേതുയോഗങ്ങൾ ഉണ്ടാകുമെന്നു കണ്ടു. ഇതു കൃത്യമാണെന്നുതന്നെ വെക്കുക. എന്നാൽ ഓരോ ചാന്ദ്രമാസംകൊണ്ടു സൂൎയ്യൻ രാഹുകേതുക്കളെ അപേക്ഷിച്ച് നിന്നിരുന്ന സ്ഥാനത്തുനിന്നു $\frac{648}{3803}$ ഭഗണാൎദ്ധം മുമ്പോട്ടു നീങ്ങിയതായിക്കാണും. അതിനാൽ ഒരു പൎവ്വാന്തത്തിൽ സൂൎയ്യൻ രാഹുവിലോ കേതുവിലോ കൃത്യമായി നിന്നാൽ പിന്നത്തെ ഏതെങ്കിലും പൎവ്വാന്തത്തിൽ ഭഗണാൎദ്ധത്തിൻെറ 3803 ലൊരംശത്തിൻെറ പൂൎണ്ണസംഖ്യാമടങ്ങുകളോളം അകന്നിരിക്കും. ഒരിഷ്ട പൎവ്വാന്തത്തിലെ പാതരവ്യന്തരകലകളെ $\left(\frac{21600}{2} \div 3803\right)$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. എന്നുവെച്ചാൽ അന്തരകലകളെ 3803 കൊണ്ടു പെരുക്കി 21600 കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതിനെ 2 കൊണ്ടു പെരുക്കുക. ഫലം 2ക എന്നിരിക്കട്ടെ. യ ചാന്ദ്രമാസങ്ങൾകൊണ്ടു ഈ അന്തരം വന്നുവെന്നു കരുതിയാൽ, കുട്ടകം,

$$\frac{648\text{യ}}{3803} = \text{വ} + \frac{2\text{ക}}{3803}.$$

ഇവിടെ വ ഒരു പൂൎണ്ണസംഖ്യ. കുട്ടകത്തെ നിശ്ചിതരൂപത്തിലെഴുതിയാൽ,

$$\frac{648\text{യ} - 2\text{ക}}{3803} = \text{വ}.$$

ഇതിൽ 3803 കരണപദ്ധതി ഓജഹാരകവും ക്ഷേപം ഋണവുമാകയാൽ ക്ഷേപത്തെ ഊൎദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 3803 കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന അധികശിഷ്ടം യ എന്ന ചാന്ദ്രമാസസംഖ്യയായിരിക്കും. ഊൎദ്ധ്വഹാരകം 358. അതിനാൽ രവിപാതാന്തരകലകളെ 3803കൊണ്ടു പെരുക്കി 21600കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ക എന്ന ഫലത്തെ 2 × 358 (=716) കൊണ്ടു പെരുക്കി 3803കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന അധികശിഷ്ടത്തെ ക്കാണണം. ഈ അധികശിഷ്ടത്തോളം ചാന്ദ്രമാസങ്ങൾക്കു മുമ്പു സൂൎയ്യൻ ഒരു പാതനിലായിരുവെന്നു വരുന്നു. ഈ ചാന്ദ്രമാസങ്ങളെ യുഗഭൂദിനം കൊണ്ടു പെരുക്കി യുഗചാന്ദ്രമാസങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഇതിന്നു ദിവസങ്ങളായി. ഈ ദിവസങ്ങളെ ഇഷ്ടപൎവ്വാന്തകാലത്തെ അഹൎഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ഉപരാഗഖണ്ഡമായി. ഈ ഖണ്ഡത്തിൻെറ അന്ത്യം പൎവ്വാന്തമായിരിക്കയും സൂൎയ്യൻ രാഹുകേതുക്കളിലൊന്നിലായിരിക്കയും ചെയ്യും. പിന്നീട് ഹാരകങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നിനോളം ചാന്ദ്രമാസങ്ങൾ കൊണ്ടുകന്ന ദിനാന്ത്യങ്ങളും ഈവിധംതന്നെയായിരിക്കും. സൂക്ഷ്മത ഹാരകത്തിൻെറ വലിപ്പത്തിന്നനുസരിച്ചിരിക്കും.

ഇഷ്ടപൎവ്വാന്തം കൃഷ്ണപക്ഷാന്ത്യമായാൽ, ഖണ്ഡാന്ത്യം കൃഷ്ണപക്ഷാന്ത്യവും സൂൎയ്യഗ്രഹണമുണ്ടാകുവാൻ പററിയ കാലവുമായിരിക്കും. ഇഷ്ടപൎവ്വാന്തം ശുക്ലപക്ഷാന്ത്യമായാൽ, ഖണ്ഡാന്ത്യം ശുക്ലപക്ഷാന്ത്യവും ചന്ദ്രഗ്രഹണമുണ്ടാകുവാൻ പററിയ കാലവുമായിരിക്കും. ഇഷ്ടപൎവ്വാന്തം ശുക്ലപക്ഷാന്ത്യമായി ഖണ്ഡം വരുത്തുമ്പോൾ, ഒരേ പാതനിൽനിന്നു സൂൎയ്യൻെറയും ചന്ദ്രൻെറയും അന്തരാളകലകളെ വെവ്വേറെയെടുത്തു ക്ഷേപം വരുത്തിയാൽ, സൂൎയ്യചന്ദ്രാന്തരം കൃത്യം ഭഗണാൎദ്ധമാകയാൽ, ഗതചാന്ദ്രമാസസംഖ്യക്കു (യ എന്നതിന്നു) ഒരു ഭേദവും വരികയില്ല. അതിനാൽ ഇഷ്ടപൎവ്വാന്തം കൃഷ്ണപക്ഷാന്ത്യമായി സൂൎയ്യഗ്രഹണത്തിന്നു പററിയ ഖണ്ഡവും, ശുക്ലപക്ഷാന്ത്യമായി ചന്ദ്രഗ്രഹണത്തിന്നു പററിയ ഖണ്ഡവും വരുത്തുകയോ, അല്ലെങ്കിൽ സൂൎയ്യഗ്രഹണത്തിന്നു പററിയ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൻെറ ഇരുപുറവും ചാന്ദ്രമാസാൎദ്ധത്തോളം നീങ്ങിയ കാലം ചന്ദ്രഗ്രഹണത്തിന്നു പററിയ കാലമായിരിക്കുമെന്നു കരുതുകയോ വേണം.

എന്നാൽ യുഗരവിപാതയോഗസംഖ്യയെ ഗുണകാരമായും യുഗത്തിലെ ചാന്ദ്രമാസാൎദ്ധസംഖ്യയെ ഹാരകമാക്കിയും വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഹാരകങ്ങൾ വരുത്തി കുട്ടകംകൊണ്ടു ഗതചാന്ദ്രമാസാൎദ്ധങ്ങളെ കണ്ട്, ഭൂദിനം കൊണ്ടു പെരുക്കി യുഗചാന്ദ്രമാസാൎദ്ധങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ച ദിവസങ്ങളെ

അറിഞ്ഞു അവയെ പർവ്വാന്താഹർഗ്ഗണത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ രണ്ടുതരം ഗ്രഹണങ്ങൾക്കും പററാവുന്ന ഒരു ഖണ്ഡം സിദ്ധിക്കും. ഈ ഖണ്ഡാന്ത്യത്തിൻേറയും പിന്നീടു ഹാരകങ്ങളോളം ചാന്ദ്രമാസാർദ്ധങ്ങളെകൊണ്ടുകണ്ട ദിനാന്ത്യങ്ങളുടേയും ഇരുപുറവും ചാന്ദ്രമാസാർദ്ധത്തോളം നീങ്ങിയ കാലങ്ങളിൽ ഗ്രഹണത്തിന്നു പററിയ സ്ഥിതി വരുന്നുണ്ടോ എന്നു പരിശോധിക്കയും വേണം.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി നാലാം അദ്ധ്യായം
യുക്തിപ്രകാശികാവ്യാഖ്യാനം.

—(०)—

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ പഞ്ചമോദ്ധ്യായഃ

കഴിഞ്ഞ അദ്ധ്യായങ്ങളിൽ മദ്ധ്യമാനയനാദി ക്രിയകളെ ലഘൂകരിപ്പാനുള്ള ഉപായങ്ങൾ പ്രതിപാദിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ മേലാൽ ഗണിതഫലവും നിരീക്ഷണഫലവും ഒത്തുവരാഞ്ഞാൽ, ഗണിതത്തിൽ ചെയ്യേണ്ടുന്ന സംസ്കാരങ്ങളെ വരുത്തുംപ്രകാരം പറയുന്നു. ആദ്യമായി ഭഗണാദികൾ പരീക്ഷിതഫലത്തിന്നു ഒത്തിരിക്കണം എന്നു പറയുന്നു. എന്നുവെച്ചാൽ ഗണിതംകൊണ്ടു കിട്ടുന്ന മദ്ധ്യമങ്ങളും നിരീക്ഷണംകൊണ്ടു കിട്ടുന്ന മദ്ധ്യമങ്ങളും ഒത്തിരിക്കണം. ഈവിധം ഒരു സംസ്കാരമാണ് ദ്വിതീയാദ്ധ്യായത്തിൽ ശകാബ്ദസംസ്കാരമെന്ന പേരിൽ ചെയ്തതു്.

ഗ്രഹണഗ്രഹയോഗാദ്യൈര്യേ ഗ്രഹാഃ സുപരീക്ഷിതാഃ
ദൃക്സമാസ്തത്സമാഃ കല്പ്യേ കല്പ്യാ വാ ഭഗണാദയഃ 1.

സാരം: സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ഗ്രഹണങ്ങളിലും ഗ്രഹങ്ങളുടെ അന്യോന്യയോഗത്തിലും വക്രമൌഢ്യാദികളിലും യാതൊരു ക്രിയകൊണ്ടു ഗണിച്ചാൽ ഗ്രഹങ്ങൾ ദൃക്സാമ്യമായിത്തീരുന്നു അതിന്നൊത്തവണ്ണം ഭഗണാദികളെ നിശ്ചയിച്ചാലും.

ഇനി ഭഗണാദികളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

പരീക്ഷിതസ്യ ഖേടസ്യ തന്ത്രാനീതസ്യ ചാന്തരം
ലിപ്തീകൃത്യാർക്കഭഗണൈഃ കല്പോക്തൈശ്ച സമാഹതം 2.
തന്ത്രനിർമ്മാണകാലസ്യ പരീക്ഷാസമയസ്യ ച
അന്തരാളഗതൈരബ്ദൈരാശിചക്രകലാഹതൈഃ 3.
ഹൃതാവാപ്തം തന്ത്രനീതസ്യ ഗ്രഹസ്യാല്പാധികത്വതഃ
സ്വർണ്ണം തൽ കല്പഭഗണേ കുര്യാന്നൈഷവിധീ രവേഃ 4.

സാരം: ഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഥാനം നിരീക്ഷണംകൊണ്ടറിഞ്ഞ് ആ സ്ഥാനത്തിന്റേയും ഏതെങ്കിലും ഒരു തന്ത്രംകൊണ്ടു വരുത്തിയ സ്ഥാനത്തിന്റേയും അന്തരത്തെ കലകളാക്കി കല്പത്തിനു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന സൂര്യഭഗണംകൊണ്ടു അതിനെ പെരുക്കി, (2)

തന്ത്രം ഉണ്ടാക്കിയ കാലത്തിന്റേയും നിരീക്ഷണകാലത്തിന്റേയും അന്തരാളകാലത്തെ സംവത്സരമാക്കി അതിനെ രാശിചക്രകലകളായ 21,600 കൊണ്ടു പെരുക്കികിട്ടുന്ന ഫലംകൊണ്ടു (3)

ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ഗ്രഹത്തിന്റെ കല്പഭഗണത്തിൽ, തന്ത്രനീതഗ്രഹം പരീക്ഷിതഗ്രഹത്തെക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ കൂട്ടുകയും, അല്ലെങ്കിൽ കുറക്കുകയും ചെയ്ക. ഈ വിധി ആദിത്യനെ സംബന്ധിക്കുന്നതുമല്ല.

തന്ത്രനിർമ്മാണകാലത്തു തന്ത്രംകൊണ്ടു ഗണിച്ച സ്ഥാനത്തു ഗ്രഹത്തെ കണ്ടിരുന്നുവെന്നുതന്നെ വെക്കണം. എന്നാൽ തന്ത്രനീതഗ്രഹത്തിന്റേയും പരീക്ഷിതഗ്രഹത്തിന്റേയും അന്തരാളകലകളെ അന്തരാളാബ്ദംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഒരു കൊല്ലത്തിൽ ഗതിക്കുള്ള ഭേദം കിട്ടി. ഇതിനെ കല്പാബ്ദംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ കല്പത്തിൽ ആകെ വരുന്ന ഭുക്തിഭേദം കലകളായി കിട്ടി. ഇതിനെ 21,600കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കല്പത്തിലുള്ള ഭേദം ഭഗണമായും വന്നു. തന്ത്രനീതഗ്രഹം പരീക്ഷിതഗ്രഹത്തിന്റെ പിമ്പിലാണെങ്കിൽ ഈ ഭഗണം കല്പഭഗണത്തിൽ കൂട്ടണം, മുമ്പിലെങ്കിൽ കുറക്കണം എന്നു സ്പഷ്ടം. ഇതുകൊണ്ടു ഗ്രഹഗതിക്കു സൂക്ഷ്മതകൂടി. എന്നാൽ കല്പാദിയിൽ ഗ്രഹം മേഷാദിയിലായിരുന്നു എന്ന സങ്കല്പത്തിനു വ്യത്യാസം വരും. ഇതു പരിഹരിപ്പാനുള്ള മാർഗ്ഗം മേലാൽ ആലോചിക്കുന്നതാണ്.

കാലത്തെ അളക്കുന്നതുതന്നെ രവിഭഗണത്തെ ആസ്പദമാക്കി ചെയ്യുന്നതുകൊണ്ടു ഈ വിധി സൂര്യനെ സംബന്ധിക്കുന്നില്ല. സംവത്സരദൈർഘ്യം തെറ്റാണെങ്കിൽ, ആ തെറ്റായ സംവത്സരങ്ങൾ ഇത്ര അടങ്ങിയ കല്പത്തിൽ ഗ്രഹം ഇത്രവട്ടം സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നു ഗ്രഹിക്കുകയേ നിവൃത്തിയുള്ളു. പിന്നീടു പറയുംപ്രകാരം നിരീക്ഷണംകൊണ്ടു സംവത്സരത്തേയും ശരിപ്പെടുത്താം. അപ്പോൾ അതനുസരിച്ചു ഭഗണങ്ങളേയും ശരിപ്പെടുത്തേണ്ടിവരും.

കാലത്തെ അളക്കുവാൻ ഏകാവലംബം നാക്ഷത്രദിനം മാത്രമാണ്. ഒരു നക്ഷത്രം ഉച്ചയായിക്കണ്ടിട്ട്, പിന്നേയും അതു ആ സ്ഥലത്തു ഉച്ചയാകുന്നതുവരെയുള്ള കാലം നാക്ഷത്രദിനം. അതു സൂര്യ്യോദയംതൊട്ടു സൂര്യ്യോദയംവരെ കണക്കാക്കിവരുന്ന ഭൂദിനത്തെക്കാൾ അല്പം കുറവാകുന്നു. സംവത്സരത്തിൽ നാക്ഷത്രദിനം ഭൂദിനത്തെക്കാൾ കൃത്യം ഒന്നു ഏറിയിരിക്കും. നാക്ഷത്രദിനത്തിൽ ലഘുവായ മാററങ്ങൾ വന്നാൽ, അതറിവാൻ നമുക്കു ഒരു മാർഗ്ഗവുമില്ല. നാക്ഷത്രദിനത്തെ പ്രമാണമാക്കി മററു കാലങ്ങളെ അളക്കുകയെ നിവൃത്തിയുള്ളു. സംവത്സരത്തെ ശരിപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ഒരു സംവത്സരത്തിന്നു ഇത്ര നാക്ഷത്രദിനം, അഥവാ ഇത്ര ഭൂദിനം എന്നു നിശ്ചയിക്കേണ്ടിവരും.

പരീക്ഷണമാർഗ്ഗങ്ങളിൽ ഏററവും പ്രാചീനമായതു ആര്യ്യഭടാചാര്യ്യൻ ഗോളപാദം അവസാനത്തിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ക്ഷിതിരവിയോഗാൽ ദിനകൃൽ
രവീന്ദുയോഗാൽ പ്രസാധിതാശ്ചേന്ദുഃ
ശശിതാരാഗ്രഹയോഗാൽ
തഥൈവ താരാഗ്രഹാഃ സർവ്വേ.

എന്നാണ് അതു*. സൂര്യൻ ക്ഷിതിജത്തിൽ നേർകിഴക്കുദിക്കുന്ന ദിവസംതൊട്ട് ഉത്തരായണോത്തരാർദ്ധവും ദക്ഷിണായനവും കഴിഞ്ഞുവരുന്ന ഉത്തരായണപൂർവ്വാർദ്ധത്തിന്റെ അവസാനം പിന്നേയും നേർകിഴക്കുദിക്കുന്നതുവരെയുള്ള കാലം സൂക്ഷ്മമായിക്കണ്ടറിഞ്ഞാൽ സംവത്സരദൈർഘ്യവും സൂര്യ്യന്റെ മദ്ധ്യമഗതിയും കണക്കാക്കാം. എന്നാൽ ഒരു ദിവസവും ഉദിക്കുന്ന സമയത്തു തന്നെ സൂര്യ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലസ്ഥനാകണമെന്നില്ല. അതിനാൽ നേർകിഴക്കുദിക്കയുമില്ല. അങ്ങിനെ വരുമ്പോൾ സൂര്യ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലത്തിലാകുന്ന സമയത്തിന്റെ മുമ്പും പിമ്പുമുള്ള ഉദയങ്ങളുടെ അമയത്തു പൂർവ്വസ്വസ്തികത്തിൽനിന്നു തെക്കോട്ടും വടക്കോട്ടും 'അഗ്ര' എന്നു പറയുന്ന ക്ഷിതിജത്തിലുള്ള നീക്കറിഞ്ഞു് സൂര്യ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽ വരുന്ന സമയം ത്രൈരാശികംകൊണ്ടു അറികയും വേണം. സൂര്യ്യൻ ഉത്തരായണത്തിൽ ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽ വരുന്ന സമയംതൊട്ടു പിന്നേയും ഉത്തരായണത്തിൽ വരുവാനുള്ള കാലമാകുന്നു ഇപ്രകാരം കാണുന്നത്. ഈ കാലത്തിന്നു ആർത്തവത്സരം അഥവാ സായനവത്സരം എന്നു പറയുന്നു. ചക്രലിപ്തകളെ ഈ വത്സരത്തിലെ ദിനസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഗതി അയനഗതിയോടു ചേർന്ന രവിമദ്ധ്യമഗതിയായിരിക്കയും ചെയ്യും.

---

* ഇതിന്റെ വിവരണം പുസ്തകത്തിന്റെ അവസാനമുള്ള ഭാഗങ്ങൾ വായിച്ചതിന്റെശേഷം വായിച്ചാൽ മതി.

നാം ഉപയോഗിച്ചുവരുന്ന വത്സരം സൂൎയ്യൻ ഒരു നക്ഷത്രംതൊട്ടു സഞ്ചരിച്ച് പിന്നേയും ആ നക്ഷത്രത്തിൽ എത്തുവാനുള്ള കാലമാകുന്നു. അതിന്നു നാം രവിവത്സരമെന്നു പറയുന്നു. രവിവത്സരദൈൎഘ്യവും രവിയുടെ ശുദ്ധമദ്ധ്യമഗതിയും നിശ്ചയിപ്പാൻ നക്ഷത്രങ്ങളുടെ അപേക്ഷയില്ലാതെ സാദ്ധ്യമല്ല. അതിന്നായി ഉത്തരായണമദ്ധ്യത്തിന്നടുത്തുമുമ്പുള്ള ദിവസം പുലരുന്നതിന്നുമുമ്പു ഒരിഷ്ടനക്ഷത്രം ഉച്ചയായസമയംതൊട്ടു സൂൎയ്യോദയംവരെയുള്ള സമയം ഘടികായന്ത്രങ്ങളെകൊണ്ടു കാണുക. ഈ കാലത്തിൽപെട്ട നാക്ഷത്രദിനാസുക്കൾ നക്ഷത്രം ഉച്ചയായ സമയത്തേയും, സൂൎയ്യോദയസമയത്തേയും കാലലഗ്നങ്ങളുടെ അന്തരമാകുന്നു. ഇതോടുകൂടി വൃത്തപാദകലകളായ 5400 കൂട്ടി, സൂൎയ്യനു ദക്ഷിണാപക്രമമാകയാൽ അപ്പഴത്തെ ചരപ്രാണങ്ങളെക്കളഞ്ഞാൽ സൂൎയ്യന്റെ ഉന്മണ്ഡലസ്പൎശസമയത്തുള്ള സൂൎയ്യനതപ്രാണങ്ങളും നക്ഷത്രനതപ്രാണങ്ങളും തമ്മിലുള്ള അന്തരമായിവരും. പിറേറന്നു് സൂൎയ്യന്റെ അപക്രമം ഉത്തരമായിരിക്കും. അന്നും അതേ നക്ഷത്രം ഉച്ചയായതുതൊട്ടു സൂൎയ്യോദയംവരെയുള്ള നാക്ഷത്രദിനാസുക്കൾ കണ്ടു് 5400 കൂട്ടി, ഉത്തരാപക്രമമാകയാൽ ചരപ്രാണങ്ങളും കൂട്ടിയാൽ അന്നത്തെ സൂൎയ്യന്റെ ഉന്മണ്ഡലസ്പൎശസമയത്തുള്ള സൂൎയ്യനതപ്രാണങ്ങളും നക്ഷത്രനതപ്രാണങ്ങളും തമ്മിലുള്ള അന്തരമായിവരും. ഈ അന്തരം തലേ ദിവസം കിട്ടിയ അന്തരത്തേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ നക്ഷത്രത്തിന്റെ നതപ്രാണങ്ങൾക്കു് മാററമില്ല, സൂൎയ്യന്റേതു പിറേറന്നേക്കു വൎദ്ധിച്ചിരിക്കയും ചെയ്യും. ഈ രണ്ടു അന്തരങ്ങളും തമ്മിലുള്ള ഭേദം സൂൎയ്യന്റെ നതപ്രാണങ്ങളിൽ ഒരു ദിവസംകൊണ്ടുവന്ന ഭേദമാകുന്നു. ഇതു സുമാറു് 60ഓളമുണ്ടായിരിക്കും.

ഈ ഭേദത്തിൽ എത്ര സൂൎയ്യന്റെ ഘടികാമണ്ഡലസ്പൎശത്തിന്നു മുമ്പും, എത്ര പിമ്പും വന്നിട്ടുണ്ടെന്നു കാണണം. അതിന്നു മുമ്പും പിമ്പുമുള്ള ദക്ഷിണോത്തരാഗ്രകൾ സൂക്ഷ്മമായി അളന്നു് ഇപ്പോൾ കണ്ട നതപ്രാണഭേദത്തെ അവയെകൊണ്ടു വെവ്വേറെ ഗുണിച്ചു അവയുടെ യോഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതി. ആദ്യം കിട്ടിയ രവിനക്ഷത്രനതപ്രാണാന്തരത്തോടു മുമ്പു വന്ന ഭേദം കൂട്ടുകയോ, അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടാമതു കിട്ടിയ രവിനക്ഷത്രപ്രാണാന്തരത്തിൽനിന്നു പിമ്പുവന്ന ഭേദം കളകയോ ചെയ്താൽ, ഇഷ്ടനക്ഷത്രത്തിൽനിന്നു പൂൎവ്വവിഷുവത്ത് (സൂൎയ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലത്തെ സ്പൎശിക്കുന്ന സ്ഥാനം)വരെയുള്ള അകലംകിട്ടും.

ഇതിന്നുശേഷം ഒരു കൊല്ലത്തോളം ദിവസംതോറും നക്ഷത്രം ഉച്ചയായതുതൊട്ടു സൂൎയ്യോദയംവരെയുള്ള നാക്ഷത്രാസുക്കളെ ഘടികാരംകൊണ്ടറിഞ്ഞ് സൂൎയ്യന്റെ ഉന്മണ്ഡലസ്പൎശസമയത്തു നക്ഷത്രരവിനതപ്രാണാന്തര

ത്തെ കണ്ടു്, അതിൽനിന്നു നക്ഷത്രംതൊട്ടു പൂർവ്വവിഷുവത്തുവരെയുള്ള അകലം കളയണം. ശേഷിക്കുന്നതു സൂര്യ്യന്റെ നതപ്രാണങ്ങൾ, എന്നുവെച്ചാൽ പൂർവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു ഘടികാമണ്ഡലമാർഗ്ഗമായി സൂര്യ്യനുനേരെ വരുന്നതുവരെയുള്ള അകലം. ഇങ്ങിനെ നിരീക്ഷണം ചെയ്തുകൊണ്ടിരിക്കുമ്പോൾ, സൂര്യ്യാസ്തമനത്തിന്നുമുമ്പുതന്നെ ഇഷ്ടനക്ഷത്രം ഉച്ചയായിക്കഴികയാൽ, അതു കാണുവാൻ സാധിക്കാതെ വരും. അതിന്നു കാലെക്കൂട്ടി ഇഷ്ടനക്ഷത്രത്തിന്റെ കിഴക്കുഭാഗത്തുള്ള മറെറാരു നക്ഷത്രം ഉച്ചയാകുവാൻ ഇഷ്ടനക്ഷത്രം ഉച്ചയായി എത്ര കഴിഞ്ഞിട്ടാണെന്നു നോക്കിവെച്ചു്, ആ നക്ഷത്രം ഉച്ചയാവുന്നതു തൊട്ടു സൂര്യ്യോദയംവരെയുള്ള സമയം ഘടികാരംകൊണ്ടു കണ്ടു് അന്തരാള സമയത്തെ അതോടുകൂടി കൂട്ടിയാൽ മതി. ഇങ്ങിനെ ഒരു കൊല്ലത്തിൽ മൂന്നുനാലു് പ്രാവശ്യമെങ്കിലും നക്ഷത്രങ്ങളെ മാറേറണ്ടിവരും. കൊല്ലം അവസാനിക്കാറാകുമ്പോൾ ഇഷ്ടനക്ഷത്രംതന്നെ നിരീക്ഷണത്തിന്നു സൌകര്യ്യമായിവരും. അപ്പോൾ അന്തരാസുക്കളായി 21600 കൂട്ടിയാൽ മതി. കൊല്ലാവസാനം സംവത്സരാന്തം കൃത്യമായി കണക്കാക്കേണ്ടിവരും. അതിന്നായി വത്സരാന്ത്യത്തിന്റെ മുമ്പും പിമ്പുമുള്ള ഉന്മണ്ഡലസ്പർശകാലത്തെ രവിനതപ്രാണങ്ങളെക്കാണണം. മുമ്പുള്ളതു 21600ൽ ചുരുങ്ങിയിരിക്കും. പിമ്പുള്ളതു ഏറിയിരിക്കും. ത്രൈരാശികംകൊണ്ടു കൃത്യം 21600 വരാൻ എത്ര സമയം വേണമെന്നു കണക്കാക്കിയാൽ മതി. ഒരു കൊല്ലത്തിന്നിടയിൽ പൂർവ്വവിഷുവത്തുതന്നെ അല്പം നീങ്ങിയിരിക്കും. അതു ഇവിടെ ആലോചിക്കയും വേണ്ട.

ഇങ്ങിനെ രവിവത്സരത്തിന്നുള്ള ദിവസങ്ങൾ അറിഞ്ഞുകഴിഞ്ഞാൽ, അതിനെക്കൊണ്ടു ചക്രകലകളായ 21600നെ ഹരിച്ചാൽ രവിമദ്ധ്യമഗതി കൃത്യമായി കിട്ടും. ഓരോ ദിവസവും നിരീക്ഷണത്തിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന അഗ്രയുടെ ഭുജജ്യാവിനെ സ്വദേശലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അപ്പഴത്തെ സൂര്യ്യാപക്രമജ്യാവും, സ്വദേശാക്ഷജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അപ്പഴത്തെ ചരജ്യാവും കിട്ടും. ഇവയെ ചാപിച്ചാൽ തല്ക്കാലാപക്രമവും ചരവും ഉണ്ടാകുന്നു. അയനാന്ത്യങ്ങളിൽ വരുന്ന അപക്രമം, പരമാപക്രമമായിരിക്കും. നതചാപത്തിന്റേയും തൽകാലാപക്രമത്തിന്റേയും കോടിജ്യാവുകൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ രവിസായനസ്ഫുടത്തിന്റെ കോടിജ്യാവുമുണ്ടാകും. ഇങ്ങിനെ ദിവസേന സൂര്യ്യന്റെ ഉന്മണ്ഡലസ്പർശസമയത്തെ സായനസ്ഫുടവും അപക്രമവും കാണാം. സായനസ്ഫുടങ്ങളിൽനിന്നു രവിയുടെ ദിവസംതോറുമുള്ള സ്പഷ്ടഭുക്തികൾ കാണുമ്പോൾ കൊല്ലത്തിൽ ഒരു ദിവസം ഭുക്തി ഏററവും ചെറുതെന്നു കാണും. അന്നു സൂര്യ്യൻ നില്ക്കുന്ന സ്ഥാനം സൂര്യ്യന്റെ

മന്ദോച്ചമാകുന്നു. ഇരുപാട്ടമുള്ള സ്പഷ്ടഭുക്തികളെ പരിശോധിച്ച് സ്ഥാനം കൃത്യമായിത്തന്നെ നിൎണ്ണയിക്കാം. മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു 3 രാശി അകലെ സ്പഷ്ടസൂര്യനും മദ്ധ്യമസൂര്യനും തമ്മിലുള്ള അന്തരം ഏററവും അധികമായിരിക്കും. ഇതു പരമമന്ദഫലം. ഇതുതന്നെ മന്ദവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധം. ഇങ്ങിനെ ക്ഷിതിജരവിയോഗനിരീക്ഷണംവഴി രവിസ്ഫുടഗണിതത്തിന്നുള്ള സകല സാധനങ്ങളും സിദ്ധിക്കുന്നു.

അമാവാസ്യാന്ത്യത്തിന്റെ അടുത്തു മുമ്പും പിമ്പും സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാരെ നിരീക്ഷണംചെയ്തു അമാവാസ്യാന്തം ഏതാണ്ട് സൂക്ഷ്മമായിത്തന്നെ വരുത്താം. ഇങ്ങിനെ കുറെകാലം അടുത്തു ചെയ്തുകൊണ്ടിരുന്നാൽ, രാശിചക്രത്തിൽ പല സ്ഥാനത്തും വരുന്ന ചന്ദ്രസ്ഫുടങ്ങളും അവയുടെ കാലങ്ങളും അറിയാം. സൂൎയ്യസ്ഫുടംതന്നെയാണല്ലൊ അമാവാസ്യാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രസ്ഫുടം. ഈ സ്ഫുടങ്ങളെ പരിശോധിച്ചു ചന്ദ്രന്റെ സ്ഫുടമദ്ധ്യമഗതികളും മന്ദോച്ചവും കാണാം. കുറെകാലം വിട്ട് പിന്നേയും പരീക്ഷണങ്ങൾ നടത്തിയാൽ മന്ദോച്ചത്തിന്നു ഗതിയുള്ളതായിക്കാണും. അതു നിൎണ്ണയിക്കയും ചെയ്യാം. ചന്ദ്രന്റെ മദ്ധ്യാഹ്നഛായയിൽനിന്നു വിക്ഷേപവും പാതസ്ഥാനങ്ങളും അറിയാം. ഇടവിട്ടുള്ള പരീക്ഷണങ്ങളെകൊണ്ടു പാതന്റെ വിഗതിയും അറിയാം. ഇങ്ങിനെ രവീന്ദുയോഗനിരീക്ഷണംകൊണ്ടു ചന്ദ്രഗണിതത്തിന്നുള്ള സാധനങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുന്നു.

ഈവിധം അമാവാസ്യാന്ത്യത്തിലെ ചന്ദ്രനെ നിരീക്ഷണം ചെയ്തു ഗണിതം രൂപവൽക്കരിച്ചതിന്റെ ഫലമായിട്ടാകുന്നു പഴയഗണിതത്തിൽ തിഥിസംസ്കാരം കാണാതിരിക്കുന്നതും അമാവാസ്യാന്ത്യത്തിൽ വരുന്ന ച്യുതിസംസ്കാരം മന്ദസംസ്കാരത്തോടു കലൎന്നുപോകുന്നതും എന്നു വിചാരിപ്പാൻ ന്യായമുണ്ട്. മന്ദസംസ്കാരത്തിൽപെടാത്തതും ഗ്രഹണസമയത്തു നല്ലപോലെ പ്രത്യക്ഷപ്പെടുന്നതും ആയ ചില സംസ്കാരങ്ങളെ പാൎവ്വണസംസ്കാരമെന്ന പേരിൽ ഗ്രഹണഗണിതത്തിൽ ചേൎത്തുവരികയും ചെയ്യുന്നു. ഇതുകൊണ്ടെല്ലാം പൎവ്വാന്തങ്ങളിൽ മാത്രമേ ചന്ദ്രൻ ഏതാണ്ട് ശുദ്ധമാകയുള്ളു എന്നു ഇപ്പോൾ അറിയുന്ന സംഗതിയാണ്. ചന്ദ്രനും നക്ഷത്രങ്ങളും തമ്മിലുള്ള യോഗവും നിരീക്ഷണം ചെയ്യുവാൻ തുടങ്ങിയതിന്റെ ഫലമായിട്ടാണ് ഛായാഗണിതത്തിൽ ദ്വിതീയ സ്ഫുടസംസ്കാരവും ചേൎത്തത്. ഇന്നത്തെ യന്ത്രങ്ങളെകൊണ്ടുള്ള സൂക്ഷ്മതരമായ നിരീക്ഷണംകൊണ്ടും ഗുരുത്വാകൎഷണഗണിതംകൊണ്ടും മാത്രമാണ് ചന്ദ്രഗണിതം ഒരുവിധം സൂക്ഷ്മമാക്കുവാൻ സാധിച്ചിട്ടുള്ളതെന്നു ജ്യോതിഷികൾ നല്ലവണ്ണം അറിയുന്ന സംഗതിയത്രെ.

ചന്ദ്രസ്ഫുടവും വിക്ഷേപവും വരുത്തുവാൻ സാധിച്ചാൽ, ഗ്രഹങ്ങളെ ഖഗോളത്തിന്റെ പല ഭാഗങ്ങളിലുംവെച്ച് നിരീക്ഷണംചെയ്യാൻ

സൌകര്യമായി. ഇങ്ങിനെ ചന്ദ്രൻെറ സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു ഗ്രഹസ്ഫുടങ്ങളും മനസ്സിലാക്കി അവയുടെ മദ്ധ്യമഗതി മുതലായ സാധനങ്ങളും അറിഞ്ഞുവന്നു. ചില പ്രധാന നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഫുടവിക്ഷേപങ്ങൾ നിശ്ചയിച്ച അവയോടുള്ള യോഗം നോക്കി ഗ്രഹങ്ങളുടെ മദ്ധ്യമങ്ങളും മന്ദശീഘ്രസംസ്കാരങ്ങളും നിശ്ചയിക്കുവാൻ കുറെക്കൂടി സൌകര്യമുണ്ട്. അതും ആചാര്യന്മാർ ചെയ്തുകാണുന്നു. ഈ ആവശ്യത്തിന്നും കൂടിയാണ് എല്ലാ സിദ്ധാന്തഗ്രന്ഥങ്ങളിലും തന്ത്രഗ്രന്ഥങ്ങളിലും യോഗതാരങ്ങളുടെ സ്ഫുടവിക്ഷേപങ്ങൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. പൂർവ്വന്മാർ ഈവിധം നിരീക്ഷണങ്ങൾക്കു പുറമെ ഗോളം, നാഡീവലയം, യഷ്ടി, ശങ്കു, ചക്രം, ചാപം, തുര്യം, ഫലകം ഈ വക യന്ത്രങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച നിരീക്ഷണംചെയ്ത ഗണിതസാധനങ്ങളെ സൂക്ഷ്മതരമാക്കിക്കൊണ്ടിരുന്നു.

എല്ലാ പരീക്ഷണങ്ങളും ഗണിതത്തോടു കലൻനിരിക്കം. 2, 3, 4 ഈ ശ്ലോകങ്ങളിൽ ഭഗണങ്ങളെ സംസ്കരിപ്പാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുകൊണ്ടു നിരീക്ഷണത്തിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന സ്ഫുടങ്ങളിൽനിന്നു മദ്ധ്യമം വരുത്തി അതും തന്ത്രനീതമദ്ധ്യമവും തമ്മിലുള്ള അന്തരംകൊണ്ടു ക്രിയചെയ്യണമെന്നു സ്പഷ്ടമത്രെ.

നിരീക്ഷണംകൊണ്ടു ഗണിതസാധനങ്ങളെ വരുത്തുന്നഭാഗം ജ്യോതിഷത്തിൽ വളരെ വിസ്തൃതമായതും, വിഷമമേറിയതും ആകുന്നു. ഇവിടെ അല്പം ചിലതു സൂചിപ്പിച്ച എന്നേയുള്ളു. ഇതോടുകൂടി ബോംബേ അസ്ട്രലോജിക്കൽ റിസച്ച് ഇൻസ്റ്റിറ്റ്യൂട്ടിൻെറ ആഭിമുഖ്യത്തിൽ പ്രസിദ്ധംചെയ്തിട്ടുള്ള 'ഗ്രഹപരീക്ഷാക്രമം' എന്ന ചെറുപുസ്തകവുംകൂടി വായിച്ചാൽ, പൂർവ്വന്മാരുടെ നിരീക്ഷണസമ്പ്രദായം ഏറെക്കുറെ മനസ്സിലാക്കാം.

കല്പഭഗണങ്ങളെ കാണുവാൻ പറഞ്ഞതിൻെറശേഷം കല്പാദിധ്രുവം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

തൽപര്യയാഭിഹതകല്പഗതാബ്ദവൃന്ദാൽ
കല്പാക്പര്യയഹൃതം ഭഗണാദിമദ്ധ്യം
ത്യക്തവാ പരീക്ഷിതസമാന്തവിഹംഗമദ്ധ്യാ-
ച്ഛിഷ്ടം വദന്തി കില കല്പമുഖധ്രുവാഖ്യം. 5.

സാരം. ഇങ്ങിനെ സംസ്കരിച്ച പര്യയങ്ങളെ കല്പത്തിൽ കഴിഞ്ഞ അബ്ദഗണംകൊണ്ടു പെരുക്കി അതിനെ കല്പരവിഭഗണം (= കല്പാബ്ദം) കൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയ ഭഗണാദിമദ്ധ്യമത്തെ പരീക്ഷിതഗ്രഹവർഷാന്തമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞുള്ളശിഷ്ടം ഗ്രഹത്തിൻെറ കല്പാദിധ്രുവമെന്നു പറയപ്പെടുന്നു.

സംസ്കൃതപഞ്ചാംഗംകൊണ്ടു മദ്ധ്യമം വരുത്തിയതു പരീക്ഷിതഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തോളം വരുന്നില്ലെങ്കിൽ, കല്പാദിയിൽതന്നെ ഗ്രഹം അന്തരത്തോളം മേഷാദിയിൽനിന്നു മുമ്പോട്ടു നിന്നിരുന്നു എന്നു വരും. അതിനാൽ ഇതു കല്പാദിധനധ്രുവം. സംസ്കൃതപഞ്ചാംഗംകൊണ്ടു വരുത്തിയ മദ്ധ്യമം പരീക്ഷിതഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തേക്കാൾ അധികമെങ്കിൽ കല്പാദിയിൽ ഗ്രഹത്തിനു ഋണധ്രുവമെന്നു കരുതണം. അല്ലെങ്കിൽ ഇതിനെ 12 രാശിയിൽനിന്നു കുറച്ച ശിഷ്ടത്തെ ധനധ്രുവമായും കരുതാം. 'കില' എന്നതുകൊണ്ടു കല്പാദിധ്രുവം ശാസ്ത്രസമ്പ്രദായത്തിനു യോജിച്ചതല്ലെന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്നു. 8-ാം ശ്ലോകത്തിൽ അതു തുറന്നുപറകയും ചെയ്യുന്നു.

ഇനി കല്പാദിയിലെ സംക്രമണധ്രുവം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

കല്പോക്തഭദ്രിദിവസകല്പഗതാബ്ദഘാതാൽ
കല്പോക്തഭാനുഭഗണാഃ ഹൃതവാസരാദേഃ
സപ്താപ്തശിഷ്ടരഹിതേഷ്ടസമാന്തകാലഃ
കല്പാദിജോ ഭവതി സംക്രമണധ്രുവോയം. 6.

സാരം. കല്പത്തിൽ കഴിഞ്ഞ കൊല്ലങ്ങളെ കല്പഭദ്രിദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് കല്പരവിഭഗണം കൊണ്ട് ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ദിവസാദിഫലത്തെ 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ച ശിഷ്ടത്തെ ഇഷ്ടാബ്ദാന്തകാലത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം കല്പാദിസംക്രമണധ്രുവമാകുന്നു.

ആകെ കൽപത്തിൽ കഴിഞ്ഞ കൊല്ലങ്ങളെ കൽപഭദ്രിദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് കൽപരവിഭഗണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കൽപാദിയിൽനിന്നു അബ്ദാന്തം വരെയുള്ള ദിവസങ്ങളും നാഡികാദികളും കിട്ടും. ഇതിനെ 7കൊണ്ട് ഹരിച്ച് ശിഷ്ടത്തെ ഞായറാഴ്ച ഉദയംതൊട്ടെണ്ണിയാൽ തന്ത്രാനീതമേഷസംക്രമകാലം കിട്ടും. ഇതാണ് അബ്ദാന്തമായിരിക്കേണ്ടതു്. അബ്ദാന്തം എന്നതു സൂര്യൻ രാശിച്ചക്രത്തിൽ മേഷാദിയെന്നു പറയുന്ന സ്ഥാനത്തെത്തുമ്പോളായിരിക്കണം. അതിനാൽ ഇതുതന്നെ ഇഷ്ടസമാന്തകാലം. ഇതു പരീക്ഷണംകൊണ്ടു നിശ്ചയിക്കാം. ഇങ്ങിനെ നിശ്ചയിച്ച ഇഷ്ടാബ്ദാന്തകാലം തന്ത്രാനീതവഷാന്തം കഴിഞ്ഞിട്ടോ, അല്ലെങ്കിൽ അതിനു മുമ്പോ ആണെന്നു കണ്ടുവെന്നുവരാം. കഴിഞ്ഞാണ് വരുന്നതെങ്കിൽ പരീക്ഷിതവഷാന്തത്തിൽനിന്നു തന്ത്രനീതവഷാന്തകാലം കളഞ്ഞതു കൽപാദിധ്രുവമായിക്കരുതണം. മുമ്പാണെങ്കിൽ പരീക്ഷിതവഷാന്തത്തിൽ 7ദിവസം കൂടി കൂട്ടിയതിൽനിന്നു തന്ത്രനീതവഷാന്തകാലം കളഞ്ഞതു കൽപാദിധ്രുവം. എന്നുവെച്ചാൽ തന്ത്രംകൊണ്ടു കൽപഗതഭദ്രിദിനം വരുത്തി ഈ ധ്രുവവുംകൂടി കൂട്ടി 7 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ശിഷ്ടം നിരീക്ഷിതസംക്രമണധ്രുവംതന്നെ ആയി വരും. അപ്പോൾ കൽപാദി ഞായറാഴ്ച ഉദയത്തിനല്ലെന്നും വരുന്നു.

ഈ അബ്ദാന്തത്തിൽ തന്ത്രാനീതസൂര്യമദ്ധ്യമവും പരീക്ഷണംകൊണ്ടു കാണുന്ന സൂര്യമദ്ധ്യമവും ഒന്നായിരിക്കയില്ല. പരീക്ഷിതസൂര്യമദ്ധ്യമം അധികമാണെന്നു വിചാരിക്കുക. എന്നാൽ തന്ത്രാനീതമദ്ധ്യമത്തെ പരീക്ഷിതമദ്ധ്യമത്തോടു അടുത്തുവരുവാൻ കുറെക്കൂടി നീക്കണം. അതിന്നു കൽപഗതദിവസങ്ങൾ അധികമായിവരണം. അങ്ങിനെ വരുവാൻ കൽപാദിധ്രുവത്തിൽ സൂര്യമദ്ധ്യമം ഇത്ര നീങ്ങുവാനുള്ള സമയം കുറച്ചാൽ മതി. ഇതു കൽപാദിയെ ഇത്ര പിന്നോട്ടു നീക്കിയതിന്നു തുല്യമായി. ഇതിന്നനുസരിച്ച് കൽപാദിയിലേക്കു മുമ്പു വരുത്തിവെച്ചിട്ടുള്ള ധ്രുവങ്ങളേയും ചുരുക്കണം. പരീക്ഷിതസൂര്യമദ്ധ്യമം തന്ത്രാനീതത്തേക്കാൾ കുറവാണെങ്കിൽ കൽപാദിസംക്രമണധ്രുവവും ഗ്രഹധ്രുവങ്ങളും അധികമാക്കുകയും വേണം. നീക്കിയ കൽപാദിയിൽ സൂര്യൻ ഇഷ്ടമേഷാദിയിലെന്നു സങ്കൽപിക്കയും വേണം. ഇതിനുള്ള ക്രിയ പറയുന്നു.

തന്ത്രാനീതപരീക്ഷിതാരുണഭിദാ
ലിപ്താഃ പൃഥഗ് ഭ്രദിനൈഃ
കൽപോത്ഥൈർഗ്രഹപര്യയൈശ്ച ഗുണിതാഃ
കൽപാർക്കവർഷാഹൃതാഃ
പ്രാണാഃ സംക്രമണധ്രുവേഷു കലികാഃ
കൽപാദിഗേഷു ക്രമാൽ
സ്വർണ്ണം തത്ര പരീക്ഷിതേ ദിനകരേ
സ്വൽപേധികേ തേ സ്ഫുടാഃ . 7.

സാരം. തന്ത്രാനീതാദിത്യനും പരീക്ഷിതാദിത്യനും തമ്മിലുള്ള അന്തരത്തെ കലകളാക്കി വെവ്വേറെവെച്ച് ഒന്നിനെ കൽപഭൂദിനംകൊണ്ടും മറേറതിനെ കൽപഗ്രഹപര്യയംകൊണ്ടും ഗുണിച്ച് കൽപാർക്കഭഗണം (കൽപവത്സരം) കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയേടത്തോളം പ്രാണങ്ങളെ സംക്രമണധ്രുവത്തിലും അത്ര കലകളെ ഗ്രഹത്തിൻെറ കൽപാദിധ്രുവത്തിലും സംസ്കരിക്കുക. പരീക്ഷിതാർക്കൻ കുറവാണെങ്കിൽ ഇവയെ കൂട്ടുകയും അധികമെങ്കിൽ കുറക്കുകയും വേണ്ടു. എന്നാൽ കൽപാദിസംക്രമണധ്രുവവും ഗ്രഹധ്രുവങ്ങളും സ്ഫുടമാകും.

സംവത്സരാന്ത്യത്തിൽ ആദിത്യനെ പരീക്ഷിച്ചറിയേണമെങ്കിൽ മേഷാദിയുടെ സ്ഥാനം നിശ്ചയിച്ചിരിക്കണം. സംവത്സരം എന്നതു സൂര്യൻ മേഷാദിയിൽനിന്നു തുടങ്ങി രാശിച്ചക്രത്തിൽ സഞ്ചരിച്ച് പിന്നേയും മേഷാദിയിൽ എത്തുവാനുള്ള കാലമാകുന്നു. മേഷാദിയെപ്പററി പ്രബലമായ രണ്ടു പക്ഷങ്ങളും അവയിൽ ചില അഭിപ്രായഭേദങ്ങളെകൊണ്ടു പല ഉൾപ്പിരിവുകളും ഉണ്ട്. ഒരു പക്ഷപ്രകാരം മേഷാദി രേവതി നക്ഷത്രത്തിൻെറ

സ്ഥാനംതന്നെ. രേവതി അപക്രമവൃത്തത്തെതൊട്ടു നില്ക്കുന്ന ഒരു താരവുമാകുന്നു. കേരളീയർ രൈവതപക്ഷക്കാരാണെന്നു തോന്നുന്നു. കരണപദ്ധതി രൈവതപക്ഷത്തിലാണെന്നുള്ളതിന്നു സംശയവുമില്ല. രേവതിയുടെ മേഷാദിഭാഗം 'നിരാസ' (720) എന്നതിൻെറ പകുതിഭാഗങ്ങളാണെന്നു കരണപദ്ധതിയിൽ പറയുന്നു. സിദ്ധാന്തശിരോമണി ഗ്രന്ഥകർത്താവായ ഭാസ്കരാചാര്യരും രേവതിയുടെ മേഷാദിസ്ഫുടം 360° മെന്നുതന്നെ പറയുന്നു. സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിൽ രേവതിയെ മേഷാദിയുടെ അൽപം പിന്നിലായികൊട്ടത്തിരിക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തെ പക്ഷപ്രകാരം തുലാസംക്രമസമയത്തു സൂര്യൻ ചിത്രനക്ഷത്രത്തോടുകൂടി ഇരിക്കത്തവണ്ണം മേഷാദിയെ നിശ്ചയിക്കണം. സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിൽ ചിത്രയുടെ മേഷാദിഭാഗം 180° (6 രാശി) യായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. കരണപദ്ധതി ഇതു 185°മായിട്ടാണ് കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

ഈ പക്ഷങ്ങൾ രൂപം സ്വീകരിക്കുന്ന കാലത്തു അയനചലനം മുതലായവ അറിഞ്ഞിരുന്നുവെങ്കിലും, നക്ഷത്രങ്ങൾക്കുതന്നെയുള്ള അതിമന്ദമായ സഞ്ചാരം അറിഞ്ഞിരുന്നുവോ എന്നു സംശയമാണ്. ഇതുകൊണ്ടും മററും വൈദികകാലത്തു മഹർഷിമാർ നിശ്ചയിച്ച മേഷാദി ഏതായിരിക്കുമെന്നു വലിയ തർക്കത്തിലാകുന്നു. ആ വാദങ്ങളിലേക്കു ഇവിടെ പ്രവേശിക്കാതെ കരണപദ്ധതിയിലെ അഭിപ്രായപ്രകാരം സൂര്യൻ രേവതിയെ പ്രാപിക്കുമ്പോൾ ഒരു സംവത്സരം അവസാനിച്ച് പിന്നത്തെ സംവത്സരം തുടങ്ങുന്നുവെന്നു കരുതാം. ഭാരതത്തിലെ അധികം ജ്യൌതിഷികളും, കേതകരുടെ ജ്യോതിർഗ്ഗണിതവും, പുരുഷോത്തമൻ നമ്പൂതിരിയുടെ ഗണിതനിർണ്ണയവും ചൈത്രപക്ഷമാണ് സ്വീകരിക്കുന്നതെന്നും ദൃഗ്ഗണിതം ചൈത്രപക്ഷത്തോടു ചാഞ്ഞുനില്ക്കുന്നുവെന്നും പ്രസ്താവിക്കട്ടെ.

നക്ഷത്രങ്ങളേയും സൂര്യനേയും ഘടികാരാദിയന്ത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു നിരീക്ഷണംചെയ്തു രവിഗണിതപദ്ധതി സൂക്ഷ്മമാക്കിയതിൻെറ ശേഷം സൂര്യൻ രേവതിയിൽ എത്തുന്ന സമയവും, സൂര്യൻെറ അപ്പഴത്തെ മദ്ധ്യമവും നിശ്ചയിക്കേണ്ടിവരും. തന്ത്രാനീതസമാന്തകാലത്തെ സൂര്യസ്ഫുടത്തിൽ നിന്നു മദ്ധ്യമവും നിശ്ചയിക്കേണ്ടിവരും. തന്ത്രപ്രകാരം ഇഷ്ടസമാന്തകാലത്തെ മദ്ധ്യമം വരുത്തുകയും വേണം. ഇവ രണ്ടുംതമ്മിൽ ഭേദമുണ്ടെങ്കിൽ ആ ഭേദമുണ്ടാകുവാനുള്ള കാലവും, ആ കാലത്തിന്നുള്ളിൽ ഗ്രഹമദ്ധ്യമങ്ങൾക്കു വരുന്ന മാററവും കാണണം.

$$\text{കാലം} = \frac{\text{അന്തരാളകലകൾ}}{21600} \times \frac{\text{കൽപഭൂദിനം}}{\text{കൽപാക്വർഷം}}.\ \text{ദിവസങ്ങൾ}$$

$$= \frac{\text{അന്തരാളകലകൾ} \times \text{കൽപഭൂദിനം}}{\text{കൽപാക്വർഷം}}.\ \text{പ്രാണങ്ങൾ}$$

$$\text{ഗ്രഹമദ്ധ്യമഗതി} = \frac{\text{അന്തരാളകലകാം}}{21600} \times \frac{\text{കല്പഭൂദിനം}}{\text{കല്പാക്വ്വഷം}} \times \frac{\text{ഗ്രഹഭഗണം}}{\text{കല്പഭൂദിനം}} \text{. ഭഗണം}$$

$$= \frac{\text{അന്തരാളകലകാം} \times \text{ഗ്രഹഭഗണം}}{\text{കല്പാക്വ്വഷം}} \text{. കലകാം}$$

ഇങ്ങിനെ കിട്ടിയ പ്രാണങ്ങളെ കല്പാദിസംക്രമണധ്രുവത്തിലും കലകളെ കല്പാദിഗ്രഹധ്രുവങ്ങളിലും ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ കുറക്കുകയോ കൂട്ടുകയോ വേണം.

ഇങ്ങിനെ വരുന്ന കല്പാദിധ്രുവങ്ങാം ശാസ്ത്രത്തിന്നു യോജിച്ചതല്ലെന്നു പറയുന്നു.

ഏവം തു ധ്രുവസദ്ഭാവഃ കല്പാദൌ നൈവ യുജ്യതേ
ഇതി തൽ പരിഹാരാൎത്ഥം സംസ്കാരാന്തരമിഷ്യതേ. 8.

സാരം: ഈവിധം കല്പാദിയിൽ ധ്രുവം ഉണ്ടായിരിക്കുന്നതു യോജിച്ചതല്ല. അതിന്നു പരിഹാരമായി വേറെ ഒരുവിധം സംസ്കാരം ഇച്ഛിക്കപ്പെടുന്നു.

കല്പാദിയിൽ എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളും മേഷാദിയിൽ നിന്നിരുന്നുവെന്നും കല്പം ഞായറാഴ്ച ലങ്കയിൽ സൂൎയ്യോദയത്തോടുകൂടി തുടങ്ങിയെന്നുമാണ് ഭാരതീയ വിശ്വാസം. സിദ്ധാന്തശിരോമണി മദ്ധ്യമാധികാരത്തിൽ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അഭിപ്രായംതന്നെയാണ് ഇവിടെ സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ളതു്.

"സൃഷ്ട്വാ ഭചക്രം കമലോത്ഭവേന
ഗ്രഹൈഃ സഹൈതദ് ഭഗണാദിസംസ്ഥൈഃ
ശശ്വദ് ഭ്രമേ വിശ്വസൃജാ നിയുക്തം
തദന്തതാരേ ച തഥാ ധ്രുവത്വേ." (13)

"തതോ പരാശാഭിമുഖം ഭചക്രേ
സഖേചരേ ശീഘ്രതരേ ഭ്രമത്യപി
തദല്പഗത്യേന്ദ്രദിശം നഭശ്ചരാ-
ശ്ചരന്തി നീചോച്ചതരാത്മവൎത്മസു." (14)

"ലങ്കാനഗര്യാമുദയാച്ച ഭാനോ-
സ്തസ്യൈവ വാരേ പ്രഥമം ബഭൂവ
മധോഃ സിതാദേൎദ്ദിനമാസവൎഷ
യുഗാദികാനാം യുഗവൽ പ്രവൃത്തിഃ." (15)

അനന്തരം ഗ്രഹമദ്ധ്യമഗണിതത്തിന്നു പിഴവു വരാതെ കല്പാദി ഗ്രഹധ്രുവങ്ങളെ ശൂന്യമാക്കുവാനുള്ള ഉപായത്തെപ്പറയുന്നു.

ഹൃത്വാ മിഥഃ കല്പഗതാബ്ദവൃന്ദം
കല്പോദിതം ഭാസ്കരപർയ്യയം ച
ലബ്ധൈഃ സമാനീതഹരേഷ്വഭീഷ്ട-
നാഹത്യ കല്പാദിഖഗധ്രുവാംശാൻ 9.

ഹൃത്വാ ഇലൈരാപ്തമഭീഷ്ടഹാര-
സ്യോർദ്ധ്വസ്ഥഹാരേണ നിഹത്യ ഹൃത്വാ
പൂർവ്വോദിതാഭീഷ്ടഹരേണ ശിഷ്ടം
ഹരൌജയുഗ്മത്വവശാദ് ധനർണ്ണം. 10.

കല്പോദിതേ സംസ്കൃതപർയ്യയൌഘേ
ഗ്രഹസ്യ കുർയ്യാൽ സ തദാ സ്ഫുടഃ സ്യാൽ
ഇഷ്ടാല്പഹാരോനയുതഃ സ ദൃഷ്ടഃ
ക്വചിദ് ഗ്രഹോ ദൃഷ്ടിസമോ യതഃ സ്യാൽ. 11.

താഭ്യാം ഹരാഭ്യാം തു തഥാ മൃദൂച്ചാൽ
പാതാച്ച നീതോ ഭഗണസ്തദീയഃ
ഹാരാദ്വിശോധ്യോയമൃണാത്മകശ്ചേൽ
പാതസ്യ സർവ്വം വിപരീതമേവ. 12.

സാരം. കല്പത്തിൽ കഴിഞ്ഞുപോയ കൊല്ലങ്ങളേയും കല്പത്തിനു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കൊല്ലങ്ങളേയും അന്യോന്യം ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന വല്ലീഫലങ്ങളിൽനിന്നു ഹാരകങ്ങളുണ്ടാക്കി അവയിൽ ഇഷ്ടമുള്ള ഹാരകംകൊണ്ടു ഗ്രഹത്തിന്റെ കല്പാദിധ്രുവാംശങ്ങളെ ഗുണിച്ച്, (9)

360കൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തെ അഭീഷ്ടഹാരകത്തിന്റെ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അഭീഷ്ടഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ശിഷ്ടം ഓജഹാരകത്തിനു ധനമായും യുഗ്മഹാരകത്തിനു ഋണമായും (10)

കല്പത്തിനു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന സംസ്കൃതഗ്രഹഭഗണത്തിൽ സംസ്കരിച്ചാൽ പർയ്യയം സ്ഫുടമാകും. എന്നാൽ ചിലപ്പോൾ പരീക്ഷിതഗ്രഹം മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു ഏറിയും കുറഞ്ഞും ഇരിക്കുന്നതനുസരിച്ച് ഇഷ്ടസംഖ്യയെ കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ഹാരകത്തോളം പർയ്യയൌഘത്തിൽ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ വേണം. (11)

ആ ഹാരകങ്ങളെക്കൊണ്ടുതന്നെ അപ്രകാരം മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നും പാതനിൽനിന്നും അവയുടെ ഭഗണങ്ങളെ വരുത്തുക. ഋണാത്മകമെങ്കിൽ ഹാരകത്തിൽനിന്നു കളയുക. പാതന്റെ സംസ്കാരത്തിൽ ക്രിയ വിപരീതമായി ചെയ്യണം. (12)

ഈ ക്രിയകൊണ്ടു ഒരു ഗ്രഹത്തിന്റെ പര്യയത്തിൽ 'യ' ഭഗണങ്ങൾ കൂട്ടേണ്ടതായി വരുമെന്നു വെക്കുക. ഗ്രഹത്തിന്നു ധനധ്രുവമെന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\text{ഭഗണം} \times \frac{\text{ഗതാബ്ദം}}{\text{കല്പാബ്ദം}} + \text{ധ്രുവം.} \qquad \text{ഇതിൽനിന്നും}$$

$$(\text{ഭഗണം} + \text{യ}) \times \frac{\text{ഗതാബ്ദം}}{\text{കല്പാബ്ദം}} \qquad \text{ഇതിൽനിന്നും}$$

പൂർണ്ണഭഗണങ്ങളിൽ ഭേദമുണ്ടായിരുന്നാലും ഒരേ ശിഷ്ടംതന്നെ വരണം. എന്നാൽ രണ്ടെടത്തും കൽപാബ്ദം ഹാരകമാകയാൽ ഒരേമദ്ധ്യമം തന്നെ ഗതാബ്ദാന്ത്യത്തിൽ വരും.

$$\therefore \text{യ} \times \frac{\text{ഗതാബ്ദം}}{\text{കല്പാബ്ദം}} - \frac{\text{ധ്രുവാംശം}}{360} = \text{പൂർണ്ണസംഖ്യ.}$$

ഗതാബ്ദത്തെ ഗുണകാരമായും കൽപാബ്ദത്തെ ഹാരകമായും വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഉപസംഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ലഘുഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ഭ എന്നും ക എന്നും പൂർണ്ണസംഖ്യയെ വ എന്നും വെക്കുക. ധ്രുവാംശത്തെ ക എന്ന ഭാജകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 360കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം ശ എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ ഗതാബ്ദം ÷ കൽപാബ്ദം = ഭ ÷ ക എന്നതിനാൽ,

$$\text{യ} \times \frac{\text{ഭ}}{\text{ക}} - \frac{\text{ശ}}{\text{ക}} = \text{വ}$$

എന്ന കുട്ടകം വരും. 'ക' കരണപദ്ധതി യുഗ്മഹാരകമെന്നുവെച്ചാൽ ക്ഷേപകം ഊനമായതിനാൽ ക്ഷേപത്തെ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഇഷ്ടഹാരകമായ ക കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോളുണ്ടാകുന്ന ഊനശിഷ്ടം യ എന്നതിന്റെ വിലയായിരിക്കും. 'ക' ഓജഹാരകമെങ്കിൽ അധികശിഷ്ടംതന്നെ യ എന്നതു്. ഇത്ര ഭഗണങ്ങൾ സംസ്കൃതഭഗണത്തിൽ കൂട്ടണം. ക എന്നതിനേയോ അതിന്റെ പെരുക്കങ്ങളേയോ സംസ്കൃതഭഗണത്തിൽ യഥായോഗ്യം കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്യാം. ഇങ്ങിനെ കൂട്ടുന്നതോ കുറക്കുന്നതോ, പരീക്ഷണംകൊണ്ടു നിശ്ചയിച്ച ഗ്രഹഗതി ഗ്രഹഭഗണത്തിൽനിന്നും അർക്കഭഗണത്തിൽനിന്നും കിട്ടത്തക്കവണ്ണമായിരിക്കണം.

ഇങ്ങിനെ ചെയ്യുന്നതുകൊണ്ടു വാസ്തവത്തിലുള്ള കൽപഭഗണംതന്നെ വരുമോ എന്നു ചോദിക്കാം. കൽപവും കൽപഭഗണങ്ങളും ഗണിതത്തിന്റെ ആവശ്യത്തിന്നു കൽപിതങ്ങൾ മാത്രമാണ്. വേണ്ടതു ഗണിതംകൊണ്ടുള്ള ഫലങ്ങൾ നിരീക്ഷണഫലങ്ങൾക്കു ഒത്തുവരികമാത്രമാണ്. ഇപ്രകാരം നിശ്ചയിക്കുന്ന കൽപഭഗണങ്ങൾ ഗതാബ്ദത്തെ ആശ്രയിച്ചുണ്ടാക്കിയ വല്ലിയിൽനിന്നു വരുത്തിയതിനാൽ, ഗതാബ്ദങ്ങൾക്കു വലിയ ഭേദം വരുമ്പോൾ

മദ്ധ്യമങ്ങൾക്കും ലഘുവായ ഭേദങ്ങൾ വരാം. അങ്ങിനെ വന്നുകാണുമ്പോൾ ഗണിതഫലവും നിരീക്ഷണഫലവും ഒക്കുന്ന വിധത്തിൽ ഗ്രഹഭഗണാദികളെ ഭേദപ്പെടുത്തേണ്ടതാകുന്നു.

എന്നാൽ പ്രായേണ ഗണിതപണ്ഡിതന്മാർ കൽപാദിസംകൽപങ്ങളെ ഉപേക്ഷിച്ച് കരണഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ കാണുന്നതുപോലെ അടുത്തു കഴിഞ്ഞ ഒരു കാലത്തിന്നു ഗ്രഹധ്രുവങ്ങളെ നിശ്ചയിക്കുന്നു. പാശ്ചാത്യർ 1900 ജനവരി 1-ാം തിയ്യതി ഗ്രീണിച്ച മദ്ധ്യാഹ്നത്തിന്നു നിശ്ചയിച്ച ധ്രുവങ്ങളെ കൊണ്ട ഗണിതം നിർവ്വഹിക്കുന്നു. സമസ്തകേരളജ്യോതിഷപരിഷത്തു 5000 കലിവർഷം തികഞ്ഞുവരുന്ന മേടം 1-ാം തിയ്യതി തിരുവനന്തപുരത്തുകൂടി പ്പോകുന്ന ധ്രുവകവൃത്തത്തിൽ ഉന്മണ്ഡലത്തിൽ മദ്ധ്യരവിയുടെ ഉദയത്തിന്നു ധ്രുവങ്ങളെ നിശ്ചയിക്കേണ്ടതാണെന്നു തീർച്ചയാക്കിയിരിക്കുന്നു. ഇതു 1900 ജനവരിമാസത്തിന്നു ഏതാണ്ട് 8 മാസംമുമ്പുള്ള ഒരു സമയവുമാണ്. ഇതാണ് വാസ്തവത്തിൽ പ്രായോഗികവും സൂക്ഷ്മതരവുമായ മാർഗ്ഗം.

കൽപാദിസങ്കൽപങ്ങൾ ഭൂമിയുടേയും സൂര്യാദിഗ്രഹങ്ങളുടേയും ഉത്ഭവകാലത്തെപ്പററിയുള്ള ചിന്തയിൽനിന്നുണ്ടായതായിരിക്കാം. കൽപത്തെ ബ്രഹ്മദിനമെന്നു പറയുന്നു. കൽപാദിയിൽ സൃഷ്ടിയെന്നും കൽപാന്തത്തിൽ ലയമെന്നുമാണ് വിശ്വാസം. ഈ ദിനം കഴിഞ്ഞാൽ കൽപത്തോളം പോന്ന കാലം ബ്രഹ്മാവിന്റെ രാത്രിയെന്നും വിശ്വാസമുണ്ട്. സൃഷ്ടിക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹമന്ദോച്ചപാതാദികൾ മേഷാദിയിൽ നിന്നിരിക്കണമെന്നു ആലോചിച്ച് ആ കാലം എന്നായിരിക്കുമെന്നു ജ്യോതിശ്ശാസ്ത്രം വഴിക്ക് കണക്കാക്കീട്ടുണ്ടായിരിക്കാം. പിന്നീട ശാസ്ത്രത്തിന്റെ സൌഷ്ഠവത്തിന്നും ഗൌരവത്തിന്നും കൽപത്തിന്നു പ്രഥമവും പ്രധാനവുമായ ഒരു സ്ഥാനം നല്കിപ്പോന്നു. ആര്യഭടൻ ഇതിന്നു പോകുന്നതു അനാവശ്യമെന്നു കണ്ടിട്ടും ഗണിതം അൽപമെന്നു ലഘൂകരിക്കണമെന്നു കരുതീട്ടുമായിരിക്കാം വർത്തമാന ചതുർയ്യുഗത്തെകൊണ്ട മാത്രം ഗണിതം സാധിച്ചതു്. ഇതു പോരെന്നു കരണപദ്ധതി ഗ്രന്ഥകർത്താവിന്നു അഭിപ്രായമുണ്ടെന്നു തോന്നുന്നു. അല്ലെങ്കിൽ ശകാബ്ദസംസ്കാരത്തോടും കല്യാദിധ്രുവത്തോടുംകൂടിത്തന്നെ ഈ ഭാഗം അവസാനിപ്പിക്കുകയോ, അഥവാ യുഗാദിയിൽ ധ്രുവം ശൂന്യമാകത്തക്കവിധത്തിൽ യുഗഭഗണങ്ങളെ നിശ്ചയിക്കുകയോ ചെയ്യാമായിരുന്നു. അതു പോരെന്നു വെച്ച് ഭാരതീയപൂർവ്വസമ്പ്രദായത്തോട് ആദരവോടുകൂടി കൽപഭഗണങ്ങളെ നിശ്ചയിക്കുവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളെ ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ പറഞ്ഞു.

മദ്ധ്യമഹാരകങ്ങൾതന്നെ ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദകേന്ദ്രഹാരകങ്ങൾ എന്നു 12-ാം ശ്ലോകത്തിൽ അഭിപ്രായപ്പെട്ടതുകൊണ്ട മന്ദോച്ചത്തിന്റെ സഞ്ചാരം ഗണ്യമായിക്കരുതീട്ടില്ല. ചന്ദ്രന്റേതൊഴികെ ബാക്കി ഗ്രഹങ്ങളുടെ

പാതഭഗണങ്ങളാവട്ടെ മന്ദോച്ചഭഗണങ്ങളാവട്ടെ ഒരിടത്തും പറഞ്ഞിട്ടില്ല. എങ്കിലും ഇവയുടെ സഞ്ചാരത്തെ നിഷേധിക്കുന്നില്ല എന്നുമാത്രമല്ല കല്പാദിയിൽ മന്ദോച്ചപാതന്മാർ മേഷാദിയിലായിരുന്നുവെന്നും അവയുടെ അതിമന്ദചാരംകൊണ്ടു ഇന്നുകാണുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിൽ എത്തിയെന്നും കല്പാന്തത്തിൽ മേഷാദിയിൽതന്നെ എത്തുമെന്നും ഉള്ള നിശ്ചയത്തിന്മേൽ എത്ര ഭഗണങ്ങളെ അവക്കു സങ്കല്പിച്ചാലാണ് കഴിഞ്ഞ രവിസംവത്സരങ്ങളെകൊണ്ടു ഇപ്പോൾ കാണുന്ന സ്ഥാനങ്ങളിൽ അവ എത്തിയിരിക്കുക എന്നു കാണ്മാൻ 12-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇതിന്നുള്ള ഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ ഗതാബ്ദംകൊണ്ടും കല്പാബ്ദംകൊണ്ടും ഉണ്ടാക്കിയവതന്നെ. ഒരു ഗ്രഹത്തിന്റെ മന്ദോച്ചത്തിന്നു കല്പത്തിൽ 'യ' ഭഗണങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നും ആ മന്ദോച്ചത്തിന്റെ ഇപ്പഴത്തെ മേഷാദിഭോഗാംശത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി 360കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ശ എന്നും സൂചിപ്പിച്ചാൽ,

$$\text{യ} \times \frac{\text{ഭ}}{\text{ക}} = \text{വ} + \frac{\text{ശ}}{\text{ക}}.\ \text{അഥവാ}$$

$$\text{യ} \times \frac{\text{ഭ}}{\text{ക}} - \frac{\text{ശ}}{\text{ക}} = \text{വ}$$

എന്ന കുട്ടകമുണ്ടാകുന്നു. ക ഓജഹാരകമെങ്കിൽ യ ധനമായി വരും. ക യുഗ്മഹാരകമെങ്കിൽ ഋണമായിവരും. അപ്പോൾ അതിനെ ക എന്ന ഹാരകത്തിൽനിന്നു കളയണം. പാതന്റെ ഗതി വിലോമമാകയാൽ ധനർണത്വം ഇതിന്നു വിപരീതമായി കല്പിച്ചാൽമതി. ബാക്കിയെല്ലാം ക്രിയ ഇതുപോലെതന്നെ. മന്ദോച്ചപാതന്മാരുടെ ഗതി നിരീക്ഷണംകൊണ്ടു നിശ്ചയിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ, ഹാരകത്തെയോ അതിന്റെ പെരുക്കങ്ങളെയോ ഇവിടെ കിട്ടിയ ഭഗണങ്ങളോടു ചേർക്കേണ്ടിവരാം.

ഇനി കല്പാദിയിൽ സംക്രമണധ്രുവത്തെ ശൂന്യമാക്കുവാനുള്ള ഉപായത്തെപ്പറയുന്നു.

കല്പഗതം വർഷഗണം സപ്താഹതകല്പഭാനുഭഗണമപി
ഹത്വാ പുനരന്യോന്യം തത്രാപ്തൈർഹാരകാഃ കാര്യാഃ. 13.
ഹാരേഷു തേഷ്വഭിമതേന പുനർവ്വിനിഘ്നാൽ
കല്പാദിസംക്രമദിനാൽ ഖലു സപ്തഭക്തം
ഇഷ്ടാദ്ധ്വഹാരഹതമിഷ്ടഹരേണ തഷ്ടം
പ്രാഗ്വച്ച കല്പകുദിനേ സ്വമൃണം പ്രകുര്യാൽ. 14.

സാരം. കല്പത്തിൽ കഴിഞ്ഞ ഭഗണങ്ങളെ ഗുണകാരമായും ഏഴുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച കല്പാബ്ദങ്ങളെ ഹാരകമായും അന്യോന്യം ഹരിച്ച വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഹാരകങ്ങളെ വരുത്തുക. (13)

ഹാരകങ്ങളിൽ ഇഷ്ടമുള്ള ഹാരകംകൊണ്ടു കല്പാദിധ്രുവമായ ദിനാദിയെ ഗുണിച്ച് ഏഴുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ഊർദ്ധ്വഹാരകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച്, ഇഷ്ടഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ശിഷ്ടത്തെ മുമ്പു പറഞ്ഞപ്രകാരം കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്യു. (14)

എത്ര ദിവസങ്ങൾ കല്പദിനത്തിൽ കൂട്ടിയാൽ കല്പാദിധ്രുവം കൂട്ടുന്നതിനു സമമാകും എന്നാകുന്നു ഇവിടെ അറിയേണ്ടതു്. കൂട്ടേണ്ടദിനം 'യ' എന്നു കരുതുക. എന്നാൽ,

$$\text{യ} \times \frac{\text{ഗതാബ്ദം}}{\text{കല്പാബ്ദം}} = 7\,\text{വ} + \text{ദിനാദിധ്രുവം}$$

$$\therefore \text{യ} \times \frac{\text{ഗതാബ്ദം}}{7 \times \text{കല്പാബ്ദം}} = \text{വ} + \frac{\text{ധ്രുവം}}{7}$$

ഗതാബ്ദം $\div$ (7 $\times$ കല്പാബ്ദം) എന്നതിൽനിന്നുണ്ടാക്കിയ ലഘുഹാര്യഹാരകങ്ങൾ ഭ എന്നും ക എന്നും ധ്രുവത്തെ ഹാരകംകൊണ്ടു പെരുക്കി 7കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം ദ എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ,

$$\text{യ} \times \frac{\text{ഭ}}{\text{ക}} - \frac{\text{ദ}}{\text{ക}} = \text{വ} \text{ എന്നു കുട്ടകം.}$$

ശേഷം ഭഗണസംസ്കാരത്തിൽ ചെയ്തതുപോലെ. കല്പഭൂദിനത്തിൽ ഇഷ്ടഹാരകത്തോളമോ അതിന്റെ പെരുക്കങ്ങളോളമോ ദിനങ്ങൾ കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്യുന്നതു നിരീക്ഷിതസൂര്യഗതിക്കും അതിനാൽ മററു ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഗതികൾക്കും ഭേദം വരാത്തവണ്ണമായിരിക്കണം.

ഇനി കല്പം, മന്വന്തരം മുതലായവയെപ്പറയുന്നു.

കൽപാദീനാം പ്രമാണം തു ബഹുധാ കൽപ്യതേ ബുധൈഃ
ഉപേയസ്യൈവ നിയമോ നോപായസ്യേതി യൽ തതഃ. 15.

കൽപേ യുഗാനി തു സഹസ്രമുശന്തി കേചിൽ
തത്രൈക സപ്തതി യുഗാനി പൃഥങ് മനൂനാം
ആദ്യന്തയോശ്ച വിവരേ ച തഥൈവ തേഷാം
സ്യുഃ സന്ധയോ യുഗദശാംശചതുഷ്കതുല്യാഃ 16.

മനവോഥ ചതുർദശൈവ കല്പേ
പൃഥുതുല്യാനി യുഗാനി ചൈവ തേഷാം
ത്രിയുഗാനി ഗതാനി സൃഷ്ടിതഃ പ്രാക്
പരതഃ സ്യുഃ പ്രളയാൽ തഥാഹരന്യേ. 17.

യുഗസ്യ ദശമോ ഭാഗോ ഭോഗപ്രിയഹതഃ ക്രമാൽ
കൃതാദീനാം പ്രമാണം സ്യാൽ പക്ഷയോരനയോസ്ത്വയോഃ 18.

കൽപ്പേസ്മിൻ സപ്തമസ്യാസ്യ വൈവസ്വതമനോർയുഗേ
അഷ്ടാവിംശേ കലിഃ സർവ്വെവ്വത്തമാന ഇഹസ്മൃതഃ. 19.

സാരം. കൽപാദികളുടെ പ്രമാണം ബുധന്മാരാൽ പലവിധം സങ്കൽപിക്കപ്പെട്ടു. ഉപായംകൊണ്ടു സാധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾക്ക മാത്രമാകുന്നു നിയമം, ഉപായത്തിന്നു നിയമമില്ല എന്നതുതന്നെ ഇതിന്നു കാരണം. (15)

ചിലർ കൽപത്തിൽ 1000 ചതുർയുഗമെന്നു പറയുന്നു. അതിൽ ഓരോന്നിലും 71 ചതുർയുഗങ്ങൾ അടങ്ങിയ 14 മനുക്കൾ ഉണ്ട്. മനുക്കളുടെ ആദ്യവുമവസാനവുമായി ചതുർയുഗത്തിൻെറ പത്തിൽ നാല് ഭാഗത്തോളം പോന്ന 15 സന്ധികളും ഉണ്ട്. 14 മനുക്കളും 15 സന്ധികളുംകൂടി 1000 ചതുർയുഗം എന്നു സാരം. (16)

കൽപത്തിൽ 14 മനുക്കൾതന്നെ. ഓരോ മനുവിന്നു 71 ചതുർയുഗങ്ങളും തന്നെ. ബാക്കി 6 ചതുർയുഗങ്ങളിൽ 3 സൃഷ്ടിക്കുമുമ്പും 3 പ്രളയത്തിന്നു പിമ്പും ആകുന്നുവെന്നു വേറെ ചിലർ. (17)

യുഗത്തിൻെറ പത്തിലൊന്നിനെ 4, 3, 2, 1 (ഭാ, ഗ, പ്രി, യ) എന്ന സംഖ്യകളെക്കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ കൃത, ത്രേത, ദ്വാപര, കലി എന്നീ യുഗപാദങ്ങളുടെ പ്രമാണമാകുന്നു. രണ്ടു പക്ഷക്കാരും ഇതിൽ യോജിക്കുന്നു. (18)

വർത്തമാനകൽപത്തിൽ ഏഴാമത്തേവനായ വൈവസ്വതമനുവിൻെറ കാലത്തിൽ 28_ാമത്തെ ചതുർയുഗത്തിൽ കലി എന്ന യുഗപാദമാകുന്നു ഇതുഎന്നു എല്ലാവരും സമ്മതിക്കുന്നു.

ആര്യഭടമതപ്രകാരം യുഗപാദങ്ങൾ ഓരോന്നും ചതുർയുഗത്തിൻെറ നാലിലൊന്നും, കൽപത്തിൽ 14 മനുക്കളും, മനുക്കൾ ഓരോന്നിന്നു 72 ചതുർയുഗങ്ങൾപ്രകാരം 1008 ചതുർയുങ്ങളും ആകുന്നു എന്നു ഇതിലെ ഒന്നാം അദ്ധ്യായം 6ഉം 7ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ വ്യക്തമാക്കിട്ടുണ്ട്.

കാഹോമനവോഢ (= 14) മനുയുഗശ്ഖ (= 72)
ഗതാസ്തേ ച (= 6) മനുയുഗഛ്നാ (= 27) ച.
കൽപാദേർയുഗപാദാഗ (= 3) ച
ഗുരുദിവസാച്ച ഭാരതാൽ പൂർവ്വം.

ആര്യഭടീയം. ഗീതികാപാദം. 3.

സൂര്യസിദ്ധാന്തമതം താഴെ പറയുന്നു.

യുഗസ്യ ദശമോ ഭാഗശ്ചതുസ്ത്രിദ്വ്യേകസംഗുണഃ
ക്രമാൽ കൃതയുഗാദീനാം ഷഷ്ഠാംശഃ സന്ധ്യയോസ്സ്വകഃ 1_17
യുഗാനാം സപ്തതിഃ സൈകാ മന്വന്തരമിഹോച്യതെ
കൃതാബ്ദസംഖ്യാ തസ്യാന്തേ സന്ധിഃ പ്രോക്തോ ജലപ്ലവഃ 1–18

സസന്ധയസ്തേ മനവഃ കൽപേ ജ്ഞേയാശ്ചതുർദ്ദശ
കൃതപ്രമാണഃ കൽപാദൌ സന്ധി പഞ്ചദശഃ സ്മൃതഃ 1_19

ഇത്ഥം യുഗസഹസ്രേണ ഭൂതസംഹാരകാരകഃ
കൽപോ ബ്രാഹ്മമഹഃ പ്രോക്തം ശർവ്വരീ തസ്യ താവതീ. 1_20

സിദ്ധാന്തശിരോമണിയും കൽപത്തെപ്പററി ഇതേവിധം തന്നെ പറയുന്നു.

''ഉപേയസ്യൈവ നിയമോ നോപായസ്യ'' എന്നു ഈ സന്ദർഭത്തിൽ പറഞ്ഞ ഗണിതാഗ്രേസരനും ബ്രാഹ്മണോത്തമനുമായ ഗ്രന്ഥകർത്താവിൻെറ സൂക്ഷ്മചിന്തയെ ബഹുമാനിക്കാതെ നിവൃത്തിയില്ല. കൽപത്തിന്നും ചതുർയുഗത്തിന്നുതന്നേയും ഗണിതോപായമെന്ന നിലയിലെ യാഥാർത്ഥ്യവും സ്ഥാനവുമുള്ളു.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി അഞ്ചാം അദ്ധ്യായത്തിൻെറ
യുക്തിപ്രകാശികാവ്യാഖ്യാനം.

—o: 0 :o—

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

ഷഷ്ഠാദ്ധ്യായം പ്രവേശിക

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാനും ജ്യാവുകൾ ഗണിപ്പാനും ഉള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളെപ്പറയുന്നു. ഇവയുടെ യുക്തി മനസ്സിലാവണമെങ്കിൽ ആദ്യത്തെ പ്രവേശികയിൽ പറഞ്ഞ സമകോണത്രികോണഭുജകോടികർണ്ണബന്ധം, സദൃശത്രികോണഭുജാനുപാതത്വം ഇവക്കുപുറമെ ശ്രേഢീസംകലിതവും അറിഞ്ഞിരിക്കണം. അതത്രെ ഇതിൽ പ്രതിപാദിക്കുന്നത്.

ഒന്നുതൊട്ടു ഒരിഷ്ടസംഖ്യവരെയുള്ള എല്ലാ സംഖ്യകളേയും ഒന്നിച്ചു കൂട്ടിയതിന്നു ആ ഇഷ്ടസംഖ്യവരെയുള്ള 'ആദ്യസംകലിതം' എന്നു പറയുന്നു. ഇഷ്ടസംഖ്യയെ 'ന' എന്ന ചിഹ്നംകൊണ്ടും അതുവരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ സംകലനഫലത്തെ സം (ന) എന്നതുകൊണ്ടും സൂചിപ്പിക്കുന്നതു സൌകര്യമായിരിക്കും. 1തൊട്ടു ന വരെയുള്ള സംഖ്യകളെ ഒന്നിച്ചു പെരുക്കിയതിന്നു ന വരെയുള്ള ഏകാദ്യേകോത്തരഘാതമെന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ $\underline{|\text{ന}}$ എന്നോ ന! എന്നോ ഉള്ള ചിഹ്നംകൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചുവരുന്നു.

<u>ആദ്യസംകലിതം.</u> ഇവിടെ പറഞ്ഞതിൽനിന്നു

$$\text{സം}(\text{ന}) = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + (\text{ന}-1) + (\text{ന}+)$$

$$\text{സം}(\text{ന}) = \text{ന} + (\text{ന}-1) + (\text{ന}-2) + (\text{ന}-3) + \ldots 2 + 1$$

$$\therefore 2 \times \text{സം}(\text{ന}) = (\text{ന}+1) + (\text{ന}+1) + (\text{ന}+1) + (\text{ന}+1) + \ldots + (\text{ന}+1) + (\text{ന}+1)$$

വലത്തുഭാഗത്തു (ന+1) ഓളംപോന്ന ന പദങ്ങൾ ഉണ്ട്. അതിനാൽ അവയെല്ലാംകൂടി കൂട്ടിയാൽ ന (ന+1) എന്നുവരും. ഇതു സം (ന) എന്നതിന്റെ ഇരട്ടിയാകയാൽ,

$$\text{സം}(\text{ന}) = \tfrac{1}{2}\,\text{ന}.\,(\text{ന}+)$$

ഉം. 1തൊട്ടു 15വരെ സംഖ്യകൾ കൂട്ടിയാൽ $\frac{1}{2}.\ 15.\ 16 = 120.$

ദ്വിതീയ സംകലിതം. 1തൊട്ട ന വരെയുള്ള എല്ലാ സംകലിതങ്ങളുംകൂടി കൂട്ടിയതിന്നു ന വരെയുള്ള ദ്വിതീയസംകലനമെന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ സം $\{$സം (ന)$\}$ അഥവാ സം^{2} (ന) എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം. ഇങ്ങിനെ ന വരെയുള്ള എല്ലാ സംകലിതങ്ങളും ഒന്നിച്ചു കൂട്ടിയ തൃതീയസംകലനത്തെ സം$\{$സം^{2} (ന)$\}$ അഥവാ സം^{3} (ന) എന്നും സൂചിപ്പിക്കാം. ഇങ്ങിനെ ചതുൎത്ഥപഞ്ചമാദിസംകലിതങ്ങളേയും സൌകൎയ്യത്തിൽ എഴുതാം.

$$(\text{ന}+2)-(\text{ന}-1)=3$$

$$2\times\text{സം}(\text{ന})=\text{ന}(\text{ന}+1)=\text{ന}(\text{ന}+1)\frac{(\text{ന}+2)-(\text{ന}-1)}{3}$$

$$\therefore 3\times2\times\text{സം}(\text{ന})=\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)-(\text{ന}-1)(\text{ന})(\text{ന}+1).$$

ഇതു ന എന്നതിന്നു ഏതു സംഖ്യ വെച്ചാലും ശരിയായിരിക്കും. 1തൊട്ട ന വരെയുള്ള സംഖ്യകളെ വെച്ചാൽ, താഴെയുള്ള ഫലങ്ങൾ കിട്ടുന്നു.

$$3\times2\times\text{സം}(1)=1.2.3-0.1.2.$$
$$3\times2\times\text{സം}(2)=2.3.4-1.2.3.$$
$$3\times2\times\text{സം}(3)=3.4.5-2.3.4.$$

....

....

$$3\times2\times\text{സം}(\text{ന}-1)=(\text{ന}-1)(\text{ന})(\text{ന}+1)-(\text{ന}-2)(\text{ന}-1)\text{ന}.$$
$$3\times2\times\text{സം}(\text{ന})=\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)-(\text{ന}-1)(\text{ന})(\text{ന}+1)$$

ഇടത്തുഭാഗത്തുള്ളതെല്ലാം കൂട്ടിയാൽ ന വരെയുള്ള ദ്വിതീയസംകലനത്തിന്റെ 3×2 മടങ്ങ്, അഥവാ $3\times2\times$ സം^{2} (ന) എന്നതുണ്ടാവും. വലത്തുഭാഗത്തുള്ളവയെല്ലാം കൂട്ടിയാൽ ധനൎണ്ണങ്ങളായ ഒരേ സംഖ്യയുടെ അന്യോന്യനാശംകൊണ്ടു ന (ന$+1$) (ന$+2$) മാത്രം ശേഷിക്കും. അതിനാൽ

$$3\times2\times\text{സം}^2(\text{ന})=\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)$$

$$\therefore\text{സം}^2(\text{ന})=\frac{\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)}{1\times2\times3}=\frac{1}{\underline{|3}}.\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)$$

ഉം. 1 തൊട്ട 10 വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ ദ്വിതീയസംകലനം $=\frac{10\times11\times12}{1\times2\times3}=220.$ ഇതു ഒന്നു ഒത്തുനോക്കാം.

$$\text{ദ്വിതീയസംകലനം} = \frac{10\times 11}{2} + \frac{9\times 10}{2} + \frac{8\times 9}{2} + \dots + \frac{1\times 2}{2}$$
$$= 55+45+36+28+21+15+10+6+3+1$$
$$= \underline{\underline{220}}$$

<u>ഇനി തൃതീയസംകലിതം.</u>

$$\text{സം}^2(\text{ന}) = \frac{\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)}{1.\,2.\,3} = \frac{\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)\left\{(\text{ന}+3)-(\text{ന}-1)\right\}}{1.\,2.\,3.\,4.}$$

$$\therefore 1.\,2.\,3.\,4.\ \text{സം}^2(\text{ന}) = \text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3)-(\text{ന}-1)(\text{ന})(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)$$

ഇതിൽ ന എന്നതിന്നുപകരം ന -1, ന -2, ...3, 2, 1 എന്നീ സംഖ്യകാംവെച്ചെഴുതി മുമ്പത്തെപ്പോലെ ഇടത്തും വലത്തും കൂട്ടിയാൽ

$$1.\,2.\,3.\,4.\ \text{സം}\left\{\text{സം}^2(\text{ന})\right\} = \text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3)$$

എന്നുവരും. അതിനാൽ

$$\text{സം}^3(\text{ന}) = \frac{1}{\lfloor 4}\,\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3).$$

<u>ചതുൎത്ഥാദിസംകലിതങ്ങാം.</u> ഈവിധം മേൽക്കുമേൽ ചതുൎത്ഥാദിസംകലനങ്ങളേയും വരുത്താം.

$$\text{സം}^4(\text{ന}) = \frac{1}{\lfloor 5}\,\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3)(\text{ന}+4)$$

$$\text{സം}^5(\text{ന}) = \frac{1}{\lfloor 6}\,\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3)(\text{ന}+4)(\text{ന}+5)$$

ഇത്യാദിഫലങ്ങാം അനായാസേന സിദ്ധിക്കും.

ഒന്നുതൊട്ടു ന വരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ യോഗത്തിന്നു ന വരെയുള്ള ആദ്യസംകലിതമെന്നു പറഞ്ഞു. ഇതിനെത്തന്നെ ന വരെയുള്ള മൂലസംകലിതമെന്നും പറയുന്നു. ഇവയുടെ വൎഗ്ഗങ്ങളെ ഒന്നിച്ചു കൂട്ടിയതിന്നു വൎഗ്ഗസംകലിതമെന്നും, ഘനങ്ങളെ ഒന്നിച്ചു കൂട്ടിയതിന്നു ഘനസംകലിതമെന്നും, ഇങ്ങിനെ മേല്ക്കുമേൽ വൎഗ്ഗവൎഗ്ഗസംകലിതം, സമപഞ്ചഘാതസംകലിതം, സമഷഡ്ഘാതസംകലിതം എന്നു തുടങ്ങിയും പേർ പറയുന്നു. ഇവയെ ക്രമേണ സം (ന), സം (ന^2), സം (ന^3), സം (ന^4) മുതലായ ചിഹ്നങ്ങളെക്കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യാം. വൎഗ്ഗാദിസംകലിതങ്ങളെ ദ്വിതീയാദിസംകലിതങ്ങളിൽനിന്നു വരുത്താം.

$$സം^2(ന) = സം\left\{സം(ന)\right\} = സം\left\{\tfrac{1}{2}.ന(ന+1)\right\} = \frac{1}{\underline{|3}}ന(ന+1)(ന+2)$$

$$\therefore\ സം\left(\frac{ന^2+ന}{1.\ 2}\right) = \frac{1}{1.\ 2.\ 3}.ന(ന+1)(ന+2)$$

$$\begin{aligned}\therefore\ സം(ന^2) &= \tfrac{1}{3}ന(ന+1)(ന+2) - സം(ന)\\ &= \tfrac{1}{3}ന(ന+1)(ന+2) - \tfrac{1}{2}ന(ന+1)\\ &= \tfrac{1}{6}ന(ന+1)\left\{2(ന+2)-3\right\}\\ &= \underline{\tfrac{1}{6}ന(ന+1)(2ന+1)}\end{aligned}$$

ഇങ്ങിനെ വൎഗ്ഗസംകലിതം. ഈവിധത്തിൽ ഘനസംകലിതത്തേയും വരുത്താം.

$$സം^3(ന) = സം\left\{സം^2 ന\right\} = സം\left\{\frac{1}{\underline{|3}}ന(ന+1)(ന+2)\right\} = \frac{1}{\underline{|4}}ന(ന+1)(ന+2)(ന+3)$$

$$\therefore\ സം\left\{\frac{ന(ന+1)(ന+2)}{1.\ 2.\ 3}\right\} = \frac{1}{1.\ 2.\ 3.\ 4}ന(ന+1)(ന+2)(ന+3)$$

എന്നുവെച്ചാൽ,

$$സം(ന^3+3ന^2+2ന) = \tfrac{1}{4}ന(ന+1)(ന+2)(ന+3)$$

$$\begin{aligned}\therefore\ സം(ന^3) &= \tfrac{1}{4}ന(ന+1)(ന+2)(ന+3) - 3\,സം(ന^2) - 2സം(ന)\\ &= \tfrac{1}{4}ന(ന+1)(ന+2)(ന+3)\\ &\quad - \tfrac{3}{6}ന(ന+1)(2ന+1) - \tfrac{2}{2}ന(ന+1)\\ &= \frac{ന(ന+1)}{12}\left\{3(ന+2)(ന+3) - 6(2ന+1) - 12\right\}\\ &= \frac{ന(ന+1)}{12}(3ന^2+3ന)\\ &= \underline{\underline{\tfrac{1}{4}ന^2(ന+1)^2}} = \left(\frac{ന(ന+1)}{2}\right)^2\end{aligned}$$

ഇതിൽനിന്നു ഘനസംകലിതം മൂലസംകലിതത്തിൻെറ വർഗ്ഗമെന്നു വരുന്നു. ഇതുപോലെ വർഗ്ഗവർഗ്ഗസംകലിതാദികളേയും കാണാം. പക്ഷെ ഈ രൂപത്തിലല്ല അവയെകൊണ്ടു ഉപയോഗം. ക്ലുപ്തമായ അളവോടുകൂടിയ ഒരു രേഖയേയോ മററൊ അററമില്ലാത്തോളം തുല്യങ്ങളായ ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ആ ഖണ്ഡങ്ങളിൽ 1, 2, 3 മുതലായവയേയോ, അവയുടെ വർഗ്ഗങ്ങളേയോ, ഘനങ്ങളേയോ ഓരോ ഖണ്ഡംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങൾ ഒന്നായികൂട്ടിയതു കാണുവാനാകുന്നു ഈ സംകലിതങ്ങളെ പ്രായേണ ഉപയോഗിക്കുന്നതു്. ഉദാഹരണമായി ഒരു രേഖയുടെ മാനം മ എന്നു വെക്കുക. അതിനെ സമഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിച്ചു എന്നും വെക്കുക. ഏകാദി ഖണ്ഡയോഗങ്ങളെ ഓരോ ഖണ്ഡംകൊണ്ടും ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയാൽ ഒരു ക്ഷേത്രഫലമുളവാകും. ഇവിടെ ഏകാദിഖണ്ഡയോഗങ്ങൾ

$$\frac{\text{മ}}{\text{ന}}, \frac{2\text{മ}}{\text{ന}}, \frac{3\text{മ}}{\text{ന}}, \frac{4\text{മ}}{\text{ന}}, \ldots\ldots\ldots\ldots \frac{\text{ന മ}}{\text{ന}} \text{ എന്നവ.}$$

ഇവയെ ഓരോ ഖണ്ഡംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്നതു്.

$$\frac{\text{മ}}{\text{ന}}\left(\frac{\text{മ}}{\text{ന}} + \frac{2\text{മ}}{\text{ന}} + \frac{3\text{മ}}{\text{ന}} + \frac{4\text{മ}}{\text{ന}} + \ldots\ldots\ldots + \frac{\text{ന മ}}{\text{ന}}\right)$$

$$= \frac{\text{മ}^2}{\text{ന}^2} \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + (\text{ന}-1) + \text{ന})$$

$$= \frac{\text{മ}^2}{\text{ന}^2} \cdot \tfrac{1}{2}\,\text{ന}\,(\text{ന}+1) = \frac{\text{മ}^2}{2} \cdot \frac{\text{ന}^2 + \text{ന}}{\text{ന}^2} = \frac{\text{മ}^2}{2}\left(1 + \frac{1}{\text{ന}}\right)$$

ഈ ഫലത്തിൽ ന എന്നതു സാമാന്യം വലിയ ഒരു സംഖ്യയെങ്കിൽ $\frac{1}{\text{ന}}$ എന്നതു വളരെ ലഘുവായിരിക്കും. അതിനെ ത്യജിച്ചാലും ഫലത്തിൽ വലിയ മാററം വരികയില്ല. ന അപരിമിതമായ സംഖ്യയെങ്കിൽ $\frac{1}{\text{ന}}$ എന്നതു അണുപ്രായവും ത്യാജ്യവുംതന്നെ. അതിനാൽ ഫലത്തെ $\frac{\text{മ}^2}{2}$ എന്നുതന്നെ കരുതാം. ഇതിന്നു മൂലസംകലിതത്തെ $\frac{1}{2}$ ന (ന$+1$) എന്നതിന്നു പകരം $\frac{\text{ന}^2}{2}$ എന്നെടുത്താലും മതി. അതുകൊണ്ടു ഇങ്ങിനെയുള്ള ഘട്ടങ്ങളിൽ ന വരെയുള്ള മൂലസംകലിതത്തെ $\frac{1}{2}$ ന^2 എന്നുതന്നെ കരുതുന്നു. ഇനി ഖണ്ഡയോഗവർഗ്ഗങ്ങളെ ഖണ്ഡംകൊണ്ടു പെരുക്കി കൂട്ടിയാൽ ഫലം.

$$= \frac{\text{മ}}{\text{ന}}\left(\frac{\text{മ}^2}{\text{ന}^2} + \frac{2^2.\,\text{മ}^2}{\text{ന}^2} + \dots\dots + \frac{\text{ന}^2.\,\text{മ}^2}{\text{ന}^2}\right)$$

$$= \frac{\text{മ}^3}{\text{ന}^3}\left(1 + 2^2 + 3^2 + \dots\dots + \text{ന}^2\right)$$

$$= \frac{\text{മ}^3}{\text{ന}^3}\cdot\frac{1}{6}\,\text{ന}\,(\text{ന}+1)\,(2\text{ന}+1) = \frac{\text{മ}^3}{\text{ന}^3}\cdot\frac{1}{6}.\,(2\text{ന}^3 + 3\text{ന}^2 + \text{ന})$$

$$= \frac{\text{മ}^3}{3}\left(1 + \frac{1}{2\text{ന}} + \frac{1}{6\text{ന}^2}\right)$$

ഇവിടേയും ന അപരിമിതമെന്നുവെച്ചാൽ, $\frac{1}{2\text{ന}}$ എന്നതും $\frac{1}{6\text{ന}^2}$ എന്നതും ത്യാജ്യങ്ങളാകുന്നു. അതിനാൽ ഫലത്തെ $\frac{\text{മ}^3}{3}$ എന്നുതന്നെ കരുതാം. ഇതിന്നു ന എന്നതു അപരിമിതമെങ്കിൽ അതുവരെയുള്ള സംഖ്യകളുടെ വൎഗ്ഗസംകലിതം $\frac{\text{ന}^3}{3}$ എന്നു വെച്ചാൽ മതി.

ഇങ്ങിനെ വരുമ്പോൾ അപരിമിതമായ സംഖ്യവരെയുള്ള സംകലിതങ്ങളിൽ കാണുന്ന ഏററവും വലിയ ഘാതത്തെമാത്രം നിൎത്തി ബാക്കിയുള്ളവയെ ആദ്യംതന്നെ ഉപേക്ഷിക്കാമെന്നു വരുന്നു. അതിനാൽ ന ഒരു അപരിമിത സംഖ്യയെങ്കിൽ അതുവരെയുള്ള

മൂലസംകലിതം, സം (ന) $= \frac{\text{ന}^2}{2}$,

വൎഗ്ഗസംകലിതം, സം (ന²) $= \frac{\text{ന}^3}{3}$,

ഘനസംകലിതം, സം (ന³) $= \frac{\text{ന}^4}{4}$ എന്നും.

ദ്വിതീയസംകലിതം, സം²(ന) $= \frac{\text{ന}^3}{\underline{|3}}$,

തൃതീയസംകലിതം, സം³ (ന) $= \frac{\text{ന}^4}{\underline{|4}}$,

ചതുൎത്ഥസംകലിതം, സം⁴ (ന) $= \frac{\text{ന}^5}{\underline{|5}}$ എന്നും കരുതാം.

ഈ അൎത്ഥത്തിൽ വൎഗ്ഗവൎഗ്ഗസംകലിതത്തെ കാണാം,

ചതുൎത്ഥസംകലിതം $= \frac{1}{\underline{|5}}\,\text{ന}(\text{ന}+1)(\text{ന}+2)(\text{ന}+3)(\text{ന}+4)$

$$= \frac{\text{ന}^5}{\underline{|5}}$$

ചതുൎത്ഥസംകലിതം $= \text{സം}\left\{\text{സം}^3(\text{ന})\right\} = \text{സം}\left(\frac{\text{ന}^4}{\underline{|4}}\right)$

$$\therefore\ \text{സം}\left(\frac{\text{ന}^4}{\underline{|4}}\right) = \frac{\text{ന}^5}{\underline{|5}}$$

$$\therefore\ \text{സം}(\text{ന}^4) = \frac{\text{ന}^5}{5}.$$

ഇങ്ങിനെ സം(ന^5), സം(ന^6), സം(ന^7) മുതലായവ $\frac{\text{ന}^6}{6}, \frac{\text{ന}^7}{7}, \frac{\text{ന}^8}{8}$ മുതലായവക്ക് തുല്യമെന്നു കാണാം.

സംകലിതങ്ങളുടെ ഉപയോഗം കാണ്മാൻ ഒരു ഗോളത്തിൻെറ ഘനപരിമാണം കാണാം. അതിൻെറ വ്യാസാൎദ്ധം ര എന്നു വെക്കുക. ഒരു വ്യാസാൎദ്ധത്തെ ന കല്പിച്ച് അതിനെ ന തുല്യഖണ്ഡങ്ങളാക്കി വ്യാസാൎദ്ധമൂലത്തിൽ കൂടിയും ഖണ്ഡസന്ധികളിൽ കൂടിയും സമാന്തരതലങ്ങളെ സങ്കല്പിക്കുക. ഈ സമാന്തരതലങ്ങൾ ഗോളാൎദ്ധത്തെ വൃത്താകാരമായ അസംഖ്യം പലകകളാക്കും. ഓരോന്നിൻെറയും ഘനം $\frac{\text{ര}}{\text{ന}}$ എന്നുമായിരിക്കും. കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ദ ഖണ്ഡങ്ങൾ അകലെയുള്ള ഒരു പലകയുടെ വ്യാസാൎദ്ധം $\text{ര}\sqrt{\frac{\text{ന}^2-\text{ദ}^2}{\text{ന}^2}}$ ത്തിന്നു തുല്യം. അതിനാൽ ആ പലകയുടെ ഘനപരിമാണം $\frac{\text{ര}}{\text{ന}}.\ \text{വൃ}.\ \text{ര}^2.\ \frac{\text{ന}^2-\text{ദ}^2}{\text{ന}^2}$. ഇവിടെ വൃ എന്നതിന്നു വൃത്തപരിധിയെ വൃത്തവ്യാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയെന്നൎത്ഥം. വൃത്തങ്ങളുടെ ആകൃതിസാമ്യംകൊണ്ടു ഇതു എല്ലാ വൃത്തങ്ങൾക്കും ഒന്നുതന്നെ. $\text{വൃ}.\ \text{ര}^2.\ \frac{\text{ന}^2-\text{ദ}^2}{\text{ന}^2}$ എന്നതു പലകയുടെ ക്ഷേത്രഫലവും (ഇനിയത്തെ ഖണ്ഡിക നോക്കുക) $\frac{\text{ര}}{\text{ന}}$ എന്നതു അതിൻെറ ഘനവുമാകുന്നു. ദ എന്നതിന്നു 1, 2, 3 മുതലായ വിലകൾ കല്പിച്ചാൽ എല്ലാ പലകകളുടെയും ഘനപരിമാണങ്ങൾ കിട്ടും. എല്ലാം കൂടി കൂട്ടിയാൽ അൎദ്ധഗോളത്തിൻെറ ഘനപരിമാണമായി.

ന എന്നതു അപരിമിതമായ ഒരു സംഖ്യയെന്നുവെച്ചാൽ രണ്ടു പലകകൾ ചേരുന്നേടത്തു പുറം ഒരു വിടവുപോലും ഉണ്ടാകയില്ല. അതിനാൽ കൂട്ടിഉണ്ടാകുന്ന ഫലം അൎദ്ധഗോളത്തിന്റെ കൃത്യമായ ഘനപരിമാണമാകുന്നു. അതു്

$$= \text{വൃ}.\frac{\text{ര}^3}{\text{ന}^3}\left[(\text{ന}^2-1^2)+(\text{ന}^2-2^2)+(\text{ന}^2-3^2)+\dots+(\text{ന}^2-\text{ന}^2)\right]$$

$$= \text{വൃ}.\frac{\text{ര}^3}{\text{ന}^3}\left[\text{ന}\times\text{ന}^2-(1^2+2^2+3^2+\dots\dots+\text{ന}^2)\right]$$

$$= \text{വൃ}\ \frac{\text{ര}^3}{\text{ന}^3}\left(\text{ന}^3-\tfrac{1}{3}.\ \text{ന}^3\right) = \tfrac{2}{3}.\ \text{വൃ}.\ \text{ര}^3.$$

അതിനാൽ ഗോളത്തിന്റെ ഘനപരിമാണം $= \frac{4}{3}.\ \text{വൃ}.\ \text{ര}^3$

ഇവിടെ വൃത്തത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം കാണേണ്ടിവന്നതിനാൽ അതു എങ്ങിനെ ഉണ്ടാകുന്നു എന്നുകൂടിപ്പറയാം. ഏതു വൃത്തത്തിന്റേയും പരിധിയെ വ്യാസംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ്ഥിരമായ ഒരു സംഖ്യയാണു് കിട്ടുന്നതെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലൊ. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ അതു കാണുവാനുള്ള മാൎഗ്ഗമാണു് ആദ്യം ആലോചിക്കുന്നതു്. ഈ സംഖ്യയെ 'വൃതി' എന്നതിന്റെ ആദ്യാക്ഷരംകൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചു.

$$\frac{\text{സമവൃത്തപരിധി}}{\text{തദ്വ്യാസം}} = \text{വൃ};\ \text{പരിധി} = \text{വൃ} \times \text{വ്യാസം}.$$

വൃത്തപരിധിയെ അസംഖ്യം സമഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിച്ചു് ഭാഗസന്ധികളെ കേന്ദ്രത്തോടു ചേൎത്താൽ വൃത്തം ഏതാണ്ടു് സമപാൎശ്വത്രികോണാകൃതിയിലുള്ള ഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിക്കപ്പെടും. പരിധിഖണ്ഡങ്ങളോളം വൃത്തഖണ്ഡങ്ങൾ ഉണ്ടാവും. ഇവയെ ഒന്നിന്റെ പരിധിഖണ്ഡം മീതെയും, പിന്നത്തേതിന്റേതു താഴെയും, പിന്നത്തേതിന്റെ മീതെയും ഇങ്ങിനെ വരത്തക്കവണ്ണം അടുപ്പിച്ചുവെച്ചാൽ ആയതചതുരശ്രാകൃതിയിൽ ഒരു ക്ഷേത്രമുണ്ടാകും. പകുതി പരിധിഖണ്ഡങ്ങൾ മീതേയും പകുതി താഴേയും വരുന്നതുകൊണ്ടു ക്ഷേത്രത്തിന്റെ നീളം അൎദ്ധപരിധിക്കു തുല്യമാകുന്നു. വീതി വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്നും തുല്യമാകുന്നു. ക്ഷേത്രത്തിന്റെ വിസ്തീൎണ്ണം വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീൎണ്ണംതന്നെ. അതിനാൽ,

$$\text{വൃത്തക്ഷേത്രം} = \text{അൎദ്ധപരിധി} \times \text{വ്യാസാൎദ്ധം}$$
$$= \tfrac{1}{2}.\ \text{വൃ}.\ 2\text{ര} \times \text{ര} = \underline{\text{വൃ}.\ \text{ര}^2}$$

ലീലാവതിയിൽ വൃത്തക്ഷേത്രഫലത്തേയും, ഗോളപൃഷ്ഠഫലത്തേയും, ഗോളഘനഫലത്തേയും വരുത്തുവാൻ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറയുന്നു.

"വൃത്തക്ഷേത്രേ പരിധിഗുണിതവ്യാസപാദഃ ഫലം തൽ
ക്ഷുണ്ണം വേദൈരുപരിപരിതഃ കന്ദുകസ്യേവ ജാലം
ഗോളസ്യൈവം തദപി ച ഫലം പൃഷ്ഠജം വ്യാസനിഘ്നം
ഷഡ്ഭിൎഭക്തം ഭവതി നിയതം ഗോളഗൎഭേ ഘനാഖ്യം".

—:0:—

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ ഷഷ്ഠോദ്ധ്യായഃ

ആദ്യമായി വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

വ്യാസാച്ചതുർഘ്നാദ് ബഹുശഃ പൃഥക് സ്ഥാൽ
ത്രിപഞ്ചസപ്താദ്യയുഗാ ഹൃതാനി
വ്യാസേച്ചതുർഘ്നേ ക്രമശസ്ത്വൃണം സ്വം
കുര്യാൽ തദാ സ്യാൽ പരിധിഃ സുസൂക്ഷ്മഃ. 1.

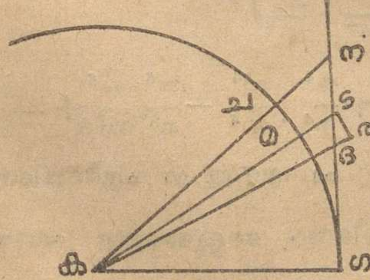
സാരം. ഇഷ്ടവ്യാസത്തെ 4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു വെവ്വേറെ പലേടത്തുവെച്ചു 3, 5, 7 ഇത്യാദി അയുഗസംഖ്യകളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് കിട്ടുന്നവയെ 4 കൊണ്ടു പെരുക്കിയ വ്യാസത്തിൽനിന്നു ക്രമേണ കളകയും അതോടു കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ പരിധി സൂക്ഷ്മമാകും.

$$\text{പരിധി} = 4\,\text{വ} - \frac{4\,\text{വ}}{3} + \frac{4\,\text{വ}}{5} - \frac{4\,\text{വ}}{7} + \ldots\ldots$$

$$= 4\,\text{വ}\left(1 - \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{7} + \tfrac{1}{9} - \tfrac{1}{11} + \ldots\ldots\right)$$

$$\therefore \text{വൃ.} = 4\left(1 - \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{5} - \tfrac{1}{7} + \ldots\ldots\right)$$

പരിലേഖത്തിൽ ക ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രവും കഗ ഒരു വ്യാസാർദ്ധവുമാകുന്നു ഗന എന്നതു കഗ എന്ന വ്യാസാർദ്ധത്തിന്നു ലംബമാകുന്നു. അതിനെ വൃത്തത്തിന്റെ ഒരു സ്പർശരേഖ അല്ലെങ്കിൽ താനകം എന്നു പറയും. കന എന്ന രേഖ വൃത്തപരധിയെ ച എന്ന സ്ഥാനത്തു ഛേദിക്കുന്നു. ഗന എന്ന താനകഭാഗത്തെ അസംഖ്യം തുല്യമായ ചെറുഖണ്ഡങ്ങളാക്കിയിരിക്കുന്നതിൽ ഒരു ഖണ്ഡമാകുന്നു ടഠ. താനകത്തിന്റെ മാനം ത എന്നും വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റേതു ര എന്നും താനകഭാഗത്തിന്റെ ഖണ്ഡസംഖ്യ ന എന്നും കല്പിക്കുക.



പരിലേഖം 4.

എന്നാൽ ഒരു ഖണ്ഡത്തിന്റെ മാനം $\frac{\text{ത}}{\text{ന}}$. ടഠ എന്നതു ഗ തൊട്ടു

1, 2 എന്നെണ്ണി ച -ാമത്തെ ഖണ്ഡമെന്നു കരുതുക. എന്നാൽ ഗ ട $= \dfrac{\text{ച} \times \text{ത}}{\text{ന}}$. ട ക, ഭ ക ഇവക്കു കർണ്ണങ്ങളെന്നു പേര്. ട ക എന്ന കർണ്ണത്തിൻെറ അഗ്രത്തിൽനിന്നു താഴെയുള്ള കർണ്ണത്തിലേക്കു ട ര എന്ന ലംബം വരച്ചിരിക്കുന്നു. ട ര ഭ, ക ഭ ഗ എന്ന ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശങ്ങളാകയാൽ,

$$\frac{\text{ട ര}}{\text{ക ഗ}} = \frac{\text{ട ഭ}}{\text{ക ഭ}} \quad \therefore \text{ട ര} = \frac{\text{ട ഭ} \times \text{ക ഗ}}{\text{ക ഭ}}.$$

ക ട, ക ഭ എന്ന അടുത്ത രണ്ടു കർണ്ണങ്ങളുടെ ഇടയിൽ കിടക്കുന്ന ചാപഖണ്ഡത്തെ ട ര എന്നതിന്നു സമാന്തരമായ ഒരു നേർരേഖയെന്നുതന്നെ കരുതാം. രണ്ടു കർണ്ണങ്ങളും ഏതാണ്ട് തൊട്ടു നില്ക്കുന്നതിനാൽ ഇടയിലുള്ള ചാപഖണ്ഡം വളരെ ചെറിയതായിരിക്കും. അതിനാൽ വളവില്ലെന്നു തന്നെ കരുതാം.

$$\text{ചാപഖണ്ഡം} = \text{ട ര} \times \frac{\text{ക മ}}{\text{ക ട}} = \frac{\text{ട ഭ} \times \text{ക ഗ} \times \text{ക മ}}{\text{ക ഭ} \times \text{ക ട}}$$

ഇവിടെ ക ഗ, ക മ എന്നവ വ്യാസാർദ്ധങ്ങളാകയാൽ ക ഗ $\times$ ക മ $=$ ര^2 ട ഭ എന്ന താനകഖണ്ഡം അണുപ്രായമാകയാൽ, ക ഭ, ക ട എന്ന അടുത്ത കർണ്ണങ്ങൾ തുല്യമെന്നുതന്നെ കരുതാം. അതിനാൽ,

$$\text{ക ഭ} \times \text{ക ട} = \text{ക ട}^2 = \text{ക ഗ}^2 + \text{ഗ ട}^2.$$

$$= \text{ര}^2 + \frac{\text{ച}^2 . \text{ത}^2}{\text{ന}^2}$$

$$\therefore \text{ചാപഖണ്ഡം} = \text{ട ഭ} \div \frac{\text{ക ഭ} \times \text{ക ട}}{\text{ക ഗ} \times \text{ക മ}} = \frac{\text{ത}}{\text{ന}} \div \frac{\text{ര}^2 + \dfrac{\text{ച}^2 . \text{ത}^2}{\text{ന}^2}}{\text{ര}^2}$$

$$= \frac{\text{ത}}{\text{ന}} \div \left(1 + \frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2} . \frac{\text{ച}^2}{\text{ന}^2}\right)$$

$$= \frac{\text{ത}}{\text{ന}} \left\{1 - \frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2} . \frac{\text{ച}^2}{\text{ന}^2} + \frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4} . \frac{\text{ച}^4}{\text{ന}^4} - \frac{\text{ത}^6}{\text{ര}^6} . \frac{\text{ച}^6}{\text{ന}^6} + \dots\right\}$$

അവസാനത്തെ ഫലം ഹരണംകൊണ്ടു കിട്ടും. ച എന്നതു ന എന്നതിനേക്കാൾ ചെറുതാകുന്നു. അതിനാൽ $\dfrac{\text{ച}}{\text{ന}}$ എന്നതിൻെറ മേല്ക്കുമേലുള്ള ഘാതങ്ങൾ ചെറുതായി വരും. താനകം വ്യാസാർദ്ധത്തേക്കാൾ ചെറുതായിരുന്നാൽ $\dfrac{\text{ത}}{\text{ര}}$ എന്നതിൻെറ മേല്ക്കുമേലുള്ള പെരുക്കങ്ങൾ ചെറുതായിവരികയും

ശ്രേഢികൊണ്ടു കിട്ടുന്ന ഫലം കൃത്യമായ ഹരണഫലത്തോടു അടുത്തടുത്തു വരികയും ചെയ്യും. താനകം വ്യാസാൎദ്ധത്തെക്കാൾ വലുതായാൽ $\frac{\text{ത}}{\text{ര}}$ എന്നതിൻെറ മേല്ക്കുമേലുള്ള ഘാതങ്ങൾ വലുതായി വരികയും ശ്രേഢികൊണ്ടു കിട്ടുന്ന ഫലം ഉപകാരമില്ലാതെ വരികയും ചെയ്യും. താനകം വ്യാസാൎദ്ധത്തിനു തുല്യമായാലും ശ്രേഢി ഉപകാരപ്രദംതന്നെ. ഈ കിട്ടിയ ഫലത്തിൽ ച എന്നതിന്നു 1, 2, 3 മുതലായ സംഖ്യകൾ കല്പിച്ചാൽ, ഗ ച എന്ന ചാപത്തിൻെറ ഗ മുതൽക്കു ച വരെയുള്ള ഖണ്ഡങ്ങൾ കിട്ടും. എല്ലാംകൂടി കൂട്ടിയാൽ ചാപത്തിൻെറ അളവും കിട്ടും.

$$\begin{aligned}
\text{ചാപഖണ്ഡയോഗം} = {} & \frac{\text{ത}}{\text{ന}}\left\{1-\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}.\frac{1^2}{\text{ന}^2}+\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4}.\frac{1^4}{\text{ന}^4}-\dots\right\}\\
& +\frac{\text{ത}}{\text{ന}}\left\{1-\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}.\frac{2^2}{\text{ന}^2}+\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4}.\frac{2^4}{\text{ന}^4}-\dots\right\}\\
& +\frac{\text{ത}}{\text{ന}}\left\{1-\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}.\frac{3^2}{\text{ന}^2}+\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4}.\frac{3^4}{\text{ന}^4}-\dots\right\}\\
& \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x\\
& +\frac{\text{ത}}{\text{ന}}\left\{1-\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}.\frac{\text{ന}^2}{\text{ന}^2}+\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}_4}.\frac{\text{ന}^4}{\text{ന}^4}-\dots\right\}
\end{aligned}$$

ശ്രേഢികളിൽ ഒരുപോലെ കാണുന്ന പദങ്ങളെ ഒന്നിച്ചു ചേൎത്തെഴുതിയാൽ താഴെക്കാണുംപ്രകാരം വരും.

$$\begin{aligned}
\text{ചാപഖണ്ഡയോഗം} = {} & \frac{\text{ത}}{\text{ന}}+\frac{\text{ത}}{\text{ന}}+\frac{\text{ത}}{\text{ന}}+\dots\dots\dots+\frac{\text{ത}}{\text{ന}}\\
& -\frac{\text{ത}}{\text{ന}}.\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}\left(\frac{1^2}{\text{ന}^2}+\frac{2^2}{\text{ന}^2}+\frac{3^2}{\text{ന}^2}+\dots\frac{\text{ന}^2}{\text{ന}^2}\right)\\
& +\frac{\text{ത}}{\text{ന}}.\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4}\left(\frac{1^4}{\text{ന}^4}+\frac{2^4}{\text{ന}^4}+\frac{3^4}{\text{ന}_4}+\dots\frac{\text{ന}^4}{\text{ന}^4}\right)\\
& \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x\\
& \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x\\
= {} & \text{ത}.\\
& -\text{ത}.\frac{\text{ത}^2}{\text{ര}^2}\left(\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+\text{ന}^2}{\text{ന}^3}\right)\\
& +\text{ത}.\frac{\text{ത}^4}{\text{ര}^4}\left(\frac{1^4+2^4+3^4+\dots+\text{ന}^4}{\text{ന}^5}\right)\\
& x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x \quad x
\end{aligned}$$

ഇതുവരെ ന ഒരു വലിയ സംഖ്യയെന്നേ കരുതീട്ടുള്ളു. അതിനെ അപരിമിതമെന്നു കരുതിയാൽ ഫലം സൂക്ഷ്മമായിതന്നെ കിട്ടും. അപ്പോഠം ചാപഖണ്ഡയോഗം അഥവാ ചാപം

$$= ത - ത.\left(\frac{ത}{ര}\right)^2 \cdot \frac{1}{3} + ത.\left(\frac{ത}{ര}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} - ത\left(\frac{ത}{ര}\right)^6 \cdot \frac{1}{7} + \ldots\ldots\ldots$$

ഇവിടെ താനകത്തെ വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്നു തുല്യമായെടുത്താൽ കിട്ടുന്ന ചാപം പരിധിയുടെ എട്ടിലൊന്നായിരിക്കും. $\frac{ത}{ര}$ എന്നതും അതിൻെറ എല്ലാ സംഘാതങ്ങളും ഒന്നിന്നു തുല്യമായും വരും. ത = ര. അതിനാൽ,

$$\text{പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശം} = ര - \frac{1}{3}.ര + \frac{1}{5}ര - \frac{1}{7}.ര + \ldots\ldots$$

വ്യാസത്തെ വ എന്നു സൂചിപ്പിച്ചാൽ വ = 2 ര, 8 ര = 4 വ.

$$\text{പരിധി} = 8ര - \frac{8ര}{3} + \frac{8ര}{5} - \frac{8ര}{7} + \ldots\ldots\ldots$$

$$= 4വ - \frac{4വ}{3} + \frac{4വ}{5} - \frac{4വ}{7} + \ldots\ldots$$

ഇങ്ങിനെ വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധിയുണ്ടാക്കാം. എന്നാൽ വ്യാസം വളരെ വലുതായാൽ പരിധി സൂക്ഷ്മമായിക്കിട്ടുവാൻ അത്യധികം യത്നിക്കേണ്ടി വരും. അതിനാൽ ഇതിൽ ചില സംസ്കാരങ്ങഠം ചെയ്യുകയും, ഇതിനെത്തന്നെ പലപ്രകാരത്തിലും ഭേദപ്പെടുത്തുകയും ചെയ്യുന്നു അതിനാൽ ചിലതെല്ലാം ഇവിടെപ്പറയാം.

തന്ത്രസംഗ്രഹം രണ്ടാം അദ്ധ്യായത്തിൽ താഴെ കാണുംപ്രകാരം പറയുന്നു.

വ്യാസേ പരിധി (4) നിഘ്നേ രൂപഹൃതേ വ്യാസസാഗരാ (4) ഭിഹതേ
ത്രിശരാ (5) ദി വിഷമസംഖ്യാ ഭക്തമൃണം സ്വം പൃഥക് ക്രമാൽ കുര്യാൽ.
തത്സംഖ്യയാത്ര ഹരണേ കൃതേ നിവൃത്താ ഹൃതിസ്തു ഗാമിതയാ
തസ്യാ ഊൎദ്ധ്വഗതായാ സമസംഖ്യാ തദ്ദലം ഗുണോന്തേ സ്യാൽ.
തദ്വൎഗ്ഗോ രൂപയുതോ ഹാരോ വ്യാസാബ്ധി (4) ഘാതതഃ പ്രാഗ്വൽ
താഭ്യാമാപ്തം സ്വമൃണേ കൃതേ ധനേ ശോധനഞ്ച കരണീയം.
സൂക്ഷ്മഃ പരിധിസ്സസ്യാൽ ബഹുകൃത്വോ ഹരണതോതിസൂക്ഷ്മശ്ച
അസ്മാൽ സൂക്ഷ്മതരാന്യോ വിലിഖ്യതേ കശ്ചനാപി സംസ്കാരഃ.
അന്തേ സമസംഖ്യാ ദലവൎഗ്ഗസ്സൈകോ ഗുണസ്സ ഏവ പുനഃ
യുഗഗുണിതോ രൂപയുതസ്സമസംഖ്യാ ദലഹതോ ഭവേദ്ധാരഃ.
ത്രിശരാ (5) ദി വിഷമസംഖ്യാ ഹരണാൽ പരമേതദേവ വാ കാൎയ്യം.

ഇവിടെ ആദ്യം 1-ാംശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞ പ്രകാരംതന്നെ പരിധി വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു. ഇങ്ങിനെ ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ഒരു വിഷമ സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് കൂട്ടുകയോ കുറക്കുകയോ ചെയ്തശേഷം പിന്നത്തെ സമസംഖ്യയുടെ പകുതിയെകൊണ്ടു ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ഗുണിച്ചു് സമ സംഖ്യയുടെ വൎഗ്ഗവും ഒന്നും കൂടിയതുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം സംസ്കരിക്കുവാൻ പറയുന്നു. അവസാനം വിഷമസംഖ്യാഹൃതഫലം കൂട്ടിയതാണെങ്കിൽ ഇതു കിഴിക്കുകയും, കിഴിച്ചതാണെങ്കിൽ ഇതു കൂട്ടുകയും വേണം. ഇവിടേയും കുറെ അധികം യത്നിച്ചതിൻെറ ശേഷം വേണം ഈ സംസ്കാരം ചെയ്യുവാൻ. എന്നാലെ പരിധി സൂക്ഷ്മമാകയുള്ളു. അതിനാൽ വേറെ ഒരു സംസ്കാരം ഇച്ഛിക്കുന്നു. ഈ സൂക്ഷ്മതരമായ സംസ്കാരത്തിൽ സമസംഖ്യാദലവൎഗ്ഗവും ഒന്നും കൂടിയതു ചതുർഘാതവ്യാസത്തിൻെറ ഗുണകാരം. അതിൻെറ 4 മടങ്ങും ഒന്നും കൂടിയതിനെ സമസംഖ്യാദലംകൊണ്ടു പെരുക്കിയതു ഹാരകം. സമസംഖ്യാദലത്തെ 'ന' കൊണ്ടു സൂചിപ്പിച്ചാൽ,

$$\text{ആദ്യസംസ്കാരം} = \frac{4\,\text{വ} \times \text{ന}}{(2\,\text{ന})^2 + 1}$$

$$\text{സൂക്ഷ്മതരസംസ്കാരം} = \frac{4\,\text{വ}\,(\text{ന}^2 + 1)}{\left\{4\,(\text{ന}^2 + 1) + 1\right\}.\text{ന}}$$

ഈ സംസ്കാരങ്ങൾ എങ്ങിനെ സിദ്ധിക്കുന്നുവെന്നാലോചിക്കാം. ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ വിഷമസംഖ്യകളെകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം കൂട്ടുകയും കിഴിക്കുകയും ചെയ്തുനിൎത്തിയതിൽ പിന്നീടുള്ള സമസംഖ്യ $\text{യ} - 1$ എന്നും പിന്നത്തെ വിഷമസംഖ്യ യ എന്നും പിന്നത്തെ സമസംഖ്യ $\text{യ} + 1$ എന്നും കരുതുക. നിൎത്തിയതിൻെറ ശേഷം സമസംഖ്യയുടെ കൃ എന്നു ഇപ്പോൾ സൂചിപ്പിക്കുവാൻ പോകുന്ന ഒരു വികാരവിശേഷം അഥവാ വികൃതികൊണ്ടു ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ഹരിച്ചു് ഫലം സംസ്കരിച്ചാൽ പരിധി സൂക്ഷ്മമാകുമെങ്കിൽ, അതു ഒരു വിഷമസംഖ്യകൊണ്ടുകൂടി ഹരിച്ച ഫലം ചേൎത്തതിൻെറ ശേഷം പിന്നത്തെ സമസംഖ്യയുടെ അതേ വികാരവിശേഷംകൊണ്ടു ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ഹരിച്ചഫലം സംസ്കരിച്ചാലും പരിധി സൂക്ഷ്മമാകും. എന്നു വരുമ്പോൾ,

$$\frac{1}{\text{കൃ}\,(\text{യ} - 1)} = \frac{1}{\text{യ}} - \frac{1}{\text{കൃ}\,(\text{യ} + 1)}$$

$$\therefore\ \frac{1}{\text{കൃ}\,(\text{യ} - 1)} + \frac{1}{\text{കൃ}\,(\text{യ} + 1)} = \frac{1}{\text{യ}}$$

ഇനി കൃ എന്ന വികാരവിശേഷം എന്തെന്നു തീരുമാനിക്കണം. പരീക്ഷാർത്ഥം കൃ $(\text{യ} - 1) = 2 \times (\text{യ} - 1)$ എന്നു പററുമോ എന്നു നോക്കാം.

$$\frac{1}{2(\text{യ}-1)} + \frac{1}{2(\text{യ}+1)} - \frac{1}{\text{യ}} = \frac{4}{4\,\text{യ}(\text{യ}^2-1)}$$

ഇതിൽനിന്നു സമസംഖ്യാവികൃതിയെ അല്പമൊന്നു വദ്ധിപ്പിക്കണമെന്നു വരുന്നു. 1 കൊണ്ടു വദ്ധിപ്പിക്കാം. എന്നാൽ ഇവിടെക്കണ്ട $4 \div 4\,\text{യ}(\text{യ}^2 - 1)$ എന്ന സ്ഥൌല്യത്തിലെ അംശത്തിൽ വരുന്ന ഭേദം $\text{യ} + \text{യ} - (4\,\text{യ} + 1) = -2\,\text{യ} - 1$ എന്നു വരും. അതിനാൽ വദ്ധിപ്പിച്ചതു ഏറി എന്നു വരുന്നു. 1ന്നു പകരം $\frac{1}{2(\text{യ}-1)}$ എന്നും $\frac{1}{2(\text{യ}+1)}$ എന്നും വദ്ധിപ്പിച്ചുനോക്കാം. ഇപ്പോഴം അംശത്തിൽ വന്ന മാററം

$$= \frac{\text{യ}}{2(\text{യ}+1)} + \frac{\text{യ}}{2(\text{യ}-1)} - \frac{2(\text{യ}-1)}{2(\text{യ}+1)} - \frac{2(\text{യ}+1)}{2(\text{യ}-1)}$$

$= \text{ഏതാണ്ട്}\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 1 - 1 = -1.$

എന്നാൽ − 4 എന്നു വന്നാലെ സ്ഥൌല്യം ഏതാണ്ട് ശൂന്യമാകയുള്ളൂ. അതിന്നു $\frac{4}{2(\text{യ}-1)}$ എന്നും $\frac{4}{2(\text{യ}+1)}$ എന്നും വദ്ധിപ്പിക്കണം. അതിനാൽ

$$\text{സമസംഖ്യാവികൃതി} = \frac{1}{2(\text{യ}-1) + \frac{4}{2(\text{യ}-1)}}$$

സമസംഖ്യാദലത്തെ ന എന്നു വെച്ചാൽ $\text{യ} - 1 = 2\,\text{ന}$.

$$\text{വികൃതി} = 2(2\text{ന}) + \frac{4}{2(2\text{ന})} = \frac{16\text{ന}^2 + 4}{4\,\text{ന}} = \frac{(2\text{ന})^2 + 1}{\text{ന}}$$

ഇതുകൊണ്ടു ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ഹരിക്കണം. എന്നുവെച്ചാൽ ചതുർഘാതവ്യാസത്തെ ന കൊണ്ടു പെരുക്കി $(2\,\text{ന})^2 + 1$ കൊണ്ടു ഹരിക്കണം. ഇങ്ങിനെ ആദ്യസംസ്കാരം.

ഇനി സൂക്ഷ്മതരമായ സംസ്കാരം. കഴിഞ്ഞ ഖണ്ഡികയിൽ സ്ഥൌല്യം ഏതാണ്ട് ശൂന്യമെന്നേ കണ്ടിട്ടുള്ളൂ. അതു സൂക്ഷ്മമായിക്കാണണം.

$$\frac{1}{(2\text{യ}-2) + \frac{4}{2\text{യ}-2}} - \frac{1}{\text{യ}} + \frac{1}{(2\text{യ}+2) + \frac{4}{2\text{യ}+2}}$$

$$= \frac{2\text{യ}-2}{4\,\text{യ}^2 - 8\,\text{യ} + 8} - \frac{1}{\text{യ}} + \frac{2\,\text{യ}+2}{4\text{യ}^2 + 8\text{യ} + 8}$$

$$= \frac{\text{യ}-1}{2\text{യ}^2 - 4\text{യ} + 4} - \frac{1}{\text{യ}} + \frac{\text{യ}+1}{2\text{യ}^2 + 4\text{യ} + 4}$$

$$= \frac{(2 യ^4 + 2 യ^3 - 4 യ) - (4 യ^4 + 16) + (2 യ^4 - 2 യ^3 + 4 യ)}{4 യ^5 + 16 യ}$$

$$= \frac{-16}{4 യ^5 + 16 യ} = \frac{-4}{യ^5 + 4 യ}$$

യ സാമാന്യം വലിയ സംഖ്യയാകയാൽ സ്ഥൌല്യം നന്ന കുറവേയുള്ളു എന്നു വരുന്നു. എങ്കിലും ഇതിനെക്കൂടി കുറക്കാം.

$$\text{വികൃതി} = 2(യ - 1) + \cfrac{4}{2(യ - 1) + \cfrac{ര}{2(യ - 1)}}$$ എന്നു വെക്കുക.

ഇവിടെ ര എന്തെന്നു നിർണ്ണയിക്കണം.

$$\text{സ്ഥൌല്യം} = \cfrac{1}{2(യ - 1) + \cfrac{4}{2(യ - 1) + \cfrac{ര}{2(യ - 1)}}} - \frac{1}{യ} + \cfrac{1}{2(യ + 1) + \cfrac{4}{2(യ + 1) + \cfrac{ര}{2(യ + 1)}}}$$

$$= \frac{(4 യ^2 + ര + 4) - 8 യ}{8 യ^3 + (2ര + 32) യ - (24 യ^2 + 2ര + 16)} - \frac{1}{യ}$$

$$+ \frac{(4 യ^2 + ര + 4) + 8 യ}{8 യ^3 + (2ര + 32) യ + (24 യ^2 + 2ര + 16)}.$$

ഇതിനെ സമച്ഛേദമാക്കുമ്പോൾ വരുന്ന അംശം

$$= 2 യ (4 യ^2 + ര + 4) \left\{ 8 യ^3 + (2ര + 32) യ \right\} - 16 യ^2 (24 യ^2 + 2ര + 16)$$

$$- \left\{ 8 യ^3 + (2ര + 32) യ \right\}^2 + \left\{ 24 യ^2 + (2ര + 16) \right\}^2$$

$$= 8(2ര - 32) യ^2 + (2ര + 16)^2.$$

അതിനാൽ ര $= 16$ എന്നുവെച്ചാൽ യ^{2}ൻെറ ഗുണകാരവും ശൂന്യമാകും.

അപ്പോൾ സ്ഥൌല്യം $= \frac{48^2}{64 യ^7} = \frac{36}{യ^7}$. ഇവിടെ അംശം സൂക്ഷ്മവും, ഛേദം സ്ഥൂലവുമാകുന്നു. യ $- 1 = 2$ന എന്നുവെച്ചാൽ ചതുർഘാതവ്യാസത്തിൻെറ ഗുണകാരം $=$

$$\cfrac{1}{4ന + \cfrac{4}{4ന + \cfrac{16}{4ന}}} = \cfrac{1}{4ന + \cfrac{ന}{ന^2 + 1}} = \frac{ന^2 + 1}{\left\{ 4(ന^2 + 1) + 1 \right\} ന}.$$

ഇങ്ങിനെ സൂക്ഷ്മതരമായ സംസ്കാരം. ഈ ഭാഗം ബ്രഹ്മദത്തകൃതമായ യുക്തിഭാഷയിൽനിന്നു സ്വീകരിച്ചതാകുന്നു. വ്യാസം 65000 വരെ ശ്രേഢിയിൽ 11വരെ ഒററസംഖ്യകൾ എടുത്തു ഈ സംസ്കാരവുംകൂടി ചെയ്താൽ പരിധി സൂക്ഷ്മമാകും. വ്യാസം വളരെ വലുതായാൽ ഇവിടെയും ക്ലേശം കണക്കില്ലാതെ വദ്ധിക്കും.

ഇവിടെ കണ്ട സ്ഥൌല്യനിരൂപണത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാനുള്ള മററു ചില ശ്രേഢികളും വരുത്താം.

$$\frac{1}{2(\text{യ}-1)}-\frac{1}{\text{യ}}+\frac{1}{2(\text{യ}+1)}=\frac{1}{\text{യ}^3-\text{യ}}.$$

യ എന്നതിന്നു 3, 5, 7 മുതലായ വിലകൾ കല്പിച്ചാൽ

$$\frac{1}{2\times2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2\times4}=\frac{1}{3^3-3}$$

$$\frac{1}{2\times4}-\frac{1}{5}+\frac{1}{2\times6}=\frac{1}{5^3-5}$$

$$\frac{1}{2\times6}-\frac{1}{7}+\frac{1}{2\times8}=\frac{1}{7^3-7}.$$

ഇത്യാദി സമീകാരങ്ങൾ വരും. ഇവയിൽ ആദ്യത്തേതു്, മൂന്നാമത്തേതു മുതലായവ കൂട്ടുകയും, രണ്ടാമത്തേതു നാലാമത്തേതു മുതലായവ കിഴിക്കുകയും ചെയ്താൽ,

$$\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\frac{1}{9}\dots=\frac{1}{3^3-3}-\frac{1}{5^3-5}+\frac{1}{7^3-7}-\dots$$

എന്നു വരും. പരിധി.

$$=4\text{വ}\left(1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\dots\dots\dots\dots\right)$$

$$=3\text{വ}+4\text{വ}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\dots\dots\right)$$

$$=3\text{വ}+4\text{വ}\left(\frac{1}{3^3-3}-\frac{1}{5^3-5}+\frac{1}{7^3-7}-\dots\right)$$

ഈ സൂത്രം ഈ അദ്ധ്യായം 2-ാം ശ്ലോകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്.

ഇതേവിധത്തിൽതന്നെ,

$$\frac{1}{2(\text{യ}-1)+\frac{4}{2(\text{യ}-1)}}-\frac{1}{\text{യ}}+\frac{1}{2(\text{യ}+1)+\frac{4}{2(\text{യ}+1)}}=\frac{-4}{\text{യ}^5+4\text{യ}}$$

എന്നതിൽ എന്നു കിട്ടുന്ന സൂത്രം തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

സമപഞ്ചാഘാതയോ
യാശ്രൂപാദ്യയുജാശ്ചതുർഘ്നമൂലയുതാ
താഭിഃഷോഡശഗുണിതാ
ദ്വ്യാസാത് പൃഥഗാഹൃതേ തു വിഷമയുതേ
സമഫലയോഗേ ത്യക്തേ
സ്യാദിഷ്ടവ്യാസസംഭവഃ പരിധിഃ

$$\text{പരിധി} = 16\text{വ}\left(\frac{1}{1^5+4.1} - \frac{1}{3^5+4.3} + \frac{1}{5^5+4.5} - \frac{1}{7^5+4.7} + \dots\right.$$

ഇതുവരെ കണ്ട ശ്രേഢികളെല്ലാം ആദ്യശ്രേഢിയുടെ രൂപാന്തരങ്ങൾ മാത്രമാണ്. അതിനാൽ വ്യാസം വലുതാവുന്നതോടുകൂടി പരിധി വരുത്തുവാനുള്ള ക്ലേശവും വിട്ടുപിരിയാതെ നില്ക്കും. പക്ഷെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കണ്ട യുക്തിയിൽനിന്നുതന്നെ കുറെക്കൂടി സുഖകരമായ മററ മാൎഗ്ഗങ്ങളും കാണാം.

$$\text{ചാപം} = \text{ത}\left\{1 - \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^2 \frac{1}{3} + \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^4 \frac{1}{5} - \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^6 \frac{1}{7} + \dots\right\}$$

എന്നു കണ്ടു. താനകദൈർഘ്യം വ്യാസാർദ്ധത്തിന്റെ $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ഭാഗമായി വന്നാൽ താനകമൂലത്തിന്റെയും അന്ത്യകർണ്ണത്തിന്റെ ഇടയിലുള്ള ചാപം പരിധിയുടെ പന്ത്രണ്ടിലൊന്നായിരിക്കുമെന്നു ഉടനെക്കാണാം. അപ്പോൾ

$$\left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^2 = \frac{1}{3}, \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^4 = \frac{1}{9}, \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^6 = \frac{1}{27}, \left(\frac{\text{ത}}{\text{ര}}\right)^8 = \frac{1}{81}$$

മുതലായ ഫലങ്ങൾ വരും. അതിന്നും പുറമെ $\text{ത} = \frac{\text{ര}}{\sqrt{3}} = \frac{\text{വ}}{2\sqrt{3}}$

അതിനാൽ,

$$\text{പരിധിദ്വാദശാംശം} = \frac{\text{വ}}{2\sqrt{3}}\left(1 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{5} - \frac{1}{27}\cdot\frac{1}{7} + \dots\right)$$

$$\text{അതിനാൽ പരിധി} = \sqrt{12\text{വ}^2}\left(1 - \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\cdot\frac{1}{5} - \frac{1}{27}\cdot\frac{1}{7} + \dots\right)$$

ഈ സൂത്രവും തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽ പറഞ്ഞതു താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

വ്യാസവർഗ്ഗാദ്രവിഹതാൽ പദം സ്യാൽ പ്രഥമം ഫലം
തതസ്തതൽ ഫലാച്ചാപി യാവദിച്ഛം ത്രിഭിർഹരേൽ

ത്രൂപാദ്യയുഗ്മസംഖ്യാഭിർല്ലബ്ധ്വേഷ്വേഷു യഥാക്രമം
വിഷമാദ്യയുതേ സ്ത്യക്തേ യുഗ്മയോഗേ വൃതിർഭവേൽ.

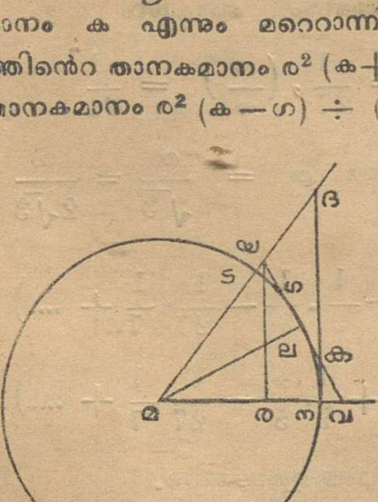
സദ്രത്നമാലയിലും ഈ വിധിതന്നെ പറഞ്ഞ് പരാൎദ്ധവിസ്താരമുള്ള സമവൃത്തത്തിൻെറ പരിധി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

വ്യാസാക്ഷ്ണല്പകൃതേഃ പദേഗ്നിഭിരതോ
നീതേ ച തത്തൽ ഫലാ-
ച്ചാദ്യൈകാദ്യയുഗാഹൃതേഷു പരിധി-
ർഭേദോർയുഗോജൈക്യയോഃ
ഏവഞ്ചാത്ര പരാൎദ്ധവിസ്തൃതി മഹാ
വൃത്തസ്യ നാഹോക്ഷരൈഃ
സ്യാൽ ഭദ്രാംബുധിസിദ്ധജന്മഗണിത
ശ്രദ്ധാസ്മ യൽ ഭൂപഗീഃ

അദ്ധ്യായം 4. ശ്ലോ. 2.

പരിധി വരുത്തുവാൻ ഇതിനേക്കാൾ സൌകൎയ്യമുള്ള വിധികൾ ചില ആധുനിക പാശ്ചാത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഉണ്ട്. അവയും ഇവിടെക്കണ്ട മൌലികസൂത്രത്തെ ആശ്രയിച്ചവതന്നെ. ഒന്നുരണ്ടെണ്ണം ഇവിടെപ്പറയുന്നതിൻെറ യുക്തിക്കുവേണ്ടി താനകത്തെപ്പററി അല്പംകൂടി അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടതു പറയാം.

ര വ്യാസാൎദ്ധമായ ഒരു വൃത്തത്തിൽ ഒരു ചാപത്തിൻെറ താനകമാനം ക എന്നും മറെറാന്നിൻേറതു ഗ എന്നും ഇരുന്നാൽ ചാപയോഗത്തിൻെറ താനകമാനം ര^2 (ക$+$ഗ) $\div$ (ര^2 $-$ ക. ഗ) എന്നും ചാപാന്തര താനകമാനം ര^2 (ക$-$ഗ) $\div$ (ര^2 $+$ ക ഗ) എന്നും ആണെന്നു കാണാം.



പരിലേഖം 5.

പരിലേഖത്തിൽ ന ല, ല ട എന്നീ ചാപങ്ങളുടെ താനകങ്ങൾ ല വ, ല യ എന്നവയും, അവയുടെ മാനങ്ങൾ ക എന്നും ഗ എന്നും ആകുന്നു. വ്യാസാൎദ്ധമാനം ര എന്നും വെക്കുക. ന ല ട എന്നതു ചാപയോഗം. ന ദ ഇതിൻെറ താനകം. ഇതിൻെറ ദൈൎഘ്യമാകുന്നു കാണേണ്ടതു്. മ വ യ എന്ന ത്രികോണത്തിൻെറ ക്ഷേത്രഫലത്തിൻെറ ഇരട്ടി മ ല(ക$+$ഗ) എന്നതിനും മ വ$\times$ര യ എന്നതിനും തുല്യമാകുന്നു. അതിനാൽ

$$യര \times മവ = ര(ക+ഗ)$$

എന്നാൽ $മവ = \sqrt{ര^2+ക^2}$

$$\therefore യര = ര(ക+ഗ) \div \sqrt{ര^2+ക^2}$$

ഇനി,

$$മര^2 - രവ^2 = (മയ^2 - യര^2) - (യവ^2 - രയ^2)$$

$$= മയ^2 - യവ^2 = മല^2 +ലയ^2 - യവ^2$$

$$= ര^2 + ഗ^2 - (ക+ഗ)^2$$

എന്നാൽ

$$മര + രവ = മവ = \sqrt{ക^2+ര^2}$$

$$\therefore മര - രവ = \frac{ര^2 + ഗ^2 - (ക+ഗ)^2}{\sqrt{ക^2+ര^2}}$$

$$\therefore 2മര = \sqrt{ക^2+ര^2} + \frac{ര^2+ഗ^2-(ക+ഗ)^2}{\sqrt{ക^2+ര^2}}$$

$$= \frac{ക^2+ര^2+ര^2+ഗ^2-ക^2-ഗ^2-2കഗ}{\sqrt{ക^2+ര^2}}$$

$$= \frac{2ര^2 - 2കഗ}{\sqrt{ക^2+ര^2}}$$

$$\therefore മര = \frac{ര^2 - കഗ}{\sqrt{ക^2+ര^2}}.$$

$\therefore$ ചാപയോഗതാനകം, $നഒ = രയ \times \frac{മന}{മര}$

$$= \frac{ര(ക+ഗ)}{\sqrt{ര^2+ക^2}} \times ര \div \frac{ര^2 - കഗ}{\sqrt{ക^2+ര^2}} = \frac{ര^2(ക+ഗ)}{ര^2 - കഗ}$$

ചെറിയ ചാപത്തെ വലിയതിന്റെ തുടർച്ചയായി വെക്കാതെ മറുഭാഗത്തേക്ക വെച്ച് ഈവിധം നിരൂപണംചെയ്താൽ

ചാപാന്തരതാനകം $= \frac{ര^2(ക-ഗ)}{ര^2 - കഗ.}$ എന്നു വരും.

പാശ്ചാത്യഗണിതത്തിലെ പതിവനുസരിച്ച് വ്യാസാർദ്ധമാനത്തെ 1 എന്നു കല്പിച്ച് താനകങ്ങളേയും ആ തോതിൽ മാനം ചെയ്താൽ യോഗതാനകം $= \frac{ക+ഗ}{1-കഗ}$ എന്നും അന്തരതാനകം $= \frac{ക-ഗ}{1+കഗ}$ എന്നും കിട്ടും.

ഇതിൽനിന്നു വ്യാസാർദ്ധം 1 ആയ വൃത്തത്തിൽ ഒരു ചാപത്തിൻെറ താനകം $\frac{1}{2}$ യും മറേറതിൻെറ $\frac{1}{7}$ ഉം ആണെങ്കിൽ ആദ്യത്തേതിൻെറ ഇരട്ടിയിൽനിന്നു രണ്ടാമത്തേതു കളഞ്ഞാൽ പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശം കിട്ടുമെന്നു കാണാം.

ആദ്യചാപത്തിൻെറ ഇരട്ടിയുടെ താനകം $\Big\} = \dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}.$

പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശത്തിൻേറയും ഇതിൻേറയും അന്തരതാനകം $\Big\} = \dfrac{\frac{4}{3} - 1}{1 + \frac{4}{3}.\,1} = \frac{1}{7}.$

അതിനാൽ താനകം $\frac{1}{2}$ യായ ചാപത്തിൻെറ ഇരട്ടിയിൽ നിന്നു താനകം $\frac{1}{7}$ ആയ ചാപം കളഞ്ഞാൽ പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശം എന്നു വരുന്നു.

$$\therefore \text{ പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശം } = 2 \times \tfrac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{4}.\frac{1}{3} + \frac{1}{16}.\frac{1}{5} - \frac{1}{64}.\frac{1}{7} + \ldots\right)$$
$$- \frac{1}{7}\left(1 - \frac{1}{49}.\frac{1}{3} + \frac{1}{49^2}.\frac{1}{5} - \frac{1}{49^3}.\frac{1}{7} + \ldots\right)$$

ഇതിൽനിന്നു പരിധിയെ വേണ്ടത്ര സൂക്ഷ്മമായി ക്ലേശം കൂടാതെ വരുത്താം.

ഇനി ഒരു ചാപത്തിൻെറ താനകം $\frac{1}{5}$ ഉം മറെറാന്നിൻെറ $\frac{1}{239}$ ഉം ആണെങ്കിൽ ആദ്യത്തേതിൻെറ 4 മടങ്ങിൽനിന്നു രണ്ടാമത്തേതു കളഞ്ഞാൽ പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശംതന്നെ വരും എന്നു കാണാം.

ആദ്യത്തേതിൻെറ ഇരട്ടിയുടെ താനകം $\Big\} = \dfrac{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}{1 - \frac{1}{5}.\frac{1}{5}} = \frac{5}{12}$

$$\therefore \text{ അതിൻെറ ഇരട്ടിയുടെ താനകം } = \frac{\frac{5}{12} + \frac{5}{12}}{1 - \frac{5}{12}.\frac{5}{12}} = \frac{\frac{10}{12}}{\frac{144-25}{144}} = \frac{120}{119}.$$

ഇതിൻേറയും പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശത്തിൻേറയും അന്തരതാനകം $\Big\} = \dfrac{\frac{120}{119} - 1}{1 + \frac{120}{119}} = \frac{1}{239}.$

$$\therefore \text{ പരിദ്ധ്യഷ്ടാംശം } = \frac{4}{5}\left(1 - \frac{1}{25}.\frac{1}{3} + \frac{1}{625}.\frac{1}{5} - \ldots\right)$$
$$- \frac{1}{239}\left(1 - \frac{1}{239^2}.\frac{1}{3} + \frac{1}{239^4}.\frac{1}{5}\ldots\right)$$

ഉദാഹരണമായി 10,000,000,000 വ്യാസമായ വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി 31415926536 എന്നു വരുന്നുണ്ടോ എന്നു നോക്കുക.

വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാനുള്ള മാർഗ്ഗം ഉപരിഗണിതത്തിൽ ഏററവും പ്രധാനമായ സംഗതികളിൽ ഒന്നായതുകൊണ്ടു മാത്രം ഇവിടെ ഇത്ര വിസ്തരിച്ചുപറഞ്ഞു. സാധാരണഗണിതത്തിലും ഇതു വളരെ ഉപയോഗമുള്ളതാകുന്നു. ഇത്രയധികം കൃത്യം വേണ്ടതന്നേയുള്ളു. ആര്യഭടൻ തുടങ്ങിയ ചിലർ ഒരു വൃത്തത്തിന്നകത്തു സമഷഡശ്രമുണ്ടാക്കി അതിൻെറ ചുററു കണക്കാക്കി അതിൽനിന്നു 12, 24, 48, 96, 192, 384 എന്നിങ്ങിനെ ബാഹുക്കളായ ബഹുഭുജക്ഷേത്രങ്ങളുടെ ചുററു കണ്ട് വൃത്തപരിധി നിശ്ചയിച്ചു എന്നാണ് ഗവേഷകന്മാരുടെ അഭിപ്രായം. ആര്യഭടൻ 20,000 വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി 62832 എന്നു കണ്ടു. 62832നെ ഗുണകാരമായും 20,000ത്തെ ഹാരകമായും വല്ലിയുണ്ടാക്കി ഉപസംഹരിച്ചാൽ സാധാരണ ക്ഷേത്രഗണിതത്തിന്നു വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാനുള്ള ഗുണകാരഹാരകങ്ങളുണ്ടാവും.

$$\frac{62,832}{20,000}=\frac{31,416}{10,000}=\frac{3927}{1250}=3+\frac{1}{7+}\,\frac{1}{16+}\,\frac{1}{11}.$$

$$\text{ഉപസംഹൃതഫലങ്ങൾ}=\frac{3}{1},\ \frac{22}{7},\ \frac{355}{113},\ \frac{3927}{1250}.$$

പരിധി കാണുവാനുള്ള മൂലസൂത്രത്തിൻെറ ഉപജ്ഞാതാവിനെ സംബന്ധിച്ച് പാശ്ചാത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ രണ്ടഭിപ്രായങ്ങളാണ് കാണുന്നത്. ഒന്നു ഉപജ്ഞാതാവ് സ്കോട്ടലാണ്ട്കാരനായ ജെയിംസ് ഗ്രഗറിയാണെന്നാകുന്നു. ഇദ്ദേഹം 1638-ൽ ജനിച്ച് 1675-ൽ മരിച്ചു. മറേറതു ജർമ്മനിയിലെ ഒരു പ്രസിദ്ധഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്ന ഗോത്ഫ്രീഡ് വിൽഹം ലീബ്നിററ്സ് ആണെന്നുമാകുന്നു. ഇദ്ദേഹം 1646-ൽ ജനിച്ചു 1716-ൽ മരിച്ചു. ഇവരുടെ കാലം കഴിഞ്ഞതു 300 കൊല്ലം മുമ്പു മാത്രമായിരുന്നു. തന്ത്രസംഗ്രഹകത്താവായ നീലകണ്ഠസോമയാജി ജനിച്ചതു 1443ലാണെന്നു സിദ്ധാന്തദർപ്പണത്തിൽനിന്നു തെളിയുന്നു. സോമയാജി തന്ത്രസംഗ്രഹം നിർമ്മിച്ചതു ക്രിസ്ത്വാബ്ദം 1500ലാണെന്നു അതിൽ അദ്ദേഹം പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന കലിദിനസംഖ്യയിൽനിന്നും തെളിയുന്നു. കരണപദ്ധതി ഗ്രന്ഥകത്താവായ പുതുമന ചോമാതിരിയുടെ കാലം ഇത്രതന്നെ കൃത്യമായി നിശ്ചയിക്കുവാൻ പ്രയാസമുണ്ട്. എങ്കിലും അഭിജ്ഞമതം ഇദ്ദേഹം നീലകണ്ഠസോമയാജിയുടെ ഗുരുനാഥൻെറ അച്ഛനും ദൃഗ്ഗണിതനിർമ്മാതാവുമായ പരമേശ്വരാചാര്യരുടെ സമകാലീനനെന്നാകുന്നു. ഇവരുടെ പ്രസ്താവനകളുടെ ശൈലി കാണുമ്പോൾ ഇവരുടേയും മുമ്പ് പരിധ്യാനയനമാർഗ്ഗം കേരളത്തിൽ അറി

ഞ്ഞിരുന്നുവെന്നു വിചാരിപ്പാൻ അവകാശമുണ്ട്. ഉത്തര ഭാരതീയരുടെ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഈ മാൎഗ്ഗം കാണുന്നില്ല. അതിനാൽ ഈ മാൎഗ്ഗത്തിൻെറ ഉപജ്ഞാതാവ് ഒരു കേരളീയനാണെന്നു അഭിമാനിക്കുവാൻ അവകാശം കാണുന്നു.

ഇനി പരിധി വരുത്തുവാൻ രണ്ടാമതൊരു മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

വ്യാസാദ് വനസംഗുണിതാൽ
പൃഥഗാപ്തം ത്ര്യാദ്യയുഗ് വിമൂലഘനൈഃ
ത്രിഗുണവ്യാസേ സ്വമൃണം
ക്രമശഃ കൃതം ̧ാപി പരിധിരാനേയഃ 2.

സാരം. ഇഷ്ടവ്യാസത്തെ വനം (4) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു വെവ്വേറെ വെച്ചു അതിനെ 3, 5, 7 എന്നീ അയുഗ്മസംഖ്യകളെ ഘനിച്ചു അതാതിൻെറ മൂലത്തെക്കളഞ്ഞ് ശിഷ്ടംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളെ 3കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു വ്യാസത്തിൽ കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്തു പരിധി വരുത്തിയാലും.

$$\text{പരിധി} = 3\text{വ} + \frac{4\text{ വ}}{3^3-3} + \frac{4\text{ വ}}{5^3-5} + \frac{4\text{ വ}}{7^3-7} + \cdots\cdots$$

ഇതിൻെറ ഉപപത്തി പറഞ്ഞുകഴിഞ്ഞു.

ഇനി ഒരു ഹാൎയ്യത്തെ രണ്ടു ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളുടെ യോഗവും അന്തരവും വരുത്തുവാൻ ക്രിയ പറയുന്നു.

ഹാൎയ്യം ഹാരൈക്യഭേദഘ്നം
ഹാരഘാതേന വാ ഹരേൽ
ഹാൎയ്യാദ്ധാരയുഗാവാപ്ത
ഫലയോഗാന്തരാപ്തയേ. 3.

സാരം. ഹാൎയ്യത്തെ ഹാരകയോഗംകൊണ്ടോ ഹാരകാന്തരംകൊണ്ടോ ഗുണിച്ച് ആ ഹാരകങ്ങളുടെ ഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ആ രണ്ടു ഹാരകങ്ങളെകൊണ്ടും ഹാൎയ്യത്തെ വെവ്വേറെ ഹരിച്ച ഫലങ്ങളുടെ യോഗവും അന്തരവുമായിരിക്കും.

$$\frac{\text{വ}}{\text{ഹ}_1} + \frac{\text{വ}}{\text{ഹ}_2} = \frac{\text{വ }(\text{ഹ}_1 + \text{ഹ}_2)}{\text{ഹ}_1 \times \text{ഹ}_2}$$

$$\frac{\text{വ}}{\text{ഹ}_1} - \frac{\text{വ}}{\text{ഹ}_2} = \frac{\text{വ }(\text{ഹ}_2 - \text{ഹ}_1)}{\text{ഹ}_1 \times \text{ഹ}_2}.$$

ഇനിയത്തെ പരിധ്യാനയനമാൎഗ്ഗസിദ്ധിക്കു ഉപയോഗമുള്ളതിനാൽ ഇതിവിടെ പറഞ്ഞു.

ഇനി പരിധ്യാനയനത്തിന്നു മൂന്നാമതൊരു മാർഗ്ഗം പറയുന്നു.

വർഗ്ഗൈർയ്യുജാം വാ ദ്വിഗുണൈർന്നിരേകൈ-
ർവ്വർഗ്ഗീകൃതൈർവ്വർജ്ജിതയുഗ്മവർഗ്ഗൈഃ
വ്യാസം ച ഷഡ്ഘ്നം വിഭജേൽ ഫലം സ്വം
വ്യാസേ ത്രിനിഘ്നേ പരിധിസ്തദാ സ്യാൽ. 4.

സാരം. യുഗ്മസംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗങ്ങളെ രണ്ടുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഒന്നു കളഞ്ഞ ഫലത്തെ വർഗ്ഗിച്ച് അതിൽനിന്നു ആ യുഗ്മസംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗത്തെ കളഞ്ഞ ശിഷ്ടംകൊണ്ടു 6-ൽ ഗുണിച്ച വ്യാസത്തെ ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളെ 3-ൽ ഗുണിച്ച വ്യാസത്തോടു ചേർത്താൽ പരിധിയുണ്ടാകും.

$$\text{പരിധി} = 3\text{വ} + \frac{6\text{വ}}{(2.2^2-1)^2-2^2} + \frac{6\text{വ}}{(2.4^2-1)^2-4^2} + \frac{6\text{വ}}{(2.6^2-1)^2-6^2} + \cdots$$

രണ്ടാം ശ്ലോകത്തിലെ വിധിയിൽനിന്നു ധനർണ്ണപദങ്ങളുടെ യോഗം കൊണ്ടു ഇതുണ്ടാക്കാം. ആ വിധി

$$\text{പരിധി} = 3\text{വ} + \frac{4\text{വ}}{3^3-3} - \frac{4\text{വ}}{5^3-5} + \frac{4\text{വ}}{7^3-7} - \cdots\cdots$$

എന്നാകുന്നു. ഇതിലുള്ള 3, 5, 7, 9 മുതലായ അയുഗ്മസംഖ്യകളെ $4-1$, $4+1$, $8-1$, $8+1$, $12-1$, $12+1$ ഈ വിധത്തിൽ കല്പിക്കാം. അപ്പോൾ കൂട്ടേണ്ടതും കിഴിക്കേണ്ടതുമായ അടുത്ത രണ്ടു പദങ്ങൾ താഴെ കാണുംപ്രകാരം വരും.

$$\frac{4\text{വ}}{(4\text{ന}-1)^3-(4\text{ന}-1)} - \frac{4\text{വ}}{(4\text{ന}+1)^3-(4\text{ന}+1)}.$$

3-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച് ഇവിടെ ഹാരകാന്തരവും ഹാരകഘാതവും കാണണം.

$$\text{ഹാരകാന്തരം} = (4\text{ന}+1)^3-(4\text{ന}+1)-(4\text{ന}-1)^3+(4\text{ന}-1) = 96\text{ന}^2$$

$$\text{ഹാരകഘാതം} = \left\{(4\text{ന}-1)^3-(4\text{ന}-1)\right\}\left\{(4\text{ന}+1)^3-(4\text{ന}+1)\right\}$$

$$= (4\text{ന}-1)\left\{(4\text{ന}-1)^2-1\right\} \times (4\text{ന}+1)\left\{(4\text{ന}+1)^2-1\right\}$$

$$= (4\text{ന}-1)(16\text{ന}^2-8\text{ന})(4\text{ന}+1)(16\text{ന}^2+8\text{ന})$$

$$= 64\text{ന}^2(4\text{ന}-1)(2\text{ന}-1)(4\text{ന}+1)(2\text{ന}+1)$$

$$= 64\text{ന}^2(16\text{ന}^2-1)(4\text{ന}^2-1)$$

$$= 64\text{ന}^2(64\text{ന}^2-20\text{ന}^2+1)$$

$$= 64\text{ന}\left\{(8\text{ന}^2-1)^2-4\text{ന}^2\right\}$$

$$= 64\text{ന}^2 \left\{ [2.(2\text{ന})^2-1]^2 - (2\text{ന})^2 \right\}$$

$$\therefore \text{ ഫലാന്തരം} = \frac{4\text{വ} \times 96\text{ന}^2}{64\text{ന}^2 \left\{ [2(2\text{ന})^2-1]^2-(2\text{ന})^2 \right\}}$$

$$= \frac{6\text{വ}}{\left\{2(2\text{ന})^2-1\right\}-(2\text{ന})^2}$$

ന എന്നതിന്നു 1, 2, 3 മുതലായ വിലകൾ കല്പിച്ചാൽ 2–ാംശ്ലോകത്തിലെ ശ്രേഢിയിലെ 3 വ കഴിഞ്ഞു വരുന്ന ഈരണ്ടു ഈരണ്ടു പദങ്ങളുടെ അന്തരം ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ

$$\text{പരിധി} = 3\text{വ} + \frac{6\text{വ}}{(2.2^2-1)^2-2^2} + \frac{6\text{വ}}{(2.4^2-1)^2-4^2} + \cdots$$

എന്നു വരികയും ചെയ്യും.

ഇനി സാധാരണയായി വ്യാസത്തിൽനിന്നു പരിധി വരുത്തുവാനും പരിധിയിൽനിന്നു വ്യാസം വരുത്തുവാനും ചെയ്യുന്ന മാർഗ്ഗങ്ങൾ പറയുന്നു.

വ്യാസദഭീഷ്ടാന്തഹതോസ്യ വൃത്തം
നീത്വൈവമാദ്യാം തു മിഥോ വിഭക്തൈഃ
കാര്യ്യാ യഥോക്തം ഗുണകാരഹാരാ–
സ്തേ വ്യാസവൃത്താനി തദാ ഭവന്തി. 5.

ഗുണഹാരകഭൂതൈസ്തൈർവ്യാസവൃത്തൈർയഥോദിതം
ഇഷ്ടവൃത്താന്നയേദ് വ്യാസം വ്യാസാദ് വൃത്തം വിപര്യ്യയാൽ 6.

'അനൂനനൂത്നാനനനുന്നനിത്യൈ'
സ്സമാഹതാശ്ചക്രകലാ വിഭക്താഃ
'ചണ്ഡാംശുചന്ദ്രാധമകുംഭിപാലൈ'–
വ്യാസസ്തദർദ്ധം ത്രിഭമൌർവ്വികാ സ്യാൽ. 7.

സാരം. വലുതായിട്ടൊരു വ്യാസം കല്പിച്ചു് അതിൻെറ വൃത്തവും (പരിധിയും ഉണ്ടാക്കി വ്യാസം ഗുണകാരമായും വൃത്തം ഹാരകമായും വല്ലിയുണ്ടാക്കി വല്ല്യപസംഹാരം ചെയ്താൽ ഉണ്ടാകുന്ന ഗുണകാരങ്ങളും ഹാരകങ്ങളും വ്യാസവൃത്തങ്ങളായിരിക്കും. (5)

ഇഷ്ടവൃത്തപരിധിയെ ഈ വ്യാസമാനങ്ങൾകൊണ്ടു ഗുണിച്ച പരിധിമാനങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ആ വൃത്തത്തിൻെറ വ്യാസമുണ്ടാകും. വിപരീതക്രിയകൊണ്ടു വ്യാസത്തിൽനിന്നു വൃത്തത്തേയും വരുത്താം (6)

വൃത്തകലകളെ (21600 നെ) 10,000,000,000 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചു് 31,415,926,536കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വൃത്തവ്യാസം കലാമിതമായുണ്ടാകും. ഇതിൻെറ പകുതി ത്രിജ്യാവു് എന്നു പറയുന്ന മൂന്നു രാശികളുടെ ജ്യാവുമാകുന്നു. (7)

ഈ ക്രിയകളുടെ യുക്തി പ്രത്യേകം പറയണമെന്നില്ല.

10,000,000,000 ഗുണകാരവും 31415926536 ഹാരകവുമായി വല്ലി യുണ്ടാക്കിയാൽ

$$\frac{1}{3+}\ \frac{1}{7+}\ \frac{1}{15+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{292+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{4+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{45+}$$

$$\frac{1}{1+}\ \frac{1}{1+}\ \frac{1}{8}.$$ എന്നു വരും.

ഇവയെ ഉപസംഹരിച്ചാൽ $\frac{1}{3}, \frac{7}{22}, \frac{106}{333}, \frac{113}{355}$. മുതലായവ. ഇവ യിൽ $\frac{113}{355}$ വളരെ സൂക്ഷ്മംതന്നെ. $\frac{355}{113} = 3{\cdot}1415929.$

ജ്യോതിർഗ്ഗണിതത്തിൽ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസത്തേയും, ജ്യാവുകളേയും അതാതു് വൃത്തത്തിന്റെ കലകളെകൊണ്ടു അളന്നുവരുന്നു. ഏതു വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിലും 360 ഭാഗവും, 21600 കലകളുംതന്നെ. മൂന്നു രാശിയുടെ അഥവാ $90°$ അടങ്ങിയ വൃത്തപാദത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിരാശിജ്യാവു് അല്ലെങ്കിൽ ത്രിജ്യാവു എന്നു പറയുന്നു. ഇതു വ്യാസാർദ്ധത്തിന്നു തുല്യമെന്നു സ്പഷ്ടം. മൂന്നു രാശിയുടെ ജ്യാവു് 'ദേവോ വിശ്വസ്ഥലീഭൃഗു' $(= 3437'\text{-}44''\text{-}48''')$ എന്നാകുന്നു.

ഇനി ഒരു രാശിയുടേയും ഒന്നര രാശിയുടേയും ജ്യാവുകളെ വരുത്തു വാൻ പറയുന്നു.

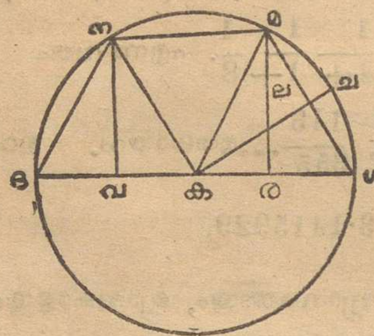
> ത്രിജ്യാർദ്ധമേകരാശിജ്യാ ത്രിജ്യാ വർഗ്ഗാർദ്ധതഃ പദം
> ഭവേദധ്യർദ്ധരാശിജ്യാ താഭ്യാമന്യദ്ഗുണാൻ നയേൽ 8.

സാരം. ത്രിജ്യാവിന്റെ പകുതി ഒരു രാശിയുടെ ജ്യാവാകുന്നു. ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിന്റെ പകുതിയുടെ വർഗ്ഗമൂലം ഒന്നര രാശിയുടെ ജ്യാവാകുന്നു. ഇവയെകൊണ്ടു മററ ജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കുക.

ഒരു ചാപത്തിന്റെ അഗ്രത്തിൽനിന്നു അതിന്റെ മൂലസ്പർശിയായ വ്യാസത്തിലേക്കുള്ള ലംബത്തെ ആ ചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവു് എന്നു പറയുന്നു. ഈ വ്യാസത്തിന്നു ലംബമായ വ്യാസത്തിലേക്ക ചാപാഗ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള ലംബത്തെ ചാപത്തിന്റെ കോടിജ്യാവു എന്നും പറയുന്നു. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ കോടിജ്യാവു കഴിച്ചുള്ള ഭാഗത്തെ ചാപത്തിന്റെ ഉൽക്രമജ്യാവു് അല്ലെങ്കിൽ ശരം എന്നു പറയുന്നു. ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ മൂലാഗ്രങ്ങളെ ചേർക്കുന്ന രേഖയെ ആ ചാപത്തിന്റെ സമസ്തജ്യാവെന്നു പറയും. ഒരു ചാപത്തിന്റെ സമസ്തജ്യാവിന്റെ പകുതി ചാപാർദ്ധത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവെന്നു

കാണാം. പരിധിയെ 12 സമഭാഗങ്ങളാക്കിയാൽ ഒരു ഭാഗത്തിന്നു രാശി യെന്നു പേര്. 1 രാശി = 30 ഭാഗം. 1 ഭാഗം = 30 കല. ഇതെല്ലാം ആദ്യത്തെ പ്രവേശികയിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

പരിലേഖത്തിൽ ഗമ എന്നതു വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ ഒരു സമസ്തജ്യാവാകുന്നു. എന്നാൽ കഗമ എന്നതു ഒരു സമഭുജത്രികോണമാകുന്നു. മര എന്നതു ആ ത്രികോണത്തിന്റെ ഉപതാനമായ കഗ എന്നതിലേക്കുള്ള ലംബം. അതിനാൽ കമ = മഗ. അതുകൊണ്ടു കര വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്റെ പകുതി. ഗകദ ഒരു വ്യാസവും ദന എന്നതു വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ സമസ്തജ്യാവും നവ എന്നതു ദകന എന്ന സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഉപതാനമായ കദ എന്ന രേഖയിലേക്കുള്ള ലംബവുമാകുന്നു. അതിനാൽ കവ എന്നതും വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്റെ പകുതി. അതിനാൽ വര എന്നതു വ്യാസാൎദ്ധത്തിന്നു തുല്യം. മര, നവ എന്ന രണ്ടു ലംബങ്ങളും തുല്യമാകയാൽ വരമന എന്നതു ഒരായതചതുരശ്രമാകുന്നു. അതിനാൽ, നമ = വര. അതുകൊണ്ടു നമ എന്നതും വ്യാസാൎദ്ധതുല്യം. ഇതിൽനിന്നു ഗകദ എന്ന വ്യാസത്താൽ വേർതിരിക്കപ്പെട്ട അൎദ്ധപരിധിയിൽ തൊട്ടുതൊട്ടു വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ മൂന്നു സമസ്തജ്യാവുകൾ അടങ്ങുമെന്നു വരുന്നു. ഈ ജ്യാവുകൾ വേർതിരിക്കുന്ന ചാപങ്ങൾ തുല്യമാകയാൽ അവ ഓരോന്നും അൎദ്ധപരിധിയുടെ മൂന്നിലൊന്നു്. അതിനാൽ ഓരോന്നും രണ്ടു രാശി. രണ്ടു രാശിയുടെ സമസ്തജ്യാവു വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമെന്നു വരുന്നു. ഈ പറഞ്ഞതു യുക്തിഭാഷയിലെ രീതിക്കനുസരിച്ചാകുന്നു. മററു പ്രകാരത്തിലും ഒരു വൃത്തപരിധിയിൽ വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ 6 സമസ്തജ്യാവുകൾ തൊട്ടുതൊട്ടു വെക്കാമെന്നു കാണാം. പരിധിയിൽ ഒരു സ്ഥാനത്തുനിന്നു തുടങ്ങി വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ ഒരു സമസ്തജ്യാവുവെച്ചു് അതിന്റെ രണ്ടററങ്ങളേയും വൃത്തകേന്ദ്രത്തോടു ചേൎത്താൽ ഒരു സമഭുജത്രികോണമുണ്ടാവും. ഏതു ത്രികോണത്തിന്റേയും കോണുകളെല്ലാം കൂട്ടിയാൽ 180°. സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ കോണുകളെല്ലാം അന്യോന്യം തുല്യമാകയാൽ ഓരോന്നും 60°. അതിനാൽ വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ ഓരോ സമസ്തജ്യാവും കേന്ദ്രത്തിൽ 60° മായ കോണിനെ അഭിമുഖീകരിക്കുന്നു. കേന്ദ്രത്തിന്റെ ചുററുമുണ്ടാകാവുന്ന എല്ലാ കോണുകളും കൂടിയാൽ 360°. അതിനാൽ വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമായ 6 സമസ്തജ്യാവുകളെക്കൊണ്ടു പരിധി മുഴുവനാകുന്നു. ഇതിൽനിന്നും 2 രാശിയുടെ സമസ്തജ്യാവു വ്യാസാൎദ്ധതുല്യമെന്നു വരുന്നു.



പരിലേഖം 6.

ഇനി ഗ മ എന്ന സമസ്തജ്യാവിലേക്കു വൃത്തകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു കല എന്ന ലംബം കല്പിക്കുക ഈ ലംബത്തെ നീട്ടിയാൽ ഗ മ എന്ന ചാപത്തിൻെറ മദ്ധ്യമായ ച എന്ന ബിന്ദുവിൽ കൂടിപ്പോകും. ലംബം സമസ്തജ്യാവിനെ സമമായി ഭാഗിക്കയും ചെയ്യും. ഗ ല = ല മ. അതിനാൽ ഗ ച എന്നതു ഒരു രാശിയും, ഗ ല എന്നതു വ്യാസാർദ്ധത്തിൻെറ പകുതിയും ആകുന്നു. ഗ ല എന്നതു ഗ ച എന്ന ചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവാണെന്നു പരിഃലഖത്തിൽനിന്നു കാണാം. അതിനാൽ ഒരു രാശിയുടെ ഭുജജ്യാവു വ്യാസാർദ്ധത്തിൻെറ പകുതി, അഥവാ ത്രിജ്യാർദ്ധം.

ഒരു വൃത്തപരിധിയെ 4 പാദങ്ങളായി ഭാഗിച്ച് പാദസന്ധികളെ ക്രമേണ ചേർത്താൽ ഒരു സമചതുരമുണ്ടാകും. ഈ സമചതുരത്തിൻെറ ഓരോ ഭുജവും വൃത്തപാദത്തിൻെറ (= 3 രാശിയുടെ) സമസ്തജ്യാവാകുന്നു. അതിനാൽ ഓരോ ഭുജത്തിൻെറയും പകുതി $1\frac{1}{2}$ രാശിയുടെ ഭുജജ്യാവാകുന്നു. ഈ ഭുജജ്യാവിൻെറ വൎഗ്ഗം നാലുകൂട്ടിയാൽ സമചതുരഭുജത്തിൻെറ വൎഗ്ഗത്തിന്നു തുല്യം. സമചതുരഭുജവൎഗ്ഗം വ്യാസാർദ്ധവൎഗ്ഗത്തിൻെറ ഇരട്ടിക്കു തുല്യം. അതിനാൽ ഭുജജ്യാവൎഗ്ഗം വ്യാസാർദ്ധവൎഗ്ഗത്തിൻെറ പകുതിയെന്നു വരുന്നു. അതുകൊണ്ടു ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗാർദ്ധത്തിൻെറ വൎഗ്ഗമൂലം $1\frac{1}{2}$ രാശിയുടെ ഭുജജ്യാവ്.

ഇങ്ങിനെ ഒരു രാശിയുടേയും ഒന്നര രാശിയുടേയും ജ്യാവുകൾ കാണാം. ഈ ജ്യാവുകളിൽനിന്നു മററു ജ്യാവുകളെ വരുത്താമെന്നു പറയുന്നു. മററു ജ്യാവുകൾ ഏവ? വൃത്തപാദത്തെ 24 സമഖണ്ഡങ്ങളാക്കി അവയിൽ ഒന്ന്, രണ്ട്, മൂന്ന് മുതലായ ഖണ്ഡങ്ങൾകൂടിയുണ്ടാകുന്ന 24 ചാപങ്ങളുടെ ഭുജജ്യാവുകളെയാണ് ഇവിടെ ജ്യാവുകളെന്നു പറയുന്നതു്. ഒരു രാശിക്ക് 8 ഖണ്ഡങ്ങൾ അതിനാൽ 1 രാശിയുടെ ജ്യാവ് എട്ടാമത്തേതു്. അതു ത്രിജ്യാർദ്ധം. 12–ാമത്തേതു $1\frac{1}{2}$ രാശിയുടെ ജ്യാവ്. അതും കണ്ടു 24–ാമത്തെ ജ്യാവ് ത്രിജ്യാവ്. ഇവയിൽനിന്നു ബാക്കി എല്ലാ ജ്യാവുകളേയും വരുത്തുവാനുള്ള മാൎഗ്ഗങ്ങളാണ് ഇനി പറയുന്നതു്.

ത്രിജ്യേഷ്ടജ്യാവധാഢ്യോന ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗോത്ഥമൂലയോഃ
ഭേദയോഗദലേ ചാപാർദ്ധഭുജകോടികേ. 9.

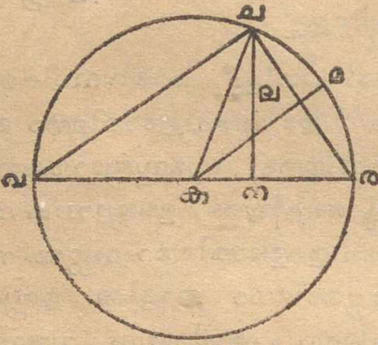
സാരം ത്രിജ്യാവിനെ ഇഷ്ടജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അതിനെ ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗത്തിൽ കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്തുവരുന്ന ഫലങ്ങളെ മൂലിച്ച് അവയുടെ അന്തരാർദ്ധവും യോഗാർദ്ധവും കണ്ടാൽ ഇഷ്ടചാപത്തിൻെറ പകുതിയുടെ ഭുജജ്യാവും കോടിജ്യാവുമാകും.

ഇവിടെ ഇഷ്ടജ്യാവു എന്നതു ഇഷ്ടചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവ്. ഇതിനെ ഭു(യ) എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം. ഇതിൻെറ കോടിജ്യാവിനെ കോ (യ) എന്നും സൂചിപ്പിക്കാം. ത്രിജ്യാവ് ര എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\text{ഭു}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\text{ര}^2 + \text{ര ഭു(യ)}} - \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ര.ഭു(യ)}}}{2.}$$

$$\text{കോ}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\text{ര}^2 + \text{ര.ഭു(യ)}} + \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ര.ഭു(യ)}}}{2.}$$

ഇത്രെ സൂത്രത്തിന്റെ സാരം. ഇനി ഇതിന്റെ ഉപപത്തി. പരിലേഖത്തിൽ വ ക ര എന്നതു വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും ക എന്നതു വൃത്തമദ്ധ്യവുമാകുന്നു. ര ച എന്നതു വ്യാസാഗ്രത്തിൽ മൂലമായ ഒരു ചാപവും ച ന അതിന്റെ ഭുജജ്യാവും ക ന കോടിജ്യാവുമാകുന്നു. ഥ ചാപമദ്ധ്യം. ച ര ചാപത്തിന്റെ സമസ്തജ്യാവ്. ര ല ചാപാർദ്ധത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവും കല കോടിജ്യാവുമാകുന്നു. കോടി ഭുജജ്യാവുകളുടെ വർഗ്ഗയോഗം ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിന്നു തുല്യമെന്നു ക ല ര, ക ന ച എന്നീ സമകോണത്രികോണങ്ങളുടെ ഭുജകോടി കർണ്ണബന്ധത്തിൽനിന്നും കാണാം.



പരിലേഖം 7.

ആദ്യപ്രവേശികയിലെ 7-ാം പരിലേഖത്തിൽനിന്നും ഇതു സ്പഷ്ടമാകുന്നു.

ക ര ച എന്ന ത്രികോണത്തിന്റെ ക്ഷേത്രഫലം $\frac{1}{2}$. ച ര $\times$ ക ല എന്നതിന്നും $\frac{1}{2}$ ക ര $\times$ ച ന എന്നതിന്നും തുല്യമാകയാൽ ച ര $\times$ ക ല = ക ര $\times$ ച ന. അഥവാ ക ര $\times$ ന ച = 2 ര ല $\times$ ക ല ഇതിൽനിന്നു

$$\text{ര. ഭു (യ)} = 2.\ \text{ഭു}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right).\ \text{കോ}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right)$$

എന്നു സിദ്ധിക്കുന്നു. കൂടാതെ

$$(\text{ക ല} + \text{ല ര})^2 = \text{ക ല}^2 + \text{ല ര}^2 + 2\,\text{ക ല} \times \text{ല ര}$$

$$= \text{ക ര}^2 + \text{ക ര} \times \text{ന ച}$$

$$\therefore \text{ക ല} + \text{ല ര} = \sqrt{\text{ക ര}^2 + \text{ക ര} \times \text{ന ച}}$$

$$(\text{ക ല} - \text{ല ര})^2 = \text{ക ല}^2 + \text{ല ര}^2 - 2\,\text{ക ല} \times \text{ല ര}$$

$$= \text{ക ര}^2 - \text{ക ര} \times \text{ന ച}.$$

$$\therefore \text{ക ല} - \text{ല ര} = \sqrt{\text{ക ര}^2 - \text{ക ര} \times \text{ന ച}}.$$

എന്നുവെച്ചാൽ,

$$\text{കല} + \text{ലര} = \sqrt{\text{ര}^2 + \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})}$$

$$\text{കല} - \text{ലര} = \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})}$$

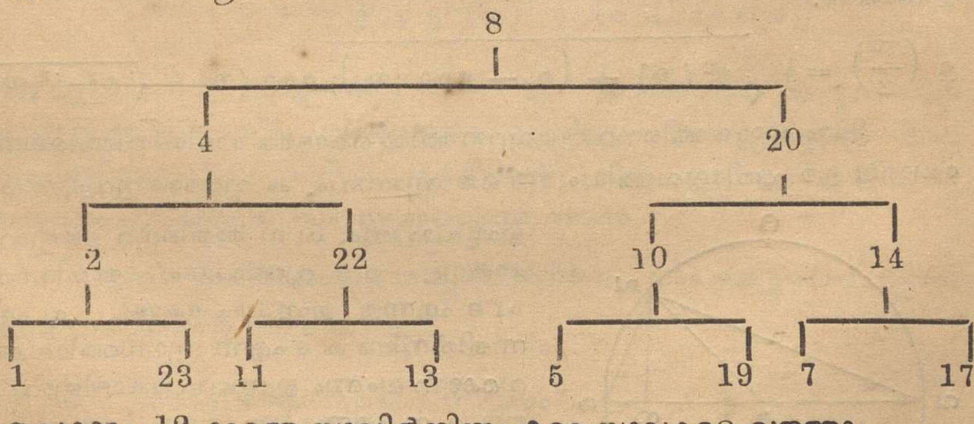
$$2\text{ലര} = (\text{കല}+\text{ലര}) - (\text{കല}-\text{ലര}) = \sqrt{\text{ര}^2+\text{ര. ഭു}\,(\text{യ})} - \sqrt{\text{ര}^2-\text{ര. ഭു}\,(\text{യ})}$$

$$\text{ഭു}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \text{ലര} = \frac{\sqrt{\text{ര}^2 + \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})} - \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})}}{2.}$$

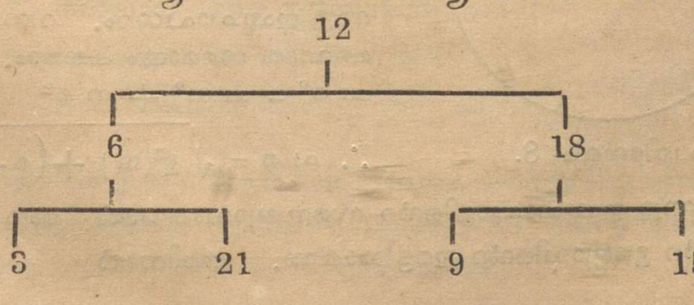
$$2\text{കല} = (\text{കല}+\text{ലര}) + (\text{കല}-\text{ലര}) = \sqrt{\text{ര}^2+\text{ര. ഭു}(\text{യ})} + \sqrt{\text{ര}^2-\text{ര. ഭു}(\text{യ})}$$

$$\text{കോ}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \text{കല} = \frac{\sqrt{\text{ര}^2 + \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})} + \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ര. ഭു}\,(\text{യ})}}{2}$$

മുമ്പു പറഞ്ഞ 24 ജ്യാവുകൾക്ക് പഠിതജ്യാവുകൾ എന്നു പറയുന്നു. അവയിൽ 8_ാമത്തെ ജ്യാവ് ത്രിജ്യാൎദ്ധം തന്നെ. ഇതിൽ നിന്നു ഈ സൂത്രംകൊണ്ടു 4_ാമത്തെ ജ്യാവും അതിന്റെ കോടിജ്യാവും വരുത്താം. 4_ാമത്തേതിന്റെ കോടിജ്യാവ് 20–ാമത്തെ ഭുജജ്യാവുമാകുന്നു. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ 4 ഖണ്ഡങ്ങളും 20 ഖണ്ഡങ്ങളും ചേൎന്നാൽ 24 ഖണ്ഡങ്ങൾ അടങ്ങിയ വൃത്തപാദമായി. അതിനാൽ 8–ാമത്തെ ഭുജജ്യാവിൽനിന്നു 4–ാമത്തേയും 20_ാമത്തേയും ഭുജജ്യാവുകൾ വരുത്താം. 4-ൽനിന്നു 2ഉം. 22ഉം. 20-ൽനിന്നു 10ഉം 14ഉം. ഇതു തുടൎന്നുകൊണ്ടുപോയാൽ താഴെ കാണും പ്രകാരം പഠിതജ്യാവുകളെ വരുത്താം.



ഇപ്രകാരം 12_ാമത്തെ ജ്യാവിൽനിന്നും കുറെ ജ്യാവുകളെ വരുത്താം.



ഇങ്ങിനെ 16-ാമത്തെ ജ്യാവൊഴിച്ച് ബാക്കിയെല്ലാം വരുത്താം. 16-ാമത്തേതു 8-ാമത്തേതിന്റെ കോടിയാകയാൽ രണ്ടു ജ്യാവുകളേയും വർഗ്ഗിച്ചു കൂട്ടിയാൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗമുണ്ടാകും. അതിനാൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽ 8-ാമത്തെ ജ്യാവിന്റെ വർഗ്ഗം കളഞ്ഞു മൂലിച്ചതു 16-ാമത്തെ ജ്യാവെന്നു വരുന്നു. ഇവിടെ കണ്ട സൂത്രംകൊണ്ടു ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു 12-ാമത്തെ ജ്യാവു വരുത്താവുന്നതാണ്. ഇങ്ങിനെ 8-ാമത്തെ ജ്യാവിൽനിന്നും ത്രിജ്യാവിൽനിന്നും മററ എല്ലാ പഠിതജ്യാവുകളേയും വരുത്താം.

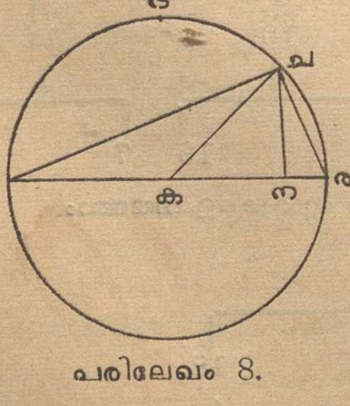
ഇനി ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളിൽനിന്നു ഇഷ്ടചാപാർദ്ധഭുജകോടിജ്യാവുകളെ വരുത്താമെന്നു പറയുന്നു.

യദ്വേഷ്ടചാപഗുണതച്ഛരവർഗ്ഗയോഗ-
മൂലാർദ്ധമിഷ്ടധനുരർദ്ധഗുണഃ പ്രദിഷ്ടഃ
ജ്യാനാം നിജത്രിഗുണവർഗ്ഗവിശേഷമൂലം
കോടിസ്തദൂനസഹിതൗ ത്രിഗുണൗ സ്വബാണൗ. 10.

സാരം. ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ ജ്യാവും അതിന്റെ ശരവും വർഗ്ഗിച്ചുകൂട്ടി മൂലിച്ചർദ്ധിച്ചാൽ ഇഷ്ടചാപാർദ്ധജ്യാവാകുന്നു. ഇഷ്ടചാപഭുജജ്യാവിന്റേയും ത്രിജ്യാവിന്റേയും വർഗ്ഗാന്തരത്തെ മൂലിച്ചാൽ കോടിജ്യാവുണ്ടാകുന്നു. അതു് ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കളഞ്ഞും ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടിയും രണ്ടു ശരങ്ങളും ഉണ്ടാകുന്നു.

$$\text{ഭു}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\text{ഭു}^2(\text{യ}) + \left(\text{ര} - \text{കോ}(\text{യ})\right)^2};\ \text{കോ}(\text{യ}) = \sqrt{\text{ര}^2 - \text{ഭു}^2(\text{യ})}$$

9-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കൊടുത്ത പരിലേഖത്തിലെന്ന പോലെ ഈ പരിലേഖത്തിലും വ ര ഒരു വ്യാസവും, ക വൃത്തകേന്ദ്രവും, ര ഛ ഇഷ്ടചാപവും, ഛ ന അതിന്റെ ഭുജജ്യാവുമാകുന്നു. ര ദ വൃത്തപാദം. അതിനാൽ ഛ ദ എന്നതു ഇഷ്ടചാപകോടി. ഛ എന്നതിൽനിന്നു ക ദ എന്ന വ്യാസത്തിലേക്കു വരക്കുന്ന ലംബം ഇഷ്ടചാപകോടിജ്യാവു്. ഇതു ക ന എന്നതിന്നു തുല്യം. ന ര എന്നതു ഇഷ്ടചാപശരം. വ ന എന്നതിനെ മററൊരു ശരമായും കരുതാം.



പരിലേഖം 8.

$$\text{ഛ ര}^2 = \text{ഛ ന}^2 + \text{ന ര}^2$$

$$\therefore\ \text{ഛ ര} = \sqrt{\text{ഭു}^2(\text{യ}) + \left(\text{ര} - \text{കോ}(\text{യ})\right)^2}$$

ഛ ര എന്നതു ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ സമസ്തജ്യാവാകയാൽ അതു ഇഷ്ടചാപാർദ്ധത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവിന്റെ ഇരട്ടിയാകുന്നു. അതിനാൽ

$$\text{ഭു}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\text{ഭു}^2\,(\text{യ}) + \left(\text{ര} - \text{കോ}\,(\text{യ})\right)^2}$$

ഇതിൻെറ വൎഗ്ഗത്തെ ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് മൂലിച്ചതു ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധകോടിജ്യാവാകുമെന്നു സ്പഷ്ടം.

$$\text{ചാപം}\,(\text{വ ഛ}) = \text{അൎദ്ധപരിധി} - \text{ചാപം}\,(\text{ര ഛ})$$
$$\therefore \tfrac{1}{2}\text{ചാപം}(\text{വ ഛ}) = \text{വൃത്തപാദം} - \tfrac{1}{2}\,\text{ചാപം}\,(\text{ര ഛ})$$

വ ദ ഛ എന്ന ചാപത്തിൻെറ പകുതി ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധകോടിക്കു തുല്യമാകുന്നു.

$$\text{വ ഛ}^2 = \text{ഛ ന}^2 + \text{വ ന}^2$$

$$\text{വ ഛ} = \sqrt{\text{ഭു}^2\,(\text{യ}) + \left(\text{ര} + \text{കോ}\,(\text{യ})\right)^2}$$

വ ഛ എന്നതു വ ദ ഛ എന്ന ചാപത്തിൻെറ സമസ്തജ്യാവാകയാൽ അതു ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധകോടിക്കു സമമായ ചാപത്തിൻെറ (= വ ദ ഛ എന്നതിൻെറ പകുതിയുടെ) ഭുജജ്യാവിൻെറ, എന്നുവെച്ചാൽ ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധകോടിജ്യാവിൻെറ ഇരട്ടിയാകുന്നു. അതിനാൽ

$$\text{കോ}\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\text{ഭു}^2\,(\text{യ}) + \left(\text{ര} + \text{കോ}\,(\text{യ})\right)^2}$$

ഇതു ശ്ലോകത്തിൽ സ്പഷ്ടമാക്കിക്കാണുന്നില്ല. ഇതിൽനിന്നു ഇഷ്ടചാപഭുജജ്യാവൎഗ്ഗത്തോടു ചെറിയ ശരത്തിൻെറ വൎഗ്ഗംകൂട്ടി മൂലിച്ചൎദ്ധിച്ചാൽ ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധഭുജജ്യാവും, വലിയ ശരത്തിൻെറ വൎഗ്ഗം കൂട്ടി മൂലിച്ചൎദ്ധിച്ചാൽ ഇഷ്ടചാപാൎദ്ധകോടിജ്യാവും ഉണ്ടാകുമെന്നു വരുന്നു.

ഇനി ഇഷ്ടചാപകോടിജ്യാവിൽനിന്നു ചാപാൎദ്ധഭുജകോടിജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

യദ്വേഷ്ടകോട്യാഹതവിസ്തരാൎദ്ധ
നോനാനചിതൌ വ്യാസദലസ്യ വൎഗ്ഗൌ
അൎദ്ധീകൃതൌ തൌ പദിതാവശിഷ്ട
ചാപാൎദ്ധയോഃ കോടിഗുണൌ ഭവേതാം 11.

സാരം. അല്ലെങ്കിൽ ഇഷ്ടചാപകോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച വ്യാസാൎദ്ധത്തെ കുറച്ചതും കൂട്ടിയതുമായ വ്യാസാൎദ്ധവൎഗ്ഗത്തിൻെറ പകുതിയുടെ പദം ചാപാൎദ്ധഭുജജ്യാവും ചാപാൎദ്ധകോടിജ്യാവുമാകുന്നു.

$$ഭു\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 - ര.\ കോ\ (യ)}{2.}}$$

$$കോ\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 + ര.\ കോ\ (യ)}{2.}}$$

പരിലേഖം 8 നോക്കുക. അവിടെ $\angle$ക വ ഛ $=$ $\angle$ വ ഛ ക $\angle$ക ര ഛ $=$ $\angle$ ക ഛ ര. അതിനാൽ $\angle$ ക വ ഛ $+$ $\angle$ക ര ഛ $=$ $\angle$വ ഛ ര. എന്നാൽ ഈ മൂന്നു കോണുകളുംകൂടി രണ്ടുസമകോണുകൾക്കു തുല്യമാകുന്നു. അതിനാൽ വ ഛ ര എന്നതു് ഒരു സമകോണാകുന്നു. 'അർദ്ധവൃത്തത്തിലെ കോണു് സമകോണു്' എന്നു ക്ഷേത്രഗണിതത്തിൽ പ്രസിദ്ധവുമാകുന്നു.

$\therefore$ ര ഛ^2 $=$ ര ന $\times$ ര വ. (ഇതു ആദ്യപ്രവേശികയിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ടു്)

$\therefore$ ര ഛ^2 $= \Big($ര $-$ കോ (യ)$\Big) \times 2$ ര

$$\therefore \left(\frac{ര\ ഛ}{2}\right)^2 = \frac{ര^2 - ര.\ കോ\ (യ)}{2}$$

$\frac{ര\ ഛ}{2}$ എന്നതു ഇഷ്ടചാപാർദ്ധഭുജജ്യാവു്. അതിനാൽ

$$ഭു\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 - ര.\ കോ\ (യ)}{2}}$$

ഇനി, വ ഛ^2 $=$ വ ന $\times$ വ ര

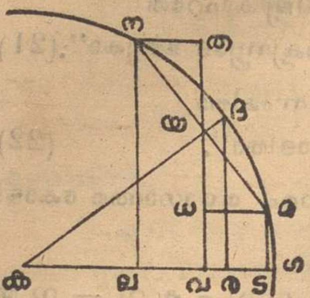
$$= \Big(ര + കോ\ (യ)\Big) \times 2\ ര$$

$$\therefore \left(\frac{വ\ ഛ}{2}\right)^2 = \frac{ര + ര.\ കോ\ (യ)}{2}$$

$\frac{വ\ ഛ}{2}$ എന്നതു ഇഷ്ടചാപാർദ്ധകോടിജ്യാവു്. അതിനാൽ

$$കോ\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 + ര.\ കോ\ (യ)}{2}}$$

ഈ ഭാഗം വിടുന്നതിന്നുമുമ്പു രണ്ടു ചാപങ്ങളുടെ ജ്യാവുകളെ അറിഞ്ഞാൽ അവയുടെ യോഗാന്തരങ്ങളുടെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ അറിവാനുള്ള മാൎഗ്ഗങ്ങൾ മററ ആചാൎയ്യന്മാർ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു പറയാം. ഒരു ചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവറിഞ്ഞാൽ കോടിജ്യാവും കോടിജ്യാവറിഞ്ഞാൽ ഭുജജ്യാവും അറിയാമല്ലോ. പരിലേഖത്തിൽ ക വൃത്തകേന്ദ്രവും ക ഗ ഒരു വ്യാസാർദ്ധവുമാകുന്നു. ഗ ദ എന്നതു യ മാനമായ ഒരു ചാപവും ദ ന, ദ മ എന്നവ വ മാനമായ രണ്ടു ചാപങ്ങളുമാകുന്നു. അതിനാൽ ഗ ന എന്നതു (യ $+$ വ) മാനമായ



പരിലേഖം 9.

ഒരു ചാപവും ഗമ എന്നതു (യ—വ) മാനമായ ഒരു ചാപവുമാകുന്നു. യ, വ മാനങ്ങളായ ചാപങ്ങളുടെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളിൽനിന്നു (യ + വ), (യ — വ) മാനങ്ങളായ ചാപങ്ങളുടെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ വരുത്താമെന്നു കാണിക്കുന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ,

ദര — ആദ്യചാപഭുജജ്യാവ്, ഭു (യ)
കര — തൽ കോടിജ്യാവ്, കോ (യ)
മയ=നയ—ദ്വിതീയചാപഭുജജ്യാവ്, ഭു (വ)
കയ — തൽ കോടിജ്യാവ്, കോ (വ)
നഖ — ചാപയോഗഭുജജ്യാവ്, ഭു (യ+വ)
കഖ — ചാപയോഗകോടിജ്യാവ്, കോ (യ+വ)
മട — ചാപാന്തരഭുജജ്യാവ്, ഭു (യ—വ)
കട — ചാപാന്തരകോടിജ്യാവ്, കോ (യ—വ)

കയവ, കദര, യനത, യധമ ഇവയെല്ലാം സദൃശത്രികോണങ്ങളാകുന്നു. കയ, കദ, യന, യമ ഇവ ക്രമേണ ഈ ത്രികോണങ്ങളുടെ കർണ്ണങ്ങളാകയാൽ സമാനസ്ഥിതങ്ങളാകുന്നു. യവ, ദര, നത, ധമ ഇവ ഭുജങ്ങളും, കവ, കര, യത, യധ ഇവ കോടികളും ആകുന്നുവെന്നു വെക്കാം. സമാനസ്ഥിതഭുജങ്ങൾ അനുപാതകളാണെന്നു ആദ്യത്തെ പ്രവേശികയിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

$$\text{ചാപയോഗഭുജജ്യാവ്} = \text{നഖ} = \text{യവ} + \text{യത}.$$

$$= \text{ദര} \times \frac{\text{കയ}}{\text{കദ}} + \text{നയ} \times \frac{\text{കര}}{\text{കദ}}$$

$$= \text{ഭു (യ)}.\ \frac{\text{കോ (വ)}}{\text{ര}} + \text{ഭു(വ)}.\ \frac{\text{കോ (യ)}}{\text{ര}}.$$

$$\text{അതിനാൽ ഭു(യ+വ)} = \left\{\text{ഭു(യ). കോ(വ)} + \text{കോ(യ). ഭു(വ)}\right\} \div \text{ര}.$$

$$\text{ചാപാന്തരഭുജജ്യാവ്} = \text{മട} = \text{യവ} - \text{യധ} = \text{യവ} - \text{യത}.$$

$$\text{ഇതിൽനിന്നു ഭു(യ−വ)} = \left\{\text{ഭു(യ). കോ(വ)} - \text{കോ(യ). ഭു(വ)}\right\} \div \text{ര}.$$

ഭാസ്കരാചാര്യർ സിദ്ധാന്തശിരോമണി ജ്യാനയനാദ്ധ്യായത്തിൽ ഇപ്രകാരം പറയുന്നു.

"ചാപയോരിഷ്ടയോർദോർജ്യേ മിഥഃ കോടിജ്യകാഹതേ
ത്രിജ്യാ ഭക്തേ തയോരൈക്യം സ്യാച്ചാപൈക്യസ്യദോർജ്യകാ".(21)

"ചാപാന്തരസ്യ ജീവാസ്യാൽ തയോരന്തരസംമിതാ
അന്ന്യജ്യാസാധനേ സമ്യഗിയം ജ്യാഭാവനോദിതാ". (22)

യോഗാന്തരഭുജജ്യാവുകളെ വരുത്തിയപ്രകാരം യോഗാന്തര കോടിജ്യാവുകളെയും വരുത്താം.

$$\text{ചാപയോഗകോടിജ്യാവ്} = \text{കല} = \text{കവ} - \text{ലവ} = \text{കവ} - \text{നത}$$

$$= \text{കര} \times \frac{\text{കയ}}{\text{കദ}} - \text{നയ} \times \frac{\text{ദര}}{\text{കദ}}$$

$$\text{അതിനാൽ. കോ}(\text{യ}+\text{വ}) = \frac{\text{കോ}(\text{യ}).\ \text{കോ}(\text{വ}) - \text{ഭു}(\text{യ}).\ \text{ഭു}(\text{വ})}{\text{ര}}.$$

$$\text{ചാപാന്തരകോടിജ്യാവ്} = \text{കട} = \text{കവ} + \text{വട} = \text{കവ} + \text{ധമ}$$

$$= \text{കവ} + \text{നത}.$$

$$\text{അതിനാൽ കോ}(\text{യ}-\text{വ}) = \frac{\text{കോ}(\text{യ}).\ \text{കോ}(\text{വ}) + \text{ഭു}(\text{യ}).\ \text{ഭു}(\text{വ})}{\text{ര}}.$$

ഇവയിൽ നിന്നു വേറെ ഫലങ്ങളെയും വരുത്താം. $\text{യ} = \text{വ}$ എന്നുവെച്ചാൽ,

$$\text{ഭു}(2\text{യ}) = 2\ \text{ഭു}(\text{യ})\ \text{കോ}(\text{യ}) \div \text{ര}$$

$$\text{കോ}(2\text{യ}) = \left\{\text{കോ}^2(\text{യ}) - \text{ഭു}^2(\text{യ})\right\} \div \text{ര}$$

എന്നും വരുന്നു, എന്നാൽ $\text{കോ}^2(\text{യ}) + \text{ഭു}^2(\text{യ}) = \text{ര}^2$. അതിനാൽ

$$\text{കോ}(2\text{യ}) = \left\{\text{ര}^2 - 2\ \text{ഭു}^2(\text{യ})\right\} \div \text{ര} \text{ എന്നും}$$

സിദ്ധിക്കുന്നു. $= \left\{2\ \text{കോ}^2(\text{യ}) - \text{ര}^2\right\} \div \text{ര}$ എന്നും.

ഇവയിൽ ഒന്നാമത്തേതിൽനിന്നു

$$\text{ഭു}^2(\text{യ}) = \frac{\text{ര}^2 - \text{ര കോ}(2\text{യ})}{2} \text{ എന്നും.}$$

രണ്ടാമത്തേതിൽനിന്നു

$$\text{കോ}^2(\text{യ}) = \frac{\text{ര}^2 + \text{ര. കോ}(2\text{യ})}{2} \text{ എന്നും}$$

വരുന്നു. യ എന്നതിന്നു പകരം $\frac{\text{യ}}{2}$ എന്നു കല്പിച്ചാൽ

$$ഭു\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 - ര.\ കോ\ (യ)}{2}}$$ എന്നും.

$$കോ\left(\frac{യ}{2}\right) = \sqrt{\frac{ര^2 + ര.\ കോ\ (യ)}{2}}$$ എന്നും

ഉണ്ടാകുന്നു.

ഇനി ഏതു ചാപത്തിൻെറയും ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാനുള്ള സാമാന്യമാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

ചാപാച്ച തത്തൽ ഫലതോ പി തദ്വ-
ച്ചാപാഹതാദ് ദ്വ്യാദിഹതത്രിമൌൎവ്യാ
ലബ്ധാനി യുഗ്മാനി ഫലാന്യധോധ-
ശ്ചാപാദയുഗ്മാനി ച വിസ്തരാൎദ്ധാൽ. 12.

വിന്യസ്യ ചോപൎയ്യുപരി ത്യജേൽ ത-
ച്ഛേഷൌ ഭുജാകോടി ഗുണൌ ഭവതാം
ഏകാദി സംഖ്യാഹത ഭാഷ്ടമാംശാ-
ദേവം ചതുൎവ്വിംശതി മൌൎവ്വികാഃ സ്യുഃ 13.

സാരം. ചാപത്തേയും പിന്നിട്ട പിന്നിട്ടുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തേയും ചാപം കൊണ്ടു പെരുക്കി 2, 3 ഇത്യാദികളെകൊണ്ടു പെരുക്കിയ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയ ഫലങ്ങളിൽ യുഗ്മഫലങ്ങളെ ചാപത്തിൻെറ ചോടെ ചോടെയായും അയുഗ്മഫലങ്ങളെ വ്യാസാൎദ്ധത്തിൻെറ ചോടെ ചോടെയായും (12

വെച്ച് ചോടെയുള്ളതിനെ മീതെ മീതെയുള്ളതിൽനിന്നു കളഞ്ഞു രണ്ടേടിക്കിലും അവസാനം ശേഷിക്കുന്നവ ഭുജകോടിജ്യാവുകളാകുന്നു. രാശിയുടെ എട്ടിലൊന്നിനെ ഒന്നുതൊട്ടു തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെകൊണ്ടു പെരുക്കിയ ചാപങ്ങളിൽനിന്നു ഇപ്രകാരം ക്രിയചെയ്താൽ 24 പഠിതജ്യാവുകളും ഉണ്ടാവും (13

ചാപത്തെ യ കൊണ്ടും ത്രിജ്യാവിനെ ര കൊണ്ടും സൂചിപ്പിച്ചാൽ ആദ്യംതൊട്ടുള്ള ഫലങ്ങൾ താഴെ കാണുന്നവയാകും.

$$\frac{യ^2}{2\ ര},\ \frac{യ^3}{2.\ 3.\ ര^2},\ \frac{യ^4}{2.\ 3.\ 4.\ ര^3},\ \frac{യ^5}{2.\ 3.\ 4.\ 5.\ ര^4},\ \frac{യ^6}{2.3.4.5.6.\ ര^5}\ldots\ldots$$

$$ഭു\ (യ) = യ - \frac{യ^3}{\lfloor 3.\ ര^2} + \frac{യ^5}{\lfloor 5.\ ര^4} - \frac{യ^7}{\lfloor 7.\ ര^6} + \ldots\ldots$$

$$കോ\ (യ) = ര - \frac{യ^2}{\lfloor 2.\ ര} + \frac{യ^4}{\lfloor 4.\ ര^3} - \frac{യ^6}{\lfloor 6.\ ര^5} + \ldots\ldots$$

കവിടികൊണ്ടു ക്രിയചെയ്യുമ്പോൾ ശൂന്യപ്രായമാകുന്നതുവരെ ഉണ്ടാക്കിയ ഫലങ്ങളെ പറഞ്ഞവണ്ണം ചോടെ ചോടെ വെച്ച് ഏററവും അടിയിലുള്ളതിനെ അതിൻെറ മീതെയുള്ളതിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടത്തെ അതിൻെറയും മീതെയുള്ളതിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് അവസാനം ഒരു രാശിമാത്രം ശേഷിക്കുന്നതുവരെ ക്രിയ തുടരുന്നതു കുറെ സൌകര്യമായിരിക്കും.

$$\text{ക} - \text{ച} + \text{ട} - \text{ത} + \text{പ} - \text{യ} + \text{ര} = \text{ക} - \left\{ \text{ച} - \text{ട} + \text{ത} - \text{പ} + \text{യ} - \text{ര} \right\}$$

$$= \text{ക} - \left\{ \text{ച} - (\text{ട} - \text{ത} + \text{പ} - \text{യ} + \text{ര}) \right\}$$

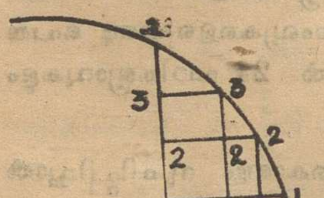
$$= \text{ക} - \left\{ \text{ച} - \left(\text{ട} - [\text{ത} - \text{പ} + \text{യ} - \text{ര}] \right) \right\}$$

$$= \text{ക} - \left\{ \text{ച} - \left(\text{ട} - [\text{ത} - (\text{പ} - \text{യ} + \text{ര})] \right) \right\}$$

$$= \text{ക} - \left\{ \text{ച} - \left(\text{ട} - [\text{ത} - (\text{പ} - \overline{\text{യ} - \text{ര}})] \right) \right\}$$

എന്നു ഈ കവിതക്രിയയുടെ യുക്തി.

പരിലേഖത്തിൽ ക ഒരു വൃത്തകേന്ദ്രവും ക ര വ്യാസാർദ്ധവും, ര ച ഒരു ചാപവുമാകുന്നു. ചാപത്തെ അണുപ്രായമായ അനേകം തുല്യഖണ്ഡങ്ങളാക്കി എന്നു വെക്കുക. ച ല ചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവും ക ല കോടിജ്യാവും ല ര ശരവുമാകുന്നു, ഖണ്ഡസന്ധികളിൽനിന്നു ഭുജജ്യാവിലേക്കും ശരത്തിലേക്കും ലംബങ്ങൾ വരഞ്ഞാൽ രണ്ടും അസമങ്ങളായ അസംഖ്യം ഖണ്ഡങ്ങളായി ഭാഗിക്കപ്പെടും. പരിലേഖത്തിൽ 1 ശ, 21, 32, ച 3 എന്നവ ഭുജജ്യാഖണ്ഡങ്ങളും ര ശ, ശ വ, വ ഗ, ഗ ല എന്നവ ശരഖണ്ഡങ്ങളും ആകുന്നു. ഭുജജ്യാഖണ്ഡയോഗം ഭുജജ്യാവ്. ശരഖണ്ഡയോഗം ശരം. ശരത്തെ ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കളഞ്ഞതു് കോടിജ്യാവ്.



പരിലേഖം 10.

ചാപഖണ്ഡങ്ങളെ അണുപ്രായമായി സങ്കല്പിച്ചിരിക്കയാൽ, അവയെ നേർവരകളായിത്തന്നെ കരുതാം. അപ്പോൾ ചാപഖണ്ഡങ്ങൾ കർണ്ണങ്ങളായി 1 ശ ര, 211, 322 മുതലായ സമകോണത്രികോണങ്ങളുണ്ടാവും.

ഇവയുടെ ആകൃതിയെപ്പററി ആലോചിക്കാം. ഉദാഹരണമായി 322 എന്ന ത്രികോണത്തെക്കരുതാം. കർണ്ണമായ ചാപഖണ്ഡത്തിൻെറ മദ്ധ്യത്തെ വൃത്തകേന്ദ്രത്തോടു ചേർക്കുന്ന ത്രിജ്യാതുല്യമായ രേഖ കർണ്ണം, ചാപമദ്ധ്യത്തിലെ ഭുജജ്യാവു് ഭുജ, കോടിജ്യാവു് കോടി ഇങ്ങിനെ ഒരു സമകോണത്രികോണത്തെ സങ്കല്പിച്ചാൽ അതിന്നും 322 എന്ന ത്രികോണത്തിന്നും ഒരേ ആകൃതിയായിരിക്കും. ഒന്നിൻെറ കോണുകഠം മറേറതിൻെറ കോണുകഠക്കു തുല്യമെന്നു കാണാം. ത്രികോണങ്ങഠം സദൃശങ്ങഠം. അതിനാൽ അവയുടെ സമാനസ്ഥഭുജങ്ങഠം അനുപാതകങ്ങഠം. അതിനാൽ ചാപഖണ്ഡം കർണ്ണമായ ത്രികോണത്തിൻെറ ഭുജങ്ങളിൽ,

$$\text{ഭുജഖണ്ഡം} = \text{ചാപഖണ്ഡം} \times \frac{\text{ഖണ്ഡമദ്ധ്യകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാവു്}}.$$

$$\text{ശരഖണ്ഡം} = \text{ചാപഖണ്ഡം} \times \frac{\text{ഖണ്ഡമദ്ധ്യഭുജജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാവു്}}.$$

$$\text{ശരം} = \text{ശരഖണ്ഡയോഗം} = \text{സം}\left(\text{ചാപഖണ്ഡം} \times \frac{\text{ഭുജജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}\right)$$

$$= \frac{\text{ചാപഖണ്ഡം}}{\text{ത്രിജ്യാ}}\,\text{സം}\,(\text{ഭുജജ്യാ})$$

ഖണ്ഡങ്ങഠം നന്ന ലഘുവാകയാൽ ഖണ്ഡമദ്ധ്യത്തിലെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ ഖണ്ഡമൂലത്തിലേയോ ഖണ്ഡാഗ്രത്തിലേയോ ഭുജകോടിജ്യാവുകഠക്കു് തുല്യമായിക്കരുതാം. തീരെ അണുവാകുമ്പോഠം വല്ല ഭേദവും ഉള്ളതു ശൂന്യമാകും.

ശരഖണ്ഡയോഗം കാണുവാൻ ഭുജജ്യാവുകളെ സങ്കലനം ചെയ്യണം. എന്നാൽ സ്ഥൂലമായ ഒരു ഫലം കിട്ടുവാൻ ഭുജജ്യാവുകഠക്കു് പകരം അതാതു ചാപങ്ങളെത്തന്നെ സംകലനം ചെയ്യാം. ചാപത്തിൻെറ മാനം യ എന്നും ത്രിജ്യാവിൻേറതു ര എന്നും കരുതുക. ചാപത്തിൽ ന ഖണ്ഡങ്ങളുണ്ടെന്നും ന അപരിമിതമായ ഒരു സംഖ്യയെന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ

വഴിക്കുവഴി ചാപങ്ങഠം $\frac{\text{യ}}{\text{ന}}, \frac{2\,\text{യ}}{\text{ന}}, \frac{3\,\text{യ}}{\text{ന}}, \frac{4\,\text{യ}}{\text{ന}}$ .... ഇത്യാദിയായിരിക്കും

അവസാനത്തേതു $\frac{\text{ന. യ}}{\text{ന}}$ എന്നു്. ഇനി സംകലനം ചെയ്യാം.

$$\text{ശരം} = \frac{\text{യ}}{\text{ന. ര}}\cdot\left(\frac{\text{യ}}{\text{ന}} + \frac{2\,\text{യ}}{\text{ന}} + \frac{3\,\text{യ}}{\text{ന}} + \dots\dots + \frac{\text{ന. യ}}{\text{ന}}\right)$$

$$= \frac{\text{യ}^2}{\text{ന}^2}\cdot\frac{1}{\text{ര}}\cdot\text{സം}\,(\text{ന}) = \frac{\text{യ}^2}{\text{ര}}\cdot\frac{\text{സം}\,(\text{ന})}{\text{ന}^2} = \frac{\text{യ}^2}{1.\,2.\,\text{ര}}.$$

അതിനാൽ കോടിജ്യാവ് $= ര - \frac{1}{ര} \frac{യ^2}{1.\ 2}.$

ഇതു സ്ഥൂലമാണെങ്കിലും ഇതിനേയും താഴെ താഴെ ഇതുപോലെ കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളേയും ഉപയോഗിച്ച് ഭുജജ്യാഖണ്ഡയോഗം വരുത്താം.

$$ഭുജജ്യാ = ഭുജജ്യാഖണ്ഡയോഗം$$

$$= സം\ (ചാപഖണ്ഡം \times \frac{കോടിജ്യാ}{ത്രിജ്യാ})$$

$$= \frac{ചാപഖണ്ഡം}{ത്രിജ്യാ} സം.\ (കോടിജ്യാ)$$

$$= \frac{യ}{ന.\ ര}.\times \left\{[ര - \frac{1}{1.\ 2.\ ര}.(\frac{യ}{ന})^2] + [ര - \frac{1}{1.\ 2.\ ര}.(\frac{2യ}{ന})^2] + \ldots\right\}$$

$$= \frac{യ}{ന.\ ര} \times \left\{ന \times ര - \frac{1}{1.\ 2.\ ര}.\frac{യ^2}{ന^2}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots ന^2)\right\}$$

$$= യ - \frac{1}{1.\ 2.\ ര}.\ യ^3.\ \frac{സം\ (ന^2)}{ന^3} = യ - \frac{1}{1.\ 2.\ ര}.\ യ^3.\ \frac{1}{3}.$$

$$= യ - \frac{യ^3}{1.\ 2.\ 3.\ ര^2}$$

ഇനി ഈ ഫലത്തെ ഉപയോഗിച്ച് ശരത്തേയും ഭുജജ്യാവിനേയും കുറേക്കൂടി സൂക്ഷ്മമാക്കാം.

$$ശരം = \frac{യ}{ന}.\frac{1}{ര} സം\ (യ - \frac{യ^3}{1.\ 2.\ 3.\ ര^2})$$

$$= \frac{യ}{ന}.\frac{1}{ര} \times \frac{യ}{ന}.\ സം\ (ന) - \frac{യ}{ന}.\frac{1}{ര} \times \frac{യ^3}{ന^3}.\frac{1}{1.\ 2.\ 3\ ര^2}\ സം\ (ന^3)$$

$$= \frac{യ^2}{ര}.\frac{സം\ (ന)}{ന^2} - \frac{യ^4}{ര^3}.\frac{1}{1.\ 2.\ 3}.\frac{സം\ (ന^3)}{ന^4}$$

$$= \frac{യ^2}{ര}.\frac{1}{2} - \frac{യ^4}{ര^3}.\frac{1}{1.\ 2.\ 3}.\frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{\lfloor 2}.\frac{യ^2}{ര} - \frac{1}{\lfloor 4}.\frac{യ^4}{ര^3}.$$

$$\therefore കോടിജ്യാ = ര - \frac{1}{\lfloor 2}.\frac{യ^2}{ര} + \frac{1}{\lfloor 4}.\frac{യ^4}{ര^3}.$$

ഇനി ഈ ഫലം ഉപയോഗിച്ച് ഭുജജ്യാവിനെ കുറേക്കൂടി സൂക്ഷ്മമാക്കാം.

$$ഭുജജ്യാ = \frac{യ}{ന}.\frac{1}{ര} സം\ (ര - \frac{1}{\lfloor 2}.\frac{യ^2}{ര} + \frac{1}{\lfloor 4}.\frac{യ^4}{ര^3})$$

$$=\frac{\text{യ}}{\text{ന}}\cdot\frac{1}{\text{ര}}\cdot\text{ന}\times\text{ര}-\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}\cdot\frac{1}{\underline{|2}}\cdot\frac{\text{സം}\,(\text{ന}^2)}{\text{ന}^3}+\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4}\cdot\frac{1}{\underline{|4}}\cdot\frac{\text{സം}\,(\text{ന}^4)}{\text{ന}^5}\cdot$$

$$=\text{യ}-\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}\cdot\frac{1}{\underline{|2}}\cdot\frac{1}{3}+\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4}\cdot\frac{1}{\underline{|4}}\cdot\frac{1}{5}$$

$$=\text{യ}-\frac{1}{\underline{|3}}\cdot\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}+\frac{1}{\underline{|5}}\cdot\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4}.$$

ഇങ്ങിനെ ആവൎത്തിച്ച ക്രിയചെയ്തുകൊണ്ടിരുന്നാൽ കോടിജ്യാവും ഭുജജ്യാവും അധികമധികം സൂക്ഷ്മമായി വരും. ഈ ക്രിയ അവധിയില്ലാതെ ചെയ്യുന്നുവെന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ അവസാനം സൂക്ഷ്മഫലങ്ങൾ വരികയും ചെയ്യും. അതിനാൽ,

$$\text{ഭുജജ്യാ}\quad=\text{യ}-\frac{1}{\underline{|3}}\cdot\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}+\frac{1}{\underline{|5}}\cdot\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4}-\frac{1}{\underline{|7}}\cdot\frac{\text{യ}^7}{\text{ര}^6}+\cdots$$

$$\text{കോടിജ്യാ}=\text{ര}-\frac{1}{\underline{|2}}\cdot\frac{\text{യ}^2}{\text{ര}}+\frac{1}{\underline{|4}}\cdot\frac{\text{യ}^4}{\text{ര}^3}-\frac{1}{\underline{|6}}\cdot\frac{\text{യ}^6}{\text{ര}^5}+\cdots$$

ഇനി പഠിതജ്യാവുകളെ സൌകൎയ്യമായുണ്ടാക്കുവാനുള്ള മാൎഗ്ഗത്തെ പറയുന്നു.

വിദ്വാംസ്തുന്നബലഃ കവീശനിചയ–
സ്സൎവ്വാൎത്ഥശീലഃ സ്ഥിരോ
നിൎവ്വിദ്ധാംഗനരേന്ദ്ര രുങ് നിഗദിതേ–
ഷ്വേഷു ക്രമാൽ പഞ്ചസു
ആധസ്ത്യാദ് ഗുണിതാദഭീഷ്ടധനുഷഃ
കൃത്യാ വിഹൃത്യാന്തിമ–
സ്യാപ്തം ശോദ്ധ്യമുപര്യുപൎയ്യഥ ഫലേനേ–
നൈവം ധനുഷ്യന്തതഃ 14.

സ്ഥേനഃ സ്ത്രീപിശുനസ്സുഗന്ധി നഗനുദ്
ഭദ്രാംഗഭവ്യാസനോ
മീനാംഗോ നരസിംഹ ഊനധനകൃദ്
ഭൂരേവഷട്സേഷ്വതു
ആധസ്ത്യാദ് ഗുണിതാദഭീഷ്ട ധനുഷഃ
കൃത്യാ വിഹൃത്യാന്തിമ–
സ്യാപ്തം ശോദ്ധ്യമുപര്യുപൎയ്യഥ ഫലം
സ്യാദുൽക്രമസ്യാന്ത്യജം. 15.

സാരം. വിദ്വാൻ, തുന്നബല, കവീശനിചയ, സർവ്വാർത്ഥശീലഃ സ്ഥിരഃ, നിർവ്വിദ്ധാംഗനരേന്ദ്രരുക് ഈ തല്പരാദികളെ താഴെ താഴെ വെച്ച് മീതെ മീതെയുള്ളതിനെ അഭീഷ്ടചാപവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിരാശികലകളുടെ വർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്നതിനെ താഴത്തേതിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് അവസാനം ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ ഘനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിരാശികലകളുടെ ഘനംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ചാപത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ഇഷ്ടചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവുണ്ടാകും. (14)

സ്തേന, സ്ത്രീപിശുന, സുഗന്ധിനഗനുൽ, ഭദ്രാംഗഭവ്യാസനഃ, മീനാംഗോനരസിംഹ, ഊനധനകൃൽ ഭൂരേവ ഈ ആറ് തല്പരാദികളെയും താഴെ താഴെ വെച്ച് മീതെ മീതെയുള്ളതിനെ ഇഷ്ടചാപവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ താഴെയുള്ളതിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് അവസാനമുണ്ടാകുന്ന ഫലം ഉൽക്രമജ്യാവാകുന്നു. (15)

ഒന്നാമതായി വിദ്വാൻ തുടങ്ങിയ 5 സാധനങ്ങളും സ്തേന തുടങ്ങിയ 6 സാധനങ്ങളും ഇന്നവയെന്നു കാണാം. വൃത്തപാദത്തിൽ 5400 കലകളാണല്ലോ. വൃത്തപാദത്തോളംപോന്ന ഒരു ചാപത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകൾ ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ വരുന്ന ഫലങ്ങളാകുന്നു ഇവ. ഇവയെ വിപരീതക്രമേണ മ_1, മ_2 മുതലായ ചിഹ്നങ്ങളെക്കൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം.

1. $\frac{(5400)^2}{\underline{|2} \cdot \text{ര}} = 4241'-9''-0'''$ (ഊനധനകൃൽ ഭൂരേവ) $= \text{മ}_1$

2. $\frac{(5400)^3}{\underline{|3} \cdot \text{ര}^2} = 2220-39-40$ (നിർവ്വിദ്ധാംഗനരേന്ദ്രരുക്) $= \text{മ}_2$

3. $\frac{(5400)^4}{\underline{|4} \cdot \text{ര}^3} = 872-3-5$ (മീനാംഗോ നരസിംഹ) $= \text{മ}_3$

4. $\frac{(5400)^5}{\underline{|5} \cdot \text{ര}^4} = 273-57-47$ (സർവ്വാർത്ഥശീലാസ്ഥിരഃ) $= \text{മ}_4$

5. $\frac{(5400)^6}{\underline{|6} \cdot \text{ര}^5} = 71-43-24$ (ഭദ്രാംഗഭവ്യാസനഃ) $= \text{മ}_5$

6. $\frac{(5400)^7}{\underline{|7} \cdot \text{ര}^6} = 16-5-11$ (കവീശനിചയഃ) $= \text{മ}_6$

7. $\frac{(5400)^8}{\underline{|8} \cdot \text{ര}^7} = 3-9-37$ (സുഗന്ധിനഗനുൽ) $= \text{മ}_7$

8. $\frac{(5400)^9}{\underline{|9} \cdot \text{ര}^8} = 0-33-6$ (തുന്നബലഃ) $= \text{മ}_8$

9. $\dfrac{(5400)^{10}}{\underline{|10}.\ \text{ര}^{9}} = \quad 0'-5''-12'''$ (സ്ത്രീപിശുനഃ) $= \text{ഉ}_{9}$

10. $\dfrac{(5400)^{11}}{\underline{|11}.\ \text{ര}^{10}} = \quad 0-0\ -44$ (വിദ്വാൻ) $= \text{ഉ}_{10}$

11. $\dfrac{(5400)^{12}}{\underline{|12}.\ \text{ര}^{11}} = \quad 0-0\ -\ 6$ (ദസ്തന) $= \text{ഉ}_{11}$

ഇനിയത്തെ ഫലത്തിൽ തല്പരക്കുടിയില്ലാത്തതിനാൽ ഇവിടെ അവസാനിപ്പിക്കുന്നു. ത്രിരാശിജ്യാവു വരുത്തുമ്പോൾതന്നെ 12-ാമത്തെ തുടങ്ങിയ ഫലങ്ങളിൽ തല്പരക്കൂടി വരാതിരിക്കുമ്പോൾ, മററു ജ്യാവിന്നും 12 മുതല്ക്കുള്ള ഫലങ്ങൾ ത്യാജ്യങ്ങൾ തന്നെ. അതിനാൽ തൽപരാദിയായി ജ്യാവുവരുത്തുമ്പോൾ 12ഉം അതിന്നു താഴെ വരുന്ന ഫലങ്ങളും കാണേണ്ടതില്ല. 5400നെ ദ എന്നും ഇഷ്ടചാപകലകളെ യ എന്നും സൂചിപ്പിക്കാം. 12ഉം 13ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽനിന്നു്,

$$\text{ഭു}\,(\text{യ}) = \text{യ} - \frac{1}{\underline{|3}}.\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2} + \frac{1}{\underline{|5}}.\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4} - \frac{1}{\underline{|7}}.\frac{\text{യ}^7}{\text{ര}^6} + \ldots\ldots$$

$$= \text{യ} - \frac{1}{\underline{|3}}.\frac{\text{ദ}^3}{\text{ര}^2}.\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^3 + \frac{1}{\underline{|5}}.\frac{\text{ദ}^5}{\text{ര}^4}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right) - \frac{1}{\underline{|7}}.\frac{\text{ദ}^7}{\text{ര}^6}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^7 + \ldots.$$

$$= \text{യ} - \text{ഉ}_2.\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^3 + \text{ഉ}_4\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^5 - \text{ഉ}_6.\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^7 + \text{ഉ}_8\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^9 - \text{ഉ}_{10}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^{11}$$

$$= \text{യ} - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^3\left(\text{ഉ}_2 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left[\text{ഉ}_4 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left\{\text{ഉ}_6 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left(\text{ഉ}_8 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\text{ഉ}_{10}\right)\right\}\right]\right)$$

ക്രിയ വലത്തെ അററംതൊട്ടു തുടങ്ങുകയും വേണം.

$$\text{ശരം} = \frac{1}{\underline{|2}}.\frac{\text{യ}^2}{\text{ര}} - \frac{1}{\underline{|4}}.\frac{\text{യ}^4}{\text{ര}^3} + \frac{1}{\underline{|6}}.\frac{\text{യ}^6}{\text{ര}^5} - \ldots\ldots$$

$$= \frac{1}{\underline{|2}}.\frac{\text{ദ}^2}{\text{ര}}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2 - \frac{1}{\underline{|4}}.\frac{\text{ദ}^4}{\text{ര}^3}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^4 + \frac{1}{\underline{|6}}.\frac{\text{ദ}^6}{\text{ര}^5}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^6 - \ldots.$$

$$= \text{ഉ}_1\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2 - \text{ഉ}_3\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^4 + \text{ഉ}_5\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^6 - \text{ഉ}_7\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^8 + \text{ഉ}_9\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^{10} - \text{ഉ}_{11}\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^{12}$$

$$= \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left(\text{ഉ}_1 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left[\text{ഉ}_3 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left\{\text{ഉ}_5 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\left(\text{ഉ}_7 - \overline{\left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2.\text{ഉ}_9 - \left(\frac{\text{യ}}{\text{ദ}}\right)^2\text{ഉ}_{11}}\right)\right\}\right]\right)$$

ഇങ്ങിനെ ഭുജജ്യാവും ഉൽക്രമജ്യാവും വരുത്തുവാൻ സൌകൎയ്യമുള്ള ഒരു മാൎഗ്ഗം 12ഉം 13ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽനിന്നു കിട്ടുന്നു. വിശേഷിച്ച് വൃത്തപാദത്തെ ഒരു ക്ലിപ്തസംഖ്യയോളം ഖണ്ഡങ്ങളാക്കി ആ ഖണ്ഡാഗ്രങ്ങളിലെ ജ്യാവു വരുത്തുമ്പോഴാം വളരെ സൌകൎയ്യമുണ്ട്. വൃത്തപാദത്തെ 24 ഖണ്ഡങ്ങളാക്കുന്നുവെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ $\frac{\text{ന്}}{\text{ദ}}$ എന്നതു ആ 24 ജ്യാവുകൾക്ക് ക്രമേണ $\frac{1}{24}, \frac{2}{24}, \frac{3}{24} \ldots\ldots \frac{23}{24}, \frac{24}{24}$ എന്നായി വരികയും ചെയ്യും. 12 വരെ ഭുജജ്യാവും 12 വരെ കോടിജ്യാവും വരുത്തിയാൽ എല്ലാ ജ്യാവുകളും കിട്ടുകയും ചെയ്യും.

മാധവൻ എന്ന വിശ്രുതനായ കേരളീയ ജ്യോത്സ്യൻ ഇങ്ങിനെയായിരിക്കാം 24 ജ്യാവുകളെ തല്പരാദിയായി ഉണ്ടാക്കിയത്. തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽ മാധവാചാൎയ്യന്റെ പേർ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതുകൊണ്ടു അദ്ദേഹം തൽകൎത്താവായ നീലകണ്ഠസോമയാജിയുടേയും മുമ്പു ജീവിച്ചിരുന്നുവെന്നു വരുന്നു. തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽനിന്നു ആ 24 ജ്യാവുകളേയും ഇവിടെപ്പറയുന്നു.

1. ശ്രേഷ്ഠം നാമവരിഷ്ഠാനാം	2. ഹിമാദ്രിർവേദ ഭാവനഃ
3. തപനോ ഭാനു സൂക്തജ്ഞോ	4. മദ്ധ്യമം വിദ്ധി ദോഹനം
5. ധിഗാജ്യോ നാശനം കഷ്ടം	6. ഛന്നഭോഗാശയാംബികാ
7. മൃഗാഹാരോ നരേശോയം	8. വീരോ രണജയോൽസുകഃ
9. മൂലം വിശുദ്ധം നാളസ്യ	10. ഗാനേഷു വിരളാനരാഃ
11. അശുദ്ധിഗുപ്താ ചോരശ്രീഃ	12. ശങ്കുകൎണ്ണോ നഗേശ്വരഃ
13. തനുജോ ഗൎഭജോമിത്രം	14. ശ്രീമാനത്ര സുഖീസഖേ
15. ശശീ രാത്രൗ ഹിമാഹാരൗ	16. വേഗജ്ഞഃ പഥി സിന്ധുരഃ
17. ഛായാലയോ ഗജോ നീലോ	18. നിൎമ്മലോ നാസ്തി സൽകുലേ
19. രാത്രൗ ദൎപ്പണമഭ്രാംഗം	20. നാഗസ്തുംഗനഖോബലീ
21. ധീരോ യുവാ കഥാലോലഃ	22. പൂജ്യോ നാരീജനൈൎഭഗഃ
23. കന്യാഗാരേ നാഗവല്ലീ	24. ദേവോ വിശ്വസ്ഥലീ ഭൃഗുഃ

തൽപരാദികലാന്താസ്താ മഹാജ്യാ മാധവോദിതാഃ

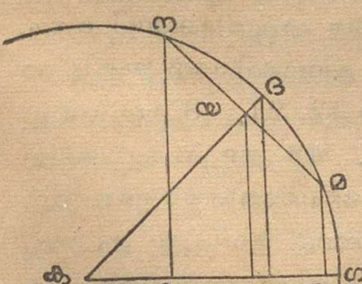
ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ കാണുന്നപ്രകാരം നിരവധിക ശ്രേഢികളിൽനിന്നു വൃത്തപരിധിയും ഭുജകോടിജ്യാവുകളും വരുത്തുന്ന മാൎഗ്ഗങ്ങൾ ഉത്തര ഇന്ത്യയിൽ എഴുതിയ സംസ്കൃതഗ്രന്ഥങ്ങളിൽക്കാണുന്നില്ല. കരണപദ്ധതി, തന്ത്രസംഗ്രഹം, യുക്തിഭാഷ എന്നീ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ കേരളീയരാൽ നിൎമ്മിതമാണ്. ഇതിൽനിന്നെല്ലാം ഒരു കാലത്തു കേരളപണ്ഡിതന്മാർ ഗണിത

ശാസ്ത്രത്തിൽ അത്യുൽസുകന്മാരും യത്നശാലികളും ആയിരുന്നെന്നു വരുന്നു. ഇതാലോചിക്കുമ്പോൾ ഇന്നത്തെ കേരളീയർക്കു് ഈ വിഷയത്തിൽ വന്നിട്ടുള്ള അധഃപതനത്തിൻെറ ആഴം ഭാവനാതീതമായിത്തോന്നുന്നു.

ഇനി വൃത്തപാദത്തെ കുറെ സമഖണ്ഡങ്ങളാക്കി അന്ത്യമായ ത്രിജ്യാവും ഉപാന്ത്യജ്യാവും അറിഞ്ഞാൽ മററു ജ്യാവുകളെ അവയിൽനിന്നു വരുത്തുവാൻ ക്രിയ ചൊല്ലുന്നു.

അന്ത്യോപാന്ത്യഗുണാന്തരേണ വിഹൃതാ
ത്രിജ്യാത്ര ഹാരോ ഭവേ-
ദാദ്യജ്യാ സ്വഹരാംശകേന രഹിതാ
ദ്വിഘ്നാ ദ്വിതീയാ ഭവേൽ
ജീവാസാദ്വിഗുണാ സ്വതോ ഹരഹൃതേ
നാദ്യജ്യയാ ചോനിതാ
ജീവാ സൈവ തൃതീയകൈവമധരാഃ
കാര്യ്യാസ്തുരീയാദയഃ 16.

സാരം. ഇവിടെ ത്രിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവിൻെറയും ഉപാന്ത്യജ്യാവിൻെറയും അന്തരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം ഹാരകമാകുന്നു. ആദ്യജ്യാവിനെ ഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ആദ്യജ്യാവിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടത്തെ രണ്ടുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു രണ്ടാമത്തെ ജ്യാവാകുന്നു. ആ രണ്ടാമത്തെ ജ്യാവിനെ 2കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഫലത്തിൽനിന്നു ആ ഫലത്തെ ഹാരകം കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതും ആദ്യജ്യാവും കളഞ്ഞാൽ മൂന്നാം ജ്യാവുണ്ടാകും. നാലു് തുടങ്ങിയ മററു ജ്യാവുകളെ ഇപ്രകാരംതന്നെ വരുത്താം.



പരിലേഖം 11.

പരിലേഖത്തിൽ മ ദ, ദ ന എന്നവ വൃത്തപാദത്തെ കുറെ സമഖണ്ഡങ്ങളാക്കിയവയിൽ 2 അടുത്ത ഖണ്ഡങ്ങളെന്നു കരുതുക. ഗ മ എന്നതു കുറെ ഖണ്ഡങ്ങളുടെ യോഗമോ, ഒരു ഖണ്ഡമോ, ശൂന്യമോ എന്നു വെക്കുക. ക ദ എന്നതു ത്രിജ്യാവ്. മ യ ഒരു ഖണ്ഡത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവ്. ക യ ഒരു ഖണ്ഡത്തിൻെറ കോടിജ്യാവ്, ഇതു ഉപാന്ത്യജ്യാവിന്നു തുല്യം.

$$\text{യവ} = \text{ദര} \times \frac{\text{കയ}}{\text{കദ}} = \text{ദര} \times \frac{\text{കദ} - \text{യദ}}{\text{കദ}}$$

$$= \text{ദര} - \text{ദര} \times \frac{\text{യദ}}{\text{കദ}} = \text{ദര} - \frac{\text{ദര}}{\text{ഹാരകം}}$$

ഹാരകത്തെ ഹ എന്നു സൂചിപ്പിക്കുക. അതു ത്രിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യോപാന്ത്യ ജ്യാന്തരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം.

$$2.\ \text{യവ} = \text{മത} + \text{നല}$$

$$\therefore \text{നല} = 2.\ \text{യവ} - \text{മത}$$

$$= 2\left(\text{ദര} - \frac{\text{ദര}}{\text{ഹ}}\right) - \text{മത}.$$

ഗമ എന്നതു ശൂന്യമെന്നു വെച്ചാൽ, മത = 0, ദര. ഒന്നാം ജ്യാവ്, നല രണ്ടാം ജ്യാവ്. അതിനാൽ

$$\text{രണ്ടാം ജ്യാവ്} = 2 \times \text{ഒന്നാം ജ്യാവ്} - \frac{2 \times \text{ഒന്നാം ജ്യാവ്}}{\text{ഹ}}.$$

ഗമ എന്നതു ഒരു ഖണ്ഡമെന്നുവെച്ചാൽ മത, ദര, നല ഇവ ക്രമേണ ഒന്നും, രണ്ടും, മൂന്നും ജ്യാവുകൾ. അതിനാൽ,

$$\text{മൂന്നാം ജ്യാവ്} = 2 \times \text{രണ്ടാം ജ്യാവ്} - \frac{2 \times \text{രണ്ടാം ജ്യാവ്}}{\text{ഹ}} - \text{ഒന്നാം ജ്യാ.}$$

ഗമ എന്നതു രണ്ടു ഖണ്ഡങ്ങളുടെ യോഗമെന്നുവെച്ചാൽ, മത, ദര, നല എന്നവ രണ്ടും, മൂന്നും, നാലും ജ്യാവുകൾ. അതിനാൽ,

$$\text{നാലാം ജ്യാവ്} = 2 \times \text{മൂന്നാം ജ്യാവ്} - \frac{2 \times \text{മൂന്നാം ജ്യാവ്}}{\text{ഹ}} - \text{രണ്ടാം ജ്യാ.}$$

ഇങ്ങിനെ മേല്ക്കുമേൽ ജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കാം.

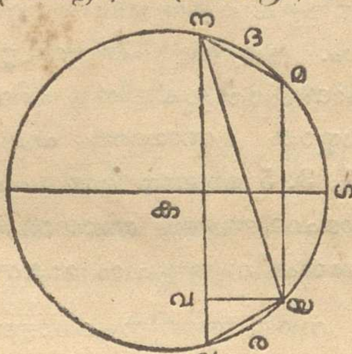
12ഉം 13ഉം ശ്ലോകങ്ങളിലെ ഉപായങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കാഞ്ഞാൽ ആദ്യജ്യാവും ഉപാന്ത്യജ്യാവും ഉണ്ടാക്കുവാൻ വളരെ ക്ലേശിക്കേണ്ടി വരും. വൃത്തത്തിന്നുള്ളിൽ 6 തുല്യഭുജങ്ങളുള്ള ഒരു ക്ഷേത്രം ഉണ്ടാക്കിയാൽ അതിന്റെ ഓരോ ഭുജവും ത്രിജ്യാവിന്നു തുല്യം. ഇതിൽനിന്നു 12, 24, 48 തുല്യബാഹുക്കളുള്ള ക്ഷേത്രങ്ങളുടെ ഭുജങ്ങൾ കണക്കാക്കാം. 48 തുല്യബാഹുക്കളുള്ള ക്ഷേത്രത്തിന്റെ ഭുജാർദ്ധം പരിധിയുടെ 96–ൽ ഒരംശത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവ്. ഇതിന്റെ വർഗ്ഗത്തെ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് മൂലിച്ചതു ഉപാന്ത്യ ജ്യാവ്. ഇവ രണ്ടും ത്രിജ്യാവും കൃത്യമായി വരുത്തിയാൽ മററ ജ്യാവുകളെ മേൽപ്രകാരം വരുത്താം. വളരെ സൂക്ഷ്മത വേണ്ടെന്നുവെച്ചാൽ, 96–ൽ ഒരംശത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവ് 21600ന്റെ 96–ൽ ഒരംശമായ 225 കലയെന്നു തന്നെ കരുതാം. എന്നുവെച്ചാൽ നന്ന ചെറിയ ചാപങ്ങളും അവയുടെ ഭുജജ്യാവും തുല്യമെന്നു കരുതാം. ഇതിൽനിന്നു ഉപാന്ത്യജ്യാവ് വരുത്തുകയും ചെയ്യാം; ആര്യഭടന്റെ മഖി എന്ന പ്രഥമജ്യാവ് 225 കലയാകുന്നു.

പ്രകാരാന്തരേണ ജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ആദ്യേഷ്ടജീവാകൃതിഭേദവർഗ്ഗാദിഷ്ടാദ്യജീവാകൃതിസംഹൃതാ തു
ഇഷ്ടോർദ്ധ്വജീവാകൃതിരേതയാതത്രേഷ്ടാദ്യജീവാകൃതിരേവ ലബ്ധാ 17.

സാരം. ആദ്യജ്യാവിൻേറയും ഇഷ്ടജ്യാവിൻേറയും വർഗ്ഗാന്തരവർഗ്ഗത്തെ മുമ്പിലുള്ള ജ്യാവിൻെറ വർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ പിമ്പിലുള്ള ജ്യാവിൻെറ വർഗ്ഗവും പിമ്പിലുള്ള ജ്യാവിൻെറ വർഗ്ഗം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മുമ്പിലുള്ളതിൻെറ വർഗ്ഗവും വരും.

ഉദാഹരണത്തിന്നു് ഇഷ്ടജ്യാവു് 8-ാമത്തേതെന്നു വെച്ചാൽ $\{(8\text{-ാം ജ്യാ})^2 - (1\text{-ാം ജ്യാ})^2\}^2 = 9\text{-ാം ജ്യാവർഗ്ഗം} \times 7\text{-ാം ജ്യാവർഗ്ഗം}$. അഥവാ $(8\text{-ാം ജ്യാ})^2 - (1\text{-ാം ജ്യാ})^2 = 9\text{-ാം ജ്യാ} \times 7\text{-ാം ജ്യാ}$. പരിലേഖത്തിൽ ഗ മ കുറെ തുല്യഖണ്ഡങ്ങളുടെ യോഗവും മ ദ, ദ ന ഓരോ ഖണ്ഡവുമാകുന്നു. ഗ യ, ഗ ര, ഗ ല ഇവ ക്രമേണ ഗ മ, ഗ ദ, ഗ ന എന്നിവക്കു തുല്യം. യ വ എന്നതു ന ല എന്നതിന്നു ലംബവുമാകുന്നു.



പരിലേഖം 12.

$$\text{ന യ}^2 - \text{ല യ}^2 = (\text{ന വ}^2 + \text{വ യ}^2) - (\text{ല വ}^2 + \text{വ യ}^2)$$
$$= \text{ന വ}^2 - \text{ല വ}^2 = (\text{ന വ} + \text{ല വ})(\text{ന വ} - \text{ല വ})$$
$$= \text{ന ല} \times \text{മ യ}.$$

ഉദാഹരണമായി ഗ മ എന്നതിൽ 7 ഖണ്ഡങ്ങൾ ഉണ്ടെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ മ യ എന്നതിൽ 14 ഖണ്ഡങ്ങളും ന ഗ ല എന്നതിൽ 18 ഖണ്ഡങ്ങളും ഉണ്ടാകും. ന ഗ യ എന്നതിൽ 16 ഖണ്ഡങ്ങൾ. അതിനാൽ ന യ, ല യ, ന ല, മ യ എന്നവ ക്രമേണ 16, 2, 18, 14 ഖണ്ഡങ്ങളുടെ സമസ്തജ്യാവുകൾ. ഇവയുടെ പകുതികൾ ക്രമേണ 8, 1, 9, 7 ഖണ്ഡങ്ങളുടെ ഭുജജ്യാവുകൾ

$$\text{ന യ}^2 - \text{ല യ}^2 = \text{ന ല} \times \text{മ യ}.$$

$$\left(\frac{\text{ന യ}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{ല യ}}{2}\right)^2 = \frac{\text{ന ല}}{2} \times \frac{\text{മ യ}}{2}.$$

അതിനാൽ $(8\text{-ാം ജ്യാ})^2 - (1\text{-ാം ജ്യാ})^2 = 9\text{-ാം ജ്യാ} \times 7\text{-ാം ജ്യാ}$

അഥവാ, $9\text{-ാം ജ്യാ} = \dfrac{(8\text{-ാം ജ്യാ})^2 - (1\text{-ാം ജ്യാ})^2}{7\text{-ാം ജ്യാ}}$

ഇങ്ങിനെ ആദ്യജ്യാവും അതുൾപ്പെട്ടോ ഉൾപ്പെടാതേയോ അടുത്ത രണ്ടു ജ്യാവുകളും അറിഞ്ഞാൽ മേല്ക്കുമേലുള്ള ജ്യാവുകളേയും, താഴെ താഴെയുള്ള ജ്യാവുകളേയും വരുത്താം.

ഇനി ജ്യാവിൽനിന്നു ചാപത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

വ്യാസാർദ്ധേന ഹതാദഭീഷ്ടഗുണതഃ
കോട്യാപ്തമാദ്യം ഫലം
ജ്യാവർഗ്ഗേണ വിനിഘ്നമാദിമഫലം
തത്തൽഫലം ചാഹരേൽ
കൃത്യാ കോടിഗുണസ്യ തത്ര തു ഫലേ
ഷ്വേകത്രിപഞ്ചാദിഭി-
ർഭക്തേഷ്വോജയുതൈസ്ത്യജേൽ സമയുതിം
ജീവാധനുശ്ശിഷ്യതേ. 18.

സാരം. ഇഷ്ടജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അതിനെ ഇഷ്ടത്തിന്റെ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടായതു ആദ്യഫലം. ഈ ആദ്യഫലത്തെ ഭുജജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് കോടിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതു പിന്നത്തെ ഫലം. അതിനേയും ഇപ്രകാരം ചെയ്താൽ മൂന്നാമത്തെ ഫലം. ഇങ്ങിനെ പിന്നേയും. പ്രഥമാദിഫലങ്ങളെ 1, 3, 5 മുതലായ ഓജസംഖ്യകളെകൊണ്ടു ഹരിക്കുക. എന്നിട്ടുണ്ടാകുന്ന ഓജഫലങ്ങളുടെ യോഗത്തിൽനിന്നു യുഗ്മഫലങ്ങളുടെ യോഗത്തെ കളഞ്ഞാൽ ശേഷിക്കുന്നതു ചാപമാകുന്നു.

ഈ അദ്ധ്യായം 1-ാംശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ കൊടുത്ത പരിലേഖം നോക്കുക. ഇഷ്ടജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം താനകം. താനകത്തിൽനിന്നു ചാപം വരുത്തുവാനുള്ള ക്രിയയാകുന്നു പിന്നീടു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. അവിടെ താനകവർഗ്ഗംകൊണ്ടു പെരുക്കി ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിന്നു പകരം ഇവിടെ ഭുജജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു പെരുക്കി കോടിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നുവെന്നുമാത്രം ഭേദം. അതുകൊണ്ടു ഫലത്തിൽ ഭേദം വരികയില്ലെന്നു പരിലേഖത്തിൽനിന്നു കാണാം.

ഭുജജ്യാവു് കോടിജ്യാവിനേക്കാൾ വലുതാകുമ്പോൾ ക്രിയ അതിക്ലിഷ്ടമാകും. അപ്പോൾ ഭുജജ്യാവിൽനിന്നു കോടിജ്യാവിനെ വരുത്തി അതിനെചാപിച്ച് ആ ചാപത്തിന്റെ കോടി കണ്ടാൽ മതി.

പാശ്ചാത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽനിന്നു ചാപിക്കുവാനുള്ള ഒരു സൂത്രം താഴെ കൊടുക്കുന്നു. ഭുജജ്യാവിനെ ഭ എന്നും ത്രിജ്യാവിനെ ര എന്നും വെക്കുക.

$$\text{ചാപം} = \text{ഭ} + \text{ഭ}\,\tfrac{1}{2}.\,\tfrac{1}{3}\left(\frac{\text{ഭ}}{\text{ര}}\right)^2 + \text{ഭ}.\,\frac{1.\,3}{2.\,4}.\,\frac{1}{5}.\left(\frac{\text{ഭ}}{\text{ര}}\right)^4$$

$$+\ \text{ഭ}.\,\frac{1.\,3.\,5}{2.\,4.\,6}.\,\frac{1}{7}.\left(\frac{\text{ഭ}}{\text{ര}}\right)^6 + \ldots\ldots\ldots$$

ഇവിടെ പ്രസ്താവിക്കാത്ത ഗണിതശാസ്ത്രസൂത്രങ്ങൾ ഇതിന്റെ ഉപപത്തിക്ക് ആവശ്യമുള്ളതിനാൽ ഉപപത്തി പറയുന്നില്ല. ഭുജജ്യാവു് ത്രിജ്യാവിന്നു അടുത്തു വരുമ്പോൾ ഇവിടേയും ക്രിയ ക്ലേശകരമാവും.

ഇനി സ്വല്പജ്യാവുകളുടെ ചാപങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

സ്വല്പചാപഘനഷഷ്ഠഭാഗതോ
വിസ്തരാർദ്ധകൃതിഭക്തവർജ്ജിതം
ശിഷ്ടചാപമിഹ ശിഞ്ജിനീ ഭവേൽ
തദ്യുതോല്പകഗുണോസകൃദ് ധനുഃ 19.

സാരം. സ്വല്പചാപത്തിന്റെ ഘനത്തെ ആറിൽ ഹരിച്ചു അതിനെ പിന്നേയും ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയ ഫലത്തെ സ്വല്പചാപത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ അതിന്റെ ജ്യാവായി. ജ്യാവിനോടു ഇതു കൂട്ടിയാൽ ചാപവുമായി. സൂക്ഷ്മതക്ക് ആവർത്തിച്ച് ക്രിയ ചെയ്യണം.

$$\text{ഭു}(\text{യ}) = \text{യ} - \frac{1}{1.\,2.\,3}\cdot\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2} + \frac{1}{1.\,2.\,3.\,4.\,5}\cdot\frac{\text{യ}^5}{\text{ര}^4} - \dots$$

എന്നാകുന്നു ഭുജജ്യാവിനെ വരുത്തുവാനുള്ള സൂത്രം. ചാപം നന്ന ചെറുതാവുമ്പോൾ മൂന്നാമത്തേതു തൊട്ടുള്ള ഫലങ്ങൾ ലഘുത്വം കൊണ്ടു ത്യാജ്യങ്ങളാവും.

അപ്പോൾ. $\text{ഭു}(\text{യ}) = \text{യ} - \frac{1}{6}\cdot\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}$.

ഇതിൽനിന്നു ആവർത്തിച്ചു ക്രിയചെയ്തു ജ്യാവിൽനിന്നു ചാപവും വരുത്താം.

$$\text{യ} = \text{ഭു}(\text{യ}) + \frac{1}{6}\cdot\frac{\text{യ}^3}{\text{ര}^2}$$

ആദ്യം യ^3 കാണുവാൻ യ എന്നതിന്നു പകരം അതിന്റെ ജ്യാവു് ഉപയോഗിക്കാം. ഫലം സ്ഥൂലമായി കിട്ടും. പിന്നെ ആ സ്ഥൂലഫലത്തെ ചാപമായിക്കരുതി യ^3 കാണണം. എന്നാൽ ഫലം കുറെക്കൂടി സൂക്ഷ്മമായി ഇങ്ങിനെ ഫലങ്ങളിൽ ഭേദം വരാതിരിക്കുന്നതുവരെ ചെയ്യണം.

ഇവിടെ ഒന്നുകൂടി ആലോചിപ്പാനുണ്ടു്. ഈ വിധികൊണ്ടു ഫലം കലക്കോ വികലക്കോ കൃത്യമാവണമെങ്കിൽ ചാപം എത്ര ചെറുതായിരിക്കാമെന്നു അറിയണം. കലക്ക് കൃത്യമാകണമെങ്കിൽ

$\frac{\text{യ}^5}{\underline{|5}\,.\,\text{ര}^4}$ എന്നതു $\frac{1}{2}$ യേക്കാൾ കുറഞ്ഞിരിക്കണം.

യ^5 എന്നതു $\frac{1}{2}.\ \underline{|5}\ .\ \text{ര}^4$ നേക്കാൾ കുറയണം.

അപ്പോൾ യ എന്നതു $\sqrt[5]{60\,.\,\text{ര}^4}$ നേക്കാൾ കുറയണം.

$$\sqrt[5]{60 \cdot ര^4} = 1530 \text{ കല} = 25\tfrac{1}{2} \text{ അംശം.}$$

അതിനാൽ ഈ ക്രിയ $25\frac{1}{2}$ അംശം വരെ ഉപയോഗിക്കാം.

ഇനി വികലവരെ സൂക്ഷ്മമാകണമെങ്കിൽ,

ചാപം $\sqrt[5]{\frac{1}{2} \lfloor\underline{5} \cdot ര^4 \cdot \frac{1}{60}}$ കലയേക്കാൾ ചെറുതാവണം

$$\sqrt[5]{\tfrac{1}{2} \cdot \lfloor\underline{5} \cdot ര^4 \tfrac{1}{60}} = \sqrt[5]{ര^4} = 674 \text{ ക ല} = 11^\circ\text{–}14'$$

അതിനാൽ 11 ഭാഗംവരെ ഇങ്ങിനെ ക്രിയചെയ്താൽ ഫലം വികലവരെ സൂക്ഷ്മമായിക്കിട്ടും.

ചെറിയ ജ്യാവുകളിൽനിന്നു ചാപങ്ങൾ വരുത്തുവാനും ചെറിയ ചാപങ്ങളുടെ ജ്യാവുകൾ കാണ്മാനും വളരെ ഉപയോഗമുള്ള ഒരു കോഷ്ഠമാകുന്നു 'ശ്ലദ്ധോമേനകാദി' ജ്യാവുകൾ. ഇവ 24. കല വികലകളായിട്ടാണ് ജ്യാവുകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു്. കല വികലകളായി കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഒരു ചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവു കാണണമെങ്കിൽ, കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽനിന്നു എത്രാമത്തെ ശ്ലദ്ധോമേനകാദി കവിഞ്ഞതു തള്ളാമെന്നു കണ്ട് അതിൻെറ എത്രാമതെന്ന സംഖ്യയോളം വികലകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചാപത്തിൽനിന്നു തള്ളിയാൽ ഭുജജ്യാവു കിട്ടും. ഭുജജ്യാവിനെ ഇങ്ങിനെ ചെയ്തുകിട്ടുന്ന സംഖ്യയെ ഭുജജ്യാവിനോടു ചേർത്താൽ അതിൻെറ ചാപവുമായി. ശ്ലദ്ധോമേനകാദി 24-ാമത്തെ ജ്യാവു് 304 കല 36 വികലയാകുന്നു. ഇതു ചാപമാണെങ്കിൽ ഇതിൽനിന്നു് 24 വികല തള്ളിയാൽ ഇതിൻെറ ഭുജജ്യാവുണ്ടാകും. ഇതു ജ്യാവാണെങ്കിൽ ഇതോടുകൂടി 24 വികല കൂട്ടിയാൽ ഇതിൻെറ ചാപവുമായി. ഈ ശ്ലദ്ധോമേനകാദി ജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഏകദ്വിത്ര്യാദി സംഖ്യാഘ്ന ത്രിജ്യാവർഗ്ഗനയാംശതഃ
ഘനമൂലം ഹി ചാപജ്യാ സ്വസംഖ്യോനവിലിപ്തികം 20.

സാരം. 1, 2, 3 മുതലായ സംഖ്യകളെ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച അതിൻെറ പത്തിലൊരംശത്തിൻെറ ഘനമൂലത്തിൽനിന്നു അതാതിൻെറ സംഖ്യയോളം വിലിപ്ത (വികല) കളെ കുറച്ചാൽ ഘനമൂലത്തോളമുള്ള ചാപത്തിൻെറ ജ്യാവായി.

ഇതിൽനിന്നു ചാപവും ഭുജവും തമ്മിൽ 1 തൊട്ടു 24 വരെ വികലകളോളം ഭേദമുള്ള ചാപങ്ങളുടെ ജ്യാവുകളെയാകുന്നു ശ്ലദ്ധോമേനകാദിജ്യാവുകളെന്നു പറഞ്ഞുവരുന്നതു എന്നു വരുന്നു.

$$\text{ഭുജജ്യാ} = \text{ചാപം} - \frac{(\text{ചാപം})^3}{6 \cdot ര^2}$$

$$\therefore \text{ജ്യാചാപാന്തരം} = \frac{(\text{ചാപം})^3}{6 \cdot ര^2}$$

ജ്യാസംഖ്യ ന എന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\frac{(\text{ചാപം})^3}{6.\ \text{ര}^2} = \frac{\text{ന}}{60}$$

$$\text{ചാപം} = \sqrt[3]{\frac{\text{ന} \times 6\ \text{ര}^2}{60}} = \sqrt[3]{\frac{\text{ന} \times \text{ര}^2}{10}}$$

ഉദാഹരണമായി 16-ാമത്തെ ജ്യാവു കാണണമെന്നു വെക്കുക. ത്രിജ്യാവർഗ്ഗം 11818103 (ഗ്രന്ഥം കണ്ടപ്പട്ടപ്പകൃൽ). ഇതിനെ 16കൊണ്ടു പെരുക്കി 10 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 18908964·8. ഇതിൻെറ ഘനമൂലം 266·41.. ചാപം 266′-25″ ഇതിൽനിന്നു 16″ കളഞ്ഞാൽ 266 ക. 9 വി. ഇതു 16-ാമത്തെ ഗ്രഡോമേനകാദിജ്യാവ്. പഞ്ചബോധത്തിൽ ഇതു 'ആജ്യാപ്തിക്ഷീരാൽ' (= 266′-10″) എന്നു കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. വാസ്തവത്തിൽ 266′-9″ ടെ അടുത്തുള്ള ജ്യാവുകൾക്കെല്ലാം ജ്യാചാപാന്തരം 16″ തന്നെ.

വിധി ഉപയോഗമാകണമെങ്കിൽ ഘനമൂലം കാണുവാനുള്ള മാർഗ്ഗമറിഞ്ഞിരിക്കണം. അതുകൂടിപ്പറയാം. യ ഒരു വലിയ രാശിയും ര ഒരു ചെറിയ രാശിയും എന്നു കരുതുക. $(\text{യ}+\text{ര})^3 = \text{യ}^3 + 3\text{യ}^2.\ \text{ര} + 3\text{യ}.\ \text{ര}^2 + \text{ര}^3$ എന്നു ഗുണനംകൊണ്ടു കിട്ടും. ഇവിടെ ര എന്നതിൻെറ ചെറുപ്പംകൊണ്ടു $3\text{യ}^2\text{ര}$ എന്നതിനെ അപേക്ഷിച്ചു $3\text{യ}.\ \text{ര}^2 + \text{ര}^3$ എന്നതും ചെറുതായിരിക്കും. അതിനാൽ ഒരു സംഖ്യയുടെ ഘനമൂലം കാണുവാൻ ഘനമൂലത്തിൻെറ ഒരു വലിയ ഭാഗം ഊഹിച്ച് ആ ഊഹിച്ചതിൻെറ ഘനത്തെ സംഖ്യയിൽനിന്നു കളഞ്ഞ് ശിഷ്ടത്തെ ഊഹിച്ച ഭാഗത്തിൻെറ വർഗ്ഗത്തെ മൂന്നിൽപ്പെരുക്കിയതുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അല്പഭാഗം എത്രയെന്നു സുമാറു കാണാം. ഇതുകൂടി വലിയ ഭാഗത്തിൽ കൂട്ടാം. പിന്നീടു ഇതിനെ വലിയ ഭാഗമാക്കി ക്രിയ ആവർത്തിച്ചു ചെയ്താൽ ഘനമൂലം സൂക്ഷ്മമായി കിട്ടും. ഇതാണ് ഘനമൂലക്രിയയുടെ യുക്തി.

$30^3 = 27000$. ഇതിൽ 3ൻെറ ഘനത്തിലെ ആദ്യത്തെ അക്കം 4-ാം സ്ഥാനത്തു വന്നിരിക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ ഒന്നാമത്തെ, നാലാമത്തെ, ഏഴാമത്തെ മുതലായ സ്ഥാനങ്ങൾ ഘനസ്ഥാനങ്ങളെന്നു പറയപ്പെടുന്നു. മറ്റെല്ലാം അഘനസ്ഥാനങ്ങൾ. ഒരു സംഖ്യയുടെ അന്ത്യമായ ഘനസ്ഥാനംനോക്കി ഘനമൂലത്തിലെ വലിയ ഭാഗം ഊഹിക്കാം.

18908964·8ൻെറ ഘനമൂലം കാണാം. അന്ത്യഘനസ്ഥാനംവരെ സംഖ്യ 18. ഇതിൻെറ ഘനമൂലം 2. 3 അധികം. അതിനാൽ ഘനമൂലത്തിൻെറ വലിയ ഭാഗം 200. ഇതിൻെറ ഘനം കളഞ്ഞാൽ ബാക്കി 10908964·8. ഇതിനെ $3 \times 200 \times 200$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 90. അതിനാൽ 200നെ 90കൊണ്ടു വർദ്ധിപ്പിക്കണം. $290^3 = (200 + 90)^3$ ഇതു ആദ്യ

സംഖ്യയെക്കാറം അധികം. ഇങ്ങിനെ 80ഉം 70ഉം അധികമെന്നുതന്നെ കാണാം. അതിനാൽ 60 പററുമോ എന്നു നോക്കണം. 200ൽ 60 കൂട്ടണം. അപ്പോറം ഘനത്തിൽ വദ്ധിച്ച ഭാഗം $120000 \times 60 + 600 \times 60^2 + 60^3 = 957600$. ഇതു ആദ്യം കിട്ടിയ ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ആകെ ആദ്യസംഖ്യയിൽനിന്നു 260ൻെറ ഘനം കളഞ്ഞതായി. എന്നിട്ടുള്ള ശിഷ്ടം 1332964·8. ഇതിനെ 3×260^2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലം 6. ഘനമൂലത്തിൽ ഇതുംകൂടി കൂട്ടണമെന്നു വരുന്നു. അപ്പോറം ഘനത്തിൽ വദ്ധിച്ചതു $3 \times 260^2 \times 6 + 3 \times 260 \times 6^2 + 6^3 = 1245096$. ഇതു രണ്ടാമത്തെ ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ 87868·8 ഇങ്ങിനെ ക്രിയ തുടൎന്നാൽ ഭിന്നഭാഗവും സൂക്ഷ്മമായി കിട്ടും. എന്നാൽ 87868·8നെ 3×266^2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽതന്നെ ആ ഭിന്നം ഏതാണ്ട് സൂക്ഷ്മമായി വരും. $87868{\cdot}8 \div (3 \times 266^2) = 0{\cdot}414$. അതിനാൽ ഘനമൂലം 266·414. പക്ഷെ ക്രിയ വേണ്ടവിധത്തിൽ തുടൎന്നുപോയാൽ 266·4135 എന്നു വരും.

ഈ ചെയ്തതുതന്നെ ഒന്നു ക്രമപ്പെടുത്തി താഴെ കാണുംപ്രകാരം ചെയ്യാം.

	18′908′964·8	266·4
	8	
$3 \cdot 2^2 = 12$	10908	
$3 \cdot 2 \cdot 6 = 36$		
$6^2 = 36$		
1596	9576	
	1332964	
$3 \times 26^2 = 2028$		
$3 \times 26 \times 6 = 468$		
$6^2 = 36$		
207516	1245096	
	87868800	
$3 \times 266^2 = 212268$		
$3 \times 266 \times 4 = 3192$		
$4^2 = 16$		
21258736	85034944	
	2833856	

ഇങ്ങിനെ ക്രിയ തുടൎന്നുപോകാം. ശിഷ്ടങ്ങളിൽ രണ്ടക്കം വിട്ട് ക്രമേണ 12, 2028, 212268 ഇവകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ പിന്നീടു പിന്നീടു ചേൎക്കേണ്ട അക്കം സുമാറായി കിട്ടും. ഇതുവരെ ചെയ്തതിൽ അന്ത്യശിഷ്ടം 2833856 എന്നു കാണുന്നുവെങ്കിലും യഥാൎത്ഥത്തിൽ അതു 2833·856 ആകുന്നു.

ഇനി ലീലാവതിയിലെ ഘനമൂലാനയനസൂത്രം ഉദ്ധരിക്കാം.

ആദ്യം ഘനസ്ഥാനമഥാഘനേ ദ്വേ
പുനസ്തഥാന്ത്യാദ് ഘനതോ വിശോദ്ധ്യ
ഘനം പൃഥക്സ്ഥം പദമസ്യ കൃത്യാ
ത്രിഘ്ന്യാ തദാദ്യം വിഭജേൽ ഫലം തു.
പംക്ത്യാം ന്യസേൽ തൽ കൃതിമന്ത്യനിഘ്നീം
ത്രിഘ്നീം ത്യജേത്തൽ പ്രഥമാൽ ഫലസ്യ
ഘനം തദാദ്യാൽ ഘനമൂലമേവം
പംക്തിർഭവേദേവമതഃ പുനശ്ച.

സാരം. ആദ്യത്തേതു ഘനസ്ഥാനം പിന്നത്തെ രണ്ടും അഘനസ്ഥാനങ്ങൾ. പിന്നേയും അപ്രകാരം. അന്ത്യമായ ഘനത്തിൽനിന്നു ഘനം കളഞ്ഞു് മൂലത്തെ വേറെ വെക്കണം. മൂന്നിൽപ്പെരുക്കിയ അതിൻെറ വർഗ്ഗംകൊണ്ടു അതിൻെറ ആദ്യസംഖ്യവരെ ഹരിക്കുക. ഫലത്തെ പംക്തിയിൽ വെക്കുക. അതിൻെറ കൃതിയെ അന്ത്യംകൊണ്ടും മൂന്നുകൊണ്ടും പെരുക്കിയതിനെ അതിൻെറ ആദ്യസംഖ്യയിൽനിന്നു കളക. അതിൻെറയും ആദ്യസംഖ്യയിൽനിന്നു ഫലത്തിൻെറ ഘനത്തേയും കളക. ഇപ്രകാരം പംക്തി ഉണ്ടാകുന്നു. ഇപ്രകാരം പിന്നേയും ചെയ്യണം.

ഇവിടെപ്പറഞ്ഞതുപ്രകാരം 238328 ൻെറ ഘനമൂലം വരുത്തിക്കാട്ടുന്നു.

6^3	238328	62. പംക്തി.
$3 \times 6^2 = 108$	216	
$\times 2$	223	
$3 \times 6 = 18$	216	
$\times 2^2$	72	
2^3	72	
	8	
	8	
	0	

ആദ്യം ചെയ്ത ഉദാഹരണത്തിൽ $3 \times 6^2 \times 2$, $3 \times 6 \times 2^2$, 2^3 ഇവയെല്ലാം കിഴിക്കുന്നതു ഒരുമിച്ചു ചെയ്തുവെന്നു മാത്രം ഭേദം. വലിയ സംഖ്യകളിൽ അതു സൌകര്യവുമാണു്.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി 6-ാം അദ്ധ്യായം
യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ സപ്തമോദ്ധ്യായഃ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ സ്ഫുടക്രിയയിൽ ആവശ്യമുള്ള മന്ദശീഘ്ര ജ്യാവുകളും മുതലായവയെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു. മൂന്നു ശ്ലോകംകൊണ്ടു സൂര്യ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ മന്ദവൃത്തപരിധികളേയും കുജാദികളുടെ മന്ദശീഘ്രവൃത്ത പരിധികളേയും പറയുന്നു.

ഭാനോർഗ്ഗാനം വിധോഃ സ്ഥാനം സ്ഫുടവൃത്തകലാഃ സദാ
വന്ദ്യോ ദിവ്യോ ഗ്ലൂണീ കൃഷ്ണഃ സൂനുർമ്മാനീ കലാധരഃ 1.

സ്ഥാനം ദാനം തപോ മാന്യം ഭാനുഃ പ്രാജ്ഞോധമഃ സമഃ
ധനീ ലോകോ ധനം ദാനം ഭൌമാൽ പരിധിലിപ്തികാഃ 2.

മന്ദശീഘ്രക്രമാൽ കേന്ദ്രസ്യൌജയുഗ്മപദാദിഗാഃ
പൃഥഗേകൈകപാദോക്താ അസുരൈരപവർത്തിതാഃ 3.

സാരം. എപ്പോഴും ആദിത്യന്റെ സ്ഫുടവൃത്തകലകൾ ഗാനം എന്നും ചന്ദ്രന്റേതു സ്ഥാനം എന്നും ആകുന്നു. വന്ദ്യഃ, ദിവ്യഃ, ഗ്ലൂണീ കൃഷ്ണഃ (ചൊവ്വക്ക്), സൂനുഃ, മാനീ, കലാ, ധരഃ (ബുധന്നു) (1)

സ്ഥാനം, ദാനം, തപഃ, മാന്യം, (വ്യാഴത്തിന്നു), ഭാനുഃ, പ്രാജ്ഞഃ, ധമഃസമഃ (ശുക്രന്നു), ധനീ, ലോകഃ, ധനം, ദാനം (ശനിക്കു) ഇവയാകുന്നു ചൊവ്വ തൊട്ടുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരിധിലിപ്തകൾ. (2)

ആദ്യം മന്ദവൃത്തത്തിന്റെ പിന്നെ ശീഘ്രവൃത്തത്തിന്റെ എന്ന ക്രമത്തിലും കേന്ദ്രത്തിന്റെ ഓജപദാദി യുഗ്മപദാദി എന്ന ക്രമത്തിലും ആകുന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. ഓരോ പദത്തിന്നു വെവ്വേറെ പറഞ്ഞിട്ടുള്ള കലകൾ അസുര (270) എന്നതുകൊണ്ടു അപവർത്തിച്ചവയാകുന്നു. (3)

ഗ്രഹം	മന്ദപരിധി ÷ 270		ശീഘ്രപരിധി ÷ 270.	
	ഓജപദാദി	യുഗ്മപദാദി	ഓജപദാദി	യുഗ്മപദാദി.
സൂര്യൻ	ഗാനം 3	ഗാനം 3	— —	— —
ചന്ദ്രൻ	സ്ഥാനം 7	സ്ഥാനം 7	— —	— —
ചൊവ്വ	വന്ദ്യഃ 14	ദിവ്യഃ 18	ഗുണീ 53	കൃഷ്ണഃ 51
ബുധൻ	സൂനുഃ 7	മാനീ 5	കലാ 31	ധരഃ 29
വ്യാഴം	സ്ഥാനം 7	ഭാനം 8	തപഃ 16	മാന്യം 15
ശുക്രൻ	ഭാനുഃ 4	പ്രാജ്ഞഃ 2	ധമഃ 59	സമഃ 57
ശനി.	ധനീ 9	ലോകെ 13	ധനം 9	ഭാനം 8

മന്ദശീഘ്രവൃത്തങ്ങൾ ഇന്നവയാണെന്നു് നാലാം അദ്ധ്യായത്തിൻെറ പ്രവേശികയിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടു്. സമ്പ്രദായമനുസരിച്ച് ഓരോ ഗ്രഹത്തിൻെറയും പ്രതിമണ്ഡലത്തേയോ അതിന്നു തുല്യമായ കക്ഷ്യാമണ്ഡലത്തേയോ പ്രമാണവൃത്തമായി കരുതി അതിൻെറ കലകളെകൊണ്ടു ഇത്ര കലകളുണ്ടു് മന്ദശീഘ്രപരിധികൾ എന്നാണു് പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു്. യഥാൎത്ഥത്തിലുള്ള കലകളെ 270 കൊണ്ടു അപവൎത്തിക്കയും ചെയ്തിരിക്കുന്നു. എന്നുവെച്ചാൽ കക്ഷ്യാപരിധി 80 എന്നുവെച്ചാൽ ഈ വൃത്തപരിധികൾ എത്ര എന്നാണു് ഇവിടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു്. ചൊവ്വ, വ്യാഴം, ശനി ഇവയുടെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങൾ കക്ഷ്യാവൃത്തങ്ങളേക്കാൾ ചെറിയവയാകുന്നു. എന്നാൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങൾ കക്ഷ്യകളേക്കാൾ വലിയവയാണു്. അതിനാൽ കക്ഷ്യകളെ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളായും ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളെ കക്ഷ്യകളായും കല്പിച്ചാണു് ബുധശുക്രന്മാരുടെ ശീഘ്രപരിധികൾ കൊടുത്തിട്ടുള്ളതു്. വൃത്തങ്ങളുടെ കേന്ദ്രങ്ങളെ അന്യോന്യം മാററിയാലും അതാതു വൃത്തങ്ങളിലെ ഗതിക്കു് മാററം വരുത്താതിരുന്നാൽ ഗണിതഫലത്തിൽ ഭേദം വരുന്നതല്ല. ഇതു 2-ാംപരിലേഖ(4-ാംഅദ്ധ്യായത്തിൽ)ത്തിൽനിന്നു കാണുകയും ചെയ്യാം. ബുധൻെറ ശീഘ്രപരിധി 31 എന്നു കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതിൻെറ യാഥാൎത്ഥ്യം കക്ഷ്യ 31 ആണെങ്കിൽ ശീഘ്രവൃത്തം 80 ആകുന്നു എന്നാണു്. കുജൻെറ ശീഘ്രപരിധി 53 എന്നതിൻെറ യാഥാൎത്ഥ്യം കക്ഷ്യ 80 ആണെങ്കിൽ ശീഘ്രവൃത്തം 53 എന്നു തന്നെയാണു്. ഇങ്ങിനെ ചെയ്തിട്ടുള്ളതു എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളുടേയും സ്ഫുടഗണിതത്തിൽ കഴിയുന്നത്ര ഐകരൂപ്യം വരുത്തുവാൻ മാത്രമാണു്.

ഓജയുഗ്മപദാദികളിൽ മന്ദശീഘ്രവൃത്തങ്ങൾ വിഭിന്നങ്ങളായിട്ടാണ് പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത്. മററുള്ള സ്ഥാനങ്ങളിൽ മന്ദശീഘ്രപരിധികളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

വൃത്താന്തരേണാഹതബാഹുജീവാം
ഹൃത്വാ ത്രിമൌർവ്യാ ഫലമോജവൃത്തേ
ക്രമാദ് ധനർണ്ണം വിദധീതൌജവൃത്ത-
സ്യാല്പാധികത്വേ സ്ഫുടവൃത്തസിദ്ധ്യൈ. 4.

സാരം. ഓജയുഗ്മപദാദി വൃത്തങ്ങളുടെ അന്തരത്തെ കേന്ദ്രഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച സാവയവമായുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തെ ഓജവൃത്തത്തിൽ അതിൻെറ അല്പാധികത്വമനുസരിച്ച് കൂട്ടുകയും കുറക്കുകയും ചെയ്താൽ മന്ദശീഘ്രപരിധികൾ സ്ഫുടങ്ങളാകും.

മന്ദശീഘ്രകേന്ദ്രങ്ങൾ എന്താണെന്നു 4-ാം അദ്ധ്യായം 3-ാം ശ്ലോകത്തിലും അതിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിലും പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഈ അദ്ധ്യായം 6-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ അതിനെ ഒന്നുകൂടി വിമർശിക്കുകയും ചെയ്യും. കേന്ദ്രം ശൂന്യമോ ആറു രാശിയോ ആയിരിക്കുമ്പോൾ വൃത്തത്തിന്നു ഓജപദാദി പരിധിയാകുന്നു. കേന്ദ്രം 3 രാശിയോ 9 രാശിയോ ആകുമ്പോൾ യുഗ്മപദാദിയുമാകുന്നു. ഈ മാററം കേന്ദ്രത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവിന്നു അനുപാതമാകുമെന്ന നിലയിലാണ് ക്രിയ ഇവിടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നത്.

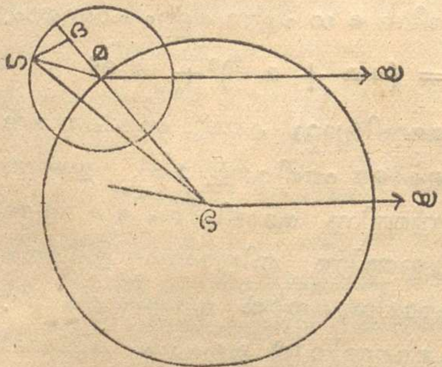
ഇനി മന്ദസ്ഫുടവൃത്തങ്ങളെകൊണ്ടു ഗ്രഹങ്ങളുടെ മന്ദജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മാന്ദേന സ്ഫുടവൃത്തേന നിഹതാദിഷുദോർജ്ജ്യണാൽ
നന്ദാപ്തം ചാപിതം മാന്ദമർക്കാദീനാം ഭുജാഫലം 5.

സാരം. ഗ്രഹമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കുറച്ചുകിട്ടുന്ന മന്ദകേന്ദ്രത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവിനെ മന്ദകേന്ദ്രസ്ഫുടവൃത്തകലകളെകൊണ്ടു ഗുണിച്ച 80 (= നന്ദ) കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ജ്യാവിനെ ചാപിച്ചാൽ അർക്കാദി 7 ഗ്രഹങ്ങളുടേയും മന്ദജ്യാവുകളാകും.

ഭൂമിയുടെ ചുററും മന്ദവൃത്തം. അതിൽ പ്രതിമണ്ഡലത്തിൻെറ കേന്ദ്രം. പ്രതിമണ്ഡലത്തിൽ സൂർയ്യനും ചന്ദ്രനും അവരവരുടെ മദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്നു. ഇതാണല്ലോ സങ്കല്പം. ഇതിന്നു പകരം പ്രതിമണ്ഡലത്തിന്നു തുല്യമായ കക്ഷ്യാമണ്ഡലത്തെ കല്പിച്ച് സൂർയ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ മദ്ധ്യമഗതിയോടുകൂടി സഞ്ചരിക്കുന്ന ഒരു ബിന്ദുവിന്നു ചുററും മന്ദവൃത്തത്തെക്കല്പിച്ചു മന്ദോച്ചത്തിൻെറ ദിക്കിന്നു മാററം വരാതെ വെച്ചാലും ഇതേ ഫലംതന്നെ കിട്ടും. ആലോചനക്കു സൌകര്യ്യവും ഇതുതന്നെയാകുന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ ഭൂമിയും മ മന്ദവൃത്തമദ്ധ്യവും (അഥവാ ഈ സങ്കല്പപ്രകാരം മദ്ധ്യമഗ്രഹവും), ഭ യ, മ യ എന്നവ രണ്ടും മേഷാദിയുടെ ദിക്കും, മ ഗ മന്ദോച്ചത്തിന്റെ ദിക്കും ആകുന്നു. മദ്ധ്യമങ്ങളും മററും ചാപമായിപ്പറയാതെ ഇവിടെ കോണുകളായിപ്പറയുന്നു. $\angle$ യ ഭ മ = മദ്ധ്യമം, $\angle$ യ മ ഗ = മന്ദോച്ചഭോഗം, അതിനാൽ മന്ദകേന്ദ്രം = $\angle$ യ ഭ ദ — $\angle$ യ മ ഗ = $\angle$ യ മ ദ — $\angle$ യ മ ഗ = ($12^{\text{രാ}}$ + $\angle$ യ മ ദ) − $\angle$ യ മ ഗ = $12^{\text{രാ}}$ − $\angle$ ദ മ ഗ. പരിലേഖത്തിലെ മന്ദകേന്ദ്രം 9 രാശിയിൽ അധികമാകുന്നു. ആദ്യത്തെ 6 രാശികൾ മേഷാദി 6 രാശികളെന്നും



പരിലേഖം 13.

പിന്നത്തെ 6 രാശികൾ തുലാദി 6 രാശികളെന്നും പറയും. ഇതുപോലെ 3 രാശിതൊട്ടു 9 രാശി തികയുന്നതുവരെ കർക്ക്യാദിയും 9 രാശിതൊട്ടു 12ഉം കഴിഞ്ഞ് 3 രാശി തികയുന്നതുവരെ മകരാദിയും ആകുന്നു. മദ്ധ്യമാദികളെ എല്ലായ്പ്പോഴും ക്രമഗതിയുടെ വഴിക്കുതന്നെ എന്നുവെച്ചാൽ എടത്തോട്ടു കണക്കാക്കണം. ഒരു ചാപത്തേയോ കോണിനേയോ മറെറാന്നിൽനിന്നു കളയുവാനുള്ളപ്പോൾ ശോദ്ധ്യം ശോധനീയത്തേക്കാൾ കുറയുന്നേടത്തു ശോദ്ധ്യത്തിൽ 12 രാശി കൂട്ടി ശോധനീയത്തെ കളയുകയും വേണം.

ഗ ഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഥാനമാകുന്നു. ഭൂമിയിൽനിന്നു ഇതിനെ ഭ ഗ എന്ന വഴിക്കു കാണും; അതിനാൽ $\angle$ യ ഭ ഗ ഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഫുടം. മദ്ധ്യമത്തോടു $\angle$ മ ഭ ഗ കൂട്ടിയാൽ സ്ഫുടമായി. ഈ കോണിന്നു സമാനമായ ചാപത്തെ മന്ദജ്യാവു എന്നു പറയുന്നു. ജ്യാവ് എന്ന പദപ്രയോഗം അത്ര ശരിയല്ലെങ്കിലും അങ്ങിനെ പറയാറുണ്ട്. പരിലേഖത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രം തുലാദിയാകുന്നു. ഇവിടെ മന്ദജ്യാവ് മദ്ധ്യമത്തിൽ കൂട്ടിയാൽ മന്ദസ്ഫുടമായി. മന്ദകേന്ദ്രം മേഷാദിയെങ്കിൽ മന്ദജ്യാവു കുറക്കേണ്ടതായിവരും.

മന്ദജ്യാവു കാണുവാൻ വഴിപറയുന്നു. $\angle$ ദ മ ഗ തന്നെ മന്ദകേന്ദ്രഭുജ. ഇതിന്റെ ഭുജജ്യാവ് (മഹാജ്യാവ്) കണ്ട് അതിനെ മന്ദവൃത്തസ്ഫുടകലകളെകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഗ ദ എന്ന ഭുജാഫലം കക്ഷ്യാമണ്ഡലകലാമിതമായുണ്ടായി. ഗ ദ എന്നതിനെ ഭൂമിയിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഭ ഗ എന്ന മന്ദകർണ്ണം വ്യാസാർദ്ധമായ കർണ്ണവൃത്തത്തിലെ ജ്യാവായിട്ടാണ് കാണുക. കർണ്ണവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കക്ഷ്യാവ്യാസാർദ്ധത്തിൽനിന്നു മാനംകൊണ്ടു വിഭിന്നമായിരിക്കാം. അതിനാൽ മ ഭ ഗ

എന്ന കോണു കാണ്മാൻ കിട്ടിയ ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഭ ഗ എന്ന മന്ദകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലത്തെ ചാപിക്കണം. എന്നു വെച്ചാൽ കക്ഷാവൃത്തകലാമിതമായികിട്ടിയ ഭുജാഫലത്തെ കർണ്ണവൃത്തകലാമിതമാക്കി ചാപിക്കണം. ഇതിന്നു ഭ ഗ എന്ന കർണ്ണം കാണണം.

$$\text{കർണ്ണവർഗ്ഗം} = \text{ഭ ദ}^2 + \text{ഗ ദ}^2 = (\text{ഭ മ} + \text{മ ദ})^2 + \text{ഗ ദ}^2$$

മ ദ എന്നതു കാണ്മാൻ കേന്ദ്രത്തിൻെറ കോടിജ്യാവു കണ്ട് അതിനെ മന്ദവൃത്തകലകളെകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതി. ഇതിന്നു കോടിഫലം എന്നു പേര്. കർക്ക്യാദികേന്ദ്രത്തിന്നു കോടിഫലം ഭ മ എന്ന ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കളകയും മകരാദികേന്ദ്രത്തിന്നു ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടുകയും വേണം. പരിലേഖത്തിൽ കേന്ദ്രം മകരാദിയാകയാൽ ഇവിടെ കൂട്ടണം. അതിനാൽ ത്രിജ്യാവോടു കോടിഫലത്തെ മകരാദിയിൽ കൂട്ടുകയും കർക്ക്യാദിയിൽ കുറക്കുകയും ചെയ്തുകിട്ടുന്നതിനെ വർഗ്ഗിച്ചു അതോടുകൂടി ഭുജാഫലവർഗ്ഗവുംകൂട്ടി മൂലിച്ചാൽ കർണ്ണമായി. ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഈ കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ത്രിജ്യാവൃത്തത്തിലെ ജ്യാവുണ്ടാകും. ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ മന്ദസംസ്കാരത്തിന്നുള്ള മന്ദജ്യാവായി. ഇതു മേഷാദിക്കു മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു കളകയും തുലാദിക്കു മദ്ധ്യമത്തോടു കൂട്ടുകയും വേണം.

മന്ദകർണ്ണകലാമിതമാക്കുന്ന ക്രിയ വിവരിച്ചു എന്നേയുള്ളു. പിന്നീടു ശീഘ്രകർണ്ണാനയനത്തിൽ ഉപയോഗമാകും. മന്ദസ്ഫുടാനയനത്തിൽ ഇതു ചെയ്യാറില്ല. ഭുജാഫലത്തെ കർണ്ണവൃത്തകലാമിതമാക്കാതെതന്നെ ചാപിച്ചു സംസ്കരിക്കുന്നതാണ് വാസ്തവത്തോടു അധികം യോജിച്ചു കാണുന്നതു്. അതിനാൽ മന്ദകർണ്ണത്തിന്നനുപാതകമായി മന്ദവൃത്തപരിധിക്കു വൃദ്ധിഹ്രാസമുണ്ടെന്നു ചിലരുടെ പക്ഷമുണ്ട്. അങ്ങിനെയാണെങ്കിൽ ഇവിടെ കണക്കാക്കിയ മന്ദകർണ്ണം യഥാൎത്ഥമന്ദകർണ്ണവുമല്ല. മന്ദകർണ്ണം വരുത്തുവാനുള്ള മാർഗ്ഗം ഈ അദ്ധ്യായം 20ഉം 21ഉം ശ്ലോകങ്ങളിൽ പറയുന്നുണ്ട്. സൂര്യചന്ദ്രന്മാർക്കു മന്ദസ്ഫുടംതന്നെ സ്ഫുടം. കുജാദികൾക്കു ഇതിന്നു പുറമെ ശീഘ്രസംസ്കാരവും വേണം.

ശീഘ്രസ്ഫുടവൃത്തങ്ങളെ കൊണ്ടു കുജാദികളുടെ കർക്കിമകരാദി ശീഘ്രജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ശൈഘ്ര്യേ ദോഃ കോടിജീവേ സ്ഫുടപരിധിഹതേ നന്ദഭക്തേ ഫലേ തേ
വ്യാസാൎദ്ധേ കോടിജം തദ് ധനമിഹ മകരാദാവൃണം കർക്കടാദൌ
കൃത്വാ തദ്വർഗ്ഗയുക്താദ് ഭുജഫലകൃതിതഃ സ്യാൽ പദം ശീഘ്രകർണ്ണ-
സ്ത്രിജ്യാഘ്നാദ് ദോഃ ഫലാത്തദ്വിഹൃതഫലധനുഃ കർക്കിനക്രാദിജീവാഃ 6.

സാരം. ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിൻെറ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ വെവ്വേറെ വെച്ച് സ്ഫുടപരിധികൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലങ്ങളിൽ കോടിയിൽനിന്നുണ്ടാകുന്നതിനെ കേന്ദ്രം മകരാദിയെങ്കിൽ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ കൂട്ടുകയും കർക്ക്യാദിയെങ്കിൽ കുറക്കുകയും ചെയ്തുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തിൻേറയും ഭുജാഫലത്തിൻേറയും വർഗ്ഗയോഗമൂലം ശീഘ്രകർണ്ണമാകുന്നു. ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ശീഘ്രകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഫലത്തെ ചാപിച്ചുകിട്ടുന്നവ കർക്ക്യാദി മകരാദി ജ്യാവുകളാകുന്നു.

"മദ്ധ്യാൽ ഗ്രഹാണാം സ്വമൃദൂച്ചഹീനാൽ ശീഘ്രോച്ചതോ മദ്ധ്യവിവർജ്ജിതാച്ച........" ഇത്യാദി 4-ാം അദ്ധ്യായം 3-ാം ശ്ലോകത്തിൽ മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കളഞ്ഞു് മന്ദകേന്ദ്രവും ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമം കളഞ്ഞു് ശീഘ്രകേന്ദ്രവും വരുത്തേണ്ടതാണെന്നു സൂചിപ്പിരിക്കുന്നു. സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിൽ ഭാസ്കരാചാര്യരും ഇങ്ങിനെത്തന്നെ പറയുന്നു.

മൃദൂച്ചേന ഹീനോ ഗ്രഹോ മന്ദകേന്ദ്രം
ചലോച്ചം ഗ്രഹോനം ഭവേച്ഛീഘ്രകേന്ദ്രം
തുലാജാദി കേന്ദ്രേ ഫലം സ്വർണ്ണമേവം
മൃദൗജ്ഞേയമസ്മാദ്വിലോമം ച ശീഘ്രം.

സ്പഷ്ടാധികാരം 18.

ഇതിൽ ഇങ്ങിനെ മന്ദശീഘ്രകേന്ദ്രങ്ങൾ വരുത്തിയാൽ മന്ദജ്യാവു് തുലാദി കൂട്ടുകയും അജാദി(= മേഷാദി) കുറക്കുകയും, എന്നാൽ ശീഘ്രജ്യാവു് വിലോമമായി സംസ്കരിക്കയും വേണമെന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. സൂര്യസിദ്ധാന്തത്തിൽ മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നും ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നും ഗ്രഹമദ്ധ്യമം കളഞ്ഞു് മന്ദശീഘ്രകേന്ദ്രങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

ഗ്രഹം സംശോദ്ധ്യ മന്ദോച്ചാൽ തഥാ ശീഘ്രാദ്വിശോദ്ധ്യ ച
ശേഷം കേന്ദ്രപദം തസ്മാദ് ഭുജജ്യാ കോടിരേവ ച.

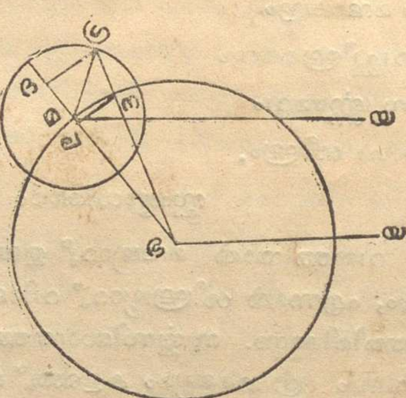
അദ്ധ്യായം 2, ശ്ലോകം 29.

ഇങ്ങിനെ കേന്ദ്രങ്ങൾ വരുത്തിയാൽ മന്ദസംസ്കാരവും ശീഘ്രസംസ്കാരവും മേഷാദിക്ക് കൂട്ടുകയും തുലാദിക്ക് കുറക്കുകയും വേണ്ടിവരും. എന്നാൽ മദ്ധ്യമത്തിൽ മേഷാദിഋണമായും തുലാദി ധനമായും സംസ്കരിച്ച് മന്ദസ്ഫുടവും ശീഘ്രസ്ഫുടവും വരുത്തുന്നതു കേരളത്തിലെ ഉറച്ച സമ്പ്രദായമാകുന്നു. അങ്ങിനെ വേണമെങ്കിൽ മന്ദകേന്ദ്രവും ശീഘ്രകേന്ദ്രവും മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചശീഘ്രോച്ചങ്ങളെ കളഞ്ഞുണ്ടാക്കാതെ നിവൃത്തിയില്ല. പഞ്ചബോധം ചതുർത്ഥഖണ്ഡത്തിലെ വിധിയും അതാണ്.

"സോച്ചോനമദ്ധ്യം പ്രവദന്തി കേന്ദ്രം" എന്നു്. ഇതു രണ്ടുവിധം കേന്ദ്രങ്ങൾക്കും കൂടിയ വിധിയുമാകുന്നു. തുലാമേഷാദിയും മൃഗകക്ക്യാദിയും നിശ്ചയിക്കേണ്ടേടത്തൊക്കെ ഇവിടേയും ഈ വിധിതന്നെ സ്വീകരിക്കുന്നു.

ആറാം ശ്ലോകത്തിൽ മൃഗകക്ക്യാദി ശീഘ്രജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു. മന്ദസംസ്കാരം തീരെ വിട്ടിട്ടാണു് ഈ ജ്യാവുകളെ വരുത്തുന്നതു്. പിന്നീടു സ്ഫുടാനയനത്തിന്നു മന്ദജ്യാവുകളെകൊണ്ടും ശീഘ്രജ്യാവുകളെ കൊണ്ടും എന്തുചെയ്യണമെന്നു പറയും. ഭൂമി കേന്ദ്രമായി കക്ഷാമണ്ഡലത്തേയോ ശീഘ്രമണ്ഡലത്തേയോ കല്പിക്കാം. എന്നാൽ ഇവയിൽ വലിയതിനെ ഭൂമിക്കു ചുററും സങ്കല്പിപ്പിക്കുന്നതാണു് ഗണിതനിരൂപണത്തിന്നു സൌകര്യം.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ എന്നതു ഭൂമി. വലിയ വൃത്തം കക്ഷ. ചെറിയതു ശീഘ്രവൃത്തം. ഭ യ, മ യ എന്നവ മേഷാദിയുടെ ദിക്കു്. ∠ യ ഭ മ ഗ്രഹമദ്ധ്യമം. ∠ യ മ ഗ്ര ശീഘ്രോച്ച ഭുക്തി. "സോച്ചോനമദ്ധ്യം പ്രവദന്തി കേന്ദ്രം" എന്നതനുസരിച്ചു് ശീഘ്രകേന്ദ്രം = ∠ യ ഭ മ — ∠ യ മ ഗ്ര = ∠ യ മ ദ — ∠ യ മ ഗ്ര = ∠ ദ മ ഗ്ര. മൂന്നു രാശിയിൽ കുറവായതിനാൽ ഇതു മേഷാദിയും മകരാദിയുമാകുന്നു. ഭൂമിക്കു ചുററും ശീഘ്രവൃത്തത്തെ സങ്കല്പിച്ചു് അതിൽ ശീഘ്രഭുക്തി ∠ യ മ ഗ്ര എന്നതിന്നു സമമാക്കി, ആ ശീഘ്രോച്ചത്തിൻെറ ചുററും കക്ഷാതുല്യമായ പ്രതിമണ്ഡലത്തെ കല്പിച്ചു് അതിൽ ഗ്രഹത്തിൻെറ മദ്ധ്യമഭുക്തി ∠ യ ഭ മ എന്നതിന്നു തുല്യമാക്കിയാലും ഗ്രഹത്തിന്നു ഇതേസ്ഥാനംതന്നെ വരുമെന്നു കാണാം.



പരിലേഖം 14.

ഭ ഗ്ര എന്ന ശീഘ്രകൎണ്ണത്തെ കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യനത്തിൽ മന്ദകൎണ്ണത്തെ കണക്കാക്കിയതുപോലെത്തന്നെ വരുത്തുന്നു. ഗ്ര ദ ഭുജഫലം. മ ദ കോടിഫലം. ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജകോടിജ്യാവുകളെ സ്ഫുട ശീഘ്രവൃത്തപരിധികൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80കൊണ്ടു ഹരിച്ചു ഇവയെ വരുത്താം. ശീഘ്രകേന്ദ്രം മകരാദിക്കു് കോടിഫലം ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു വിട്ടു നിൽക്കും. അതിനാൽ കോടിഫലത്തെ ത്രിജ്യാവിൽ കൂട്ടണം. കക്ക്യാദിക്കു് കളയണം. എന്നാൽ ഭ ദ എന്നതുണ്ടാകും. ഭ ഗ്ര^2 = ഭ ദ^2 + ഗ്ര ദ^2. ഇതിനെ മൂലിച്ചു് കൎണ്ണമുണ്ടാക്കാം.

ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഈ കൎണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ന ല എന്നതുണ്ടാകും. ഭ ന ല, ഭ ഗ്ര ദ എന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ

സാദൃശ്യംതന്നെ ഇതിന്നു കാരണം. ന ല എന്നതിനെ ചാപിച്ചാൽ ∠മ ഭ ന അല്ലെങ്കിൽ അതിന്നു സദൃശമായ ചാപം ഉണ്ടാകും. ഇതു ശീഘ്രജ്യാവ്. മകരാദിതൊട്ടു മേഷാദിവരെയുള്ള ജ്യാവുകൾ മേഷാദിതൊട്ടു കക്ക്യാദിവരെയുള്ളവക്ക് വിലോമക്രമത്തിൽ തുല്യമാകും. കക്ക്യാദിതൊട്ടു തുലാദിവരെയുള്ളവ തുലാദിതൊട്ടു മകരാദിവരെയുള്ളവക്കും വിലോമക്രമത്തിൽ തുല്യം. എന്നാൽ മകരാദി 6 രാശികളിലെ ജ്യാവുകൾ കക്ക്യാദി 6 രാശിജ്യാവുകളെക്കാൾ ഒന്നിനൊന്നു ചെറുതായിരിക്കും. ശീഘ്രകർണ്ണത്തിൻെറ വൃദ്ധിഹ്രാസങ്ങൾ ഇതിന്നു കാരണം.

ശീഘ്രവൃത്തപരിസ്പഷ്ടീകരണം ആദ്യം ചെയ്യാതെ പിന്നീടു ചെയ്താൽ മതിയെന്നു പറയുന്നു.

അഭിമതദോഃ കോടിഗുണാവോജപരിധ്യാഹതൌ ച നന്ദാപ്തൗ
ദോഃ കോടിഫലേ സ്യാതാമനയോർവാ വൃത്തസംസ്കൃതിം കുര്യാൽ. 7.

ദ്വിഘ്നാൽ തദ്ബാഹുചാപാദ് ഭുജഗുണമപി തൽ-
കോടിജീവാം ച നീത്വാ
കക്ക്യേണാദൌ തു കോടീഗുണയുതരഹിതാ
ത്രിജ്യകാ തത്ര ബാണഃ
ബാണാർദ്ധാദ് ദോർഗ്ഗുണാർദ്ധാദപി പരിധിഭിദാ-
സംഗുണാന്നന്ദഭക്തം
ജഹ്യാദ് ദോഃ കോടിജാഭ്യാം ക്ഷിപതു ച സമവൃ-
ത്തേധികേ തേ സ്ഫുടേസ്തഃ. 8.

സാരം. ഇഷ്ടജ്യാവിനേയും അതിൻെറ കോടിയേയും വെച്ചു ഓജപരിധികൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 (= നന്ദ) നെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭുജാഫലവും കോടിഫലവും വരും. (7)

ഇഷ്ടജ്യാവിൻെറ ചാപത്തെ ഇരട്ടിച്ചതിൽനിന്നു ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കി കോടിജ്യാവിനെ കക്ക്യാദിയിൽ ത്രിജ്യാവിനോടു കൂട്ടിയും മകരാദിയിൽ അതിനെ ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കളഞ്ഞും ശരത്തെയുണ്ടാക്കി ഓജയുഗ്മപദാദിപരിധിഭേദത്തെ ശരാർദ്ധംകൊണ്ടും ഭുജാർദ്ധംകൊണ്ടും ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ഭുജാഫലത്തിലും കോടിഫലത്തിലും ക്രമേണ ചേർത്താൽ സമവൃത്തം ഓജവൃത്തത്തേക്കാൾ അധികമാകുമ്പോൾ അവ സ്ഫുടങ്ങളാകുന്നു. (സമവൃത്തം കുറവാകുമ്പോൾ കുറക്കണമെന്നും വരുന്നു.)

ആറാം ശ്ലോകത്തിൽ സ്ഫുടപരിധിയിൽനിന്നു ഭുജകോടിഫലങ്ങളെയുണ്ടാക്കുവാൻ പറഞ്ഞതുപോലെത്തന്നെ 7-ാം ശ്ലോകത്തിൽ ഓജപരിധിയിൽനിന്നു അവയെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു. പിന്നീടു 8-ാംശ്ലോകത്തിൽ അതിനെ സംസ്കരിച്ച് സ്ഫുടപരിധിയിൽനിന്നു വരുത്തിയവക്കു തുല്യമാക്കുവാൻ പറയുന്നു. കേന്ദ്രം യ എന്നു കരുതുക. ഓജപരിധി പ എന്നും യുഗ്മപരിധി പ $\pm$ ദ എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ

$$\text{സ്ഫുടപരിധി} = \text{പ} \pm \text{ദ}\ \frac{\text{ഭു (യ)}}{\text{ര}}$$

സ്ഫുടപരിധിയിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന

$$\text{ഭുജാഫലം} = \text{ഭു (യ)} \times \frac{\text{പ} \pm \text{ദ. ഭു (യ)} \div \text{ര}}{80}$$

$$= \text{പ} \times \frac{\text{ഭു (യ)}}{80} \pm \text{ദ.}\ \frac{\text{ഭു}^2\ \text{(യ)}}{\text{ര} \times 80}$$

എന്നാൽ 6-ാം അദ്ധ്യായം 11-ാം ശ്ലോകത്തിൽ $\text{ഭു}^2\left(\frac{\text{യ}}{2}\right) = \frac{\text{ര}^2 - \text{ര. കോ (യ)}}{2}$ എന്നു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവിടെ $\frac{\text{യ}}{2}$ എന്നതിന്നു പകരം യ എന്നു കല്പിച്ചാൽ $\text{ഭു}^2\ \text{(യ)} = \frac{\text{ര}^2 - \text{ര. കോ (2 യ)}}{2}$. അതിനാൽ

$$\text{ഭുജാഫലം} = \text{പ} \times \frac{\text{ഭു (യ)}}{80} \pm \text{ദ} \times \frac{\text{ര} - \text{കോ (2 യ)}}{2 \times 80}.$$

ഇതിൽ പ $\times \frac{\text{ഭു (യ)}}{80}$ എന്നതു ഓജപരിധിയിൽനിന്നു വരുത്തിയ ഭുജാഫലവും $\frac{\text{ര} - \text{കോ (2 യ)}}{2}$ എന്നതു ഛിഷ്ണകേന്ദ്രശരാഭ്വമെന്നു സ്പഷ്ടം. ഇങ്ങിനെ ഛിഷ്ണകേന്ദ്രം മകരാദിയായിരിക്കുമ്പോഠം. ഛിഷ്ണകേന്ദ്രം കക്ക്യാദിയായിരിക്കുമ്പോഠം ര — കോ (2 യ) എന്നതിന്നു പകരം ര + കോ (2 യ) ആണ് വേണ്ടതെന്നു 8-ാം പരിലേഖംപോലെ ∠ര ക ഛ കക്ക്യാദിയായി വരച്ച് കാണിക്കുവാൻ പ്രയാസമില്ല. അല്ലെങ്കിൽ ആദ്യ പ്രഃവശികയിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ കക്ക്യാദി കോടിജ്യാവിൻെറ സ്വയമേവയുള്ള ഭാവം ഋണമാണെന്നു കരുതിയാലും മതി.

$$\text{ഇനി കോടിഫലം} = \text{കോ (യ)} \times \frac{\text{പ} \pm \text{ദ. ഭു (യ)} \div \text{ര}}{80}$$

$$= \text{പ.}\ \frac{\text{കോ (യ)}}{80} \pm \text{ദ.}\ \frac{\text{ഭു (യ). കോ (യ)}}{\text{ര} \times 80}$$

ആറാം അദ്ധ്യായം 9-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ ര. ഭു (യ) $= 2.$ ഭു $\left(\frac{\text{യ}}{2}\right).$ കോ $\left(\frac{\text{യ}}{2}\right)$ എന്നു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇവിടേയും $\frac{\text{യ}}{2}$ എന്നതിന്നു പകരം യ എന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ ര. ഭു (2 യ) = 2. ഭു (യ). കോ (യ) എന്നു വരും. അതിനാൽ

$$\text{കോടിഫലം} = \text{പ.}\ \frac{\text{കോ (യ)}}{80} \pm \text{ര.}\ \frac{\text{ഭു (2 യ)}}{2 \times 80}.$$

ഇവിടെ പ $\times \frac{\text{കോ (യ)}}{80}$ എന്നതു ഓജപരിധിയിൽനിന്നു വരുത്തിയ കോടിഫലവും $\frac{\text{ഭു (2 യ)}}{2}$ എന്നതു ദ്വിഘ്നകേന്ദ്രഭുജജ്യാർദ്ധവുമാകുന്നു.

ഇനി മന്ദജ്യാവിനേയും ശീഘ്രജ്യാവിനേയും വരുത്തുന്നതിലുള്ള ഭേദത്തെപ്പറയുന്നു.

മാന്ദേ ത്വേവം സമാനീതം ദോഃ ഫലം ചാപിതം സ്ഫുടം
ശൈഘ്ര്യേ ത്രിജ്യാഹതം കർണ്ണഭക്തം ചാപീകൃതം തഥാ. 9.

സാരം. മന്ദജ്യാനയനത്തിൽ ഇങ്ങിനെ വരുത്തിയ ദോഃ ഫലത്തെ ചാപിച്ചതുതന്നെ മന്ദജ്യാവ്. എന്നാൽ ശീഘ്രജ്യാനയനത്തിൽ ദോഃ ഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതിനെ ചാപിച്ചതു ശീഘ്രജ്യാവാകുന്നു.

ഇതെല്ലാം വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പറഞ്ഞു കഴിഞ്ഞു. 'ഏവം സമാനീതം' എന്നു പറഞ്ഞതുകൊണ്ടു 7ഉം 8ഉം ശ്ലോകങ്ങളിലെ ക്രിയ മന്ദദോഃ കോടിഫലങ്ങളേയും ശീഘ്രദോഃ കോടിഫലങ്ങളേയും ഉദ്ദേശിച്ചു പറഞ്ഞുവെന്നു വിശദമാകുന്നു.

അന്ത്യഫലം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

സ്ഫുടവൃത്തമിനാദീനാം കാമാനലസമാഹതം
കംസേന വിഭജേല്ലബ്ധം ഭവേദന്ത്യഫലാഹ്വയം. 10.

സാരം. സൂര്യാദികളുടെ മന്ദശീഘ്രസ്ഫുടവൃത്തപരിധികളെ 3051 (= കാമാനല) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 71 (= കംസ) നെ കൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതു അന്ത്യഫലമാകുന്നു.

അന്ത്യഫലം എന്നതു സ്ഫുടമന്ദശീഘ്രവൃത്തങ്ങളുടെ കക്ഷ്യാമണ്ഡലകലാമിതമായ വ്യാസാർദ്ധംതന്നെ. 270 കൊണ്ടു ആവർത്തിച്ചിട്ടാണല്ലോ മന്ദശീഘ്രവൃത്തപരിധികളെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളതു്. അതിനാൽ,

$$\text{സ്ഫുടവൃത്തവ്യാസാർദ്ധം} = \text{സ്ഫുടപരിധി} \times 270 \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{21600}$$

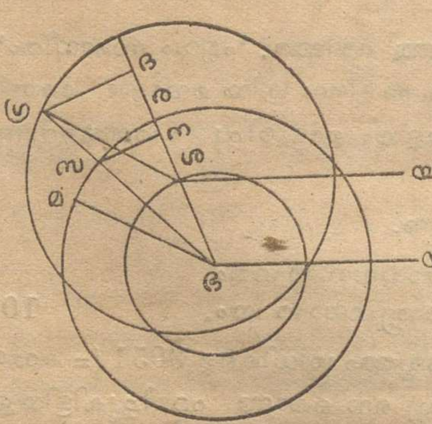
$$= \text{സ്ഫുടപരിധി} \times \frac{3051}{71}.$$

270 $\times$ ത്രിജ്യാ = 928192. ഇതു ഗുണകാരം, 21600 ഹാരകം. അന്യോന്യഹരണഫലങ്ങൾ 42, 1, 34, 1, 1, 6. ആദ്യത്തേതുകൂടി എണ്ണി 5-ാമത്തെ ഫലം വരെ 3051, 71 എന്നു ലഘുഭാജ്യഭാജകങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു.

ഇനി അന്ത്യഫലംകൊണ്ടു കക്കിമകരാദി ജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

കോടിജ്യാന്ത്യഫലേന ഹീനസഹിതാ യാ കക്കിനക്രാദിത-
സ്തദ്ദോർജ്ജ്യാകൃതിയോഗമൂലമുദിതഃ കർണ്ണോമുനാ സംഹരേൽ
ദോർജ്ജ്യാം സംസ്കൃതകോടികാമപി തഥാ വ്യാസാർദ്ധസംവർദ്ധിതാം
തച്ചാപം ഭുജകോടിചാപരഹിതം ജ്യാ കക്കിനക്രാദികാ. 11.

സാരം. ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിൻെറ കോടിജ്യാവിൽനിന്നു ശീഘ്രകേന്ദ്രം കക്ക്യാദിയെങ്കിൽ അന്ത്യഫലം കുറക്കുകയും മകരാദിയെങ്കിൽ കോടിജ്യാവിനോടു അന്ത്യഫലം കൂട്ടുകയും ചെയ്തു അതിൻേറയും ഭുജജ്യാവിൻേറയും വർഗ്ഗയോഗമൂലമാകുന്ന കർണ്ണംകൊണ്ടു വ്യാസാർദ്ധവർദ്ധിതമായ (= പെരുക്കപ്പെട്ട) ഭുജജ്യാവിനേയും സംസ്കൃതകോടിജ്യാവിനേയും ഹരിച്ച ഫലങ്ങളെ ചാപിച്ചു അവയിൽനിന്നു കേന്ദ്രഭുജയേയും തൽകോടിയേയും ക്രമേണ കളഞ്ഞാൽ കക്കിമകരാദി ശീഘ്രജ്യാവുകളാകും.



പരിലേഖം 15.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ ഭൂമി. അതിൻെറ ചുററം ശീഘ്രവൃത്തത്തേയും പിന്നെ കക്ഷ്യാവൃത്തത്തേയും കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ശ എന്നതു് ശീഘ്രോച്ചം. ഇതു കേന്ദ്രമായി പ്രതിമണ്ഡലത്തേയും കാണിച്ചിരിക്കുന്നു: ഗ്ര എന്നതു ഗ്രഹം. ഭ മ എന്നതു ശ ഗ്ര എന്നതിന്നു സമാന്തരമായി വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഗ്രഹമദ്ധ്യമം = $\angle$ യ ഭ മ = $\angle$ യ ശ ഗ്ര. ശീഘ്രോച്ചഭോഗം = $\angle$ യ ഭ ശ = $\angle$ യ ശ ദ. മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു ശീഘ്രോച്ചം കളഞ്ഞാൽ $\angle$ ദ ശ ഗ്ര = $\angle$ ദ ഭ മ. ഇതു ശീഘ്രകേന്ദ്രം. പരിലേഖത്തിലെ ശീഘ്രകേന്ദ്രം മേഷാദിയും മകരാദിയുമാകുന്നു. ഭ ശ എന്നതു ശീഘ്രവൃത്തവ്യാസാർദ്ധം, എന്നുവെച്ചാൽ അന്ത്യഫലം. ശ ഗ്ര, ത്രിജ്യാവു്. ശ ദ, കേന്ദ്രകോടിജ്യാവു്. ഗ്ര ദ, കേന്ദ്രഭുജജ്യാവു്. മകരാദിയാകയാൽ കോടിജ്യാവിനോടു അന്ത്യഫലം കൂട്ടേണ്ടതായി വരുന്നുണ്ടു്. ഫലം ഭ ദ എന്നു്. കർണ്ണം = ഭ ഗ്ര

$= \sqrt{\text{ഭ ദ}^2 + \text{ഗ്ര ദ}^2}$. ഇങ്ങിനെ അന്ത്യഫലസംസ്കൃതമായ കോടിജ്യാവിന്റേയും ഭുജജ്യാവിന്റേയും വൎഗ്ഗയോഗമൂലം കൎണ്ണമെന്നു വരുന്നു. ∠ ദ ശ ഗ്ര എന്ന ശീഘ്രകേന്ദ്രം 3 രാശിയേക്കാൾ അധികമായി കൎക്ക്യാദിയാകുമ്പോൾ കേന്ദ്രകോടിജ്യാവും, അന്ത്യഫലവും ശ എന്ന ശീഘ്രോച്ചത്തിന്റെ ഒരു വശത്തുവരും. കോടിജ്യാവു അന്ത്യഫലത്തേക്കാൾ വലുതെങ്കിൽ കോടിജ്യാവിൽനിന്നു അന്ത്യഫലം വാങ്ങിയതിന്റെ വൎഗ്ഗവും ഭുജജ്യാവൎഗ്ഗവുംകൂട്ടി മൂലിച്ച് കൎണ്ണം വരുത്തേണ്ടിവരും. കോടിജ്യാവ് അന്ത്യഫലത്തേക്കാൾ ചെറുതായെന്നു വരും. അതിനെ സംബന്ധിച്ച് ഇനിയത്തെ ശ്ലോകത്തിൽപ്പറയും.

ഗ്ര ദ എന്ന ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കൎണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ ന എന്ന ജ്യാവുണ്ടാകുമെന്നു ഭ സ ന, ഭ ഗ്ര ദ എന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ സാദൃശ്യത്തിൽനിന്നു വരുന്നു. സ ന എന്നതിനെ ചാപിച്ചാൽ സ ര എന്ന ചാപമുണ്ടാകും. ഇതിനെ മ സ ര എന്ന ശീഘ്രകേന്ദ്രചാപത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ മ സ എന്നതുണ്ടാകും. ഇതു മകരാദി ശീഘ്രജ്യാവ്. ശീഘ്രകേന്ദ്രം മേഷാദിയാകയാൽ മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു ഇതിനെക്കളഞ്ഞാൽ സ് എന്ന സ്ഫുടഗ്രഹത്തിന്റെ സ്ഥാനം കിട്ടും.

ഭ ദ എന്നതു അന്ത്യഫലസംസ്കൃതമായ കേന്ദ്രകോടിജ്യാവ്. ഇതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കൎണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു ഭ ന എന്ന കോടിജ്യാവ്. ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ സ ര എന്ന ചാപത്തിന്റെ കോടിയാകും. ഈ കോടിയുടേയും ശീഘ്രകേന്ദ്രകോടിയുടേയും അന്തരം, സ ര എന്നതിന്റേയും ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജയുടേയും അന്തരത്തിന്നു തുല്യമായിരിക്കുമെന്നു സ്പഷ്ടം. ഇങ്ങിനെ സംസ്കൃതകേന്ദ്രകോടിജ്യാവിൽനിന്നു ശീഘ്രജ്യാവു വരുത്താം.

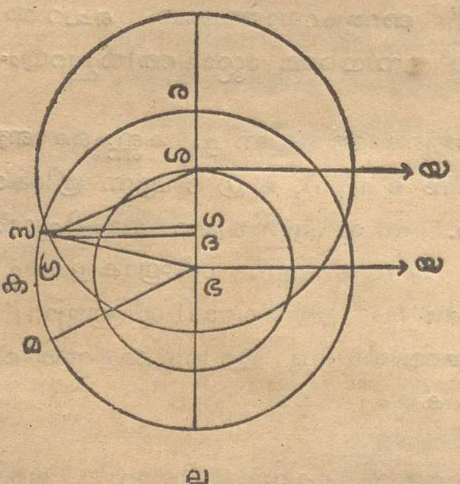
ഇനി അന്ത്യഫലം കോടിജ്യാവിനേക്കാൾ വലുതായി വരുമ്പോൾ ചെയ്യേണ്ട വിശേഷ ക്രിയ ചൊല്ലുന്നു.

> കോടിജ്യാല്പാചരമഫലതഃ കൎക്കടാദൌ യദി സ്യാൽ
> ത്രിജ്യാഭ്യസ്താദിഹ ഭുജഗുണാൽ കൎണ്ണഭക്തസ്യ ചാപം
> ദോശ്ചാപാഢ്യം ഭഗണദലതസ്ത്യജ്യതാം സംസ്കൃതായാഃ
> കോട്യാസ്തദ്വച്ഛ്രുതിഹൃതധനുഃ ക്ഷിപ്യതാം കോടിചാപേ. 12.

സാരം. കൎക്ക്യാദിജ്യാവു വരുത്തുമ്പോൾ അന്ത്യഫലത്തേക്കാൾ കോടിജ്യാവു കുറയുമെങ്കിൽ, അന്ത്യഫലത്തിൽനിന്നു കോടിജ്യാവിനെക്കളഞ്ഞ് കൎണ്ണമുണ്ടാക്കുക. ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു പെരുക്കി കൎണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു

കിട്ടുന്നതിന്റെ ചാപത്തെ ഭുജയോടുകൂട്ടി ഭഗണാർദ്ധമായ 6 രാശിയിൽ കളഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം കക്ക്യാദി ജ്യാവാകും. സംസ്കൃതകോടിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് കിട്ടിയതിന്റെ ചാപത്തെ കോടി ചാപത്തിൽ കൂട്ടിയാലും മതി.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ തന്നെ ഭൂമി, ഗ്ര, പ്രതിമണ്ഡലത്തിൽ ഗ്രഹം നില്ക്കുന്ന സ്ഥാനം. സ എന്നതു ഗ്രഹത്തെ കക്ഷ്യാമണ്ഡലത്തിൽ കാണുന്ന സ്ഥാനം, സ്ഫുടഗ്രഹം. ∠ര ശ ഗ്ര എന്നതു ശീഘ്രകേന്ദ്രം. ഇതു മേഷാദിയും കക്ക്യാദിയുമാകുന്നു. കേന്ദ്രകോടിജ്യാവു് ശ ദ എന്നതു്, ഭ ശ എന്ന അന്ത്യഫലത്തേക്കാറം കുറഞ്ഞതു്. കർണ്ണം ഭ ഗ്ര തന്നെ. ഭ ഗ്ര^2 = (ഭ ശ − ദ ശ)^2 + ഗ്ര ദ^2. ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ ഗ എന്നതു്. ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ സ ര എന്ന ചാപമുണ്ടാകും. ശീഘ്രകേന്ദ്രം ∠ര ശ ഗ്ര = ∠മ ഭ മ. മ എന്നതു ഗ്രഹമദ്ധ്യമം.



പരിലേഖം 16.

ല എന്നതു ര ഭ എന്നതിനെ നീട്ടിയാൽ കക്ഷാമണ്ഡലത്തെ തൊടുന്ന സ്ഥാനം. ഇപ്പോറം ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിന്റെ ഭുജ മല എന്നതായി വരും. സ ര, മ ല എന്ന ചാപങ്ങളെ കൂട്ടി പരിദ്ധ്യർദ്ധ (= 6 രാശി) ത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ മ സ എന്നതു ശേഷിക്കും. ഇതു മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ സ്പഷ്ടഗ്രഹം വരുന്നതുകൊണ്ടു ഇതുതന്നെ ശീഘ്രജ്യാവു്.

സംസ്കൃതകോടിയെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭ ഗ എന്ന കോടിജ്യാവുണ്ടാകും. ര ക എന്നതു വൃത്തപാദതുല്യമാകുന്നു. അതിനാൽ ഈ കോടിജ്യാവിനെ ചാപിച്ചാൽ സ ക എന്ന ചാപമുണ്ടാകും. ക മ എന്നതു ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിന്റെ കോടി. ഇതു രണ്ടും കൂട്ടിയാൽ സ മ എന്ന കക്ക്യാദി ജ്യാവുണ്ടാകുന്നു.

അന്ത്യഫലംകൊണ്ടു മറെറാരു പ്രകാരം കക്കിമകരാദി ജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

അഥവാന്ത്യഫലാഭ്യസ്താദ് ദോർഗ്ഗുണാൽ കർണ്ണസംഹൃതം
ചാപീകൃതം ഭവേദത്ര കക്കിനക്രാദിമൌർവ്വികാ. 13.

സാരം. അല്ലെങ്കിൽ ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജജ്യാവിനെ അന്ത്യഫലംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കർണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നതിനെ ചാപിച്ചാൽ കക്ക്യാദി മകരാദി ജ്യാവുകളാവും.

16_ാം പരിലേഖത്തിലെ ശ ഗ്ര ഭ എന്ന ത്രികോണത്തെ നിരൂപിക്കുക. അതിൽ ശ ഭ അന്ത്യഫലം. ഗ്ര ദ, കേന്ദ്രഭുജജ്യാവ്. ശ ഭ $\times$ ഗ്ര ദ $= 2 \times$ ക്ഷേത്രഫലം ശ ഗ്ര ഭ. അതേ ത്രികോണത്തിൽ ഭ ഗ്ര എന്നതു കർണ്ണം. ശ എന്നതിൽനിന്നു ഇതിലേക്കു ഒരു ലംബം സങ്കല്പിച്ചാൽ, അതു ശ ഗ്ര ഭ എന്നകോണിൻെറ പ്രതിമണ്ഡലകലാമിതമായ ഭുജജ്യാവിന്നു തുല്യം. $\angle$ശ ഗ്ര ഭ $= \angle$ഗ്ര ഭ മ $=$ കക്ക്യാദിസംസ്കാരം. അതിനാൽ കല്പിച്ച ലംബം സംസ്കാരചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവ്. $\therefore$ സംസ്കാരചാപജ്യാ $\times$ കർണ്ണം $= 2 \times$ ക്ഷേത്രഫലം ശ ഗ്ര ഭ. അതിനാൽ

$$\text{സംസ്കാരചാപജ്യാ} \times \text{കർണ്ണം} = \text{അന്ത്യഫലം} \times \text{കേന്ദ്രഭുജജ്യാ.}$$

$$\text{അഥവാ സംസ്കാരചാപജ്യാ} = \frac{\text{അന്ത്യഫലം} \times \text{കേന്ദ്രഭുജജ്യാ}}{\text{കർണ്ണം}}$$

ഇങ്ങിനെ കക്ക്യാദിസംസ്കാരത്തിൻെറ ജ്യാവു വരുത്താം.

15_ാം പരിലേഖത്തിലും ശ ഗ്ര ഭ എന്ന ത്രികോണത്തെ നിരൂപണം ചെയ്യുക. ശ എന്നതിൽനിന്നു ഭ ഗ്ര എന്ന കർണ്ണത്തിലേക്കു ഒരു ലംബം സങ്കല്പിച്ചാൽ അതു ശ ഗ്ര ഭ എന്ന കോണിൻെറ പ്രതിമണ്ഡലകലാമിതമായ ഭുജജ്യാവ്. $\angle$ശ ഗ്ര ഭ $= \angle$സ ഭ മ. അതിനാൽ ലംബം സംസ്കാരചാപത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവ്. ഇവിടേയും മുമ്പത്തെപ്പോലെ

$$\text{സംസ്കാരചാപജ്യാവ്} \times \text{കർണ്ണം} = \text{അന്ത്യഫലം} \times \text{കേന്ദ്രഭുജജ്യാ}$$

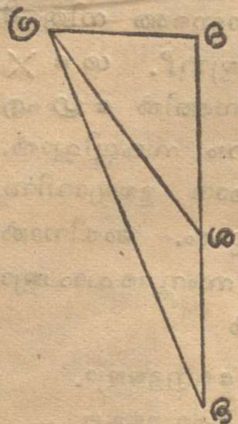
എന്നു വരും. ശ ഭ അന്ത്യഫലവും, ഗ്ര ദ കേന്ദ്രഭുജജ്യാവും ശ ഭ $\times$ ഗ്ര ദ എന്നതു ശ ഗ്ര ഭ എന്ന ത്രികോണത്തിൻെറ ദ്വിഘ്നക്ഷേത്രഫലത്തിന്നു തുല്യവുമെന്നു കാണാം. ഇങ്ങിനെ മകരാദിജ്യാവുകളേയും വരുത്താം.

അന്ത്യഫലംകൊണ്ടു മറെറാരു പ്രകാരം കർണ്ണം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അന്ത്യം ഫലം കോടിഗുണേ ദ്വിനിഘ്നേ
കൃത്വാ മൃഗാദൌ വാന്ത്യഫലേന ഹത്വാ
സാസ്കൃത്യ തദ് വ്യാസദലസ്യ വർഗേ
മൂലീകൃതോ വാ ഭവതീഹ കർണ്ണഃ. 14.

സാരം. കോടിജ്യാവിനെ ഇരട്ടിച്ചു അതിൽ കക്ക്യാദിയെങ്കിൽ അന്ത്യഫലം കളയുക, മകരാദിയെങ്കിൽ കൂട്ടുക. പിന്നെ അതിനെ അന്ത്യഫലംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽ കക്ക്യാദിയിൽ കളഞ്ഞിട്ടും മകരാദിയിൽ കൂട്ടീട്ടും മൂലിച്ചാൽ കർണ്ണമുണ്ടാകും.

ഇവിടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പരിലേഖം 15-ാം പരിലേഖത്തിൻെറ ഒരു ഭാഗമാകുന്നു. ഭ ശ, അന്ത്യഫലം. ശ ഗ, പ്രതിമണ്ഡലവ്യാസാദ്ധമായ ത്രിജ്യാവ്. ∠ദ ശ ഗ, ശീഘ്രകേന്ദ്രം. ഇതു മേഷാദിയും മകരാദിയുമാകുന്നു. ശ ദ, അതിൻെറ കോടിജ്യാവ്. ദ ഗ, ഭുജജ്യാവ്. ഭ ഗ, കർണ്ണം.



പരിലേഖം 17.

ഭ ഗ^2 = ഭ ദ^2 + ദ ഗ^2 = (ഭ ശ + ശ ദ)^2 + ദ ഗ^2

= ഭ ശ^2 + ശ ദ^2 + 2 ഭ ശ × ശ ദ + ദ ഗ^2

എന്നാൽ ശ ദ^2 + ദ ഗ^2 = ശ ഗ^2.

അതിനാൽ

ഭ ഗ^2 = ശ ഗ^2 + 2 ഭ ശ × ശ ദ + ശ ഭ^2

= ശ ഗ^2 + ശ ഭ (2 ശ ദ + ശ ഭ)

ഇതു മകരാദിയിൽ. കക്ക്യാദിക്ക് 16-ാം പരിലേഖം നോക്കുക.

ഭ ഗ^2 = (ശ ദ — ശ ഭ)^2 + ദ ഗ^2 എന്നോ

(ശ ഭ — ശ ദ)^2 + ദ ഗ^2 എന്നോ.

= (ശ ഭ^2 + ശ ദ^2 — 2 ശ ഭ × ശ ദ + ദ ഗ^2

= ശ ഗ^2 + ശ ഭ^2 — 2 ശ ഭ × ശ ദ.

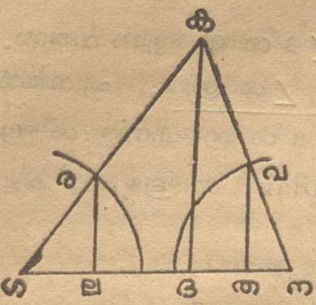
= ശ ഗ^2 — ശ ഭ (2 ശ ദ — ശ ഭ)

ഇഷ്ടജ്യാവുകൊണ്ടു ശീഘ്രവൃത്തപരിധിയെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മൃഗകക്ക്യടകാദിദോഃ ഫലാൽ തദ്-
ഭുജചാപോന യുതാദ് ഭുജാ ഗുണോ യഃ
അമുനാ വിഭജേദ് ഭുജാഫലജ്യാ-
മജനിഘ്നീം ഫലമത്ര ശീഘ്രവൃത്തം. 15.

സാരം. മകരാദിശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജയിൽനിന്നു മകരാദിജ്യാവുകളകയും കക്ക്യാദിശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജയോടു കക്ക്യാദിജ്യാവു് കൂട്ടുകയും ചെയ്യുക. അതിൻെറ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു 80-ൽ പെരുക്കിയ ശീഘ്രജ്യാവിനെ ഹരിച്ചാൽ ഫലം ശീഘ്രവൃത്തമാകുന്നു.

ഇതിൻെറ ഉപപത്തി ആലോചിക്കുന്നതിന്നു മുമ്പായി ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രതത്വവുംകൂടി അറിഞ്ഞിരിക്കുന്നതു നന്നു. ക ഗ ന എന്നതു ഒരു ത്രികോണമാകുന്നു. ഗ ന അതിൻെറ അടി അഥവാ ഉപതാനം. ക ദ അതിലേക്കു ലംബവുമാകുന്നു. ഗ ര = ന വ. ഇവ രണ്ടും ത്രിജ്യാതുല്യം.



പരിലേഖം 18.

ര ല, വ ത ഉപതാനത്തിന്നു ലംബങ്ങളുമാകുന്നു: അതിനാൽ ര ല എന്നതു ∠ക ഗ ന എന്നതിന്റെ ഭുജജ്യാവും വ ത എന്നതു ∠ക ന ഗ എന്നതിന്റെ ഭുജജ്യാവുമെന്നു സ്പഷ്ടം. ഗ ര ല, ഗ ക ദ എന്ന രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാകയാൽ,

$$\frac{\text{ക ദ}}{\text{ര ല}} = \frac{\text{ഗ ക}}{\text{ഗ ര}}.\ \text{അതിനാൽ, ക ദ} = \frac{\text{ഗ ക} \times \text{ര ല}}{\text{ഗ ര}}$$

ഇതുപോലെത്തന്നെ ന വ ത, ന ക ദ എന്ന ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാകയാൽ,

$$\frac{\text{ക ദ}}{\text{വ ത}} = \frac{\text{ന ക}}{\text{ന വ}}.\ \text{അതിനാൽ, ക ദ} = \frac{\text{ന ക} \times \text{വ ത}}{\text{ന വ}}$$

ഗ ര, ന വ ഇവ രണ്ടും ത്രിജ്യാതുല്യങ്ങളാകയാൽ സമം. അതിനാൽ

$$\text{ഗ ക} \times \text{ര ല} = \text{ന ക} \times \text{വ ത}$$

$$\therefore \frac{\text{ര ല}}{\text{ന ക}} = \frac{\text{വ ത}}{\text{ഗ ക}}.$$

എന്നുവെച്ചാൽ $$\frac{\text{ഭു}(\angle \text{ഗ})}{\text{ന ക}} = \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ന})}{\text{ഗ ക}}.$$

ഈ വിധം ന എന്നതിൽനിന്നു ക ഗ എന്നതിലേക്കു ലംബം വരഞ്ഞാലോചിച്ചാൽ

$$\frac{\text{ഭു}(\angle \text{ഗ})}{\text{ന ക}} = \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ക})}{\text{ഗ ന}}\ \text{എന്നും വരും.}$$

ഇവയിൽനിന്നു, $$\frac{\text{ഭു}(\angle \text{ഗ})}{\text{ന ക}} = \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ന})}{\text{ഗ ക}} = \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ക})}{\text{ഗ ന}}.$$

അതിനാൽ ഏതൊരു ത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ ഭുജജ്യാവുകൾ അവക്കെതിരായ ഭുജങ്ങൾക്ക് അനുപാതകമെന്നു വരുന്നു. ഇതു പലേടത്തും ഉപയോഗമുള്ള ഒരു തത്വമാകുന്നു.

ഇനി 15—ാം പരിലേഖം നോക്കുക. അതിൽ ശ ഭ ഗ്ര എന്ന ത്രികോണത്തിൽ ∠ശ ഭ ഗ്ര + ∠ശ ഗ്ര ഭ + ∠ഭ ശ ഗ്ര = 2 സമകോണ്. എന്നാൽ ∠ഭ ശ ഗ്ര + ∠ദ ശ ഗ്ര = 2 സമകോണ്. അതിനാൽ, ∠ശ ഭ ഗ്ര + ∠ശ ഗ്ര ഭ + ∠ഭ ശ ഗ്ര = ∠ഭ ശ ഗ്ര + ∠ദ ശ ഗ്ര.

എന്നു വരുമ്പോഠം $\angle\text{ശ ഭ ഗ} + \angle\text{ശ ഗ ഭ} = \angle\text{ദ ശ ഗ}$ എന്നു വരുന്നു. അതുകൊണ്ടു് $\underline{\angle\text{ശ ഭ ഗ} = \angle\text{ദ ശ ഗ} - \angle\text{ശ ഗ ഭ}}$. എന്നാൽ $\angle\text{ശ ഗ ഭ} = \angle\text{മ ഭ ഗ} =$ ശീഘ്രജ്യാവു്. $\angle\text{ദ ശ ഗ}$ എന്നതു ശീഘ്ര കേന്ദ്രവുമാകുന്നു. അതിനാൽ ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ശീഘ്രജ്യാവു് കളഞ്ഞാൽ $\angle\text{ശ ഭ ഗ}$. ഇവിടെ

$$\frac{\text{ജ}(\angle\text{ശ ഭ ഗ})}{\text{ശ ഗ}} = \frac{\text{ജ}(\angle\text{ശ ഗ ഭ})}{\text{ഭ ശ}}$$

$$\therefore \text{അന്ത്യഫലം (ഭ ശ)} = \frac{\text{ശ ഗ} \times \text{ജ}(\angle\text{ശ ഗ ഭ})}{\text{ജ}(\angle\text{ശ ഭ ഗ})}$$

ഇവിടെ ശ ഗ എന്നതു ത്രിജ്യാവു്, ജ ($\angle$ശ ഗ ഭ) എന്നതു ശീഘ്രജ്യാവെന്നു പറഞ്ഞുവരുന്ന ചാപത്തിൻെറ ജ്യാവു്. ഇതു രണ്ടുംകൂടി പെരുക്കി കേന്ദ്രശീഘ്രജ്യാന്തര($\angle$ശ ഗ ഭ)ത്തിൻെറ ജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അന്ത്യഫലം വരും. ഇതു മകരാദിയിൽ. കർക്ക്യാദിയിൽ കേന്ദ്രശീഘ്രജ്യാന്തരത്തിന്നു പകരം കേന്ദ്രശീഘ്രജ്യായോഗമാണു് വേണ്ടതെന്നു 16-ാം പരിലേഖത്തിൽനിന്നു കാണാം.

ശീഘ്രചാപജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കുന്നതിന്നു പകരം 21600 എന്ന വൃത്തകലകളെക്കൊണ്ടു പെരുക്കി കേന്ദ്രശീഘ്രജ്യാവുകളുടെ അന്തരത്തിൻെറയോ യോഗത്തിൻെറയോ ജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അന്ത്യഫലത്തിന്നു പകരം ശീഘ്രവൃത്തപരിധിതന്നെ കിട്ടും. ശരിയായ പരിധിയെ 270 കൊണ്ടു അപവൎത്തിച്ചാണല്ലോ പരിധി പഠിക്കുക. അതു കിട്ടുവാൻ 21600നെ 270 കൊണ്ടു അപവൎത്തിച്ചു് 80 കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ മതി, 21600 കൊണ്ടു പെരുക്കുന്നതിന്നു പകരം.

ഓജപദാന്ത്യത്തിലെ അഥവാ യുഗ്മപദാദിയിലെ ശീഘ്രപരിധിയിൽനിന്നു ഓജപദാദി പരിധി നിശ്ചയിക്കുവാനുള്ള മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

അന്ത്യഭുജാഫലനീതം വൃത്തം സ്യാദന്ത്യവൃത്തമോജപദേ
ഏകഭദോഃ ഫലനീതം ദ്വിഗുണിതമന്ത്യോനിതം ഭവേദാദ്യം. 16.

സാരം. ഓജപദത്തിൻെറ അന്ത്യത്തിലുള്ള ജ്യാവുകൊണ്ടു വരുത്തിയ വൃത്തം തദന്ത്യത്തിലുള്ള ശീഘ്രവൃത്തമാകുന്നു. ഓജപദാദിയിൽനിന്നു ഒരു രാശി കഴിഞ്ഞേടത്തുള്ള ശീഘ്രജ്യാവുകൊണ്ടു വരുത്തിയ വൃത്തത്തെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അന്ത്യത്തിലുള്ള വൃത്തത്തെക്കളഞ്ഞാൽ ആ പദത്തിൻെറ ആദിയിലുള്ള വൃത്തവുമാകുന്നു.

ഓജപദാദിയിൽനിന്നു ഓജപദാന്ത്യം വരെയുള്ള ശീഘ്രപരിധിക്ഷയം (വൃദ്ധിയുണ്ടാകാറില്ല എന്നുകൂടി ഓൎക്കണം) ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജജ്യാവിന്നു അനുപാതകമാകയാലും ഓജപദത്തിൽനിന്നു ഒരു രാശി ചെന്നേടത്തു ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജജ്യാവു് ത്രിരാശി ജ്യാവിന്റെ നേർ പകുതിയാകയാലും അവിടെ ശീഘ്രപരിധിയിൽ വരുന്ന ക്ഷയം പദാന്തത്തിലെ ക്ഷയത്തിന്റെ പകുതിയാകും. അതിനാൽ ഒരു രാശി ചെന്നേടത്തെ ശീഘ്രപരിധിയുടെ ഇരട്ടി ഓജപരിധിയുടെ ഇരട്ടിയിൽനിന്നു മൂന്നു രാശിയിലെ ക്ഷയം കളഞ്ഞതായിരിക്കും. എന്നുവെച്ചാൽ ഓജപരിധിയും യുഗ്മപരിധിയും കൂടിയതായിരിക്കും. ഇതിൽനിന്നു യുഗ്മപദാദിപരിധി കളഞ്ഞാൽ ശേഷിക്കുന്നതു ഓജപദാദിപരിധിയെന്നു വരുന്നു.

മൌഢ്യംകൊണ്ടും ശീഘ്രജ്യാവിന്റെ അഭാവംകൊണ്ടും ഓജപദാദിയിൽ ഗ്രഹനിരീക്ഷണം ചെയ്തു അവിടത്തെ ശീഘ്രപരിധി നിശ്ചയിക്കുവാൻ സാധിക്കയില്ല. അതിന്നാകുന്നു ഈ വിധി. ഇതു നിരീക്ഷകന്മാരുടെ ആവശ്യത്തിന്നാണെന്നു വ്യക്തമത്രെ. ഈ വിധിയിൽനിന്നു പൂൎവ്വന്മാരുടെ നിരീക്ഷണസമ്പ്രദായം അല്പമെങ്കിലും മനസ്സിലാക്കാം.

ഇനിയത്തെ മൂന്നു ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു വ്യസ്തകൎണ്ണത്തേയും സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമത്തേയും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

രാശ്യന്തഭാനുസ്ഫുടതോ മൃദൂച്ചം
വിശോദ്ധ്യ ദോഃ കോടിഗുണൌ ഗൃഹീത്വാ
ത്രിസംഗുണൌ താവഥ നന്ദഭക്തൌ
ക്രമേണ ദോഃ കോടിഫലേ ഭവേതാം. 17.

കോടീഫലം കൎക്കിമൃഗാദിജാതം
ത്രിമൌൎവ്വികായാം സ്വമൃണം ച കൃത്വാ
തദ്വൎഗ്ഗതോ ദോഃ ഫലവൎഗ്ഗയുക്താ-
ന്മൂലം വിപൎയ്യാസകൃതോത്ര കൎണ്ണഃ. 18.

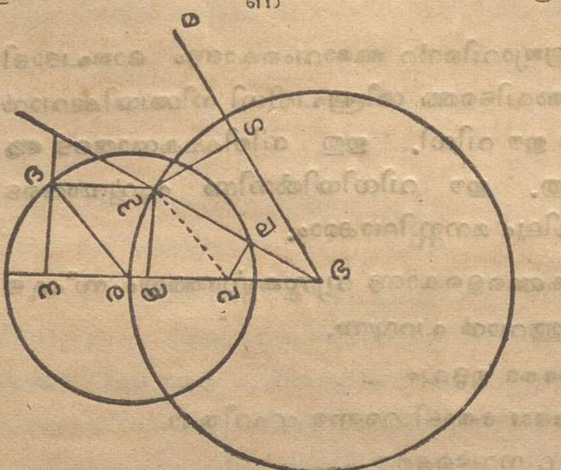
ത്രിജ്യാഹതാദ് ദോഃ ഫലതോമുനാപ്തം
ചാപീകൃതം മേഷതുലാദി തസ്മാദ്
രാശ്യന്ത്യഭാനൌ സ്വമൃണം ച കുൎയ്യാൽ
തദാ ഭവേൽ സംക്രമണാൎക്കമദ്ധ്യം. 19.

സാരം. രാശ്യന്തത്തിൽ ഇരിക്കുന്ന സൂൎയ്യന്റെ സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കുക. അവയെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ക്രമേണ ഇവിടത്തെ ദോഃ, കോടിഫലങ്ങളും ഉണ്ടാകും. (17)

കക്ക്യാദിയിൽ കോടീഫലത്തെ ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടുകയും മകരാദിയിൽ ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കളകയും ചെയ്തുണ്ടാകുന്നതിൻെറ വർഗ്ഗത്തേയും ദോഃഫലത്തിൻെറ വർഗ്ഗത്തേയും കൂട്ടി മൂലിച്ചതു ഇവിടെ വിപരീത കർണ്ണമാകുന്നു. (18)

ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഇതുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയതിനെ ചാപിച്ച് മേഷാദിരാശ്യന്തഭാനുവിൽ കൂട്ടുകയും തുലാദി രാശ്യന്തഭാനുവിൽ കളകയും ചെയ്താൽ സംക്രമണ സമയത്തെ ആദിത്യമദ്ധ്യമം വരും.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ എന്നതു ഭൂമി. ര എന്നതു രവിമദ്ധ്യമം. ര ദ, ഭ മ ഇവ രണ്ടു മന്ദോച്ചത്തിൻെറ ദിക്ക്. അതിനാൽ ∠മ ഭ ര = ∠ദ ര ന. രണ്ടും മന്ദകേന്ദ്രം. മേഷാദിയും മകരാദിയുമാകുന്നു. മന്ദസംസ്കാരത്തിൽ ഭുജാഫലത്തെ മന്ദകർണ്ണകലാമിതമാക്കുന്ന ക്രിയ ചെയ്യാറില്ലെന്നു മുമ്പു പറഞ്ഞതു് ഓർക്കുന്നുണ്ടായിരിക്കുമല്ലോ. ദ ന എന്നതു ഭുജാഫലമാകുന്നു. സ യ എന്നതു ഇതിന്നു തുല്യവും സമാന്തരവുമാകുന്നു. അപ്പോൾ ദ സ എന്നതു ന ഭ എന്നതിന്നു സമാന്തരമായി വരച്ചതെന്നു വരുന്നു. സ യ എന്നതിനെ ചാപിച്ചിട്ടാണല്ലോ ര സ എന്ന മന്ദസംസ്കാരമുണ്ടാക്കിട്ടുള്ളതു്. ര ഭ എന്ന അന്ത്യഫലത്തിന്നു സമാന്തരമായി സ വ എന്നു കല്പിച്ചാൽ ദ സ വ ര എന്നതു ഒരു സമാന്തരക്ഷേത്രം. അതിനാൽ സ വ = ദ ര.



പരിലേഖം 19.

ര എന്ന മദ്ധ്യമസൂര്യനിൽ ര സ എന്നതു സംസ്കരിച്ചു് സ്പഷ്ടസൂര്യനെ ഉണ്ടാക്കിയിരിക്കയാൽ സ സ്പഷ്ടസൂര്യൻെറ സ്ഥാനം. അതിനാൽ, ∠സ ഭ ഗ എന്നതു സൂര്യസ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കളഞ്ഞുള്ള ശിഷ്ടം. സ ഗ, ഭ ഗ എന്നവ ഇതിൻെറ ഭുജകോടിജ്യാവുകൾ. സ വ എന്നതു ര ദ എന്നതിന്നു സമാന്തരമാകയാൽ ഭ മ എന്നതിന്നും സമാന്തരം. ര ദ, ഭ മ രണ്ടും മന്ദോച്ചത്തിൻെറ ദിക്കാണല്ലോ. സ ഭ ഗ, വ ല സ ഈ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളുടേയും കോണുകൾ തുല്യങ്ങൾ. അതിനാൽ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശം. സ വ = ര ദ = $\frac{3}{80}$ ഭ സ. ത്രികോണങ്ങളുടെ സാദൃശ്യം കൊണ്ടു വ ല = $\frac{3}{80}$ സ ഗ എന്നും സ ല = $\frac{3}{80}$ ഭ ഗ എന്നും വരുന്നു. ഇവ രണ്ടും ദോഃകോടിഫലങ്ങൾ. കോടിഫലത്തെ ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കള

ഞ്ഞാൽ ഭ ല. ഇങ്ങിനെ മന്ദോച്ചം കുറച്ച സ്ഫുടസൂര്യന്റെ ഭുജകോടി ജ്യാവുകളെ 3 കൊണ്ടു പെരുക്കി 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ച് വ ല, സ ല എന്ന ഭുജകോടിഫലങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കുന്നു. ഭുജാഫലത്തിന്റേയും കോടിഫലോന ത്രിജ്യാവിന്റേയും വർഗ്ഗയോഗമൂലം ഭ വ എന്നതു്. ഇതാകുന്നു വ്യസ്തകർണ്ണം. ഇതു മകരാദിയിൽ. കർക്ക്യാദിയിൽ കോടിഫലത്തെ ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടുകയും വേണം.

20–ാംശ്ലോകത്തിൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തെ വ്യസ്തകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു മന്ദകർണ്ണമെന്നു പറയുന്നുണ്ട്. അതിനാൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തെ മന്ദകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു വ്യസ്തകർണ്ണം എന്നാണ് വെച്ചിട്ടുള്ളതെന്നു വരുന്നു. പരിലേഖത്തിൽ ഈ മന്ദകർണ്ണമേതെന്നു കാണാം; ഭ സ, ര ദ എന്ന രണ്ടു രേഖകളേയും നീട്ടിയാൽ ക എന്ന ബിന്ദുവിൽ മുട്ടുന്നുവെന്നു കരുതുക. ഇതു പരിലേഖത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടില്ല. എന്നാൽ ഭ ര ക, ഭ വ സ എന്ന രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാം. സമാനസ്ഥഭുജങ്ങളുടെ അനുപാതകത്വംകൊണ്ടു $\frac{\text{ഭ വ}}{\text{ഭ ര}} = \frac{\text{ഭ സ}}{\text{ഭ ക}}$ എന്നു വരും. അതിനാൽ $\text{ഭ ക} = \frac{\text{ഭ ര} \times \text{ഭ സ}}{\text{ഭ വ}}$. ഭ ര, ഭ സ ഇവ രണ്ടും ത്രിജ്യാവിന്നു തുല്യവും ഭ വ വ്യസ്തകർണ്ണവുമാകയാൽ മന്ദകർണ്ണം ഭ ക ആകുന്നെന്നു വരുന്നു. ഇങ്ങിനെയാണെങ്കിൽ സൂര്യന്റെ ശരിയായ മാർഗ്ഗം വൃത്തമല്ലെന്നു വരുന്നു. പിന്നെ എന്ത്? ഇതു കാണുവാൻ മന്ദകേന്ദ്രത്തെ മ എന്നും സ്ഫുടമന്ദോച്ചാന്തരത്തെ സ എന്നും (മന്ദപരിധി ÷ കക്ഷ്യാപരിധി) എന്നതിനെ ഗ എന്നും, മദ്ധ്യമകർണ്ണത്തെ ര എന്നും, കർണ്ണത്തെ ക എന്നും വെക്കുക.

എന്നാൽ,

$$\text{വ്യസ്തകർണ്ണവർഗ്ഗം} = (\text{ര} - \text{ഗ. കോ (സ)})^2 + \text{ഗ}^2.\ \text{ഭു}^2\ (\text{സ})$$

$$= \text{ര}^2 + \text{ര}^2\ \text{ഗ}^2 - 2.\ \text{ഗ. ര കോ (സ)}$$

$$= \text{ര}^2 \left(1 + \text{ഗ}^2 - 2\ \text{ഗ.} \frac{\text{കോ (സ)}}{\text{ര}}\right)$$

$$\therefore \text{ വ്യസ്തകർണ്ണം} = \text{ര} \sqrt{1 + \text{ഗ}^2 - 2\ \text{ഗ.} \frac{\text{കോ (സ)}}{\text{ര}}}$$

$$\therefore \text{ കർണ്ണം} = \frac{\text{ര}}{\sqrt{1 + \text{ഗ}^2 - 2\ \text{ഗ.} \frac{\text{കോ(സ)}}{\text{ര}}}}$$

ഒ എന്നതു ആയതവൃത്തത്തിന്റെ ച്യുതിയെങ്കിൽ അതിൽനിന്നു കർണ്ണത്തിന്നു കിട്ടുന്ന സൂത്രം.

$$\text{കർണ്ണം} = \frac{\text{ര}\,(1 - \text{ഉ}^2)}{1 - \text{ഉ}.\frac{\text{കോ (സ)}}{\text{ര}}}$$

എന്നാകുന്നു. ഇതിൽനിന്നു കരണപദ്ധതിയിലെ വ്യസ്തകർണ്ണം വഴി വരുത്തുന്ന രവിമാർഗ്ഗം ആയതവൃത്തമല്ലെന്നു വരുന്നു. സൂര്യന്റെ ആയതവൃത്തസഞ്ചാരസിദ്ധാന്തപ്രകാരം സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമം വരുത്തുവാനും മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു സ്ഫുടം വരുത്തുവാനുമുള്ള സൂത്രങ്ങൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമം വരുത്തുവാൻ,

$$\text{മ} = \text{സ} + 2\,\text{ഉ}.\ \text{ഭു}\,(\text{സ}) + \left(\tfrac{3}{4}\,\text{ഉ}^2 + \tfrac{1}{8}\,\text{ഉ}^4\right) \text{ഭു}\,(2\ \text{സ})$$
$$+ \left(\tfrac{1}{3}\,\text{ഉ}^3 + \tfrac{1}{8}\,\text{ഉ}^5\right) \text{ഭു}\,(3\,\text{സ}) + \tfrac{5}{32}\,\text{ഉ}^4.\ \text{ഭു}(4\ \text{സ}) + \tfrac{3}{40}\,\text{ഉ}^5.\ \text{ഭു}(5\ \text{സ}) \ldots\ldots$$

മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു സ്ഫുടം വരുത്തുവാൻ,

$$\text{സ} = \text{മ} - \left(2\,\text{ഉ}\ \tfrac{1}{4}\,\text{ഉ}^3 + \tfrac{5}{96}\,\text{ഉ}^5\right) \text{ഭു}\,(\text{മ}) + \left(\tfrac{5}{4}\,\text{ഉ}^2 - \tfrac{11}{24}\,\text{ഉ}^4\right) \text{ഭു}\,(2\ \text{മ})$$
$$- \left(\tfrac{13}{12}\,\text{ഉ}^3 - \tfrac{43}{64}\,\text{ഉ}^5\right) \text{ഭു}\,(3\ \text{മ}) + \tfrac{103}{96}\,\text{ഉ}^4.\ \text{ഭു}\,(4\ \text{മ}) - \tfrac{1097}{960}\,\text{ഉ}^5 \text{ഭു}\,(5\ \text{മ}) \ldots\ldots$$

ഇതിൽനിന്നു 2 ഉ എന്നതു സുമാറ് (മന്ദപരിധി ÷ കക്ഷ്യാപരിധി) യായി സങ്കല്പിച്ച ഗ എന്നതിന്നു തുല്യമെന്നു വരുന്നു. സൂര്യന്നു ഉ $= 0{\cdot}01675104$, ഗ $= \frac{3}{80} = 0{\cdot}0375$; ചന്ദ്രന്നു ഉ $= 0{\cdot}054900489$, ഗ $= \frac{7}{80} = 0{\cdot}0875$.

വ്യസ്തകർണ്ണം മുതലായ ഉപായങ്ങളെ സ്വീകരിച്ചതിൽ കാണുന്നതു സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടെ യഥാർത്ഥ സഞ്ചാരമാർഗ്ഗം കാണ്മവാനുള്ള ഒരു പരിശ്രമമെന്നു ഈ വ്യാഖ്യാതാവ് അഭിപ്രായപ്പെടുന്നു. ആയതവൃത്തഗണിതം ഭാരതീയൎക്കില്ലാഞ്ഞതിനാലായിരിക്കണം പൂർവ്വന്മാരുടെ പരിശ്രമം വേണ്ടത്ര ഫലപ്രദമാകാതെ വന്നതെന്നും വിചാരിക്കുന്നു.

17, 18, 19 എന്നീ ശ്ലോകങ്ങളിലെ മേഷതുലാദി ഭേദങ്ങളേയും കൎക്കിമകരാദിഭേദങ്ങളേയും കാണ്മവാൻ 19-ാം പരിലേഖത്തെ അനുസരിച്ച മററ പരിലേഖങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കിയാൽ മതി. ഇവിടെ ക്രിയ രാശ്യന്തങ്ങളിലേക്കാണ് പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു്. അതു സംക്രമവാക്യത്തിന്റെ ആവശ്യത്തിന്നാകുന്നു. പക്ഷെ ക്രിയ എല്ലായിടത്തേക്കും പററുമെന്നു കാണാം.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ വ ല, ഭ സ യ എന്ന ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശങ്ങൾ. അതിനാൽ യ സ = വ ല × ഭ സ ÷ ഭ വ എന്നു കാണാം. എന്നു വെച്ചാൽ, മന്ദഫലജ്യാവ് = ഭുജാഫലം × ത്രിജ്യാവ് ÷ വ്യസ്തകർണ്ണം. ഇതിനെ ചാപിച്ച് മന്ദസംസ്കാരമുണ്ടാക്കയും വേണം. ഇങ്ങിനെ മന്ദോച്ചം കുറച്ച സ്ഫുടസൂര്യനിൽനിന്നു വ്യസ്തകർണ്ണമുണ്ടാക്കി മന്ദസംസ്കാരം വരുത്തി മേഷാദിയിൽ സ്ഫുടത്തോടുകൂട്ടിയും തുലാദിയിൽ സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു കുറച്ചും സൂര്യന്റെ മദ്ധ്യമം വരുത്തണം.

ഇനി ആദിത്യചന്ദ്രന്മാരുടെ മന്ദകർണ്ണവും സ്ഫുടയോജനകർണ്ണവും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

സൂര്യേന്ദ്വോരേവമേവേഷ്ടസ്ഫുടാത് തന്മദ്ധ്യമാനയേൽ
തത്രോക്തവ്യസ്തകർണ്ണാത്തസ്ത്രിജ്യാ വർഗ്ഗോ മൃദുശ്രുതിഃ. 20.
മൃദുശ്രുതിഹതാൽ കക്ഷ്യാ വൃത്താച്ചക്രകലാഹൃതം
സ്ഫുടയോജനകർണ്ണാഖ്യം കക്ഷ്യാവ്യാസദലം രവേഃ. 21.

സാരം. ഇങ്ങിനെ സൂര്യന്റെയും ചന്ദ്രന്റെയും ഇഷ്ടസ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമം വരുത്തുക. ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തെ അവിടെ വരുത്തുന്ന വ്യസ്തകർണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മന്ദകർണ്ണമായി. (20)

കക്ഷ്യായോജനമാനത്തെ മന്ദകർണ്ണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ചക്രകലാസംഖ്യയായ 21600കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ്ഫുടയോജനകർണ്ണമെന്നു പേരുള്ള കക്ഷ്യാ വ്യാസാർദ്ധം വരും. (21)

ഈ ക്രിയകളുടെ യുക്തി ഇനി പറയണമെന്നില്ല. ഈ അദ്ധ്യായം 7-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ മന്ദകർണ്ണത്തിന്നു വൃദ്ധിഹ്രാസമുണ്ടെന്നു ചിലർക്കു പക്ഷമുണ്ടെന്നും അതനുസരിച്ച സ്പഷ്ടാനയനത്തിൽ ഭുജാഫലത്തെ കർണ്ണവൃത്തകലാമിതമാക്കാറില്ലെന്നും പറഞ്ഞു. അതിന്നനുസരിച്ച് സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു മദ്ധ്യമവും കർണ്ണവും വരുത്തുവാനാകുന്നു 17 തൊട്ടു 20 വരെ ശ്ലോകങ്ങളിൽപറഞ്ഞത്.

ഇനി മാസവാക്യങ്ങളേയും സംക്രാന്തിവാക്യങ്ങളേയും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭാഗീകൃതാൽ തദനു സംക്രമണാർക്കമദ്ധ്യാ-
ശബ്ദാന്തദോഃഫലയുതാദ്ധരണീദിനഘ്നാൽ
സൌരൈർദ്ദിനൈരപഹൃതം ഖലു മാസവാക്യം
സംക്രാന്തിവാക്യമിഹ തത്സുഹൃതാവശിഷ്ടം. 22.

സാരം. സംക്രാന്തി നേരത്തെ ആദിത്യമദ്ധ്യമം ഭാഗാദിയാക്കി വെച്ച് അതിൽ അബ്ദാന്തമദ്ധ്യമഭുജയായ സുനേത്ര (= 2°-7′) കൂട്ടി ഭൂദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച സൌരദിനംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു മാസവാക്യം. അതിനെ 7കൊണ്ടു ഹരിച്ച ശിഷ്ടം സംക്രാന്തിവാക്യവുമാകുന്നു.

അബ്ദാന്തത്തിൽ സൂര്യസ്ഫുടം 360°. മദ്ധ്യമം 2°-7′ കുറവുമായിരിക്കും. ഈ മദ്ധ്യമം 19-ാം ശ്ലോകത്തിലെ വിധിപ്രകാരം വരുത്തിയതാകുന്നു. ഇടവം മുതലായ സംക്രമങ്ങളിൽ സ്ഫുടം 30°, 60°, 90°, 120°........എന്നിങ്ങിനെയായിരിക്കും. ഈ സ്ഫുടങ്ങളിൽനിന്നു മദ്ധ്യമ

ങ്ങൾ വരുത്തുന്നു. ഓരോ മദ്ധ്യമത്തോടും $2°-7'$ കൂട്ടിയാൽ മേഷസംക്രമം തൊട്ടു ഇഷ്ടസംക്രമം വരെ സൂര്യന്റെ മദ്ധ്യമഭോഗമായി. ഭൂദിനംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു $360 \times$ യുഗഭഗണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, മദ്ധ്യമഭോഗത്തിന്നുള്ള ഭൂദിനങ്ങളും കിട്ടി. മദ്ധ്യമഭോഗത്തെ ഭാഗാദിയാക്കി ഭൂദിനംകൊണ്ടു പെരുക്കണം. സൂര്യൻ മദ്ധ്യമവശാൽ 1 ഭാഗം നീങ്ങുവാനുള്ള കാലത്തെയാകുന്നു സൌരദിനം എന്നു പറയുന്നതു്. ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഭൂദിനങ്ങൾതന്നെ മാസവാക്യങ്ങൾ. അബ്ദാരംഭംതൊട്ടു ഓരോ മാസത്തിന്റേയും അവസാനം വരെ കഴിഞ്ഞുപോയ ഭൂദിനസംഖ്യകളാകുന്നു മാസവാക്യങ്ങൾ. ഇതു സാവയവമായി കൊടുക്കാറില്ല. സംക്രാന്തിവാക്യംകൊണ്ടറിയേണ്ടതു ഏതാഴ്ച എത്ര നാഴിക വിനാഴികക്കു് സംക്രമം എന്നാകുന്നു. ഇതിന്നു മേഷസംക്രമത്തോടു കൂട്ടുവാനുള്ള ദിവസങ്ങളിൽനിന്നു 7ന്റെ പെരുക്കങ്ങൾ കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടം സാവയവമായി കൊടുത്താൽ മതി. ഇതിൽ വിഷുധ്രുവവും കൂട്ടി ഞായറാഴ്ച തൊട്ടെണ്ണിയാൽ ഇടവം തൊട്ടുള്ള സംക്രാന്തി കാലം കിട്ടും.

ഇനി നക്ഷത്രസംക്രാന്തിവാക്യങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

നക്ഷത്രാന്തസ്ഫുടോല്പന്നമദ്ധ്യാക്കാദേവമേവ ച
നയേന്നക്ഷത്രസംക്രാന്തിവാക്യം കവിഷു പൂർവ്വകം. 23.

സാരം. ഇപ്രകാരംതന്നെ നക്ഷത്രാന്ത്യത്തിൽ ഉള്ള ആദിത്യസ്ഫുടത്തിൽ നിന്നു മദ്ധ്യമമുണ്ടാക്കി 'കവിഷു' (= 6 ദി. 41 നാ.) എന്നു തുടങ്ങിയ നക്ഷത്ര സംക്രമവാക്യങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കാം.

രാശിചക്രത്തെ മേഷാദിതൊട്ടു 27 സമഭാഗമാക്കി ഓരോ ഭാഗങ്ങളിൽ ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കുന്ന കാലമാകുന്നു 27 അശ്വതി മുതലായ നക്ഷത്രങ്ങൾ. രാശിചക്രത്തിന്റെ ഓരോ ഭാഗവും $360° \div 27$ $(= 13°-20')$ യുണ്ടാകും. ഈ ഭാഗങ്ങളിൽ സൂര്യൻ സഞ്ചരിക്കുന്ന കാലങ്ങളെ ഞാററുവേലകൾ എന്നു പറയുന്നു. അശ്വിന്യന്തം തൊട്ടു രവിസ്ഫുടങ്ങൾ $13°-20'$, $26°-40'$, $40°$, $53°-20'$......ഇപ്രകാരമായിരിക്കും. ഇവയിൽ നിന്നു മേൽപ്രകാരം മദ്ധ്യമങ്ങളുണ്ടാക്കി $2°-7'$ കൂട്ടി ആ മദ്ധ്യമഭാഗങ്ങൾ സഞ്ചരിക്കുവാൻ എത്ര ദിവസം വേണമെന്നു കണ്ടു് 7-ൽ ഹരിച്ചുള്ള ശിഷ്ടങ്ങൾ നക്ഷത്രസംക്രമവാക്യങ്ങളാകുന്നു. ഇവയിലും വിഷുധ്രുവം കൂട്ടി ഞായറാഴ്ചതൊട്ടെണ്ണിയാൽ ഞാററുവേലകൾ തുടങ്ങുന്നതും അവസാനിക്കുന്നതുമായ കാലം കിട്ടും. ഓരോ ഞാററുവേലയും സുമാറു് $13\frac{1}{2}$ ദിവസത്തോളം ഉണ്ടാകും.

ഇനി യോഗ്യാദിവാക്യങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

മാസാദിതോഷ്ടാഷ്ടദിനോത്ഥസൂൎയ്യ--
സ്ഫുടാന്തരാംശാഷ്ടദിനാന്തരാണി
യോഗ്യാദി വാക്യാനി ധനൎണ്ണതൈഷാം
ദിനാല്പതാധിക്യവശാദിനാപ്തൌ. 24.

സാരം. മാസാദി തുടങ്ങി എട്ടെട്ടു ദിവസത്തിലുണ്ടാകുന്ന ആദിത്യസ്ഫുടങ്ങളെ അന്തരിച്ചുണ്ടാകുന്ന ഭാഗാദികളും എട്ടു ദിവസവും തമ്മിലന്തരിച്ച ഫലങ്ങൾ യോഗ്യാദിവാക്യങ്ങൾ. ദിനസംഖ്യ ഭാഗസംഖ്യയേക്കാൾ അല്പമെങ്കിൽ ധനവും, അധികമെങ്കിൽ ഋണവുമാകുന്നു.

മാസാദികളിൽ സൂൎയ്യസ്ഫുടം കൃത്യം രാശികളായിരിക്കണമല്ലോ. മാസത്തിന്നുള്ളിൽ ഒരു നേരത്തു സ്ഫുടമെന്തെന്നറിവാൻ യോഗാദിവാക്യങ്ങൾ ഉപയോഗിക്കുന്നു. സംക്രമംതൊട്ടു കഴിഞ്ഞ ദിവസം നാഴികകൾക്കു ക്രമേണ 1 ഭാഗവും 1 കലയും കൂട്ടിയാൽ പ്രായികസ്ഫുടം കിട്ടും. എന്നാൽ സൂൎയ്യന്റെ സ്ഫുടഗതി ചിലപ്പോൾ ഒരു ഭാഗത്തേക്കാൾ അധികവും ചിലപ്പോൾ കുറവുമായിരിക്കും. അധികഗതികൊണ്ടു വരുന്ന ഭേദത്തെ കൂട്ടുകയും അല്പഗതികൊണ്ടു വരുന്ന ഭേദത്തെ കളകയും ചെയ്താൽ സ്ഫുടം സൂക്ഷ്മമായി. അതിന്നു ഓരോ മാസത്തേയും എട്ടെട്ടു ദിവസമായി 4 ഖണ്ഡങ്ങളാക്കുന്നു. മാസങ്ങളിൽ എത്ര ദിവസമാണെങ്കിലും അവസാനത്തെ ഖണ്ഡം 25 തൊട്ടു 32 വരെതന്നെ. ഈ ഖണ്ഡങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലും ഉള്ള സൂൎയ്യന്റെ സ്ഫുടഭോഗവും 8 ഭാഗവും തമ്മിലുള്ള അന്തരങ്ങളാകുന്നു യോഗ്യാദി വാക്യങ്ങൾ. സ്ഫുടഭോഗം 8 അംശത്തെക്കാൾ അധികമെങ്കിൽ ധനം, കുറവെങ്കിൽ ഋണം എന്നു സ്പഷ്ടം.

ഉദാഹരണം. ചിങ്ങമാസത്തിലെ വാക്യങ്ങൾ കാണുക. ആദ്യം മദ്ധ്യമങ്ങളറിയണം.

ചിങ്ങമാസാദിയിലെ രവിസ്ഫുടം $= 30^\circ \times 4 = 120^\circ$.
രവിമന്ദോച്ചം ,, ,, $= 78^\circ$.
മന്ദോച്ചോന രവിസ്ഫുടം $= 42^\circ$.
ഇതിന്നു ഭുജകോടിജ്യാവുകൾ $= 2300', 2779'$
,, ,, ,, ഫലങ്ങൾ $= 86', 104'$.
വ്യസ്തകൎണ്ണം . . . $= \sqrt{(\text{ത്രി} - 104)^2 + 86^2}'$
$= 3335'$
ഇതുകൊണ്ടു വരുത്തുന്ന മന്ദജ്യാവ് $= 86 \times \frac{3438}{3335} = 89'$.
ചിങ്ങമാസാദിയിലെ രവിമദ്ധ്യമം $= 120^\circ + 89' = 121^\circ\text{-}29'$

ഇങ്ങിനെ എട്ടെട്ടു ദിവസങ്ങൾ കഴിയുമ്പോളുള്ള സ്ഫുടങ്ങളെ കാണുന്നു.

	8 ദി. കഴിഞ്ഞു്	16 ദി. കഴിഞ്ഞു്	24 ദി. കഴിഞ്ഞു്	32 ദി. കഴിഞ്ഞു്.
	° ′	° ′	° ′	° ′
രവിമദ്ധ്യമം	129—22	137—15	145— 8	153— 1
മന്ദകേന്ദ്രം	51—22	59—15	67— 8	75— 1
മന്ദജ്യാവു്	1—41	1—51	1—59	2— 5
രവിസ്ഫുടം	127—41	135—24	143— 9	150—56
അന്തരങ്ങൾ	7—41	7—43	7—45	7—47
8-ൽ നിന്നു ഭേദം	19	17′	15′	13′

ഇവയത്രെ ധന്യ, സേവ്യ, മയാ, ലോകെ എന്ന ചിങ്ങമാസത്തിലെ യോഗ്യാദിവാക്യങ്ങൾ. സ്ഫുടഭോഗങ്ങൾ 8° ത്തെക്കാൾ കുറവായതുകൊണ്ടു ഇവയെല്ലാം ഋണം.

ചിങ്ങസംക്രമം കഴിഞ്ഞു് 21 ദി. 45 നാ. ചെല്ലുമ്പോൾ സൂര്യസ്ഫുടം.

പ്രായിക സൂര്യസ്ഫുടം $= 120° + 21° - 45' = 141° - 45'$

യോഗ്യാദി സംസ്കാരം $= 19 + 17 + \dfrac{15 \times 5\frac{3}{4}}{8} = 47'$ ഋണം

സൂര്യസ്ഫുടം $= 140° - 58' = \underline{4 \text{ രാ } 20° - 58'}$

ഇനി ഭൌമാദികളുടെ മന്ദസ്ഫുടം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭൌമാദേഃ കൃതമന്ദദോഃ ഫലദലോത്തൽ കേന്ദ്രതോ ദോഃ ഫലം
നീതം കേവലമദ്ധ്യമേ ധനമൃണം മന്ദസ്ഫുടസ്യാപ്തയേ
വിദ്ഭൃഗ്വോഃ പാർനിജമദ്ധ്യമേ മൃദുഫലം സ്വോച്ചോനമദ്ധ്യോത്ഭവം
നന്ദഘ്നം സ്ഫുടശീഘ്രവൃത്തവിഹൃതം കുര്യാൽ സ മന്ദസ്ഫുടഃ 25.

സാരം. കുജഗുരുമന്ദന്മാരുടെ മദ്ധ്യമങ്ങളെ വെച്ച് തൻെറ തൻെറ മന്ദോച്ചങ്ങളെ വാങ്ങി മന്ദകേന്ദ്രമുണ്ടാക്കി മന്ദജ്യാവു വരുത്തി അതിൻെറ പകുതി മദ്ധ്യമത്തിൽ സംസ്കരിച്ച് അവററിൽ നിന്നു പിന്നേയും മന്ദജ്യാവു വരുത്തി ശുദ്ധമദ്ധ്യമത്തിൽ തുലാദികേന്ദ്രത്തിന്നു അതിനെ കൂട്ടുകയും മേഷാദി കേന്ദ്രത്തിന്നു കുറക്കുകയും ചെയ്താൽ മന്ദസ്ഫുടംവരും ബുധനും ശുക്രനും സ്വന്തം മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം വാങ്ങി മന്ദഫലമുണ്ടാക്കി അതിനെ 90 (നന്ദ) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച സ്ഫുടശീഘ്രവൃത്തംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലത്തെ മദ്ധ്യമത്തിൽ സംസ്കരിച്ചാൽ മന്ദസ്ഫുടമാകും.

അർദ്ധമന്ദസംസ്കൃതമദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നു മന്ദകേന്ദ്രം വരുത്തി ഉണ്ടാകുന്ന മന്ദജ്യാവാണ് ശുദ്ധമദ്ധ്യമത്തിൽ സംസ്കരിച്ച് മന്ദസ്ഫുടം വരുത്തേണ്ടതെന്നു സ്വീകൃതഗ്രഹചലന സിദ്ധാന്തങ്ങളിൽനിന്നു വരുന്നില്ല. സിദ്ധാന്തങ്ങളിൽനിന്നു ശീഘ്രജ്യാവിന്റെ ഒരു സംസ്കാരം മാത്രമേ കിട്ടുന്നുള്ളു. ശീഘ്രവൃത്തപരിധി കക്ഷ്യാമണ്ഡല കലകളെകൊണ്ടു അളന്നാണല്ലോ പഠിച്ചിരിക്കുന്നതു. ശീഘ്രജ്യാനയനത്തിൽ തല്ക്കാലമന്ദകർണ്ണത്തെ മദ്ധ്യമകർണ്ണതുല്യമെന്നും അതു ത്രിജ്യാവാണെന്നും സങ്കല്പിച്ച ആ ജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കിപ്പഠിക്കുന്നു. തല്ക്കാലമന്ദകർണ്ണം മദ്ധ്യമമന്ദകർണ്ണത്തേക്കാൾ വലുതാകുമ്പോൾ തദപേക്ഷയാ ശീഘ്രവൃത്തപരിധി ചെറുതാവുന്നു. അതിനാൽ ശീഘ്രജ്യാവും ചെറുതാവണം. അതിനാൽ മദ്ധ്യമമന്ദകർണ്ണത്തിൽനിന്നു സിദ്ധിച്ചിട്ടുള്ള ശീഘ്രഫലത്തെ ത്രിജ്ജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച മന്ദകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിക്കേണ്ടിവരും. എന്നാൽ തന്നെ ശീഘ്രകർണ്ണത്തിൽ വരുന്ന ഭേദംകൊണ്ടു മുഴുവൻ സൂക്ഷ്മമാകയില്ല. ഈ വിധം മാററം തല്ക്കാലമന്ദകർണ്ണം മദ്ധ്യമമന്ദകർണ്ണത്തേക്കാൾ ചെറുതാകുമ്പോഴും ചെയ്യണം. ഇതല്ലാതെ മററൊന്നും ഗ്രഹസഞ്ചാരസിദ്ധാന്തങ്ങളിൽനിന്നു വരുന്നില്ല. പിന്നീടു പറയുന്ന വിവിധസംസ്കാരസമ്പ്രദായങ്ങളിൽനിന്നു നമ്മുടെ പൂർവ്വന്മാർ ആ സംസ്കാരങ്ങളെകൊണ്ടോ ഗ്രഹസഞ്ചാരസിദ്ധാന്തങ്ങളെകൊണ്ടോ തൃപ്തിയടഞ്ഞിട്ടില്ലെന്നു വ്യക്തമാകുന്നു. എങ്കിലും എല്ലാവരും ഗണിതഫലത്തെ നിരീക്ഷണഫലത്തോടു ഒപ്പിക്കുവാൻ ശ്രമിച്ചിട്ടുണ്ട്. കരണപദ്ധതിയിലും അതുതന്നെ ചെയ്തതായിത്തോന്നുന്നു. അതു എത്രകണ്ടു ഫലിച്ചിട്ടുണ്ടെന്നു നോക്കാം.

20-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ മന്ദകേന്ദ്രം, സ്ഫുടമന്ദോച്ചാന്തരം ഇവയെ മ എന്നും സ എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. മന്ദപരിധിയെ കക്ഷ്യാപരിധികൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ഗ എന്നും സൂചിപ്പിക്കുക. ആധുനികസിദ്ധാന്തങ്ങളിലെ ആയതവൃത്തച്യുതി ദ എന്നു കല്പിക്കുക. എന്നാൽ മന്ദകേന്ദ്രം മകരാദിമേഷാദിയിൽ അർദ്ധമന്ദഫലം സ്വീകരിച്ചുകിട്ടുന്നതു.

$$\text{മ} - \tfrac{1}{2}\, \text{ഗ}.\ \text{ഭു}\,(\text{മ}).$$

ഇതു മന്ദകേന്ദ്രമായിക്കരുതി സ്ഫുട മന്ദോച്ചാന്തരം വരുത്തിയാൽ,

$$\text{സ} = \text{മ} - \text{ഗ}.\ \text{ഭു}\ \left\{\text{മ} - \tfrac{1}{2}\, \text{ഗ}.\ \text{ഭു}\,(\text{മ})\right\}$$

എന്നുവരും. കോടിഭുജജ്യാവുകളുടെ ശ്രേഢികൾ ഉപയോഗിച്ചും ഗ എന്ന അല്പഭിന്നത്തിന്റെ ഘനാദികളെ ത്യജിച്ചും ഇതിനെ മാററിയാൽ,

$$\text{സ} = \text{മ} - \text{ഗ} \left\{ \text{ഭു}(\text{മ}).\ \frac{\text{കോ}(\frac{1}{2}\ \text{ഗ}.\ \text{ഭു}(\text{മ}))}{\text{ര}} - \text{കോ}(\text{മ})\, \frac{\text{ഭു}(\frac{1}{2}\text{ഗ}.\ \text{ഭു}(\text{മ}))}{\text{ര}} \right\}$$

$$= \text{മ} - \text{ഗ}.\ \text{ഭു}(\text{മ}) + \tfrac{1}{2}\,\text{ഗ}^2.\ \frac{\text{കോ}(\text{മ}).\ \text{ഭു}(\text{മ})}{\text{ര}}$$

$$= \text{മ} - \text{ഗ}.\ \text{ഭു}(\text{മ}) + \tfrac{1}{4}\,\text{ഗ}^2.\ \text{ഭു}(2\,\text{മ})$$

$$= \text{മ} - 2\,\text{ഉ}.\ \text{ഭു}(\text{മ}) + \text{ഉ}^2.\ \text{ഭു}(2\,\text{മ})$$

സാമാന്യേന ഉ എന്നതിന്റെ ഇരട്ടിയാണല്ലോ ഗ എന്നതു. ആയതവൃത്ത ചലന സിദ്ധാന്തപ്രകാരം ച്യുതിയുടെ ഫലനാദികളെ വിട്ടുകിട്ടുന്നതു.

$$\text{സ} = \text{മ} - 2\,\text{ഉ}\,\text{ഭു}(\text{മ}) + \tfrac{5}{4}\,\text{ഉ}^2.\ \text{ഭു}(2\,\text{മ})$$

എന്നാകുന്നു. അതിനാൽ കരണപദ്ധതിയിലെ മന്ദസ്ഫുടാനയനം യഥാർത്ഥത്തിന്നു വളരെ അടുത്തെത്തിയതായിക്കാണുന്നു. യവനന്മാൎക്കെന്നപോലെ ഭാരതീയൎക്ക് ആയതവൃത്തഗണിതം അറിഞ്ഞിരുന്നുവെങ്കിൽ, ഈ പരിശ്രമങ്ങളുടെ ഫലമായി ആയതവൃത്തചലന സിദ്ധാന്തം അവരും കാണുമായിരുന്നു എന്നു വിചാരിക്കുവാൻ വഴിയുണ്ട്.

ഇതു കുജ, ഗുരു, മന്ദന്മാരെക്കുറിച്ചേ പറഞ്ഞുകൂടു. ബുധശുക്രന്മാരുടെ കാൎയ്യത്തിൽ ഗ = 2 ഉ എന്ന ബന്ധം ഒരുവിധത്തിലും കാണുന്നില്ല. ശ്ലോകത്തിൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ മന്ദസംസ്കാരം കാണുവാൻ മന്ദജ്യാവിനെ 80 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച പഠിതശീഘ്രവൃത്തംകൊണ്ടു ഹരിക്കുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. എന്നാലും ഗ = 2 ഉ എന്നു വരുന്നില്ല. ബുധശുക്രന്മാരുടെ കാൎയ്യത്തിൽ ആദ്യത്തെ അൎദ്ധമന്ദസംസ്കാരം വേണ്ടെന്നും പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിലെ ആദ്യത്തെ മൂന്നു ശ്ലോകങ്ങളിൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ മന്ദവൃത്തപരിധികൾ ശീഘ്രവൃത്തകലാമിതമായിട്ടാണ് കൊടുത്തിട്ടുള്ളതു. അതിനെ കക്ഷ്യാവൃത്തകലാമിതമാക്കുവാനാണ് 80 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച പഠിതശീഘ്രവൃത്തംകൊണ്ടു ഹരിക്കുവാൻ പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു. ഇവിടെ യുക്തിഭാഷയിൽ പറഞ്ഞ ഒരു സംഗതി ഉദ്ധരിക്കാം. ''തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിൽ ബുധശുക്രന്മാൎക്ക് വലിയതായ ശീഘ്രവൃത്തത്തിന്റെ കലകളെകൊണ്ടു പ്രതിമണ്ഡലത്തേയും, പ്രതിമണ്ഡലകലകളെകൊണ്ടു മന്ദവൃത്തത്തേയും മാനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു. മറ്റെല്ലാ ഗ്രന്ഥങ്ങളിലും പ്രതിമണ്ഡലത്തേയും മന്ദവൃത്തത്തേയും വലിയതായ ശീഘ്രവൃത്തകലകളെകൊണ്ടുതന്നെ മാനം ചെയ്തിരിക്കുന്നു''. അതിനാൽ തന്ത്രസംഗ്രഹത്തിലെ മന്ദപരിധികളിൽനിന്നു മന്ദജ്യാവു വരുത്തുമ്പോൾ ഇവിടെ ഉത്തരാൎദ്ധത്തിൽപ്പറഞ്ഞ ക്രിയ ആവശ്യമില്ല.

ഈ ഭാഗം വിടുന്നതിന്നു മുമ്പു താരതമ്യവിവേചനത്തിന്നു വേണ്ടി മന്ദശീഘ്രസംസ്കാരങ്ങളെപ്പററി പല ഗ്രന്ഥങ്ങളിലും പറഞ്ഞതു ഇവിടെ ഉദ്ധരിക്കാം.

ആദ്യം ആൎയ്യഭടീയത്തിൽപ്പറഞ്ഞതു.

"മന്ദോച്ചാച്ഛീഘ്രോച്ചാദൎദ്ധമൃണധനം ഗ്രഹേഷു മന്ദേഷു
മന്ദോച്ചാൽ സ്ഫുടമദ്ധ്യാശ്ശീഘ്രോച്ചാച്ച സ്ഫുടം ജ്ഞേയാ
"ശീഘ്രോച്ചാദൎദ്ധോനം കൎത്തവ്യമൃണം ധനം സ്വമന്ദോച്ചേ
സ്ഫുടമദ്ധ്യൌ തു ഭൃഗുബുധൌ സിദ്ധാന്മന്ദാൽ സ്ഫുടൌ ഭവതഃ

മന്ദഗാമികളായ ഗ്രഹങ്ങളിൽ മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നും ശീഘ്രോച്ചത്തിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന ഫലങ്ങളുടെ പകുതി സംസ്കരിക്കുക. (എന്നിട്ടു്) മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു മന്ദസ്ഫുടവും (= സ്ഫുടമദ്ധ്യാ),(അതിൽനിന്നു) ശീഘ്രസ്ഫുടവും വരുത്തുക. ശുക്രനും ബുധനും ശീഘ്രോച്ചഫലത്തിന്റെ അൎദ്ധോനം മന്ദോച്ചത്തിൽ വിപരീതമായി സംസ്കരിച്ചതിന്നു ശേഷം, ആ മന്ദോച്ചത്തിൽനിന്നു മന്ദസ്ഫുടവും, അങ്ങിനെ സിദ്ധിച്ചിട്ടുള്ള മന്ദസ്ഫുടത്തിൽ നിന്നും ശീഘ്രോച്ചത്തിൽനിന്നും സ്ഫുടവും സിദ്ധിക്കും.

പഞ്ചബോധത്തിൽ പറഞ്ഞതു.

കുജേഢ്യമാൎത്താണ്ഡഭുവാം ഫലാൎത്ഥം
കൎയ്യാൽ തദൎദ്ധം നിജമദ്ധ്യമേസ്മാൽ
പൃഥക് സ്ഥിതാൽ ഭാസ്കരമദ്ധ്യമോനാ-
ച്ചൈഘ്ര്യന്നയേ ദോഃ ഫലമേതദൎദ്ധം
കൎയ്യാൽസ്വമദ്ധ്യേ കൃതമന്ദജാദ്ധേ
തസ്മാത്തു മന്ദം സകലം സ്വമദ്ധ്യേ
കൎയ്യാൽസ്വമന്ദസ്ഫുടസംജ്ഞകോസ്മാ-
ത്തദ്വൽ ശൈഘ്ര്യം സകലം സ്ഫുടാപ്ത്യൈ.
ബുധാസുരയോസ്തു പ്രഥമം ന കാൎയ്യം
കിന്ത്വൎക്കമദ്ധ്യം ഭവതി സ്വമദ്ധ്യം
ഗ്രഹാൎക്കഗത്യോരധികാ ചലോക്താ
ഭുക്തിസ്തദന്യാ നിജമദ്ധ്യഭുക്തിഃ.

ഇനി സൂൎയ്യസിദ്ധാന്തവിധി.

മാന്ദം കൎമ്മൈകമൎക്കേന്ദ്വോൎഭൌമാദീനാമഥോച്യതേ
ശൈഘ്ര്യം, മാന്ദം, പുനൎമ്മാന്ദം, ശൈഘ്ര്യം ചത്വാൎയ്യനുക്രമാൽ
മദ്ധ്യേ ശീഘ്രഫലസ്യാൎദ്ധം മാന്ദമൎദ്ധഫലം തഥാ
മദ്ധ്യഗ്രഹേ മന്ദഫലം സകലം ശൈഘ്ര്യമേവ ച.

ഇനി സിദ്ധാന്ത ശിരോമണിയിലെ വിധി.

സ്യാൽ സംസ്കൃതോ മന്ദഫലേന മദ്ധ്യോ
മന്ദസ്ഫുടോസ്മാച്ചലകേന്ദ്രപൂൎവ്വം.

വിധായ ശൈഘ്ര്യേണ ഫലേന ചൈവം
ഖേടഃ സ്ഫുടഃ സ്യാദസകൃൽ ഫലാഭ്യാം
ദലീകൃതാഭ്യാം പ്രഥമം ഫലാഭ്യാം
തതോഖിലാഭ്യാമസകൃൽ കുജസ്യ.

ഇവയുടെ ഒരു ചുരുക്കം താഴെ കാണിക്കുന്നു.

ഗ്രന്ഥം.	ചൊവ്വ, വ്യാഴം, ശനി.				ശുക്രൻ, ബുധൻ.			
ആൎയ്യഭടീയം	$\frac{1}{2}$ മാ	$\frac{1}{2}$ ശീ	1 മാ	1 ശീ	—	$\frac{1}{2}$ ശീ	1 മാ	1 ശീ
പഞ്ചബോധം	$\frac{1}{2}$ മാ	$\frac{1}{2}$ ശീ	1 മാ	1 ശീ	—	$\frac{1}{2}$ ശീ	1 മാ	1 ശീ
സൂൎയ്യസിദ്ധാന്തം	$\frac{1}{2}$ ശീ	$\frac{1}{2}$ മാ	1 മാ	1 ശീ	$\frac{1}{2}$ ശീ	$\frac{1}{2}$ മാ	1 മാ	1 ശീ
സിദ്ധാന്തശിരോമണി	1 മാ	1 ശീ	1 മാ	1 ശീ	1 മാ	1 ശീ	1 മാ	1 ശീ

സിദ്ധാന്തശിരോമണിയിൽ കുജന്നു മാത്രം ആദ്യം അര മാന്ദ്യവും അര ശീഘ്ര്യവും. പിന്നെ മുഴുവൻ മാന്ദ്യംകൊണ്ടും ശൈഘ്ര്യംകൊണ്ടും ഭേദം കാണാത്തതുവരെ ആവൎത്തിക്കണം.

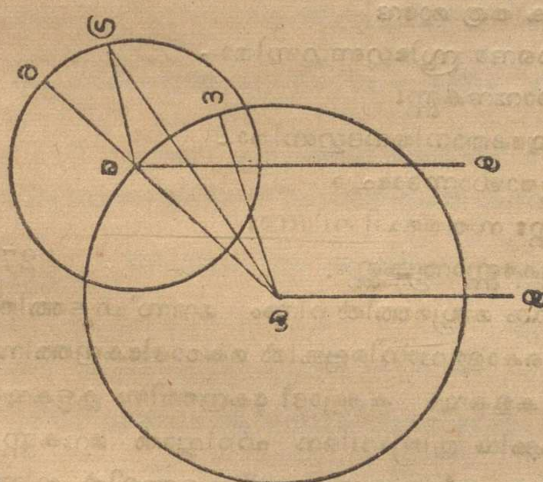
സ്ഫുടാനയനത്തിൽ പഞ്ചബോധം ആൎയ്യഭടീയത്തിൽനിന്നു വ്യതിചലിക്കുന്നില്ല. മറെറല്ലാവരുടെ മാൎഗ്ഗങ്ങളിലും അല്പം ഭേദമുണ്ട്. കരണപദ്ധതിയിലെ മന്ദസ്ഫുടാനയനം എല്ലാവരിലുംനിന്നു ഭേദപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. ഇതുകൊണ്ടാകുന്നു ഗ്രഹസഞ്ചാരത്തെ സംബന്ധിച്ച് പൂൎവ്വന്മാർ ഒരു നിശ്ചിതസിദ്ധാന്തത്തിലേക്കു എത്തിയിരുന്നില്ലെന്നു ശങ്കിക്കേണ്ടിവരുന്നതു.

പഠിതജ്യാവുകളെകൊണ്ടു സ്ഫുടം വരുത്തുന്നേടത്തു മന്ദശീഘ്രകൎണ്ണങ്ങളെ വരുത്തുവാനുള്ള മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.

സോപാന്ത്യാന്ത്യസ്ഫുടാഭ്യാം നിജനിജചലതു-
ംഗോന്നിതാഭ്യാം ഭുജാജ്യേ
നീത്വാ ത്രിജ്യാഹതാഭ്യാം വിഭജതു പരയാ
ശീഘ്രകൎണ്ണസ്തദാ സ്യാൽ
മന്ദോച്ചേ നോ നിതാഭ്യാം ശ്രവണമപി നയേ-
ന്മധ്യമന്ദസ്ഫുടാഭ്യാം
മന്ദോ യത്ര സ്ഫുടാപ്തിഃ പഠിതഭുജഫലൈ-
സ്തത്ര കൎണ്ണാപ്തിരേവം. 26.

സാരം. അതാതിൻെറ തുംഗം കുറച്ചിരിക്കുന്ന ഉപാന്ത്യസ്ഫുടത്തിൻേറയും അന്ത്യസ്ഫുടത്തിൻേറയും ഭുജജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കി ആദ്യത്തേതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച രണ്ടാമത്തേതിനെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കർണ്ണം വരും. ഇപ്രകാരംതന്നെ മന്ദോച്ചം കുറച്ച മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നും മന്ദസ്ഫുടത്തിൽനിന്നും മന്ദകർണ്ണത്തേയും വരുത്തുക. പഠിതഭുജാഫലങ്ങളെകൊണ്ടു സ്ഫുടം വരുത്തുന്നേടത്തൊക്കെ ഇപ്രകാരംതന്നെ കർണ്ണം വരുത്തുന്നതു്. (ശീഘ്രസ്ഫുടം അന്ത്യസ്ഫുടമെന്നു കരുതിയാൽ മന്ദസ്ഫുടം ഉപാന്ത്യസ്ഫുടവും, മന്ദസ്ഫുടം അന്ത്യസ്ഫുടമെന്നു കരുതിയാൽ മദ്ധ്യമംതന്നെ ഉപാന്ത്യസ്ഫുടവുമാകുന്നു)

പരിലേഖത്തിൽ വലിയ വൃത്തം കക്ഷ്യാമണ്ഡലവും ചെറിയതു ശീഘ്രവൃത്തവുമാകുന്നു. ∠ ര മ ഗ്ര എന്നതു ശീഘ്രകേന്ദ്രമാകുന്നു; മന്ദസ്ഫുടത്തിൽനിന്നു ശീഘ്രോച്ചം. കളഞ്ഞതു. ഇതിൻേറയും ∠ ഗ്ര മ ഭ എന്നതിൻേറയും ഭുജജ്യാവുകൾ ഒന്നുതന്നെ. ഭ ന എന്നതു മ ഗ്ര എന്നതിന്നു സമാന്തരമായി സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ∠ ന ഭ യ എന്നതു ശീഘ്രോച്ചം. ∠ യ ഭ ഗ്ര എന്നതു ഗ്രഹത്തിൻെറ ശീഘ്രസ്ഫുടം. അതിനാൽ ∠ ന ഭ ഗ്ര എന്നതു ശീഘ്രസ്ഫുടത്തിൽ നിന്നു ശീഘ്രോച്ചം കളഞ്ഞതു്. മ ഗ്ര, ഭ ന എന്ന രേഖകൾ സമാന്തരമാകയാൽ, ∠ ന ഭ ഗ്ര = ∠ ഭ ഗ്ര മ.



പരിലേഖം 20.

15-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ ഏതു ത്രികോണത്തിൻേറയും ഭുജങ്ങൾ അവക്കെതിരായ കോണുകളുടെ ഭുജജ്യാവുകൾക്കു അനുപാതകമെന്നു കാണിച്ചിട്ടുണ്ടു്. അതിനാൽ ഭ ഗ്ര മ എന്ന ത്രികോണത്തിലും,

$$\frac{\text{ഭ ഗ്ര}}{\text{ഭ} (\angle \text{ര മ ഗ്ര})} = \frac{\text{ഭ മ}}{\text{ഭ} (\angle \text{മ ഗ്ര ഭ})}$$

ഭ മ എന്നതു ത്രിജ്യാതുല്യമെന്നു വെച്ചാൽ,

$$\text{ശീഘ്രകർണ്ണം (ഭ ഗ)} = \text{ഭമ} \times \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ര മ ഗ})}{\text{ഭു}(\angle \text{മ ഗ ഭ})} =$$

$$\frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{ശീഘ്രോച്ചോനമന്ദസ്ഫുടജ്യാ}}{\text{ശീഘ്രോച്ചോനസ്ഫുടജ്യാ}}$$

ഈ കിട്ടിയ കർണ്ണം മന്ദകർണ്ണവൃത്തകലാമിതമായിരിക്കും. ഇതിനെ മന്ദകർണ്ണം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമാകും. ഇതിനെയാകുന്നു 28-ാംശ്ലോകത്തിൽ കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമെന്നു പറയുന്നതു്.

ഇവിടെക്കാണിച്ച ന്യായം കൊണ്ടുതന്നെ, ത്രിജ്യാവിനെ മന്ദോച്ചോന മദ്ധ്യമത്തിൻെറ ജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു. മന്ദോച്ചോന മന്ദസ്ഫുട ജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമായ മന്ദകർണ്ണവുമുണ്ടാകും.

ഇനി കേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ജ്യാവുകൊള്ളവാനില്ലാത്തപ്പോഴത്തെ വിശേഷം പറയുന്നു.

ദോർജ്ജ്യാഭാവേ തു കേന്ദ്രേ സതി മകരകളീ-
രാദികേ തത്ര മാന്ദേ
തദ്വൃത്തോ നാഡ്യനന്ദൌ സ്ത്രീമഗ്ഗണഗുണിതാ-
ന്നന്ദനാന്മന്ദകർണ്ണഃ
ശൈഘ്ര്യേ തദ്വൃത്തയുക്തോനിതനദഗുണിതാ-
ച്ചേസ്തരാശ്ചാന്നദാപ്തോ
ഭൌമാദേഃ ശീഘ്രകർണ്ണഃ സതതമപി വിധോഃ
ശീഘ്രകർണ്ണോന്ത്യകർണ്ണഃ. 27.

സാരം. മന്ദകർണ്ണം വരുത്തുമ്പോൾ മദ്ധ്യമത്തിൽനിന്നും മന്ദസ്ഫുടത്തിൽ നിന്നും മന്ദോച്ചം വാങ്ങി ജ്യാവു കൊള്ളവാനില്ലെങ്കിൽ മകരാദികേന്ദ്രത്തിന്നു ഓജവൃത്തത്തെ 80-ൽ (നന്ദ) കളകയും കക്ക്യാദി കേന്ദ്രത്തിന്നു കൂട്ടുകയും ചെയ്തു ഇതുകൊണ്ടു 80-ൽപ്പെരുക്കിയ ത്രിജ്യാവിനെ ഹരിച്ചാൽ മന്ദകർണ്ണം വരും. ശീഘ്രകർണ്ണം വരുത്തുന്നേടത്തു് മന്ദശീഘ്രസ്ഫുടങ്ങളിൽ നിന്നു ശീഘ്രോച്ചം വാങ്ങി ജ്യാവു കൊള്ളവാനില്ലെങ്കിൽ, മകരാദികേന്ദ്രത്തിന്നു ശീഘ്രപരിധി 80-ൽ കൂട്ടുകയും കക്ക്യാദികേന്ദ്രത്തിന്നു കളകയും ചെയ്തു. അതിനെകൊണ്ടു ത്രിജ്യാവിനെ ഗുണിച്ചു നദം (80) കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭൌമാദികളുടെ ശീഘ്രകർണ്ണം വരും. ചന്ദ്രന്നു് ശീഘ്രകർണ്ണം തന്നെ അന്ത്യകർണ്ണമാകുന്നതു്.

മന്ദകർണ്ണാനയനത്തിൽ മന്ദകേന്ദ്രഭുജക്കു് ജ്യാവുകൊള്ളവാനില്ലാതെ വരുന്നതു കേന്ദ്രം ശൂന്യമോ ആറു രാശിയോ ആകുമ്പോഴാണെന്നു സ്പഷ്ടം. ഇവിടെ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ക്രിയയിൽ മന്ദകർണ്ണത്തിൻെറ വൃദ്ധിഹ്രാസമനുസരിച്ച് മന്ദവൃത്തപരിധിക്കും വൃദ്ധിഹ്രാസമുണ്ടെന്നു സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നു.

എന്നുവെച്ചാൽ, കേന്ദ്രം ശൂന്യമാകുമ്പോറം,

$$\text{കർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} + \text{തൽക്കാല മന്ദവൃത്തവ്യാസാർദ്ധം}$$
$$= \text{ത്രിജ്യാ} + \text{കർണ്ണം} \times \text{ഓജപരിധി} \div 80$$

$$\therefore \text{കർണ്ണം} = \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times 80}{80 - \text{ഓജപരിധി}}.$$

കേന്ദ്രം 6 രാശിയാകുമ്പോറം,

$$\text{കർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} - \text{തൽക്കാലമന്ദവൃത്തവ്യാസാർദ്ധം}.$$

$$= \text{ത്രിജ്യാ} - \text{കർണ്ണം} \times \frac{\text{ഓജപരിധി}}{80}$$

$$\therefore \text{കർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} \div \left(1 + \frac{\text{ഓജപരിധി}}{80}\right)$$

$$= \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times 80}{80 + \text{ഓജപരിധി}}.$$

$\text{തൽക്കാലമന്ദവൃത്ത വ്യാസാർദ്ധം} = \text{കർണ്ണം} \times \frac{\text{മന്ദപരിധി}}{80}$ എന്നു വ്യക്തം.

ശീഘ്റകർണ്ണത്തിന്നനുസരിച്ച് ശീഘ്റപരിധി വലുതാകയോ ചെറുതാകയോ ചെയ്യുന്നില്ല. അതിനാൽ ശീഘ്റകേന്ദ്രം ശൂന്യമായിരിക്കുമ്പോറം,

$$\text{ശീഘ്റകർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} + \text{ത്രിജ്യാ} \times \frac{\text{ഓജപരിധി}}{80}$$

$$= \text{ത്രിജ്യാ} \times \frac{80 + \text{ഓജപരിധി}}{80}$$

ശീഘ്റകേന്ദ്രം ആറ രാശിയാണെങ്കിൽ,

$$\text{ശീഘ്റകർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} - \text{ത്രിജ്യാ} \times \frac{\text{ഓജപരിധി}}{80}$$

$$= \text{ത്രിജ്യാ} \times \frac{80 - \text{ഓജപരിധി}}{80}.$$

ഇനി കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമെന്നു പറയുന്ന ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതശീഘ്റകർണ്ണത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

കർണ്ണദ്വയസ്യവധതസ്ത്രിഗുണേന ലബ്ധം
കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമിനസ്യ തു തൽ സ്വകർണ്ണഃ
ഭൂമദ്ധ്യഖേടവിവരം ച തദേവ വിദ്യാൽ
പ്രായേണ ശീതമഹസഃ സ്ഫുടമേവ തൽ സ്യാൽ. 28.

സാരം. മന്ദശീഘ്റകൎണ്ണങ്ങളെ തമ്മിൽ പെരുക്കി അതിനെ ത്രിജ്യാവു കൊണ്ടു ഹരിച്ച് കിട്ടിയതു കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമാകുന്നു. സൂൎയ്യന്നു സ്വമന്ദകൎണ്ണം തന്നെ കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരം. കേന്ദ്രം എന്നതു ഭഗോളകേന്ദ്രം. ഗ്രഹങ്ങളുടെ ഭൂമദ്ധ്യഖേടവിവരം മിക്കവാറും ഇതുതന്നെ ചന്ദ്രന്നു ഇതു സ്ഫുടമായ ഭൂഗ്രഹാന്തരമാകുന്നു.

26–ാം ശ്ലോകത്തിൽ മന്ദകൎണ്ണവൃത്തകലാമിതമായിക്കണ്ട ശീഘ്റ കൎണ്ണത്തെ മന്ദകൎണ്ണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അതു ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമാകും. ഇതിനെയാകുന്നു കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമെന്നു പറയു ന്നതു്. സൂൎയ്യനും ചന്ദ്രനും വ്യസ്തകൎണ്ണംകൊണ്ടു വരുത്തിയ മന്ദകൎണ്ണം തന്നെ കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരം.

172 കലയോളം പരമഫലമുള്ളതും രവ്യൂനചന്ദ്രതുംഗകോടിജ്യാവി ൻെറയും തിഥിഭുജജ്യാവിൻെറയും പെരുക്കിന്നു അനുപാതകവുമായ ഒരു സ്ഫുടഭേദം ചന്ദ്രനിൽ ഉണ്ടെന്നു പൂൎവ്വന്മാർ കണ്ടു. അതിന്നു ചന്ദ്രൻെറ ദ്വിതീയസ്ഫുടസംസ്കാരമെന്നു പറയുന്നു. ഇതു മദ്ധ്യമസ്ഥാനമായ ഭഗോള മദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ഭൂഗോളമദ്ധ്യം നീങ്ങുന്നതുകൊണ്ടാണ ഉണ്ടാകുന്നതെന്നു ചിലർ വിചാരിച്ചു. കരണപദ്ധതിയിൽ ഇതു സ്പഷ്ടമായിപ്പറഞ്ഞിട്ടില്ല. എങ്കിലും ഇതോൎത്തുകൊണ്ടാണോ 'പ്രായേണ' എന്നു ശ്ലോകത്തിൽ ചേൎത്ത തെന്നു തോന്നും. ഒരു കയ്യെഴുത്തു പ്രതിയിൽ 'വിദ്യാൽ' എന്ന സ്ഥാനത്തു 'മദ്ധ്യാൽ' എന്നും കാണുന്നുണ്ടു്. അതേ കയ്യെഴുത്തിൽതന്നെ താഴെ കൊടു ത്തിരിക്കുന്ന ശ്ലോകം 29–ാമത്തേതായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

"വസ്തുതോ മന്ദകൎണ്ണസ്സ്യാദിന്ദോഃ കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരം
ആദ്യന്തകൎണ്ണയോൎഘാതാത്ത്രിജ്യാപ്തം ഭൂഗ്രഹാന്തരം"

ഇതിൽ ദ്വിതീയസ്ഫുടചന്ദ്രനെ ഉണ്ടാക്കിയശേഷമായിരിക്കാം അതിൽ നിന്നു മന്ദസ്ഫുടചന്ദ്രനിൽനിന്നു മന്ദോച്ചം കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടങ്ങളുടെ ഭുജ ജ്യാവുകൾ കണ്ടു് രണ്ടാമത്തേതു കൊണ്ടു ത്രിജ്യാവിനെ ഗുണിച്ച ആദ്യത്തേതു കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്ന അന്ത്യകൎണ്ണത്തെ ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമാക്കിയ തിനെ ഭൂഗ്രഹാന്തരമെന്നും, മന്ദകൎണ്ണത്തെ കേന്ദ്രഗ്രഹാന്തരമെന്നും പറ ഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. ഈ ഭൂഗ്രഹാന്തരത്തെ ഓൎത്തുകൊണ്ടുതന്നെയല്ലെ 27–ാം ശ്ലോകത്തിൽ "വിദധ്യാച്ഛീഘ്റകൎണ്ണോന്ത്യകൎണ്ണഃ" എന്നു പറഞ്ഞതെന്നു കൂടി ഓൎക്കുന്നു.

ഇനി ഗ്രഹങ്ങളുടെ യോജനകൎണ്ണം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭൂഗ്രഹാന്തരഹതാ നിജകക്ഷ്യാ ശീഘ്റവൃത്തഹതനിസ്സരഭക്താഃ
ജ്ഞാച്ഛയോൎഭവതി യോജനകൎണ്ണോ ജ്ഞാനതല്പരഹൃതശ്ച പരേഷാം. 29.

സാരം. ഭൂഗ്രഹാന്തരംകൊണ്ടു അതാതിൻെറ യോജനകക്ഷ്യയെ പെരുക്കി 270 (നിസ്സരം)കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ശീഘ്രവൃത്തപരിധികൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ യോജനകർണ്ണം വരും. 21600 (ജ്ഞാനതല്പര) കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മററ ഗ്രഹങ്ങളുടെ കർണ്ണവും വരും.

ഇവിടെ കണ്ട ഭൂഗ്രഹാന്തരങ്ങളെല്ലാം ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമാകുന്നു, എന്നുവെച്ചാൽ ബുധശുക്രന്മാൎക്ക രവികക്ഷാകലാമിതവും മററുള്ളവൎക്ക സ്വ കക്ഷാകലാമിതവുമാകുന്നു. 270 കൊണ്ടു പെരുക്കിയ ശീഘ്രവൃത്തപരിധിയാണല്ലോ ബുധശുക്രകക്ഷകൾ. അതിനാൽ കക്ഷായോജനയെ 270 × ശീഘ്രവൃത്തംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഒരു കലക്കുള്ള യോജന കിട്ടി. ഇതു രവി കക്ഷാകലയുടെ യോജനയുമാണു്, എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ അതു കൊണ്ടാണല്ലോ ബുധശുക്രന്മാരുടെ കക്ഷകൾ അളന്നിട്ടുള്ളതു്. ഒരു കലക്കുള്ള യോജനയെ ഭൂഗ്രഹാന്തരകലകളെകൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ ഭൂഗ്രഹാന്തരയോജനകളായി. ആ യോജനകൾ

$$= \text{ഭൂഗ്രഹാന്തരകലകൾ} \times \frac{\text{കക്ഷായോജന}}{270 \times \text{ശീഘ്രവൃത്തം}}.$$

മററുള്ള ഗ്രഹങ്ങൾക്കു് 21600 കലകൾക്ക കക്ഷായോജനയെങ്കിൽ ഭൂഗ്രഹാന്തരകലകൾക്കെത്രയെന്നാലോചിച്ചാൽ മതി.

ഇനി മൂന്നു ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു മൌഢ്യോദയാസ്തമനങ്ങളിലെ കർണ്ണങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭൌമാൽ സേവ്യഗയാപയോ ധനമയാന്മൌഢ്യാദിതാഹ്വംശകാ-
സ്തദ്ദോഃ കോടിഗുണൌ സ്വശീഘ്രപരിധിക്ഷുണ്ണൌ നദാപ്തൌ ഫലേ
ത്രിജ്യാദോഃ ഫലവൎഗ്ഗഭേദജപദം കോടീഫലേനാന്വിതം
കർണ്ണഃ സ്യാദുദയാസ്തകാലസവിധേ മന്ദാമരേഡ്യാസൃജാം. 30.

മൌഢ്യാദിതാംശഭുജകോടിഗുണൌ ജ്ഞഭൃഗ്വോ-
ൎന്നീതൌ ഭുജാഗ്ഗുണഹതാച്ചലവൃത്തഭേദാൽ
ശീഘ്രോജവൃത്തഹൃതമന്ത്യഫലാൽ തദീയാൽ
സംശോദ്ധ്യ ശിഷ്ടമിദമന്ത്യഫലം സ്ഫുടം സ്യാൽ. 31.

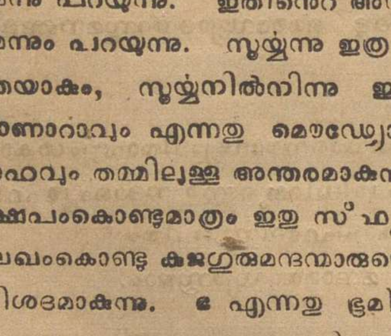
തദ്വൎഗ്ഗതോ ദോൎഗ്ഗുണവൎഗ്ഗഹീനാ-
ന്മൂലം പുനഃ കോടിഗുണേ ധനൎണ്ണം
കുൎയ്യാത്തദാ സ്യാൻമൃഗകൎക്കടാദ്യോഃ
പ്രായേണ മൌഢ്യാദ്യവസാനകർണ്ണഃ. 32.

സാരം. ചൊവ്വ തുടങ്ങിയുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ മൌഢ്യത്തിന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അംശങ്ങൾ 17(സേവ്യ), 13(ഗയാ), 11(പായഃ), 9 (ധനഃ), 15(മയാ) എന്നവയാകുന്നു. അംശത്തിന്റെ ഭുജയേയും കോടിയേയും കണ്ടു് അതാതു ഗ്രഹത്തിന്റെ ശീഘ്രപരിധികൊണ്ടു ഗുണിച്ച് 80(നഭം)കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഭുജജ്യാവിൽനിന്നുണ്ടായ ഫലത്തിന്റേയും ത്രിജ്യാവിന്റേയും വർഗ്ഗാന്തരമൂലത്തെ കോടിജ്യാവിൽനിന്നുണ്ടായ ഫലത്തോടു കൂട്ടിയാൽ ശനി, വ്യാഴം, ചൊവ്വ ഇവയുടെ ഉദയാസ്തകാലങ്ങൾക്കടുത്ത കർണ്ണമാകും. (30)

ബുധനും ശുക്രനും മൌഢ്യത്തിന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അംശത്തിന്റെ ഭുജയും കോടിയുമുണ്ടാക്കി ഓജയുഗ്മാദിശീഘ്രവൃത്തഭേദത്തെ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കികിട്ടിയതിനെ ശീഘ്രോച്ചവൃത്തംകൊണ്ടു ഹരിച്ചഫലത്തെ അന്ത്യഫലത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞശിഷ്ടം സ്ഫുടമായ അന്ത്യഫലമാകുന്നു. (31)

അതിന്റെ വർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു ഭുജജ്യാവർഗ്ഗം കളഞ്ഞു് മൂലിച്ചതിനെ മൃഗാദിയിൽ കോടിജ്യാവിനോടു കൂട്ടുകയും കർക്ക്യാദിയിൽ അതിൽനിന്നു കളകയും ചെയ്താൽ മിക്കവാറും മൌഢ്യത്തിന്റെ ആരംഭത്തിലും അവസാനത്തിലും കർണ്ണമായി. (32)

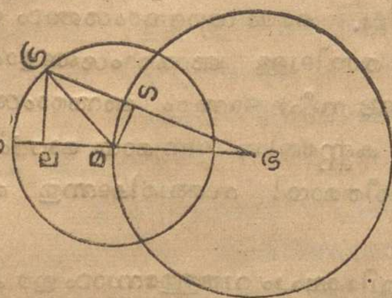
സൂര്യോദയത്തിന്നു മുമ്പും അസ്തമനത്തിന്നു ശേഷവും സൂര്യപ്രകാശത്തിൽപ്പെട്ടു് ഗ്രഹത്തെ കാണാതെ വരുന്നതിനെ ഗ്രഹത്തിന്റെ മൌഢ്യമെന്നു പറയുന്നു. ഇതിന്റെ അന്ത്യത്തെ ഉദയമെന്നും തുടക്കത്തെ അസ്തമനമെന്നും പറയുന്നു. സൂര്യന്നു ഇത്ര അംശം അടുക്കുമ്പോൾ ഗ്രഹത്തെ കാണാതെയാകും, സൂര്യനിൽനിന്നു ഇത്ര അകലുമ്പോൾ ഗ്രഹത്തെ പിന്നേയും കാണാറാവും എന്നതു മൌഢ്യാദിതാംശങ്ങൾ. ഈ അംശങ്ങൾ സൂര്യനും ഗ്രഹവും തമ്മിലുള്ള അന്തരമാകുന്നു. പ്രായേണ സ്ഫുടഭേദം തന്നെ. വിക്ഷേപംകൊണ്ടുമാത്രം ഇതു സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു അല്പം ഭേദപ്പെടുന്നു. പരിലേഖംകൊണ്ടു കുജഗുരുമന്ദന്മാരുടെ ശീഘ്രകർണ്ണം വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞ ക്രിയ വിശദമാകുന്നു. ഭ എന്നതു ഭൂമി. ഗ്ര എന്നതു ഗ്രഹം. ശ എന്നതു ശീഘ്രോച്ചം. ശ ദ എന്നതു ശീഘ്രകർണ്ണത്തിന്നു ലംബം. ശ ഗ്ര പ്രതിമണ്ഡലവ്യാസാർദ്ധമാകയാൽ ത്രിജ്യാവെന്നു സങ്കല്പം. ഗ്ര ഭ ന എന്നതു ഏതാണ്ടു് സ്ഫുടഭേദത്തിന്നു തുല്യം. ഇതിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ കണ്ടു് ശീഘ്രപരിധികൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 80 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശ ദ, ഭ ദ എന്ന ഭുജകോടിഫലങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ശ ഗ്ര എന്ന ത്രിജ്യാവിന്റെയും ശ ദ എന്ന ഭുജാഫലത്തിന്റേയും വർഗ്ഗാന്തരമൂലം ദ ഗ്ര എന്നതു്. ഇതിനെ



പരിലേഖം 21.

കോടിഫലത്തോടു കൂട്ടിയാൽ കൎണ്ണം വരുമെന്നു സ്പഷ്ടം. ശീഘ്രകേന്ദ്രം മകരാദിയാകുമ്പോഴാം മാത്രം ഈ മൂന്നു ഗ്രഹങ്ങാക്കും മൌഢ്യം വരികയാൽ കൎക്ക്യാദിശീഘ്രകേന്ദ്രത്തെപ്പററി ഇവിടെ ആലോചിക്കേണ്ടതില്ല.

ഇനിയത്തെ പരിലേഖത്തിൽ ബുധശുക്രന്മാരുടെ ക്രമമൌഢ്യാരംഭസ്ഥിതിയെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ വലിയ വൃത്തം കക്ഷ്യയെന്നു കല്പിക്കുന്ന ശീഘ്രോച്ചവൃത്തം. ചെറിയതു ശീഘ്രവൃത്തമെന്നു കല്പിക്കുന്ന സ്വകക്ഷ്യാ. അതിനാൽ ഇവിടെ ഭ മ എന്നതു ത്രിജ്യാതുല്യം. മ ഗ്ര എന്നതു അന്ത്യഫലം. ഭ ഗ്ര എന്നതു കൎണ്ണം തന്നെ. ∠ ന മ ഗ്ര, ശീഘ്രകേന്ദ്രഭുജ. ∠ ഗ്ര ഭ മ ഏതാണ്ട് സ്ഫുടാന്തരം. സ്ഫുടാന്തരത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളാം മ ഗ, ഭ ഗ എന്നവ. 31-ാംശ്ലോകത്തിൽ മ ഗ്ര എന്ന അന്ത്യഫലത്തെ സ്ഫുടിക്കുവാൻ പറയുന്നു. ശുക്രനും ബുധനും ശീഘ്രപരിധിഓജപദാദിയിൽ അധികവും യുഗ്മപദാദിയിൽ കുറവുമാകുന്നു.



പരിലേഖം 22.

$$\text{മ ഗ്ര} = \text{ഓജപദാന്ത്യഫലം} - \frac{\text{പരിധ്യന്തരം} \times \text{ത്രിജ്യാ}}{21600} \times \frac{\text{ഭു}(\angle\text{ന മ ഗ്ര})}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

ഇവിടെ $\angle$ ന മ ഗ്ര ചെറുതായതിനാൽ, $\text{ഭു}(\angle\text{ന മ ഗ്ര}) = \frac{\text{ന ഗ്ര} \times 21600}{\text{ശീഘ്രപരിധി}}$

അതിനാൽ,

$$\text{മ ഗ്ര} = \text{ഓജപദാന്ത്യഫലം} - \frac{\text{പരിധ്യന്തരം} = \text{ന ഗ്ര}}{\text{ശീഘ്രപരിധി}}$$

ന ഗ്ര എന്നതിന്നു പകരം മ ഗ എന്നു സ്വീകരിക്കുന്നതു അത്ര ശരിയല്ല. എങ്കിലും പരിധ്യന്തരം കുറവായതിനാലും, കൎണ്ണം പ്രായികമായി മാത്രം ഉണ്ടാകുന്നതിനാലും 31-ാം ശ്ലോകത്തിൽ അങ്ങിനെ ചെയ്തതായിരിക്കാം. മ ഗ സ്ഫുടാന്തര ഭുജജ്യാ. അതിനാൽ ഓജപദാന്ത്യഫലത്തിൽ നിന്നു പരിധ്യന്തരസ്ഫുടാന്തരഭുജജ്യാ ഘാതത്തെ ശീഘ്രപരിധികൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം കളഞ്ഞതു അന്ത്യഫലം.

വക്രമൌഢ്യാരംഭത്തിലും അവസാനത്തിലും ശീഘ്രകേന്ദ്രം കൎക്ക്യാദി. അതിലും അന്ത്യഫലസ്ഫുടീകരണം ഈ വണ്ണം തന്നെ

ഇനി 32-ാം ശ്ലോകത്തിൽ കൎണ്ണമുണ്ടാക്കുന്നു. ഈ അന്ത്യഫലം ഗ്ര മ. ഭുജജ്യാവ് മ ഗ ഇവയുടെ വൎഗ്ഗാന്തരമൂലം ഗ ഗ്ര എന്നതു. ഇതിനെ

കോടിജ്യാംവായ ഭ ഗ എന്നതിനോട്ട കൂട്ടിയാൽ കൎണ്ണമുണ്ടാകുന്നു. കൎക്ക്യാദി കേന്ദ്രത്തിൽ ഇതിനെ കോടിജ്യാവിൽ നിന്നു കളയണം.

ശീഘ്രോച്ചം സൂൎയ്യമദ്ധ്യമമാകയാൽ ഈ ക്രിയകളിൽ മദ്ധ്യമത്തെ ത്തന്നെ സ്ഫുടമായിക്കരുതിയിരിക്കുന്നു. ഇതുകൊണ്ടു കൎണ്ണത്തിൽ ചില ഭേദമുണ്ടാവാം. എന്നാൽ ഈ കാലത്തു ഗ്രഹം അതിനെ ഭൂമിയിൽ നിന്നു കാണുന്ന ദിക്കിന്നു വിപരീതമായി (സമകോണമായി) സഞ്ചരിക്കയാൽ കൎണ്ണത്തിലുണ്ടാകുന്ന ഭേദങ്ങൾ സാരമില്ല. മൌഢ്യോദയാംശങ്ങൾ യഥാൎത്ഥത്തിൽ സ്ഫുടസൂൎയ്യനും ഗ്രഹവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാംശങ്ങളാകുന്നു. വിക്ഷേപവുംകൂടി ഗ്രഹത്തിന്നുള്ളതുകൊണ്ടു സ്ഫുടാന്തരം അന്തരാംശത്തെ ക്കാൾ കുറവായും വരാം. അതുകൊണ്ടു കൎണ്ണത്തിന്നു ഗണ്യമായ മാററം വരു ന്നതല്ല. ഗ്രഹം ദൃഗ്രേഖക്ക് വിപരീതമായി സഞ്ചരിക്കുന്നതു തന്നെ ഇതിന്നും കാരണം.

മൌഢ്യാരംഭാവസാനങ്ങളിൽ വിക്ഷേപം വരുത്തുമ്പോൾ ഈ കൎണ്ണം ഉപയോഗമാകുന്നുവെന്നു പറയുന്നു.

> കൎണ്ണോയം ക്ഷേപഹാരഃ സ്യാന്മൌഢ്യാരംഭാവസാനയോഃ
> ഗുണോ ഹി പരമക്ഷേപോ യദ്വാ താവപവൎത്തിതൌ 33

സാരം. മൌഢ്യാരംഭാവസാനങ്ങളിൽ വിക്ഷേപം വരുത്തുമ്പോൾ ഈ കൎണ്ണം ഹാരകവും പരമവിക്ഷേപഗുണവുമാകുന്നു. അല്ലെങ്കിൽ പരമ വിക്ഷേപത്തേയും കൎണ്ണത്തേയും അപവൎത്തിച്ചു ഗുണകാരഹാരകങ്ങളാക്കാം.

സൂൎയ്യൻ ഖഗോളത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന മാൎഗ്ഗത്തെ അപക്രമവൃത്ത മെന്നു പറയുന്നുവെന്ന് ആദ്ധ്യപ്രദേശികയിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഇതുവരെ ചന്ദ്രനും കുജാദികളും ഈ മാൎഗ്ഗമായിതന്നെ സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നുവെച്ച് അവ യുടെ സ്ഫുടങ്ങളെ ഉണ്ടാക്കേണ്ടതിലേക്കുള്ള ചില മാൎഗ്ഗങ്ങൾ പറഞ്ഞു. എ ന്നാൽ ചന്ദ്രനും കുജാദികളും വാസ്തവത്തിൽ അപക്രമവൃത്തമാൎഗ്ഗമായല്ല സ ഞ്ചരിക്കുന്നത്. ഭാരതീയാഭിപ്രായപ്രകാരം ചന്ദ്രൻ അപക്രമവൃത്തത്തിന്നു 270 കല ചരിഞ്ഞ ഒരു വൃത്തത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. അതിനാൽ ചന്ദ്രൻ ഒരു ചുററു മുഴുവിപ്പിക്കുന്നതിലിടക്ക് പകുതി അപക്രമവൃത്തത്തിന്റെ വടക്കും പകുതി തെക്കുമായിരിക്കും. ചന്ദ്രന്റെ ഖഗോളമാൎഗ്ഗത്തിന്നു വിക്ഷേപ മണ്ഡലമെന്നു പറയുന്നു. ഇതു തെക്കു ഭാഗത്തുനിന്നു വടക്കോട്ടു അപക്രമ വൃത്തത്തെ മുറിഞ്ഞു് കടക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്നു രാഹുവെന്നും വടക്കു ഭാഗത്തു നിന്നു തെക്കു ഭാഗത്തേക്കു കടക്കുന്ന സ്ഥാനത്തിന്നു കേതുവെന്നും പേര്. ഇ വയെ ചന്ദ്രന്റെ പൂൎവ്വാപരപാതന്മാരെന്നു പറയും. വിക്ഷേപമണ്ഡല മദ്ധ്യം ഭൂമദ്ധ്യം തന്നെയാകയാൽ, രാഹുവും കേതുവും തമ്മിൽ സദാ 6 രാശി

അകലമുണ്ടായിരിക്കും. അപക്രമവൃത്തത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രൻെറ കലാത്മകമായ അകലത്തിന്നു വിക്ഷേപമെന്നു പറയുന്നു. രാഹുവിലിരിക്കുന്ന ചന്ദ്രൻെറ വിക്ഷേപം ശൂന്യം. ചന്ദ്രൻ മുമ്പോട്ടു നീങ്ങുന്നതോടുകൂടി വിക്ഷേപം വർദ്ധിക്കുന്നു. രാഹുവിൽനിന്നു 3 രാശി അകന്നേടത്തു പരമവിക്ഷേപം. ഇതു് 270 കല. പിന്നേയും ചന്ദ്രൻ നീങ്ങുമ്പോൾ വിക്ഷേപം ചുരുങ്ങിവരുന്നു. കേതുവിൽ ശൂന്യമാകുന്നു. പിന്നീടു ചന്ദ്രൻ തെക്കോട്ടു വിക്ഷേപിക്കുന്നു. കേതുവിൽനിന്നു 3 രാശി നീങ്ങുന്നതോടുകൂടി തെക്കുഭാഗത്തു പരമവിക്ഷേപമുണ്ടാകുന്നു. ഇതും 270 കലതന്നെ. പിന്നീടു വിക്ഷേപം ചുരുങ്ങി ചന്ദ്രൻ രാഹുവിൽ എത്തുമ്പോൾ പിന്നേയും ശൂന്യമാകുന്നു. ഇതിനെല്ലാം കൂടി 27ല്പധികം ദിവസം വേണ്ടിവരുന്നു. ഇതു പിന്നേയും തുടൎന്നുകൊണ്ടിരിക്കയും ചെയ്യുന്നു.

കുജാദിഗ്രഹങ്ങളുടെ പ്രതിമണ്ഡലങ്ങൾ അപക്രമമണ്ഡലതലത്തിന്നു ചരിഞ്ഞുനില്ക്കുന്നു. പ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ഇവയെ നോക്കിയാൽ, ഭൂമിയിൽനിന്നു ചന്ദ്രനെ നോക്കുമ്പോൾ വടക്കോട്ടും തെക്കോട്ടും വിക്ഷേപിച്ചുകാണുന്നതുപോലെ ഇവയും വടക്കോട്ടും തെക്കോട്ടും വിക്ഷേപിച്ചു കാണും. പ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ തെക്കും വടക്കുമുള്ള പരമവിക്ഷേപങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കയും വിക്ഷേപവൃദ്ധിക്ഷയം ഇരുവശത്തും ഒരുപോലെ ഇരിക്കയും ചെയ്യും. ചൊവ്വ, വ്യാഴം, ശനി ഇവക്കു് പ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു കാണുന്ന പരമവിക്ഷേപത്തെത്തന്നെ പഠിച്ചുവെക്കുന്നു. ബുധൻെറയും ശുക്രൻെറയും പ്രതിമണ്ഡലങ്ങൾ യഥാൎത്ഥ ശീഘ്രവൃത്തങ്ങളേക്കാൾ ചെറിയവയാണല്ലോ. ബുധനും ശുക്രനും സ്വപ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ പരമവിക്ഷേപം കാണുന്ന സമയത്തു യഥാൎത്ഥശീഘ്രവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധത്തോളം അകലെനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടെന്നു തോന്നുന്ന വിക്ഷേപമാണു് നമ്മുടെ ഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ പരമവിക്ഷേപമായി കൊടുത്തിരിക്കുക. പാശ്ചാത്യർ സ്വപ്രതിമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു കാണുന്ന പരമവിക്ഷേപംതന്നെ പഠിച്ചുവെക്കുന്നു.

ഭാസ്കരീയം ഗ്രഹച്ഛായാധികാരത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ ശ്രീമദ് ബാപൂദേവശാസ്ത്രി "കിം ത്വന്ത്യഫലജ്യാൎദ്ധനുഷാ സ ത്രിഗൃഹേണ തുല്യം യദാ ശീഘ്രകേന്ദ്രം ഭവതി തദാ ത്രിജ്യാ തുല്യഃ ശീഘ്രകൎണ്ണോ ഭവതി. തസ്മിൻ ദിനേ വേധവലേയ യാവാൻ പരമോ വിക്ഷേപ ഉപലഭ്യതേ താവാൻ ഗ്രഹസ്യ പരമോ മദ്ധ്യമവിക്ഷേപഃ ഏവമേതേ ഭൌമാദീനാമുപലബ്ധാഃ പഠിതാഃ" എന്നു പറയുന്നു. അന്ത്യഫലം സമസ്തജ്യാവായ കക്ഷ്യാവൃത്തചാപത്തിൻെറ പകുതിയും മൂന്നു രാശിയും കൂടിയതു ശീഘ്രകേന്ദ്രമായിരിക്കുമ്പോൾ ശീഘ്രകൎണ്ണം ത്രിജ്യാതുല്യമായിരിക്കും. ആ ദിവസം വേധം ചെയ്തുകിട്ടുന്ന വിക്ഷേപ

മാകുന്നു പരമമദ്ധ്യമവിക്ഷേപം. ഇവയെ പഠിച്ചുവെക്കുന്നു. ഇങ്ങിനെ ഭൌമാദികൾക്ക് ഭാസ്കരാചാര്യൻ കൊടുത്തിട്ടുള്ള പരമവിക്ഷേപങ്ങൾ 110′, 152′, 76′, 136′, 130′ ഇവയാകുന്നു. പാശ്ചാത്യസമ്പ്രദായപ്രകാരം ഇവക്കു കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പരമവിക്ഷേപങ്ങൾ 111′, 420′, 79′, 204′, 150′ ഇവയുമാകുന്നു.

ചന്ദ്രൻതൊട്ടുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ പരമവിക്ഷേപ ലിപ്തകളെപ്പറയുന്നു.

ആസുരന്നാളമാരണ്യമന്തമാശ്രയമപ്രിയം

ചന്ദ്രാദീനാം ക്രമാദേതാഃ പരമക്ഷേപലിപ്തികാഃ 34.

സാരം. ആസുരം (270), നാളം (90), ആരണ്യം (120), അന്തം (60), ആശ്രയം (120), അപ്രിയം (120) ഇവയാകുന്നു ചന്ദ്രൻ, ചൊവ്വ, ബുധൻ, വ്യാഴം, ശുക്രൻ, ശനി ഇവയുടെ പരമവിക്ഷേപകലകൾ.

ഇനി സൂര്യൻ, ചന്ദ്രൻ, ഭൂമി ഇവയുടെ വ്യാസങ്ങളെപ്പറയുന്നു.

അർക്കോത്ഭവം ർവേർബിംബവ്യാസഃ സ്യാദ്യോജനാത്മകഃ

ശശ്യംഗം ശശിനസ്തദ്വദ് ഭവേദാത്മനയം ഭുവഃ. 35.

സാരം. സൂര്യബിംബത്തിന്റെ വ്യാസം യോജനാത്മകമായി 4410 (അർക്കോത്ഭവം) ആകുന്നു. ശശിയുടേതു 315 (ശശ്യംഗം) എന്നും ഭൂമിയുടേതു 1050 (ആത്മനയം) എന്നും ആകുന്നു.

ഭൂമിയുടെ വ്യാസം പൂർവ്വകാലത്തുതന്നെ ഒരുവിധം കൃത്യമായി കണക്കാക്കിയിരിക്കണം. അതു കണക്കാക്കുവാൻ തെക്കും വടക്കുമുള്ള രണ്ടു സ്ഥലങ്ങളുടെ അക്ഷങ്ങളും അവ തമ്മിലുള്ള തെക്കുവടക്കു ദൂരവും അറിഞ്ഞാൽ മതി. സ്ഥലങ്ങൾ തമ്മിൽ കണ്ണൂരും തൃശ്ശൂരും തമ്മിലുള്ള അകലം മാത്രമുണ്ടായിരുന്നാലും ഭൂവ്യാസം ഒരുവിധം കൃത്യമായി കിട്ടും. അതിനാൽ ഇവിടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള 1050 യോജന ഏതാണ്ടു കൃത്യമായി അളന്നതിന്റെ ഫലംതന്നെ. ഇപ്പോഴത്തെ സൂക്ഷ്മമായ അളവുപ്രകാരം ഭൂമിയുടെ മദ്ധ്യമവ്യാസം 7863 മൈലാകുന്നു. ഈ നിലക്കു ഒരു യോജനക്കു 7·4886 മൈലെന്നു വരുന്നു. ആര്യഭടൻ ഭൂവ്യാസം 1050 യോജനയെന്നുതന്നെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ ഭാസ്കരാചാര്യൻ 1581 യോജനയായും സൂര്യസിദ്ധാന്തകർത്താവു് 1600 യോജനയായും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇവരുടെ യോജനകൾ ആര്യഭടന്റെ യോജനയേക്കാൾ കുറവാണെന്നു വിചാരിപ്പാനേ വഴിയുള്ളൂ. ചരിത്രശകലങ്ങളെ കിട്ടുന്ന ഭാരതീയ സാഹിത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽനിന്നു പല ദേശങ്ങളിലും കാലങ്ങളിലും പല പ്രകാരത്തിലുള്ള യോജനകൾ ഉപയോഗിച്ചതായിക്കാണുന്നുവെന്നു ചരിത്രഗവേഷകന്മാരും പറയുന്നു.

ചന്ദ്രന്റെ പരമലംബനകലകളെ ആസ്പദമാക്കി ചന്ദ്രന്റെ അകലവും പൂർവ്വന്മാർ ഏതാണ്ട് കൃത്യമായി ഗ്രഹിച്ചിരുന്നു. എന്നാൽ നിരീക്ഷണത്തിന്റെ ന്യൂനതകൊണ്ടും, രശ്മികൾ വായുമണ്ഡലത്തിൽക്കൂടിപ്പോകുമ്പോൾ അവക്കു പററുന്ന അല്പമായ വക്രതയെക്കുറിച്ച് വിവരമില്ലാതിരുന്നതിനാലും ചന്ദ്രവിവരനിർണ്ണയത്തിലും അല്പം പിശകുപററീട്ടുണ്ട്. സൂർയ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ബിംബകലകളെ ഭൂമിയുമായുള്ള അന്തരാളയോജനകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാകുന്നു അവയുടെ വ്യാസങ്ങളെ കണക്കാക്കുന്നത്. അതിനാൽ ദൂരം നിശ്ചയിക്കുന്നതിൽ വരുന്ന സ്ഖലിതം ബിംബയോജനകളെ നിശ്ചയിക്കുന്നതിലും വരും. ചന്ദ്രന്റെ വ്യാസം 315 യോജനയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇതു യോജനക്കു 7·4886 മൈൽ പ്രകാരം 2359 മൈൽ വരും. ആധുനികപക്ഷം 2160 മൈൽ മാത്രമാണ്.

ഗ്രഹങ്ങളുടെ ദൂരം യോജനാത്മകഗതി സമത്വത്തിൽനിന്നു കണക്കാക്കിയതാണെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതിനാൽ ഇതെല്ലാം യഥാർത്ഥത്തിൽനിന്നു വളരെയധികം വ്യത്യാസപ്പെട്ടിരിക്കും. സൂർയ്യന്റെ വ്യാസം 4410 യോജനക്ക് 33,025 മൈൽ മാത്രമാകുന്നു. ആധുനികപക്ഷം സൂർയ്യവ്യാസം 8,64,392 മൈലാകുന്നു.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി ഏഴാം അദ്ധ്യായം
യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഷ്ടമോദ്ധ്യായം പ്രവേശിക.

കഴിഞ്ഞ അദ്ധ്യായത്തിൽ സ്ഫുടാനയനത്തിനുള്ള ജ്യാവുകളേയും മററും ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളെപ്പറഞ്ഞു. ഇനി വായുഗോളഭ്രമണം കൊണ്ടു ജ്യോതിസ്സുകൾ എപ്പോൾ ഉദിക്കുന്നു, എപ്പോൾ അസ്തമിക്കുന്നു, ഇഷ്ട സമയത്തു അവയെ ഏതു ദിക്കിൽ എത്ര ഉന്നതിയിൽ കാണാം, അവ എപ്പോൾ ഒരുമിച്ചുനില്ക്കുന്നു എന്നീ അനേകം പ്രശ്നങ്ങളുടെ ഉത്തരം ഗോളഗണിതംകൊണ്ടു മാത്രം ലഭിക്കേണ്ടവയാകുന്നു. ഇതെല്ലാം ഭൂമിയിൽ നാം എവിടെനിന്നു നോക്കുന്നു ആ സ്ഥാനത്തേയും ആശ്രയിച്ചിരിക്കും—ഭൂമിമേൽ നമ്മുടെ സ്ഥാനം അക്ഷം കൊണ്ടും സ്വദേശ വിനാഴിക കൊണ്ടും നിർണ്ണയിക്കപ്പെടുന്നു.

അക്ഷം എന്നതു നിരക്ഷരേഖയിൽനിന്നു വടക്കോട്ടും തെക്കോട്ടും മാറുമ്പോൾ അധോലംബരേഖക്ക് നിരക്ഷരേഖാവൃത്തതലത്തോടുള്ള ചരിവാകുന്നു. ഇതു മിക്കവാറും നാം നിരക്ഷരേഖയിൽനിന്നു വടക്കോട്ടോ തെക്കോട്ടോ മാറുമ്പോൾ ഭൂപൃഷ്ഠത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ചാപം (ഭൂപൃഷ്ഠം വഴി കിടക്കുന്ന വളഞ്ഞരേഖ) ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽ അഭിമുഖീകരിക്കുന്ന കോണിന്നു തുല്യമാകുന്നു. നിരക്ഷരേഖയിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ഘടികാമണ്ഡലം നേർ കിഴക്കു പടിഞ്ഞാറായി സമമണ്ഡലത്തോടു ചേർന്നുനില്ക്കുകയും ഉത്തരദക്ഷിണധ്രുവങ്ങൾ ഉത്തരദക്ഷിണസ്വസ്തികങ്ങളോടു ചേർന്നിരിക്കയും ചെയ്യും. അവിടെ അധോലംബരേഖയെ മുകളിലേക്കു നീട്ടിയാൽ ചെന്നെത്തുന്ന ഖമദ്ധ്യം ഘടികാമണ്ഡലത്തിലായിരിക്കും. നാം വടക്കോട്ടു നീങ്ങുമ്പോൾ ഈ ഖമദ്ധ്യം ഘടികാമണ്ഡലത്തെ വിട്ടു ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തംവഴിയായി വടക്കോട്ടു മാറുന്നു. എന്നാൽ ദ്രഷ്ടാവിന്നു ഖമദ്ധ്യത്തിന്നു മാററമില്ലെന്നു തോന്നും. ഘടികാമണ്ഡലം ഖമദ്ധ്യത്തേയും സമമണ്ഡലത്തേയും വിട്ടു് തെക്കോട്ടു ചാഞ്ഞു എന്നേ തോന്നുകയുള്ളു. ഘടികാമണ്ഡലം തെക്കോട്ടു ചായുന്നതോടു കൂടി അതിൻെറ പാർശ്വങ്ങളിലൊന്നായ ഉത്തരധ്രുവം ക്ഷിതിജത്തിൽനിന്നു ആ ചരിവോളം പൊന്തിയതായി കാണപ്പെടും. അതിനാൽ ഘടികാഖമദ്ധ്യാന്തരാളവും ധ്രുവോന്നതിയും അക്ഷത്തിന്നു സമമാകും. ദക്ഷിണധ്രുവം അക്ഷത്തോളം ദക്ഷിണസ്വസ്തികത്തിൽ കീഴോട്ടു മാറുകയും ചെയ്യും. നിരക്ഷരേഖയിൽനിന്നു നിരീക്ഷകൻ തെക്കോട്ടു നീങ്ങിയാൽ ഘടികാമണ്ഡലം വടക്കോട്ടു ചരിയുകയും ദക്ഷിണധ്രുവം തെക്കു പൊന്തുകയും ഉത്തരധ്രുവം

വടക്ക് താഴുകയും ചെയ്യും. ഇങ്ങിനെ നിരക്ഷരേഖയിൽനിന്നു ദ്രഷ്ടാവിൻെറ തെക്കു വടക്കോട്ടുള്ള നീക്കം ഘടികാഖമദ്ധ്യാന്തരാളംകൊണ്ടും ധ്രുവോന്നതികൊണ്ടും നിശ്ചയിക്കാം.

ഇനി നിരക്ഷദേശത്തും അവിടന്നു തെക്കും വടക്കും കിഴക്കോട്ടു മാറും തോറും നക്ഷത്രങ്ങളും ഗ്രഹങ്ങളും നേരത്തെ നേരത്തെ ഉദിക്കയും പടിഞ്ഞാറോട്ടു മാറുംതോറും വൈകി വൈകി ഉദിക്കയും ചെയ്യും. അതിനാൽ രണ്ടു പ്രദേശങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറകലം ഏതെങ്കിലും നക്ഷത്രത്തിൻെറ ഉദയത്തിനുള്ള സമയഭേദംകൊണ്ടറിയാം. ഒരു ചുററിന്നു ഒരു ദിവസം എന്ന തോതിൽ കണക്കാക്കിയാൽ മതി. അപ്പോൾ ഭൂപൃഷ്ഠത്തിൽ കൂടി കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറ ഒരു കല നീങ്ങിയാൽ ഒരു പ്രാണൻ സമയഭേദമുണ്ടാകും. ഒരു വിനാഴിക സമയഭേദമുണ്ടാകണമെങ്കിൽ, 6 കല നീങ്ങേണ്ടിവരും. നിരക്ഷവൃത്തത്തിൻെറ തെക്കും വടക്കും ഭൂമിക്കു ചുററും പോകുന്ന വൃത്തങ്ങൾ നിരക്ഷവൃത്തത്തേക്കാൾ ചെറുതായിരിക്കും. നിരക്ഷവൃത്തപരിധിയെ അക്ഷത്തിൻെറ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അതാതു് സ്ഥലത്തെ വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി കിട്ടും.

ചന്ദ്രഗ്രഹണാരംഭം, ഗ്രഹണാന്ത്യം, വളരെ അകലെയുള്ള ഗ്രഹങ്ങളുടെ നക്ഷത്രയോഗം മുതലായ ചില വ്യോമസംഭവങ്ങൾ ഭൂമിയിൽ എല്ലായിടത്തുനിന്നും ഒരേ സമയത്തുതന്നെ കാണപ്പെടും. അപ്പോൾ നക്ഷത്രസ്ഥിതികൊണ്ടോ, ഗ്രഹഛായകളെകൊണ്ടോ നിശ്ചയിക്കുന്ന തദ്ദേശസമയത്തിൻെറ അന്തരംകൊണ്ടു കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറുള്ള നീക്ക് നിശ്ചയിക്കാം.

ഘടികാഖമദ്ധ്യാന്തരാളംകൊണ്ടു അക്ഷം നിശ്ചയിക്കാം. സൂര്യൻ ഘടികാമണ്ഡലവും ദക്ഷിണോത്തരവും കൂടി മുറിയുന്ന സ്ഥാനത്തിരിക്കുമ്പോൾ അധോലംബമായി നില്ക്കുന്ന ഒരു കുററിയുടെ നിഴൽ ക്ഷിതിജത്തിന്നു സമാന്തരമായ ഒരു പ്രദേശത്തുണ്ടാകുന്നതു കൃത്യമായി അളന്നാൽ സൂര്യൻെറ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നുള്ള നീക്ക് കാണാം. ഇതുതന്നെ ഘടികാഖമദ്ധ്യാന്തരാളം. സാധാരണയായി പന്ത്രണ്ടംഗുലം ഉയരമുള്ള ഒരു കുററിയുടെ നിഴലാണ് അളക്കാറ്. ഈ കുററിക്ക് ദ്വാദശാംഗുലശംകുവെന്നു പേര്. നിഴലളക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന അംഗുലത്തിൻെറ ഭാഗങ്ങൾ അളക്കുവാൻ അംഗുലത്തെ 60 സമഭാഗമാക്കുന്നു. ഒരു ഭാഗം ഒരു വ്യംഗുലം. ദിനരാത്രങ്ങൾ തുല്യമായ ദിവസമാണല്ലോ സൂര്യൻ ഘടികാമണ്ഡലത്തിലുണ്ടായിരിക്കുക. അതിനാൽ അന്നു ഉച്ചക്കുള്ള സൂര്യൻെറ നിഴലാണ് അളക്കുന്നതു്. ഇതിന്നു മദ്ധ്യാഹ്നവിഷുവച്ഛായ എന്നു പറയുന്നു.

നിഴൽ നേർ തെക്കുവടക്കു വരുമ്പോൾ അളക്കണം. ഏതു പ്രദേശത്തും നേർ തെക്കുവടക്കറിവാൻ അല്പം പ്രയാസമുണ്ട്. അതിന്നുള്ള വഴികൾ ശില്പശാസ്ത്രത്തിലും ജ്യോതിഷത്തിലും പ്രതിപാദിച്ചിരിക്കുന്നു. മനുഷ്യാലയചന്ദ്രികയിൽ ഒരു മാർഗ്ഗം കൊടുത്തിട്ടുള്ളതു ഇവിടെപ്പറയാം.

യന്ത്രേണാവനതാദിനാ ച നിപുണോ യദ്വാംബുസംപൂരണേ
നോർവ്വീം ചാരുസമീകരോത്യഥ ദൃഢം ശങ്കും കരാർദ്ധായതം
മൂലേ ദ്വ്യംഗുലവിസ്തൃതം ക്രമവശാദഗ്രേ തദർദ്ധാന്വിത
വ്യാസം വൃത്തതരം സരോജമുകുളാകാരാഗ്രമാകല്പയേൽ.

ശങ്കുദീർഘയുഗസമ്മിതസൂത്രേണാകലയ്യ പരിവൃത്യ സുവൃത്തം
വൃത്തമദ്ധ്യമവധാര്യ്യ സുസൂക്ഷ്മം ശങ്കുമത്ര സുദൃഢം നിവേശയേൽ.

ശങ്കുച്ഛായാഗ്രഭാഗേ ത്വവഹിതഹൃദയോ വൃത്തലഗ്നേങ്കയിത്വാ
പ്രാഹ്ണാന്തേ പശ്ചിമസ്യാം ദിശി തദിതരദിശ്യേവമേവാപരാഹ്നേ

പാശ്ചാത്ത്യേന്ദ്യേദ്യുരപ്യങ്കനമപി ച വിധായങ്കയോരേതയോര
പ്യന്തർഭാഗത്രിഭാഗം നയതു ഗതദിനാങ്കം തദേവേഹ സൂക്ഷ്മം.

പൂർവ്വാപരേദ്യുപ്രഭവാങ്കയുഗ്മമേവം സുസൂക്ഷ്മം പരികല്പിതം യൽ
തദങ്കയുഗ്മാഹിതസൂത്രമേവ പൂർവ്വാപരാശാപ്രഭവം സുസൂക്ഷ്മം.

ആദ്യംതന്നെ അവനതം (ദമനക്കോല്) കൊണ്ടും വെള്ളം ഒഴിച്ചു നിർത്തിയും ഒരു സ്ഥലത്തെ സമനിരപ്പാക്കണം. അവിടെ ശങ്കുവെ അധോർദ്ധ്വമായി ഒരു നിപുണൻ നാട്ടണം. ശങ്കുവിൻെറ അടിയിൽ രണ്ടംഗുലവും മുകളിൽ ഒരംഗുലവും വ്യാസമുണ്ടായിരിക്കണം. മുകൾഭാഗം താമരമൊട്ടുപോലെ കൂർത്തിരിക്കയും വേണം. ഇതു ഛായയുടെ ആകൃതിയും വടിവും നന്നായിരിപ്പാൻ വേണ്ടിയാകുന്നു. ഇങ്ങിനെ നാട്ടിയ ശങ്കുവിൻെറ ചുററും 24 അംഗുലം വ്യാസാർദ്ധമായി വൃത്തമുണ്ടാക്കണം. എന്നിട്ട് കാലത്തു ശങ്കുവിൻെറ നിഴലിൻെറ അററം വൃത്തത്തിൻെറ അകത്തേക്കു കടക്കുന്ന നേരംനോക്കി കടക്കുന്നേടത്തു ഒരടയാളം വെക്കണം. ഉച്ചതിരിഞ്ഞു് ഛായാഗ്രം വൃത്തത്തിൻെറ പുറത്തുപോകുമ്പോഴും വൃത്തനേമിയിൽ അടയാളം വെക്കുക. പിറേറദിവസം കാലത്തും നേമിയിൽ അടയാളം വെക്കണം. അപ്പോൾ പടിഞ്ഞാറുഭാഗത്തു രണ്ടടയാളമായി. അവയുടെ ഇട മൂന്നായി ഭാഗിച്ച് തലേദിവസത്തെ അടയാളത്തെ മേററ അടയാളത്തിൻെറ നേക്ക് ഒരു ഭാഗം നീക്കിക്കുറിക്കണം. ഇതു പടിഞ്ഞാറുഭാഗത്തെ അടയാളം. ഇതിനോടും

കിഴക്കുഭാഗത്തെ അടയാളത്തേയും ചേൎത്താൽ നേർ കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറായി. പിന്നെ അതിൽനിന്നു തെക്കുവടക്കുണ്ടാക്കാം.

മൂന്നു ഇടയാക്കിയ പടിഞ്ഞാറുഭാഗത്തെ അടയാളങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലം ചെറുതായിരിക്കും. ഇതു സൂൎയ്യന്റെ തെക്കുവടക്കോട്ടു നീക്കം കൊണ്ടു വരുന്ന ന്യൂനത പരിഹരിക്കുവാനാകുന്നു. അയനസന്ധികാലങ്ങളിൽ സൂൎയ്യന്റെ തെക്കുവടക്കുനീക്ക് കാൎയ്യമില്ല. അപ്പോൾ ഇപ്രകാരം ചെയ്താൽ പൂൎവ്വാപരരേഖ വളരെ കൃത്യമായിരിക്കയും ചെയ്യും.

ഭാസ്കരാചാൎയ്യർ സിദ്ധാന്തശിരോമണി ത്രിപ്രശ്നാധികാരത്തിൽ ഉച്ചക്കുമുമ്പും ഉച്ചതിരിഞ്ഞും രണ്ടടയാളങ്ങൾ മാത്രം എടുത്തു കിഴക്കുവശത്തുള്ള അടയാളത്തെ നേർ തെക്കുവടക്ക് മറെറാരു പ്രകാരത്തിൽ നീക്കുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ തെക്കുവടക്കറിയാതിരിക്കുമ്പോൾ എങ്ങിനെ അടയാളത്തെ നേർതെക്കോട്ടു നീക്കും എന്നു ചിലർ ചോദിച്ചേക്കാം. നീക്കുന്നതിന്നു മുമ്പുകിട്ടിയ അടയാളങ്ങളിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന പൂൎവ്വാപരവും ഏതാണ്ട് സൂക്ഷ്മം തന്നെ. ഇതനുസരിച്ച് നീക്കിയാൽ മതി. എന്നാൽ വരുന്ന സ്ഖലിതം അത്യധികം ലഘുവായതിനാൽ തീരെ ഗണ്യമല്ല. ഭാസ്കരാചാൎയ്യരുടെ വിധി താഴെ പറയുന്നു.

> വൃത്തേംഭഃസുസമീകൃതക്ഷിതിഗതേ കേന്ദ്രസ്ഥശങ്കോഃ ക്രമാത്
> ഭാഗ്രം യത്ര വിശത്യപൈതി ച യതസ്തത്രാപരൈന്ദ്ര്യൌ ദിശൌ.
>
> തല്ലഗ്നാപമജീവയോസ്തു വിവരാദ് ഭാകൎണ്ണമിത്യാഹതാ-
> ല്ലംബജ്യാപ്തമിതാംഗുലൈരയനദിക്സൌമ്യേന്ദ്രീ സ്ഫുടാ ചാലിതാ.
>
> (ത്രിപ്രശ്നം–8)

ഛായാഗ്രങ്ങളെ കുറിക്കുന്ന നേരങ്ങളിലുള്ള സൂൎയ്യക്രാന്തിജ്യാവുകളുടെ അന്തരത്തെ ഛായാകൎണ്ണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു സ്ഥലത്തെ ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നേടത്തോളം കിഴക്കെ ബിന്ദുവെ അപ്പഴത്തെ സൂൎയ്യന്റെ അയനദിക്കിലേക്കു നീക്കുവാൻ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഉത്തരായണകാലത്തു വടക്കോട്ടും ദക്ഷിണായനകാലത്തു തെക്കോട്ടും നീക്കണമെന്നു സാരം. ഇതിന്റെ യുക്തി ഈ അദ്ധ്യായത്തിലെ സംഗതികൾ ഗ്രഹിച്ചവർ ആലോചിച്ചാൽ കിട്ടും.

കുറേക്കൂടി സൌകൎയ്യമുള്ള മറെറാരു മാൎഗ്ഗമുണ്ട്. രേവതിയോ ചിത്രയോ ഉച്ചയായ സമയത്തു രാത്രി ഒരു വിളക്കുവെച്ച് തെക്കോട്ടു നീങ്ങി വിളക്കിന്റെ നാളവും ധ്രുവനക്ഷത്രവും ഒരു വരിയിലെന്നു കാണുമ്പോൾ നില്ക്കു

ന്നോടത്തു ഒരു കുററി തറക്കുക. പിന്നെ നാളത്തിൻെറ താഴെയും ഒരു കുററി തറക്കുക. രണ്ടു കുററികളും ചേക്കുന്ന രേഖ നേരെ തെക്കുവടക്കായിരിക്കും. ധ്രുവനക്ഷത്രം ശരിക്ക് ധ്രുവത്തിലല്ല. ധ്രുവത്തിൽനിന്നു 64 കല രേവതിയുടെ നേക്ക് തെററി നില്ക്കുന്നു. ഇതു ചിത്രയിൽനിന്നു അകന്നുമാകുന്നു. അതിനാൽ ഈ രണ്ടു നക്ഷത്രങ്ങളും ഉച്ചയാകുന്ന സമയത്തുമാത്രം ധ്രുവൻ നേർ വടക്കായിരിക്കും. ഇവിടേയും രേവതിയോ ചിത്രയോ ഉച്ചയായെന്നറിയുവാൻ നേർ തെക്കുവടക്കറിയണം. പക്ഷെ ഇതിൽ അല്പം തെററ് വന്നാലും ധ്രുവനക്ഷത്രം ധ്രുവത്തിന്നു വളരെ അടുത്തുനില്ക്കയാൽ നേർ വടക്ക് നിശ്ചയിച്ചതിൽ വരാവുന്ന സ്ഖലിതം അത്യല്പവും അഗണ്യവുമായിരിക്കും. സൂക്ഷ്മം അധികം വേണമെങ്കിൽ ഒരു ദിവസം പ്രായികമായി തെക്കുവടക്കു നിശ്ചയിച്ച് പിറേറന്ന് ഇതുപയോഗിച്ച് നക്ഷത്രം ഉച്ചയായോ എന്നു നോക്കി പിന്നേയും തെക്കുവടക്കു നിശ്ചയിച്ചാൽ മതി.

ഇങ്ങിനെ 8_ാം അദ്ധ്യായം പ്രവേശിക.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഷ്ടമോദ്ധ്യായഃ

ഒന്നാമതായി രണ്ടു ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു സ്വദേശാക്ഷലംബജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

വിഷുവദ്ദിനമദ്ധ്യഭാകൃതിർഭവകാഢ്യാ പദിതാ പലശ്രുതിഃ
വിഷുവദ്ദിനമദ്ധ്യഭാ ഹതാൽ ത്രിഗുണാൽ തദ്വിഹൃതാക്ഷമൌർവ്വികാ 1.

തൽ ത്രിജ്യാ വർഗ്ഗവിശ്ലേഷമൂലം ലംബനമൌർവ്വികാ
ഏകേ സംസ്കാരമിച്ഛന്തി സ്ഫുടത്വാർത്ഥം തയോർമ്മിഥഃ 2.

സാരം. വിഷുദിനത്തിലെ മദ്ധ്യാഹ്ന ശങ്കുഛായയുടെ വർഗ്ഗത്തിൽ 144 (ഭാവുകം)കൂട്ടി മൂലിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു ഛായാകർണ്ണമാകുന്നു. വിഷുവച്ഛായയെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഈ കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അക്ഷജ്യാവാകുന്നു. (1)
അതിൻേറയും ത്രിജ്യാവിൻേറയും വർഗ്ഗങ്ങളുടെ അന്തരത്തെ മൂലിച്ചതു ലംബജ്യാവാകുന്നു. ചിലർ അക്ഷജ്യാവും ലംബജ്യാവും സ്ഫുടമാകുവാൻ അന്യോന്യം സംസ്കരിക്കണമെന്നു വിചാരിക്കുന്നു. (2)

രാവും പകലും തുല്യമായ ദിവസമാകുന്നു വിഷു. അന്നു സൂർയ്യൻ ഘടികാമണ്ഡലത്തിലായിരിക്കും. അന്നു ഉച്ചസമയത്തു സൂർയ്യൻ ദക്ഷിണോത്തരഘടികാസംപാതത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. അതിനാൽ ആ സമയത്തു സൂർയ്യനും ഖമദ്ധ്യവും തമ്മിലുള്ള അകലം ഘടികാമണ്ഡലവും സമമണ്ഡലവും തമ്മിലുള്ള പരമാന്തരാളമാകുന്നു. ഇതത്രെ സ്വദേശത്തെ അക്ഷം. ഇതിൻെറ ഭുജജ്യാവിനെ അക്ഷജ്യാവെന്നു പറയുന്നു. ഇതിൻെറ കോടിജ്യാവു ലംബജ്യാവുമാകുന്നു.

ശങ്കഗ്രവും ഛായാഗ്രവും തമ്മിലുള്ള അകലത്തെ ഛായാകർണ്ണമെന്നു പറയുന്നു. ഛായയെ അംഗുലമായിട്ടാണല്ലോ അളക്കുന്നതു്. ശങ്കു സദാ 12 അംഗുലംതന്നെ. ഇതിൻെറ വർഗ്ഗം 144 (ഭാവുകം). ഛായ

ഭുജയായും, ശംകു കോടിയായും, ഛായാകർണ്ണം കർണ്ണമായും ഒരു സമകോണ ത്രികോണത്തെ സങ്കല്പിക്കാം. അതിനാൽ ഛായാശംകുവർഗ്ഗയോഗമൂലം ഛായാകർണ്ണമെന്നു വരുന്നു. ഛായാകർണ്ണത്തെ മേല്പോട്ടു നീട്ടിയാൽ സൂര്യ്യനിൽ എത്തും. സൂര്യ്യനിൽനിന്നു ഖമദ്ധ്യസ്പർശിയായ അധോർദ്ധ്വരേഖക്കു നേരെ വിപരീതമായ രേഖതന്നെ അക്ഷജ്യാവു്. ഈ അക്ഷജ്യാവു് ഭുജ, ശംകഗ്രംതൊട്ടു അക്ഷജ്യാമൂലംവരെയുള്ള അധോർദ്ധ്വരേഖാഭാഗം കോടി, ശംകഗ്രം മുതൽ സൂര്യ്യൻ വരെയുള്ള അകലം കർണ്ണം. ഇതു ത്രിജ്യാതുല്യം. ഈ ത്രികോണം ഛായാകർണ്ണം കർണ്ണമായ ത്രികോണത്തിന്നു സദൃശമാകയാൽ,

$$\frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ഛായാ}} = \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഛായാകർണ്ണം}}$$

$$\therefore \text{ അക്ഷജ്യാ} = \frac{\text{ഛായാ} \times \text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഛായാകർണ്ണം}}.$$

ഈ അക്ഷജ്യാവിനെ സൂര്യ്യനിൽനിന്നു സമമണ്ഡലത്തിലേക്കുള്ള ലംബമായിട്ടാണു് ഇവിടെ സങ്കല്പിച്ചതു്. ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ഘടികാമണ്ഡലത്തിലേക്കുള്ള ലംബം ഇതിന്നു തുല്യവുമാകുന്നു. സൂര്യ്യനിൽനിന്നു ഭൂതലത്തിലേക്കുള്ള ലംബം അക്ഷത്തിൻെറ കോടിജ്യാവാകയാൽ അതു ലംബജ്യാവു്. ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു അക്ഷജ്യാവർഗ്ഗം കളഞ്ഞു് മൂലിച്ചതു ഈ ലംബജ്യാവിന്നു തുല്യമെന്നു സ്പഷ്ടം. അക്ഷജ്യാവു കണ്ടതുപോലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ സാദൃശ്യത്തിൽനിന്നു ഇതിനേയും കാണാം. അപ്പോൾ

$$\text{ലംബജ്യാ} = \frac{12 \times \text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഛായാകർണ്ണം}}, \text{ എന്നു വരും.}$$

ഗണിതം മിക്കവാറും ചെയ്യുന്നതു ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ഗ്രഹങ്ങളേയും മററും കാണുന്നുവെന്നു വെച്ചാകുന്നു. ഗ്രഹങ്ങളുടെ അകലം അപേക്ഷിച്ചു് ഭൂവ്യാസാർദ്ധം ലഘുവാകയാൽ ഭൂമിയിൽ ഏതു ഭാഗത്തുനിന്നു നോക്കിയാലും മിക്കവാറും ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു കാണുന്നപോലെത്തന്നെ ഗ്രഹങ്ങളേയും നക്ഷത്രങ്ങളേയും കാണും. വളരെ അടുത്താകയാൽ, ചന്ദ്രൻെറ കാര്യ്യത്തിൽ മാത്രം പറയത്തക്ക ഭേദം കാണും. സൂര്യ്യനിൽ ഈ ഭേദം പറയത്തക്ക വിധത്തിലില്ല. അതിനാൽ അക്ഷലംബജ്യാവുകളിൽ ഈ കാരണംകൊണ്ടു ഒരു സംസ്കാരം അത്യാവശ്യമല്ല. എങ്കിലും അക്ഷലംബജ്യാവുകൾ കൃത്യമായിരിക്കേണ്ടതാകുന്നു.

രണ്ടാമത്തു വിഷുച്ഛായ സൂൎയ്യബിംബമദ്ധ്യത്തിന്റെ ഛായയായിരിക്കണം. എന്നാൽ ദൃശ്യമായ ഛായ സൂൎയ്യബിംബത്തിന്റെ മീതെ അററത്തിന്റേതാകുന്നു. ഈ ന്യൂനത തീൎക്കുവാനും ഒരു സംസ്കാരം വേണം.

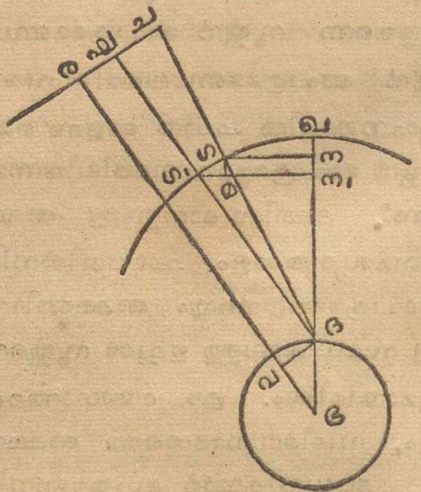
വിഷുദിവസം മദ്ധ്യാഹ്നസമയത്തുതന്നെ സൂൎയ്യൻ അപക്രമമണ്ഡലസ്ഥനാവണമെന്നില്ല. അതിനാൽ സൂൎയ്യൻ അപക്രമമണ്ഡലത്തിൽ വരുന്ന സമയത്തിന്റെ മുമ്പും പിമ്പുമുള്ള മദ്ധ്യാഹ്നങ്ങളിൽ ഛായ അളന്നു ത്രൈരാശികംകൊണ്ടു മദ്ധ്യാഹ്നസമയത്തു സൂൎയ്യൻ അപക്രമമണ്ഡലത്തിലിരുന്നാലുണ്ടാകുന്ന ഛായ കണക്കാക്കേണ്ടതാണ്. ദക്ഷിണഭാഗത്തുള്ള അയനസന്ധികാലത്തു ഉച്ചക്ക് സൂൎയ്യന്റെ ഖമദ്ധ്യാന്തരാളം ഛായയിൽനിന്നു കണക്കാക്കിയാൽ അതു സൂൎയ്യന്റെ പരമാപക്രമത്തിന്റേയും അക്ഷത്തിന്റേയും യോഗമായിരിക്കും. ഉത്തരഭാഗത്തുള്ള സന്ധികാലത്തു ഉച്ചക്കു സൂൎയ്യന്റെ ഖമദ്ധ്യാന്തരാളം ഇവയുടെ അന്തരവുമായിരിക്കും. ഈ യോഗാന്തരങ്ങളിൽനിന്നു സൂൎയ്യന്റെ പരമാപക്രമവും, നിരീക്ഷണദേശത്തെ അക്ഷവും വെവ്വേറെയായി വരുത്തുകയും ചെയ്യാം. ആധുനികന്മാർ സംതരണനിരീക്ഷണിയെന്ന ദൂരദൎശിനികൊണ്ടു നിരസ്തനക്ഷത്രങ്ങളിൽ ഒന്നിന്റെ പരമോന്നതിയും അല്പിഷ്ഠോന്നതിയും കണ്ടു അവയുടെ യോഗാൎദ്ധത്തെ അക്ഷമായിക്കാണുന്നു. ഇതിന്റെ ഭുജജ്യാവു് അക്ഷജ്യാവും, കോടിജ്യാവു ലംബജ്യാവുമാകുന്നു.

ഇനി അക്ഷലംബജ്യാവുകളുടെ സംസ്കാരത്തെപ്പറയുന്നു.

ഭൂവ്യാസാൎദ്ധസമാഹതാക്ഷഗുണിതസ്ത്രിജ്യാ ഹൃതം ഭാസ്വതോ
വ്യാസാൎദ്ധാദപനീയശിഷ്ടഗുണിതൌ ലംബാക്ഷസംജ്ഞൌ ഗുണൌ
കക്ഷ്യാവ്യാസദലേന ചണ്ഡമഹസസ്താൽകാലികേനാഹരേൽ
തത്രാപ്തൌ ക്രമശോക്ഷലംബഗുണയോഃ സ്വൎണ്ണം തദാ ജ്ഞൌ സ്ഫുടൌ 3.

സാരം. ഭൂവ്യാസത്തിന്റെ പകുതി (525)കൊണ്ടു അക്ഷജ്യാവിനെ ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ആദിത്യന്റെ ബിംബാൎദ്ധ (2205)ത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടംകൊണ്ടു ലംബജ്യാവിനേയും അക്ഷജ്യാവിനേയും ഗുണിച്ചു, ആദിത്യന്റെ താല്ക്കാലിക കക്ഷാവ്യാസാൎദ്ധംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുണ്ടാകുന്ന ഫലങ്ങളെ ക്രമത്താലെ അക്ഷജ്യാവിലും ലംബജ്യാവിലും കൂട്ടുകയും കളകയും ചെയ്താൽ അവ സ്ഫുടങ്ങളായിത്തീരും.

പരിലേഖത്തിൽ ഭ ഭൂമദ്ധ്യവും, ദ ദ്രഷ്ടാവിന്റെ ഭൂപൃഷ്ഠസ്ഥാനവും, ഖ ഖമദ്ധ്യവും, ര രവിബിംബമദ്ധ്യവുമാകുന്നു. ഗ ന, ദ ന എന്നവ ഒന്നും രണ്ടും ശ്ലോകങ്ങളിലെ വിധിപ്രകാരമുണ്ടാക്കിയ അക്ഷലംബജ്യാവുകളുമാകുന്നു. ഇവ ഗ ഖ എന്ന ചാപത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളുമാകുന്നു. ദ ഘ എന്നതു ഭ ര എന്നതിന്നു സമാന്തരമാകുന്നു. കൃത്യമായ അക്ഷലംബജ്യാവുകൾ ര ഭ ദ എന്ന കോണിന്നോ, അതിന്നു തുല്യമായ ഗ₁ ദ ന₁ എന്ന കോണിന്നോ വരുന്ന ചാപത്തിന്റെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളാകയാൽ അവ ഗ₁ ന₁, ദ ന₁ എന്നവയാകുന്നു. ഗ മ എന്നതു ഗ₁ ന₁ എന്നതിന്നു ലംബം.



പരിലേഖം 23.

$$\text{ഘ ച} = \text{ര ച} - \text{ര ഘ} = \text{ര ച} - \text{വ ദ}$$

$$= \text{ര ച} - \text{ഭ ദ} \times \frac{\text{വ ദ}}{\text{ഭ ദ}}$$

$$= \text{രവിവ്യാസാർദ്ധം} - \text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

$$\text{ഗ}_1\ \text{ന}_1 = \text{ഗ ന} + \text{ഗ}_1\ \text{മ} = \text{ഗ ന} + \text{ഗ}_1\ \text{ഗ} \times \frac{\text{ദ ന}}{\text{ദ ഗ}}.$$

$$= \text{ഗ ന} + \text{ഘ ച} \times \frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ ച}} \times \frac{\text{ദ ന}}{\text{ദ ഗ}}.$$

$$= \text{ഗ ന} + \text{ഘ ച} \times \frac{\text{ദ ന}}{\text{ദ ച}}$$

$$\therefore\ \text{സ്ഫുടാക്ഷജ്യാ} = \text{അക്ഷജ്യാ} + \text{ഘ ച} \times \frac{\text{ലംബജ്യാ}}{\text{രവികക്ഷാവ്യാസാർദ്ധം}}$$

ഇനി,
$$\text{ദ ന}_1 = \text{ദ ന} - \text{ന ന}_1 = \text{ദ ന} - \text{ഗ മ} = \text{ദ ന} - \text{ഗ ഗ}_1 \times \frac{\text{ഗ മ}}{\text{ഗ ഗ}_1}$$

$$= \text{ദ ന} - \text{ഘ ച} \times \frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ ച}} \times \frac{\text{ഗ ന}}{\text{ദ ഗ}} = \text{ദ ന} - \text{ഘ ച} \times \frac{\text{ഗ ന}}{\text{ദ ച}}$$

$$\therefore\ \text{സ്ഫുടലംബജ്യാ} = \text{ലംബജ്യാ} - \text{ഘ ച} \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{രവികക്ഷാവ്യാസാർദ്ധം}}$$

ഈ സംസ്കാരത്തിന്നു തല്ക്കാലരവികക്ഷാവ്യാസാർദ്ധത്തെ കാണണം. വിഷുദിവസത്തെ സായനരവിസ്ഫുടം 12 രാശി. ഇതിൽനിന്നു അയനാംശവും

മന്ദോച്ചവും വാങ്ങി സ്ഫുടമന്ദോച്ചാന്തരം കണ്ടു് അതിന്നു ഭുജകോടി ജ്യാവുകളെ വരുത്തി വിപരിതകൎണ്ണം കണ്ടാൽ അതു 3413 (ഗയാഭാഗം) എന്നു വരും. ഇതിനെകൊണ്ടു ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗത്തെ ഹരിച്ചാൽ, 3463 (ഗതിഭാഗം) എന്നുണ്ടാകും. ഇതു കൎണ്ണം. ഇതിനെ രവികക്ഷ്യായോജനകളെകൊണ്ടു പെരുക്കി, ചക്രകലാസംഖ്യയെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 462963 (ഗതിധരംതത്വം) എന്നു് യോജനാത്മകസ്ഫുടകക്ഷ്യാവ്യാസാൎദ്ധമുണ്ടാകും.

ഇനി ഇഷ്ടസമയത്തെ മഹാശംകുഛായകളെ ഉണ്ടാക്കുവാൻ പറയുന്നു.

അംഗുലാത്മികയാഭീഷ്ടച്ഛായയാ തത്ര ഭാസ്വതഃ
മഹാശംകുപ്രഭേ കാൎയ്യേ സംസ്കൃതേ ലംബകാക്ഷവൽ. 4.

സാരം. അംഗുലങ്ങളെകൊണ്ടു ഇഷ്ടസമയത്തു സൂൎയ്യന്റെ ഛായയളന്നു മഹാശങ്കുഛായകളെ ഉണ്ടാക്കുക. ലംബാക്ഷജ്യാവുകളെ സംസ്കരിച്ചതുപോലെ ഇവയേയും സംസ്കരിക്കുക.

ഇഷ്ടസമയത്തു സൂൎയ്യബിംബമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ക്ഷിതിതലത്തിലേക്കു സങ്കല്പിക്കുന്ന അഥവാ ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽകൂടി ക്ഷിതിജത്തിന്നു സമാന്തരമായ തലത്തിലേക്കു സംകല്പിക്കുന്ന കലാമിതലംബംതന്നെ മഹാശങ്കു. ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ശങ്കുമൂലംവരെയുള്ള കലാമിതദൂരം മഹാഛായയുമാകുന്നു. ഇവയെ അക്ഷലംബജ്യാവുകളെപ്പോലെ കാണാമെന്നു സ്പഷ്ടം.

ഇഷ്ടസമയത്തു ഛായ നേരെ തെക്കോട്ടോ വടക്കോട്ടോ ആയിരിക്കണമെന്നില്ല. അതു ഒരു കോണിലേക്കു തിരിഞ്ഞിരിക്കാം. ഛായാഗ്രത്തിൽനിന്നു ശംകുമൂലഗതമായ പൂൎവ്വാപരരേഖവരെയുള്ള തെക്കുവടക്കകലം ഛായാഭുജയും, യാമ്യോത്തരരേഖവരെ കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറകലം ഛായാകോടിയുമാകുന്നു. മഹാഛായയുടെ ഭുജകോടികളും ഇപ്രകാരംതന്നെ. എന്നുവെച്ചാൽ മഹാശംകുമൂലത്തിൽനിന്നു പ്രദേശത്തെ പൂൎവ്വാപരരേഖവരെയുള്ള അകലം ഭുജയും യാമ്യോത്തരരേഖവരെയുള്ള അകലം കോടിയുമായിരിക്കും. ഇനി രണ്ടു ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു അവയെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഛായാംഗുലഭുജാകോട്യൌ ഹതേസ്ഫുടമഹാഭയാ
ഛായാംഗുലഹൃതേസ്യാതാം മഹാഭാ ബാഹുകോടികേ. 5.

യാമ്യോത്തരാ ഭുജാസ്യാച്ഛായായാഃ പൂൎവ്വപശ്ചിമാ കോടിഃ
സമമണ്ഡലഗേ ഭാനൌ നൈവ ഭുജാകോടികാ ന മദ്ധ്യാഹ്നേ. 6.

സാരം. ഛായാംഗുലത്തിന്റെ ഭുജാകോടികളെ സ്ഫുടമഹാഛായകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഛായാംഗുലംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, മഹാഛായയുടെ ഭുജാകോടികൾ ഉണ്ടാകും. (5)

ഭുജ തെക്കുവടക്കാകുന്നു. കോടി കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറുമാകുന്നു. സൂൎയ്യൻ സമമണ്ഡലത്തിലിരിക്കുമ്പോൾ ഛായയ്ക്കു ഭുജയില്ല. മദ്ധ്യാഹ്നസൂൎയ്യനിൽനിന്നുള്ള ഛായയ്ക്കു കോടിയുമില്ല. (6)

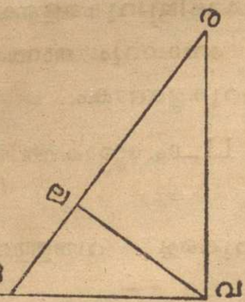
ഇഷ്ടഛായയിൽനിന്നു അക്ഷജ്യാവുപോലെ സ്ഫുടിച്ചുകിട്ടുന്നതു സ്ഫുടമഹാഛായയും ലംബജ്യാവുപോലെ സ്ഫുടിച്ചുകിട്ടുന്നതു സ്ഫുടമഹാശംകുവുമാകുന്നു.

ഇഷ്ടദിവസത്തെ സമമണ്ഡലശംകുവിൽ നിന്നും മദ്ധ്യാഹ്നമഹാഛായയിൽനിന്നും അക്ഷചാപത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ത്രിജ്യാഹതാപക്രമതോക്ഷജീവാ
സ്വാച്ഛംകുഭക്താ സമവൃത്തഗേൎക്കേ
മദ്ധ്യാഹ്നഭാപക്രമചാപയോൎവ്വാ
ഭേദോക്ഷചാപോ വിദിശോസ്തുയോഗഃ. 7.

സാരം. അപക്രമജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി സൂൎയ്യൻ സമമണ്ഡലഗനാകുമ്പോഴുള്ള ശംകു (സമശംകു) വിനെകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതിനെ ചാപിച്ചാൽ സ്വദേശാക്ഷചാപം വരും. അല്ലെങ്കിൽ, മദ്ധ്യാഹ്നമഹാഛായയേയും അപക്രമജ്യാവിനേയും ചാപിച്ചന്തരിച്ചാലും അതുണ്ടാകും. പക്ഷെ ഇവയുടെ ദിക്കുകൾ വിപരീതമായിരിക്കുമ്പോൾ രണ്ടു ചാപങ്ങളേയും കൂട്ടണം.

നിരക്ഷരേഖയുടെ വടക്കുള്ള പ്രദേശങ്ങളിൽ സൂൎയ്യൻ സമമണ്ഡലത്തിൽ വരണമെങ്കിൽ, കിഴക്കുനിന്നു വടക്കോട്ടു മാറി ഉദിച്ച്, ഘടികാമണ്ഡലത്തിൻെറ വടക്കുള്ള അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങളിലൊന്നിൽ സഞ്ചരിക്കണം. സൂൎയ്യൻെറ അപക്രമം എന്നതു ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽനിന്നു ഘടികാനതവൃത്തമാൎഗ്ഗേണ സൂൎയ്യൻെറ അകലമാകുന്നു. അതു ചാപരൂപമായിരിക്കും. അതിൻെറ ജ്യാവ് അപക്രമജ്യാവ്. ഇതു ഘടികാമണ്ഡലതലത്തിൽനിന്നു സൂൎയ്യൻെറ അകലം. അതിനാൽ ഇതു ഘടികാമണ്ഡലതലവും സൂൎയ്യൻെറ അഹോരാത്രവൃത്തതലവും തമ്മിലുള്ള അകലമെന്നു വരുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലതലം പൂൎവ്വാപരരേഖയിൽകൂടിപ്പോകുന്നതിനാൽ, ആ രേഖയിൽനിന്നു അഹോരാത്രതലത്തിലേക്കുള്ള അകലം സൂൎയ്യൻെറ അപക്രമജ്യാവിന്നു തുല്യമാകും. എന്നു മാത്രമല്ല, എല്ലായ്പോഴും ഘടികാമണ്ഡലത്തിൻെറയും, അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങളുടേയും ചരിവു അക്ഷത്തിന്നു തുല്യമായിരിക്കയും ചെയ്യും.



പരിലേഖം 24.

പരിലേഖത്തിൽ ര സൂൎയ്യനും ര വ സമശങ്കുവുമാകുന്നു. ര ദ എന്നതു സൂൎയ്യനിൽനിന്നു അഹോരാത്രവൃത്തതലം വഴി താഴോട്ടു ക്ഷിതിജതലംവരെയുള്ള അകലം. ഇതിനെ ഏതിയെന്നു പറയാറുണ്ട്. വ ല എന്നതു അപക്രമജ്യാവു്. ദ വ എന്നതു ഉദയസമയത്തു പൂൎവ്വാപരരേഖയിൽനിന്നു സൂൎയ്യന്റെ ദൂരം. ഇതിന്നു ആശാഗ്രാ എന്നു പേര്. അഹോരാത്രവൃത്തത്തിന്റെ ചരിവു് അക്ഷത്തിന്നു തുല്യമാകയാൽ ര ദ വ, ര ല വ, ദ ല വ ഈ മൂന്നു ത്രികോണങ്ങൾക്കും അക്ഷജ്യാവു ഭുജ, ലംബജ്യാവു കോടി, ത്രിജ്യാവു കൎണ്ണം ആയുള്ള സ്വദേശാക്ഷത്രികോണത്തോടു സാദൃശ്യമുണ്ട്. അതിനാൽ

$$\frac{\text{അക്ഷജ്യാവ്}}{\text{ത്രിജ്യാവ്}} = \frac{\text{ല വ}}{\text{വ ര}} = \frac{\text{അപക്രമജ്യാവ്}}{\text{സമശങ്കു}}.$$

$$\therefore \text{അക്ഷജ്യാവ്} = \frac{\text{അപക്രമജ്യാവ്} \times \text{ത്രിജ്യാ}}{\text{സമശങ്കു.}}$$

ഇഷ്ടദിവസത്തേക്കു അപക്രമജ്യാവുണ്ടാക്കുവാൻ 11-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറയും.

സൂൎയ്യന്നു ദക്ഷിണാപക്രമമാണെന്നു വെക്കുക. അന്നു് ഉച്ചക്കു സൂൎയ്യൻ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു തെക്കായിരിക്കും. ദക്ഷിണോത്തരഘടികാസംപാതവും ഇവിടങ്ങളിൽ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു തെക്കുതന്നെ. സൂൎയ്യന്റെ മദ്ധ്യാഹ്നമഹാച്ഛായയെ ചാപിച്ചാൽ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു തെക്കോട്ടുള്ള അകലം കിട്ടും. ഇതിൽ നിന്നു് അപക്രമം കളഞ്ഞാൽ ദക്ഷിണോത്തരഘടികാസംപാതത്തിന്റെ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു തെക്കോട്ടുള്ള അകലമുണ്ടാകുന്നു. ഇതുതന്നെ സ്വദേശാക്ഷചാപം.

സൂൎയ്യന്നു ഉത്തരാപക്രമമെങ്കിൽ ഉച്ചക്കു് ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു തെക്കുമാവാം വടക്കുമാവാം. തെക്കാണെങ്കിൽ അപക്രമം അക്ഷത്തേക്കാൾ കുറവായിരിക്കും. അപ്പോൾ മഹാച്ഛായയുടെ ചാപവും അപക്രമചാപവും കൂടി കൂട്ടിയാൽ അക്ഷചാപമായി. ഉച്ചക്കു് സൂൎയ്യൻ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു വടക്കാണെങ്കിൽ, അപക്രമം അക്ഷത്തേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും. അപ്പോൾ അപക്രമത്തിൽനിന്നു മഹാച്ഛായാചാപം കളഞ്ഞതു അക്ഷം.

ഉത്തരാപക്രമവും ഉച്ചക്കു് വടക്കോട്ടു നിഴലും കൂടിയ കാലങ്ങളിൽ മാത്രമേ സമശങ്കുവുണ്ടാകയുള്ളു എന്നു കാണാം. ആ കാലങ്ങളിൽമാത്രം ഛായാചാപവും അപക്രമവുംകൂടി കൂട്ടിയതു അക്ഷം. മറെറല്ലാ കാലങ്ങളിലും ഛായാചാപവും അപക്രമവും തമ്മിലന്തരിച്ചതു അക്ഷം.

രണ്ടു ജ്യാവുകളുടെ യോഗാന്തരങ്ങൾ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അന്യോന്യകോടിഘ്നതയോരഭിമതഗുണയോസ്ത്രിജീവയാപ്തയോഃ
യോഗവിയോഗൌ സ്യാതാമഭിമതഗുണചാപയോഗവിവരഗുണൌ. 8.

സാരം. രണ്ടു ഇഷ്ടഭുജജ്യാവുകളെ അവയുടെ കോടിജ്യാവുകളെക്കൊണ്ടു അന്യോന്യം ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച് യോഗവും അന്തരവും കണ്ടാൽ ഇഷ്ടചാപങ്ങളുടെ യോഗാന്തരങ്ങളുടെ ജ്യാവുകളുണ്ടാകും.

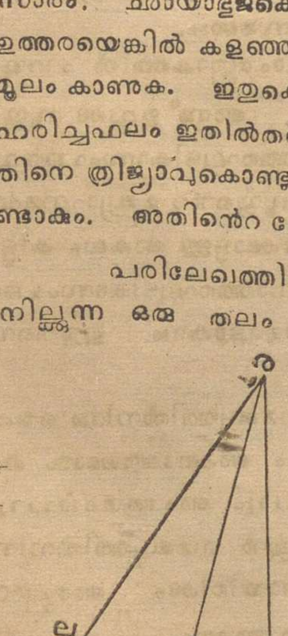
ഇതിൻെറ ഉപപത്തി 6-ാം അദ്ധ്യായം 11-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിന്നുശേഷം പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്.

ഇനി മറെറാരുപ്രകാരം അക്ഷലംബജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭാകോടികാ ദ്യുഗുണവർഗ്ഗഭിദാപദേന
ഭാദോഃ കൃതേന വിഹിതാപമശങ്കുവർഗ്ഗാൽ
ആപ്തോനയുക്തഹരയോൎമ്മഹതാല്പതോക്ഷ
സ്ത്രിജ്യാ ഹതാദ് ഭവതി ലംബഗുണോസ്യ കോടിഃ 9.

സാരം. ഛായാഭുജകൊണ്ടു സംസ്കരിക്കപ്പെട്ട (ദക്ഷിണയെങ്കിൽ കൂട്ടിയും ഉത്തരയെങ്കിൽ കളഞ്ഞും സംസ്കരിക്കപ്പെട്ട) ഛായാകോടിദ്യുജ്യാവർഗ്ഗാന്തര മൂലം കാണുക. ഇതുകൊണ്ടു അപമജ്യാവു കളഞ്ഞ ശങ്കുവിൻെറ വർഗ്ഗത്തെ ഹരിച്ചഫലം ഇതിൽതന്നെ കൂട്ടുകയും കളകയും ചെയ്ക. ഇതിൽ ചെറിയതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് വലിയതുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അക്ഷജ്യാവുണ്ടാകും. അതിൻെറ കോടി ലംബജ്യാവുമാകുന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ സൂൎയ്യനിൽ കൂടി തെക്കുവടക്കു അധോർദ്ധ്വമായി നില്ക്കുന്ന ഒരു തലം കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ര, രവി. ര ശ, മഹാശംകു. ശ ദ, ഛായാഭുജ (ദക്ഷിണ). ദ, ദ്രഷ്ടാവിൻെറ നേരെ കിഴക്കോ പടിഞ്ഞാറോ മഹാശംകുമൂലത്തിൽനിന്നു വടക്കുള്ള സ്ഥാനം. ഗ ര, ഹ്രുതി. അതിനാൽ ∠ ഗ ര ശ അക്ഷം. ദ ല എന്നതു ഗ ര എന്നതിന്നു ലംബം. ദ, പൂൎവ്വാപരരേഖയിലാകയാൽ ദ ല എന്നതു അപക്രമജ്യാവ്. ര ല എന്നതു ഖഗോളകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ഛായാകോടിയോളം അകലെയുള്ള ഒരു തെക്കുവടക്കു തലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന ദ്യുവൃത്താൎദ്ധജ്യാവാകയാൽ, ദ്യുവൃത്തവ്യാസാൎദ്ധമായ ദ്യുജ്യാവിൻെറ വർഗ്ഗത്തിൽ നിന്നു ഛായാകോടിവർഗ്ഗം കളഞ്ഞ് മൂലിച്ച് കിട്ടുന്നതിന്നു തുല്യമാകും.



പരിലേഖം 25.

ഈ രേഖയെ ക എന്നും, ശംകുവെ ശ എന്നും അപക്രമജ്യാവിനെ പ എന്നും, ഛായാഭുജയെ ഭ എന്നും കല്പിക്കുക.

$$\text{എന്നാൽ, } \quad \text{ക}^2 + \text{പ}^2 = \text{ര ദ}^2 = \text{ശ}^2 + \text{ഭ}^2.$$

$$\therefore \text{ക}^2 - \text{ഭ}^2 = \text{ശ}^2 - \text{പ}^2$$

$$(\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2)^2 = (\text{ക}^2 - \text{ഭ}^2)^2 + 4\,\text{ക}^2\,\text{ഭ}^2.$$

$$(\text{ശ}^2 + \text{പ}^2)^2 = (\text{ശ}^2 - \text{പ}^2)^2 + 4\,\text{ശ}^2\,\text{പ}^2$$

$$\therefore (\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2)^2 - (\text{ശ}^2 + \text{പ}^2)^2 = 4\,\text{ക}^2\,\text{ഭ}^2 - 4\,\text{ശ}^2\,\text{പ}^2.$$

$$\therefore (\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 + \text{ശ}^2 + \text{പ}^2)\;(\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 - \text{ശ}^2 - \text{പ}^2) = (2\,\text{കഭ} + 2\,\text{ശപ})\,(2\,\text{കഭ} - 2\,\text{ശപ})$$

$$\therefore \frac{\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 - \text{ശ}^2 - \text{പ}^2}{2\,\text{കഭ} - 2\,\text{ശപ}} = \frac{2\,\text{കഭ} + 2\,\text{ശപ}}{\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 + \text{ശ}^2 + \text{പ}^2}$$

$$= \frac{\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 - \text{ശ}^2 - \text{പ}^2 + 2\,\text{കഭ} + 2\,\text{ശപ}}{2\,\text{കഭ} - 2\,\text{ശപ} + \text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 + \text{ശ}^2 + \text{പ}^2}$$

$$= \frac{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 - (\text{ശ} - \text{പ})^2}{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 + (\text{ശ} - \text{പ})^2}$$

ഇനി, $\angle$ശ ര ല എന്ന അക്ഷം $\angle$ല ര ദ, $\angle$ശ ര ദ എന്ന കോണുകളുടെ യോഗമാകുന്നു. ദ ര എന്നതു ത്രിജ്യാവെന്നുവെച്ചാൽ ദ ല (= പ), ശ ദ (= ഭ) ഈ കോണുകളുടെ ഭുജജ്യാവുകളും ര ല (= ക), ര ശ (= ശ) ഇവയുടെ കോടിജ്യാവുകളുമാകും. അതിനാൽ 8-ാംശ്ലോകത്തിലെ ന്യായംകൊണ്ട്,

$$\text{അക്ഷജ്യാ (ഭു}(\angle\text{ഗ ര ശ})) = \text{ര}\,\frac{\text{ക} \times \text{ഭ} + \text{പ} \times \text{ശ}}{(\text{ര ദ})^2}$$

$$\text{എന്നാൽ, } \quad 2\,\text{ര ദ}^2 = \text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 + \text{ശ}^2 + \text{പ}^2$$

$$\therefore \quad \text{അക്ഷജ്യാ} = \text{ര} \times \frac{2\,\text{കഭ} + 2\,\text{പശ}}{\text{ക}^2 + \text{ഭ}^2 + \text{ശ}^2 + \text{പ}^2}$$

ഇതു മുമ്പു കിട്ടിയ ഫലത്തിൽനിന്നു $\text{ര}.\,\frac{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 - (\text{ശ} - \text{പ})^2}{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 + (\text{ശ} - \text{പ})^2}$ എന്നതിന്നു തുല്യമാകയാൽ,

$$\text{അക്ഷജ്യാ} = \text{ര}.\frac{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 - (\text{ശ} - \text{പ})^2}{(\text{ക} + \text{ഭ})^2 + (\text{ശ} - \text{പ})^2}$$

$$= \text{ര}.\,\frac{(\text{ക} + \text{ഭ}) - \dfrac{(\text{ശ} - \text{പ})^2}{\text{ക} + \text{ഭ}}}{(\text{ക} + \text{ഭ}) + \dfrac{(\text{ശ} - \text{പ})^2}{\text{ക} + \text{ഭ}}}$$

ഇതാകുന്നു ഇവിടെ അക്ഷജ്യാവുണ്ടാക്കുവാൻ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധി. ഈ പരിലേഖത്തിൽ സൂര്യൻ സമമണ്ഡലത്തിന്നു തെക്കാകയാൽ, ഛായാഭുജ

ദക്ഷിണമായി വരുന്നു. ഛായാഭുജ ഉത്തരയെങ്കിൽ (ക + ഭ) എന്നതിന്നു പകരം (ക — ഭ) എന്നു വരും. ഇതു സമശങ്കുവിന്നോ, മദ്ധ്യാഹ്നശങ്കുവിന്നോ കാത്തുനില്ക്കാതെ ഇഷ്ടസമയത്തു ഒരു പ്രദേശത്തെ അക്ഷം ഗണിക്കുവാൻ നന്നു.

ഇനി സ്വദേശഹാരകത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

വ്യാസാർദ്ധവർഗ്ഗതോ ലബ്ധഃ സ്ഫുടയാലംബജീവയാ
സ്വദേശഹാരകഃ പ്രോക്തോ വ്യസ്തലംബഃ സ ഉച്യതേ. 10.

സാരം:— വ്യാസാർദ്ധ (ത്രിജ്യാ) വർഗ്ഗത്തെ സ്ഫുടമായ ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ സ്വദേശഹാരകമെന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ വ്യസ്തലംബമെന്നും പറയുന്നു.

അക്ഷജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ലംബജ്യാവുകൊണ്ട് ഹരിച്ചതിനെ സ്വദേശഗുണകാരമെന്നു പറയുന്നു. സ്വദേശ ഗുണകാര ഹാരകങ്ങളുടെ ഉപയോഗം പല പഞ്ചബോധക്രിയകളിലും ഉണ്ട്.

ഇനി ആദിത്യൻെറ അപക്രമജ്യാവും (= ക്രാന്തിജ്യാവും) അതിൽനിന്നു ദ്യുജ്യാവും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

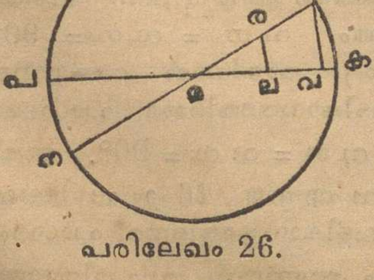
ഗുണശ്ചതുർവ്വിംശതി ഭാഗജാതഃ
പരാപമസ്തേന ഹതേഷ്ടജീവാ
ത്രിജ്യാ ഹൃതാ ക്രാന്തിഗുണോസ്യ കോടി-
ർദ്യുമൌർവ്വികം സ്യാദ് ദിനനായകസ്യ 11.

സാരം:— 24 ഭാഗത്തിൻെറ ജ്യാവ് പരമാപമജ്യാവാകുന്നു. അതിനെ ഇഷ്ടഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ക്രാന്തിജ്യാവായി. അതിൻെറ കോടിജ്യാവു സൂര്യൻെറ ദ്യുജ്യാവാകുന്നു.

അപമജ്യാവെന്നു പറയുന്നതു അപക്രമജ്യാവുതന്നെ. ഇതിനെ ക്രാന്തിജ്യാവെന്നും പറയുന്നു. സൂര്യൻെറ വാർഷികസഞ്ചാരമാർഗ്ഗമായ അപക്രമവൃത്തം ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നു $23^\circ\text{-}27'$ ചരിഞ്ഞിരിക്കുന്നുവെന്നു ആദ്യപ്രവേശികയിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഗോളത്തിന്മേൽ രണ്ടു മഹാവൃത്തങ്ങൾ അന്യോന്യം മുറിയുന്ന സംപാതങ്ങളിൽനിന്നു 3 രാശി ചെല്ലുമ്പോൾ അവ തമ്മിൽ ഏററവും വലിയ അകലമുണ്ടായിരിക്കും. ഘടികാമണ്ഡലവും അപക്രമമണ്ഡലവും പൂർവ്വാപരവിഷുവത്തുകളിൽ അന്യോന്യം മുറിയുന്നു. വിഷുവത്തിൽനിന്നു 3 രാശി അകന്നേടത്തു രണ്ടും തമ്മിൽ അകലം $23^\circ\text{-}27'$ക്ക് സമാനമായ ഒരു ചാപമായിരിക്കും. ഇതിന്നു പരമാപക്രമമെന്നു പറയുന്നു. ഭാരതീയ ഗ്രന്ഥങ്ങളിലെല്ലാം പരമാപക്രമചാപം 24° ആയിട്ടാണ് പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു്.

1900 ജനവരി 1-ാംതിയ്യതിക്ക് പരമാപക്രമം 23°-27′-8.″26 എന്നാണ് ന്യൂക്കോംബ് നിൎണ്ണയിച്ചിട്ടുള്ളതു്. കൊല്ലം തോറും ഇതു 0.″4684 വികല ചുരുങ്ങി വരികയും ചെയ്യും. അതിനാൽ മുൻകാലങ്ങളിൽ പരമവിക്ഷേപം ഇന്നത്തേക്കാൾ അധികമായിരുന്നിരിക്കണം. ഈ പറഞ്ഞ ചുരുക്കത്തിൻെറ തോതുപ്രകാരം 4200 കൊല്ലം മുമ്പ് എന്നുവെച്ചാൽ ബി. സി. 2300-ൽ പരമാപക്രമം 24° മായിരുന്നു. ആൎയ്യഭടൻെറ കാലത്തു പരമാപക്രമം 23°-39′ യോളമുണ്ടായിരുന്നു. 24° ടെ ഭുജജ്യാവു 1397 കല 15 വികലയാകുന്നു. ഇതു പരമാപക്രമജ്യാവു്.

ഇഷ്ടസമയത്തേക്കു സൂൎയ്യൻെറ അപക്രമം വരുത്തുവാൻ സൂൎയ്യസ്ഫുടം കണ്ട അതോടുകൂടി അയനചലനം കൂട്ടുന്നു. ഇതു സായന രവിസ്ഫുടം; എന്നുവെച്ചാൽ പൂൎവ്വവിഷുവത്തിൽനിന്നു ക്രാന്തിവൃത്തമാൎഗ്ഗമായി സൂൎയ്യൻെറ അകലം. ഇതിൻെറ ഭുജജ്യാവിനെ രവിഭുജജ്യാവു് എന്നും ദോൎജ്ജ്യാവു് എന്നും പറയുന്നു. ദോൎജ്ജ്യാവറിഞ്ഞാൽ പരമാപക്രമജ്യാവിൽനിന്നു ത്രൈരാശികംകൊണ്ടു ഇഷ്ടസമയത്തെ അപക്രമജ്യാവറിയാം. സങ്കല്പസൌകൎയ്യത്തിന്നുവേണ്ടി ഘടികാമണ്ഡലത്തെ ഖമദ്ധ്യത്തിൽകൂടി പോകുന്നതും സമമണ്ഡലത്തോടു ചേൎന്നു നില്ക്കുന്നതും ആയി കല്പിക്കുക. പൂൎവ്വവിഷുവത്തു ഖമദ്ധ്യത്തിലെന്നും സങ്കല്പിക്കുക. അപ്പോൾ ക്രാന്തിവൃത്തം അധോൎദ്ധ്വമായി നില്ക്കും. കിഴക്കു പൂൎവ്വസ്വസ്തികത്തിൽനിന്നു പരമാപക്രമത്തോളം വടക്കു നീങ്ങിയും പടിഞ്ഞാറു പശ്ചിമസ്വസ്തികത്തിൽനിന്നു അത്രതന്നെ തെക്കോട്ടു നീങ്ങിയും ക്ഷിതിജത്തെ ഛേദിക്കും. പരമാപക്രമചാപം ക്ഷിതിജവൃത്തത്തിലിരിക്കും. സൂൎയ്യൻ ഖമദ്ധ്യത്തിന്നും അപക്രമവൃത്തക്ഷിതിജസംപാതത്തിന്നും ഇടയിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നുവെന്നു വെക്കുക. ഇഷ്ടാപക്രമജ്യാവു് സൂൎയ്യനിൽനിന്നു ഘടികാമണ്ഡലതലത്തിലേക്കുള്ള ദൂരം. ഇതു ക്ഷിതിജത്തിന്നു സമാന്തരമായിരിക്കയും ചെയ്യും. പരിലേഖത്തിൽ ക്ഷിതിജത്തെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ക പ എന്നതു പൂൎവ്വാപരരേഖ. ക, പൂൎവ്വസ്വസ്തികം. പ, പശ്ചിമസ്വസ്തികം. ഗ ന, അപക്രമമണ്ഡലതലം ക്ഷിതിജതലത്തെ മുറിയുന്ന രേഖ. ക ഗ, പ ന ഇവ രണ്ടും പരമാപക്രമതുല്യം. ഗ വ, പരമാപക്രമജ്യാവു്. ര, സൂൎയ്യൻെറ നേരെ താഴെ ക്ഷിതിജതലത്തിലുള്ള സ്ഥാനം. ര ല, പൂൎവ്വാപരരേഖക്കു് ലംബം. ഇതു ഇഷ്ടാപക്രമതുല്യം. മ ര എന്നതു സൂൎയ്യൻെറ ദോൎജ്ജ്യാവിന്നു തുല്യം. മ ര ല, മ ഗ വ എന്ന രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശങ്ങളാകുന്നു. അതിനാൽ,



പരിലേഖം 26.

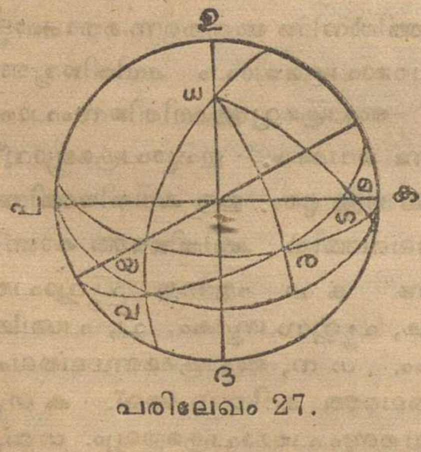
$$\frac{\text{ര ല}}{\text{ഗ വ}} = \frac{\text{മ ര}}{\text{മ ഗ}}. \text{ അഥവാ}$$

$$\frac{\text{ഇഷ്ടാപക്രമജ്യാ}}{\text{പരമാപക്രമജ്യാ}} = \frac{\text{ദോൎജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$

$$\therefore \text{ ഇഷ്ടാപക്രമജ്യാ} = \frac{\text{ദോൎജ്യാ} \times \text{പരമാപക്രമജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$

സൂൎയ്യന്റെ ദ്യുജ്യാവു് എന്നതു ദ്യുവൃത്തത്തിന്റെ (അഹോരാത്രവൃത്തത്തിന്റെ) വ്യാസാൎദ്ധമാകുന്നു. അതു ഇഷ്ടാപക്രമത്തിന്റെ കോടിയായി സൂൎയ്യനും ധ്രുവവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാളചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവു്, അഥവാ അപക്രമത്തിന്റെ കോടിജ്യാവു്. അതിനാൽ ത്രിജ്യാവിന്റേയും ഇഷ്ടാപക്രമത്തിന്റേയും വൎഗ്ഗാന്തരമൂലം ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവാകും.

ഈ ശ്ലോകത്തിൽ കണ്ട സംഗതികളിൽനിന്നു പിന്നീടു ഉപയോഗമുള്ള അനേകം സംഗതികളെ ഗ്രഹിപ്പാനുണ്ടു്. ഇനിയത്തെ പരിലേഖം ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതെയുള്ള ഖഗോളാൎദ്ധത്തെക്കാണിക്കുന്നു. കഴിഞ്ഞ നിരൂപണത്തിൽ നിരക്ഷദേശത്തു പൂൎവ്വവിഷുവത്തു ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തത്തിൽ ഇരിക്കുമ്പോഴുള്ള സ്ഥിതിയിലായിരുന്ന ഖഗോളത്തെ നിരൂപിച്ചതു്. ഇതിൽ നിരക്ഷദേശത്തുനിന്നു വടക്കുള്ള ഒരു പ്രദേശത്തു പൂൎവ്വവിഷുവത്തു ദക്ഷിണോത്തരത്തെക്കടന്നു അല്പം നേരം കഴിയുമ്പോളുള്ള സ്ഥിതിയിൽ ഖഗോളത്തെ കാട്ടിയിരിക്കുന്നു. കഴിഞ്ഞ നിരൂപണത്തിലെ ക്ഷിതിജം ഇവിടെ 'ധ മ ഗ' എന്നതു. വ ഗ = 90°. പ വ ല ഗ ക, എന്നതു 26-ാം പരിലേഖത്തിലെ ഘടികാമണ്ഡലം. വ ര മ, എന്നതു അപക്രമവൃത്തം. അതിൽ ര, രവി. വ, പൂൎവ്വവിഷുവത്തു്. വ ര, രവി ഭുജ. വ ര മ = 3 രാശി. ധ ധ്രുവം. അതിനാൽ മ ഗ, എന്നതു പരമാപക്രമം. ഈ പരമാപക്രമത്തെത്തന്നെ ∠ ഗ വ മ എന്നും പറയാം. ധ വ എന്നതു പൂൎവ്വവിഷുവത്തിൽ കൂടിപ്പോകുന്ന ഘടികാനതവൃത്തം. വ ഗ = ധ ഗ = 90° (3 രാശി). അതിനാൽ ഗ എന്നതു ഈ ഘടികാനതത്തിന്റെ പാൎശ്വമാകുന്നു. വ ഗ = വ ധ = 90°. അതിനാൽ വ എന്നതു 26 ാം പരിലേഖത്തിലെ ക്ഷിതിജസ്ഥാനത്തു നിന്നിരുന്ന ഘടികാനതത്തിന്റെ പാൎശ്വം. ഇങ്ങിനെ വ ധ, ധ ഗ, ഗ വ ഇവ മൂന്നും അന്യോന്യം വിപരീതമായി സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന മഹാവൃത്തങ്ങളുടെ പാദങ്ങളാകുന്നു.



പരിലേഖം 27.

(ഗ എന്നതിൽ 3 വൃത്തങ്ങൾ കൂടിച്ചേരുന്നു)

ഗോളത്തിന്മേൽ രണ്ടു മഹാവൃത്തങ്ങൾ അന്യോന്യം വിപരീതമായി സ്ഥിതിചെയ്യുമ്പോൾ അവയുടെ ഏതെങ്കിലും സംപാതത്തിൽക്കൂടിപ്പോകുന്ന മൂന്നാമതൊരു മഹാവൃത്തത്തിന്നു പലിതവൃത്തമെന്നു പറയുന്നു. ഇവിടെ അപക്രമമണ്ഡലം ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നും വ യ ധ എന്ന അതിന്റെ നതവൃത്തത്തിനും പലിതവൃത്തമാകുന്നു. ഈ പലിതവൃത്തത്തിൽ ഒരു സ്ഥാനമാകുന്നു 'ര'. ഇതിന്റെ ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമാകുന്നു ഇഷ്ടാപക്രമം, ര ല എന്നതു്. 26-ാം പരിലേഖത്തിൽനിന്നു കണ്ടപ്രകാരം

$$ഭു\,(ര\,ല) = \frac{ഭു\,(മ\,ഗ).\ ഭു\,(വ\,ര)}{ത്രിജ്യാ.}.\quad അഥവാ$$

$$= \frac{ഭു\,(വ\,ര).\ ഭു\,(\angle ര\,വ\,ല)}{ത്രിജ്യാ.}\quad \mathrm{I}$$

ഇതാണു് കഴിഞ്ഞ നിരൂപണത്തിൽനിന്നു കണ്ടതു്. ഇതുപോലെ ര എന്നതിന്റെ ഘടികാനതത്തിൽനിന്നുള്ള ചാപരൂപമായ ദൂരത്തിന്റെ ജ്യാവും കാണാം.

$$ഭു\,(യ\,ര) = \frac{ഭു\,(ധ\,മ).\ ഭു\,(വ\,ര)}{ത്രിജ്യാ}$$

$$= \frac{ഭു\,(വ\,ര).\ ഭു\,(\angle ര\,വ\,യ)}{ത്രിജ്യാ}.\quad \mathrm{I}\,(ക)$$

ഇവിടെ ഭു (യ ര) എന്നതു മഹാവൃത്തത്തിലെ ജ്യാവായിട്ടാണു് കണ്ടിട്ടുള്ളതു്. അതു സൂര്യൻ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന അഹോരാത്രവൃത്തത്തിലേയും ജ്യാവാകുന്നു. അതിനാൽ ഇതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു, അഹോരാത്രവൃത്തവ്യാസാർദ്ധമായ ദ്യുജ്യാവു് (= ഭു (ധ ര) = കോ (ര ല)) കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വ ല എന്ന ചാപത്തിന്റെ ജ്യാവാകും. വ ല എന്നതു സൂര്യന്റെ കാലചാപമാകുന്നു.

ഭു (ധ മ) = കോ (മ ഗ) = കോ ($\angle$ ര വ ല) = ഭു ($\angle$ ര വ യ)

അതിനാൽ,

$$കാലചാപജ്യാവു് = ഭു\,(വ\,ല) = \frac{ഭു\,(വ\,ര).\ കോ\,(മ\,ഗ)}{കോ\,(ര\,ല)}.\quad \mathrm{II}$$

എന്നുവെച്ചാൽ ദോർജ്യാവിനെ അന്ത്യദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഇഷ്ടാപക്രമകോടിയുടെ ജ്യാവു്, അഥവാ ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, കാലചാപജ്യാവായി. ഇതു 12-ാംശ്ലോകത്തിൽ പറയപ്പെട്ടു. ഭു (യ ര) എന്നതിനെ അപക്രമകോടിജ്യാവെന്നു പറയേണ്ടു. ഇതിന്നു അപക്രമത്തിന്റെ കോടിയുടെ ജ്യാവെന്നല്ല അർത്ഥം. അതു ദ്യുജ്യാവാകുന്നു.

$$ഭു^2\,(ര\,ല) + ഭു^2\,(യ\,ര) = ഭു^2\,(വ\,ര)$$

എന്നു I ൽനിന്നും I(ക)ൽനിന്നും കാണാം. ഇതുകൊണ്ടു മാത്രം ഭു (യ ര) എന്നതിനെ അപക്രമകോടിജ്യാവെന്നു പറഞ്ഞുവരുന്നു.

ഇനി മറെറാരു സംഗതി. ധ ര എന്നതു അന്യോന്യം വിപരീതമായ ധ ഗ, ധ വ എന്ന മഹാവൃത്തങ്ങൾക്കു് ഫലിതവൃത്തമാകുന്നു, അതിനാൽ,

$$\text{ഭു (ര മ)} = \frac{\text{ഭു (ല ഗ)} \times \text{ഭു (ധ ര)}}{\text{ത്രിജ്യാ.}}$$

എന്നാൽ ഭു (ര മ) = കോ (വ ര), ഭു (ല ഗ) = കോ (വ ല)
ഭു (ധ ര) = കോ (ര ല). എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ വ മ = വ ഗ = ധ ല = $90°$
അതിനാൽ,

$$\text{കോ (വ ര)} = \frac{\text{കോ (വ ല). കോ (ര ല)}}{\text{ത്രിജ്യാ}} \qquad \text{III}$$

അതിനാൽ ആദിത്യഭുജയുടെ കോടിജ്യാവും ത്രിജ്യാവുംകൂടി ഗുണിച്ചതു കാലചാപകോടിജ്യാവും ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുംകൂടി ഗുണിച്ചതിന്നു തുല്യമാകുന്നു.

കാലചാപജ്യാനയനന്യായേന,

$$\text{ഭു (വ ല)} = \frac{\text{ഭു (വ ര) കോ (}\angle\text{ര വ ല)}}{\text{കോ (ര ല)}}$$

ക്രാന്തിജ്യാനയനന്യായേന,

$$\text{ഭു (വ ല)} = \frac{\text{ഭു (വ ര). ഭു (}\angle\text{ വ ര ല)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

അതിനാൽ,

$$\frac{\text{കോ (}\angle\text{ര വ ല)}}{\text{കോ (ര ല)}} = \frac{\text{ഭു (}\angle\text{വ ര ല)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

$$\therefore \text{ കോ (}\angle\text{ ര വ ല)} = \frac{\text{ഭു (}\angle\text{ വ ര ല). കോ (ര ല)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

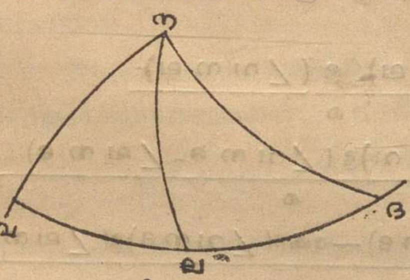
ഈ ന്യായംകൊണ്ടുതന്നെ,

$$\text{കോ (}\angle\text{വ ര ല)} = \frac{\text{ഭു (}\angle\text{ ര വ ല). കോ (വ ല)}}{\text{ത്രിജ്യാ}} \qquad \text{IV}$$

ഇവിടെ കണ്ട നാലും വ ര ല എന്ന ഗോളപൃഷ്ഠസമകോണത്രികോണത്തിൻെറ ഭുജങ്ങളേയും കോണുകളേയും സംബന്ധിപ്പിക്കുന്നു. ഇവ നാലും പലേടത്തും ഉപയോഗമുള്ളവയാകുന്നു.

സമതലക്ഷേത്രഗണിതത്തിൽ ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു ഭുജങ്ങൾ അന്യോന്യം വിപരീതമായാൽ അതിനെ സമകോണത്രികോണമെന്നും, ഈ ഭുജങ്ങളെ ഭുജകോടികളെന്നും, മൂന്നാമത്തേതിനെ കർണ്ണമെന്നും പറയുന്ന രീതിയിൽ, ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണത്തിലും ഭുജങ്ങളായ രണ്ടു ചാപങ്ങൾ അന്യോന്യം വിപരീതമായി നിന്നാൽ ആ ത്രികോണത്തെ സമകോണത്രികോണമെന്നും, വിപരീതമായി നില്ക്കുന്ന ചാപങ്ങളെ ഭുജകോടികളെന്നും, മൂന്നാമത്തെ ചാപത്തെ കർണ്ണമെന്നും പറയാറുണ്ട്. വ ര ല അങ്ങിനെയുള്ള ഒരു ത്രികോണമാകുന്നു. ര ല, ഭുജം, വ ല, കോടി. വ ര, കർണ്ണം. III-ാമതായി കണ്ട ബന്ധത്തിൽനിന്നു ഒരു ഗോളപൃഷ്ഠസമകോണത്രികോണത്തിൽ ഭുജകോടികളുടെ കോടിജ്യാഘാതം കർണ്ണത്തിന്റെ കോടിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവു കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതിന്നു തുല്യമെന്നു വരുന്നു. എല്ലാ ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണത്തിലും രണ്ടു ഭുജങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരമാന്തരാളം, ആ ഭുജങ്ങൾ അന്യോന്യം മുറിയുന്ന പ്രദേശത്തു അവ തമ്മിലുള്ള കോണിന്നും ഭുജങ്ങൾ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന തലങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള കോണിന്നും സദൃശമായ ചാപത്തിന്നു തുല്യമാകുന്നുവെന്നും പ്രത്യേകം ധരിക്കേണ്ടതാകുന്നു.

ഇനി പലിതവൃത്തത്തിലെ ഒരു പ്രദേശവും വിപരീതവൃത്തങ്ങളിൽ ഒന്നിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരു പ്രദേശവും തമ്മിലുള്ള അകലം കാണുവാനും ഇവിടെ കണ്ട സംഗതികൾ ഉപയോഗിക്കാം. പരിലേഖത്തിൽ വ ല ദ



പരിലേഖം 28.

എന്നതു വിപരീതമഹാവൃത്തങ്ങളിൽ ഒന്നും വ ന എന്നതു പലിതവൃത്തവും ആണെന്നു വെക്കുക. ദ, ന ഈ വൃത്തങ്ങളിലെ ഓരോ പ്രദേശമാകുന്നു. ന ദ കാണണമെന്നു വെക്കുക. അതിന്നായി ന ല എന്ന ഒരു മഹാവൃത്തത്തെ വ ദ എന്നതിന്നു വിപരീതമായി കല്പിക്കുക. ര ത്രിജ്യാവു എന്നും വെക്കുക. ന ല ദ ഒരു സമകോണത്രികോണമാകയാൽ,

$$\text{ര. കോ (ന ദ)} = \text{കോ (ന ല). കോ (ല ദ)}$$

$$= \text{കോ (ന ല). കോ (വ ദ} - \text{വ ല)}$$

$$= \text{കോ (ന ല).} \left\{ \frac{\text{കോ (വ ദ). കോ (വ ല)} + \text{ഭു(വ ദ). ഭു (വ ല)}}{\text{ര}} \right\}$$

$$= \text{കോ (വ ദ).} \frac{\text{കോ (ന ല) കോ (വ ല)}}{\text{ര}} + \text{ഭു(വ ദ)} \frac{\text{കോ(ന ല). ഭു (വ ല)}}{\text{ര}}$$

വ ല, ന ല അന്യോന്യം വിപരീതമാകയാൽ,

$$\frac{\text{കോ (ന ല); കോ (വ ല)}}{\text{ര}} = \text{കോ (വ ന)}$$

$$\text{ഭു (വ ല)} = \frac{\text{ഭു (വ ന). കോ } (\angle\text{ന വ ല})}{\text{കോ (ന ല)}}$$

$$\therefore \text{ ഭു (വ ല). കോ (ന ല)} = \text{ഭു (വ ന). കോ } (\angle\text{ന വ ല})$$

അതിനാൽ,

$$\text{ര. കോ (ന ഒ)} = \text{കോ (വ ഒ). കോ (വ ന)} + \text{ഭു (വ ഒ). ഭു (വ ന).} \frac{\text{കോ } (\angle\text{ ന വ ല})}{\text{ര}} \quad \text{V}$$

ഇതിൽനിന്നു ന ഒ എന്നതിന്റെ കോടിജ്യാവു കാണാം. അതിനെ ചാപിച്ച് കിട്ടിയതിന്റെ കോടി ന ഒ എന്ന ചാപവുമാകും.

ഈ സൂത്രംകൊണ്ടു ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു ഭുജവും അവ തമ്മിലുള്ള കോണും അറിഞ്ഞാൽ മൂന്നാമത്തെ ഭുജം കണക്കാക്കാം. ഇതു പോലെതന്നെ ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണത്തിലെ ഒരു ഭുജവും അതിന്റെ അററത്തുള്ള രണ്ടു കോണുകളും അറിഞ്ഞാൽ മൂന്നാമത്തെ കോണും കണക്കാക്കാം. അതു കാട്ടുന്നു.

28-ാം പരിലേഖത്തിൽ ന വ ല എന്നതു ഒരു സമകോണത്രികോണമാകുന്നു. അതിനാൽ,

$$\text{കോ } (\angle\text{ന വ ല}) = \frac{\text{കോ (ന ല). ഭു } (\angle\text{വ ന ല})}{\text{ര}}$$

$$= \frac{\text{കോ (ന വ)ഭു } (\angle\text{വ ന ഒ} - \angle\text{ല ന ഒ})}{\text{ര}}$$

$$= \frac{\text{കോ(ന ല)}}{\text{ര}} \times \frac{\text{ഭു}(\angle\text{വ ന ഒ})\text{കോ}(\angle\text{ല ന ഒ}) - \text{കോ}(\angle\text{വ ന ഒ})\text{ഭു}(\angle\text{ല ന ഒ})}{\text{ര}}$$

$$\therefore \text{ ര. കോ } (\angle\text{ന വ ല}) = \frac{\text{ഭു } (\angle\text{ വ ന ഒ). കോ}(\angle\text{ല ന ഒ). കോ (ന ല)}}{\text{ര}}$$

$$- \frac{\text{കോ } (\angle\text{വ ന ഒ). ഭു } (\angle\text{ല ന ഒ). കോ (ന ല)}}{\text{ര}}$$

എന്നാൽ ല ന ഒ സമകോണത്രികോണമാകയാൽ,

$$\text{ര. കോ } (\angle\text{ല ന ഒ}) = \text{കോ (ല ഒ). ഭു. } (\angle\text{ല ഒ ന})$$

$$\frac{\text{കോ (ന ല)}}{\text{ര}} = \frac{\text{കോ (ന ഒ)}}{\text{കോ (ല ഒ)}}$$

$$\therefore \text{ കോ } (\angle\text{ല ന ഒ}). \text{ കോ (ന ല)} = \text{ഭു } (\angle\text{ല ഒ ന}). \text{ കോ (ന ഒ).}$$

എന്നു മാത്രമല്ല,

$$ഭു\,(\angle ല\,ന\,ഒ).\ കോ\,(ന\,ല) = ര.\ കോ\,(\angle ല\,ഒ\,ന)$$

അതിനാൽ,

$$ര.\ കോ\,(\angle ന\,വ\,ല) = \frac{ഭു\,(\angle വ\,ന\,ഒ).\ ഭു\,(\angle ല\,ഒ\,ന)\ കോ\,(ന\,ഒ)}{ര}$$

$$-\ കോ\,(\angle വ\,ന\,ഒ).\ കോ\,(\angle ല\,ഒ\,ന)$$

എന്നുവെച്ചാൽ,

$$ര.\ കോ\,(\angle ന\,വ\,ഒ) = ഭു\,(\angle വ\,ന\,ഒ).\ ഭു\,(\angle വ\,ഒ\,ന).\ \frac{കോ\,(ന\,ഒ)}{ര}$$

$$-\ കോ\,(\angle വ\,ന\,ഒ).\ കോ\,(\angle വ\,ഒ\,ന) \quad VI$$

ഇതു ഇഷ്ടദേശത്തു് ഇഷ്ടസമയത്തേക്ക ഉദയലഗ്നം വരുത്തുന്നതിലും രാഹു ഭുജയിൽനിന്നു ചന്ദ്രൻെറ പരമാപക്രമം വരുത്തുന്നതിലും സൌകൎയ്യത്തോടെ ഉപയോഗിക്കാം. ഈ രണ്ടു സൂത്രങ്ങളും പാശ്ചാത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ പ്രസിദ്ധ മാകുന്നു. പൌരസ്ത്യഗ്രന്ഥങ്ങളിൽ ഇവയെ ഉപയോഗിച്ചു് കണ്ടിട്ടില്ല. ഈ നിരൂപണത്തിൽ കോണുകളും ഭുജങ്ങളും 90°ത്തേക്കാൾ കുറവാണെന്നു വെച്ചിരിക്കുന്നു. 90°ത്തേക്കാൾ അധികമായി വരുമ്പോൾ ആദ്യപ്രവേശി കയിൽ പറഞ്ഞപോലെ ജ്യാവുകൾക്കു് പദാനുസൃതമായ ധനൎണ്ണഭാവങ്ങൾ കൂടി കല്പിച്ചാൽ മതി. ഇവയെപ്പോലെ പ്രധാനമായ മററൊരു സൂത്രവും കൂടിപറയുന്നു.

28-ാം പരിലേഖത്തിൽ വ ല ന, ഒ ല ന എന്നവ രണ്ടും സമ കോണത്രികോണങ്ങളാകുന്നു. വ ല ന എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്നു,

$$ഭു\,(ന\,ല) = \frac{ഭു\,(വ\,ന).\ ഭു\,(\angle വ)}{ര}$$

ഒ ല ന എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്നു,

$$ഭു\,(ന\,ല) = \frac{ഭു\,(ന\,ഒ).\ ഭു\,(\angle ഒ)}{ര}$$

അതിനാൽ,

$$ഭു\,(വ\,ന).\ ഭു\,(\angle വ) = ഭു\,(ന\,ഒ).\ ഭു\,(\angle ഒ)$$

$$\therefore \frac{ഭു\,(വ\,ന)}{ഭു\,(\angle ഒ)} = \frac{ഭു\,(ന\,ഒ)}{ഭു\,(\angle വ)}.$$

ഇതുപോലെത്തന്നെ ഒ എന്നതിൽകൂടി വ ന എന്ന ചാപത്തിനു ഒരു നത വൃത്തം സങ്കല്പിച്ചാൽ

$$\frac{ഭു\,(ന\,ഒ)}{ഭു\,(\angle വ)} = \frac{ഭു\,(വ\,ഒ)}{ഭു\,(\angle ന)}$$ എന്നും വരും.

അതിനാൽ $\frac{ഭു\,(വ\ ന)}{ഭു\,(\angle ദ)} = \frac{ഭു\,(ന\ ദ)}{ഭു\,(\angle വ)} = \frac{ഭു\,(വ\ ദ)}{ഭു\,(\angle ന)}$. VII

എന്നുവെച്ചാൽ ഏതു ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണത്തിലും ഭുജങ്ങളുടെ ഭുജജ്യാവുകൾ ഇതരഭുജങ്ങളുടെ പരമാന്തരാളഭുജജ്യാവുകൾക്ക അനുപാതകമാകുന്നു.

ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച് ഇവിടെ പ്രതിപാദിച്ച സൂത്രങ്ങളിലെല്ലാം ത്രികോണങ്ങളുടെ ബാഹുക്കൾ മഹാവൃത്തചാപങ്ങളായിരിക്കണം. ഒരു ഗോളപൃഷ്ഠവൃത്തത്തിന്റെ തലം ഗോളകേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി പോകുന്നുണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമെ അതു മഹാവൃത്തമാകയുള്ളു. മററ വൃത്തങ്ങളെല്ലാം അല്പവൃത്തങ്ങളാകുന്നു. ആകാശഗോളത്തിൽ ക്ഷിതിജം, ഘടികാമണ്ഡലം, ക്രാന്തിവൃത്തം, വിക്ഷേപവൃത്തം മുതലായവ മഹാവൃത്തങ്ങളും ഘടികാമണ്ഡലമൊഴിച്ചുള്ള അഹോരാത്രവൃത്തങ്ങൾ അല്പവൃത്തങ്ങളും ആകുന്നു.

ഇനിയത്തെ മൂന്നു ശ്ലോകങ്ങളെകൊണ്ടു മൂന്നുപ്രകാരത്തിൽ പ്രാണകലാന്തരത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അന്ത്യദ്യുജീവാഹത ബാഹുജീവാ-
മിഷ്ടദ്യുമൌർവ്യാ വിഭജേദവാപ്തം
ചാപീകൃതം ബാഹുഗുണസ്യ ചാപാദ്
വിശോധിതം പ്രാണകലാന്തരം സ്യാൽ. 12.

കോടീഗുണം വ്യാസദലേന സംഹ-
ത്യേഷ്ടദ്യുമൌർവ്യാ വിഭജേദവാപ്തം
ചാപീകൃതാൽ കോടിഗുണസ്യ ചാപേ
ത്യക്തേഽഥവാ പ്രാണകലാന്തരം സ്യാൽ. 13.

ദോഃ കോടിമൌർവ്യോർവധതസ്ത്രിമൌർവ്യാ
ലബ്ധം പരാപക്രമബാണനിഘ്നം
ദ്യുജ്യാഹൃതം പ്രാണകലാന്തരം തദ്
യുഗൌജപാദക്രമതോ ധനർണ്ണം. 14.

സാരം:— അന്ത്യദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിക്കുന്ന ഇഷ്ടദോർജ്യാവിനെ ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ചാപിച്ചതിനെ ഇഷ്ടദോർജ്യാവിന്റെ ചാപത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ പ്രാണകലാന്തരമാകുന്നു. (12)

ഇഷ്ടരവിഭുജയുടെ കോടിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ചാപിച്ച് അതിൽനിന്നു രവിഭുജയുടെ കോടിയെ കളഞ്ഞാൽ പ്രാണകലാന്തരമാകുന്നു. (13)

ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവും അതിൻെറ കോടിയും തമ്മിൽ ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ പരമാപക്രമബാണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഇഷ്ടദ്യുജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാലും പ്രാണകലാന്തരമുണ്ടാവും. ഇതു യുഗ്മപാദങ്ങൾക്ക ധനം, ഓജ പാദങ്ങൾക്ക ഋണം. (14)

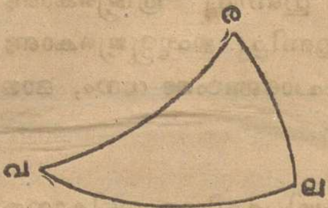
പൂർവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു ഘടികാവൃത്തം വഴി രവിഗതഘടികാനത വൃത്തംവരെയുള്ള അകലത്തെ സൂര്യൻെറ കാലചാപമെന്നു പറയുന്നു. രവി ഭുജത്തിൻേറയും കാലചാപത്തിൻേറയും അന്തരമത്രെ പ്രാണകലാന്തരം. കാലചാപത്തിൻെറ ക്ഷിതിജസംതരണം ദക്ഷിണോത്തരസംതരണം ഇവയെ കൊണ്ടു കാലത്തെ അളക്കുന്നതിനാൽ കാലചാപത്തിൻെറ കലകളെ പ്രാണ ങ്ങളെന്നു പറയുന്നു. രവി ഭുജത്തിൻെറ കലകളെ കലകൾ എന്നുതന്നേയും പറയുന്നു.

രവി ഭുജജ്യാവിനെ അന്ത്യദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവു കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കാലചാപജ്യാവെന്നു കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാ നത്തിന്നുശേഷം ഗോളപൃഷ്ഠസമകോണത്രികോണനിരൂപണത്തിൽ രണ്ടാമ തായിക്കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ കാലചാപമായി. ശേഷം സ്പഷ്ടം.

രവിഭുജ 3 രാശിയാവുന്നതുവരെ അതു കാലചാപത്തേക്കാൾ വലു തായിരിക്കും. 3 രാശിതൊട്ടു 6 രാശിവരെ കാലചാപത്തേക്കാൾ ചെറു തായും, 6 രാശിതൊട്ടു 9 രാശിവരെ വലുതായും, 9 രാശിതൊട്ടു 12 രാശി വരെ ചെറുതായും ഇരിക്കും. എന്നുവെച്ചാൽ ഓജപാദങ്ങളിൽ രവിഭുജ കാലചാപത്തേക്കാൾ വലുതായും യുഗ്മപദങ്ങളിൽ ചെറുതായും ഇരിക്കും. സാധാരണയായി രവിഭുജയിൽനിന്നു കാലചാപം വരുത്തേണ്ടിവരും. അതിൽ പ്രാണകലാന്തരം ഓജപാദങ്ങളിൽ ഋണസംസ്കാരമായും യുഗ്മപദങ്ങളിൽ ധന സംസ്കാരമായും വരുന്നു.

രണ്ടാമത്തെവിധം ഇതിൽനിന്നു വളരെ വ്യത്യാസപ്പെട്ടതല്ല. രവി ഭുജയുടേയും കാലചാപത്തിൻെറ അന്തരം ആ ചാപങ്ങളുടെ കോടികളുടെ അന്തരത്തിന്നു തുല്യമാണല്ലോ. കാലചാപകോടിജ്യാവുവരുത്തുവാൻ രവി ഭുജയുടെ കോടിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ച അപക്രമത്തിൻെറ കോടി ജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതിയെന്നു ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണനിരൂപണത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഇനി മൂന്നാമത്തെ വിധം. പരിലേഖത്തിൽ വ ര, രവിഭുജ. വ ല, കാലചാപം. ര ല, ഇഷ്ടാപക്രമം. പ്രാണകലാന്തരം (വ ര — വ ല) എന്നതു്.



പരിലേഖം 29.

പ്രാണകലാന്തരഭുജജ്യാവു്

$$= \text{ഭു}\,(\text{വ ര} - \text{വ ല})$$

$$= \frac{\text{ഭു}\,(\text{വ ര}).\ \text{കോ}(\text{വ ല})}{\text{ര}} - \frac{\text{കോ}(\text{വ ര})\ \text{ഭു}(\text{വ ല})}{\text{ര}}$$

$$\text{എന്നാൽ}\ \frac{\text{കോ}\,(\text{വ ല})}{\text{ര}} = \frac{\text{കോ}\,(\text{വ ര})}{\text{കോ}\,(\text{ര ല})}$$

$$\text{ഭു}\,(\text{വ ല}) = \frac{\text{ഭു}\,(\text{വ ര}).\ \text{കോ}\,(\angle\,\text{ര വ ല})}{\text{ര}.\ \text{കോ}\,(\text{ര ല})}$$

$$\text{അതിനാൽ ഭു}\,(\text{വ ര} - \text{വ ല}) = \frac{\text{ഭു}\,(\text{വ ര}).\ \text{കോ}\,(\text{വ ര})}{\text{കോ}\,(\text{ര ല})} - \frac{\text{കോ}\,(\text{വ ര}).\ \text{ഭു}\,(\text{വ ര})\ \text{കോ}\,(\angle\,\text{ര വ ല})}{\text{ര}.\ \text{കോ}\,(\text{ര ല})}$$

$$= \frac{\text{ഭു}\,(\text{വ ര}).\ \text{കോ}\,(\text{വ ര})}{\text{ര}.\ \text{കോ}\,(\text{ര ല})}\left(\text{ര} - \text{കോ}\,(\angle\,\text{ര വ ല})\right)$$

ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ പ്രാണകലാന്തരം. പക്ഷെ ജ്യാവും ചാപവും ചെറുതാകയാൽ വളരെ സൂക്ഷ്മമായ ഗണിതങ്ങൾക്കല്ലാതെ ചാപിക്കണമെന്നില്ല. ($\text{ര} - \text{കോ}\,\angle\,\text{ര വ ല}$) എന്നതു പരമാപക്രമബാണമെന്നു കണ്ടിരിക്കുമല്ലോ. ക്രിയ അല്പംകൂടി ലഘുവാക്കാം.

$$\frac{\text{ഭു}\,(2.\ \text{വ ര})}{2} = \frac{\text{ഭു}\,(\text{വ ര}).\ \text{കോ}\,(\text{വ ര})}{\text{ര}}$$

അതിനാൽ രവിഭുജയുടെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെ ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിന്നു പകരം രവിഭുജയെ ഇരട്ടിച്ചു് അതിൻെറ ഭുജക്ക് ജ്യാവു കൊണ്ടു അതിനെ 2 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതി. ഇതിനെ പരമാപക്രമ ബാണംകൊണ്ടു ഉപെരുക്കി ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മതി.

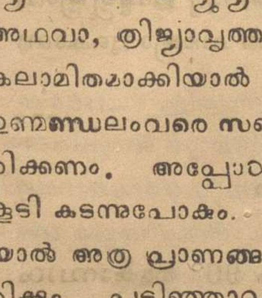
ഇനി ക്ഷിതിജ്യാവും ചരജ്യാവും വരുത്തുവാൻ ക്രിയ ചൊല്ലുന്നു.

പലജ്യയാ ഹതാപമാൽ സ്വലംബകേന ഭൃഗുണഃ
തതസ്ത്രിജീവയാഹതാദ് ദ്യുജീവയാ ഹൃതം ചരം. 15.

സാരം:— സ്വദേശാക്ഷജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിക്കുന്ന ഇഷ്ടക്രാന്തിജ്യാവിനെ സ്വദേശലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലം ക്ഷിതിജ്യാവു്. അതിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചരജ്യാവുണ്ടാകും.

സൂര്യന്നു ഉത്തരാപക്രമമുള്ളപ്പോൾ സൂര്യൻ ഇരിക്കുന്ന അഹോരാത്ര വൃത്തം പകുതിയിൽ അധികം ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതെയിരിക്കുമെന്നും ഉന്മണ്ഡലം അഹോരാത്രവൃത്തത്തെ എപ്പോഴും സമമായി ഭാഗിക്കുമെന്നും ആദ്യ പ്രവേശികയിൽതന്നെ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടു്. അതിനാൽ കിഴക്കും പടിഞ്ഞാറും

അഹോരാത്രവൃത്തത്തിന്റെ ഓരോ ചെറിയ ഭാഗം ക്ഷിതിജത്തിന്നും ഉന്മണ്ഡലത്തിന്നും ഇടയിലായി ക്ഷിതിജത്തിന്നു മീതെയിരിക്കും. ഈ ചാപഖണ്ഡങ്ങൾ തുല്യവുമായിരിക്കും. ഇവയിൽ ഒന്നിന്റെ ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമായ ജ്യാവിനെ ക്ഷിതിജ്യാവെന്നു പറയുന്നു. ക്ഷിതിജ്യാചാപത്തിന്റെ രണ്ടറ്റങ്ങളിൽ കൂടിയും ധ്രുവങ്ങളിൽ കൂടിയും പോകുന്ന ഘടികാനതവൃത്തങ്ങളുടെ ഇടയിൽപ്പെട്ട ഘടികാമണ്ഡലഭാഗത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവിനെ ചരജ്യാവെന്നു പറയുന്നു. ക്ഷിതിജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് അഹോരാത്രവൃത്തവ്യാസാർദ്ധമായ ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചരജ്യാവുണ്ടാകുമെന്നു സ്പഷ്ടം. അഥവാ, ത്രിജ്യാവൃത്തകലാമിതമായുണ്ടാക്കിയ ക്ഷിതിജ്യാവിനെ ദ്യുജ്യാവൃത്തകലാമിതമാക്കിയാൽ ചരജ്യാവായി. സൂൎയ്യൻ ക്ഷിതിജത്തിൽനിന്നുയൎന്നു ഉന്മണ്ഡലംവരെ സഞ്ചരിക്കുവാൻ ക്ഷിതിജ്യാവിന്റെ ചാപത്തോളം സഞ്ചരിക്കണം. അപ്പോൾതന്നെ ചരജ്യാവിന്റെ ചാപം പൂൎവ്വസ്വസ്തികത്തിൽ കൂടി കടന്നുപോകും. അതിനാൽ ചരജ്യാവിനെ ചാപിച്ച് കലകളാക്കിയാൽ അത്ര പ്രാണങ്ങൾ അന്നു ദിനാർദ്ധത്തിൽ 15 നാഴികയേക്കാൾ കൂടിയിരിക്കും. പടിഞ്ഞാറവശത്തു ഉന്മണ്ഡലം വിട്ടു സൂൎയ്യൻ ക്ഷിതിജത്തിലെത്തുവാൻ ഇത്രതന്നെ കാലം വേണം. സൂൎയ്യന്നു ദക്ഷിണാപക്രമമുള്ളപ്പോൾ ക്ഷിതിജ്യാവും, ചരജ്യാവും, അവയുടെ ചാപങ്ങളും ക്ഷിതിജത്തിന്നു താഴെയിരിക്കും. ചരജ്യാവിന്റെ ചാപകലകളുടെ ഇരട്ടി പ്രാണങ്ങൾ അന്നു പകലിൽ കുറയുകയും ചെയ്യും.



പരിലേഖം 30.

(See Page 261)

ക്ഷിതിജ്യാവു കാണ്മാൻ 7-ാംശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിലെ പരിലേഖംതന്നെ ഇവിടെ കാണിക്കുന്നു. ര വ, സമശംകു. ര ദ, ഹൃതി. വ ല, അപക്രമജ്യാ. ശംകുമൂലം പൂൎവ്വാപരരേഖയിലാകയാലും വ ല എന്ന അപക്രമജ്യാവു അഹോരാത്രവൃത്തതലത്തിന്നും ഘടികാവൃത്തതലത്തിന്നും എതിരായി നില്ക്കയാലും അതു ഉന്മണ്ഡലവൃത്തതലത്തിൽ കിടക്കുന്നു. ദ വ എന്നതു ക്ഷിതിജതലത്തിൽ കിടക്കുന്നു. അതിനാൽ ദ ല എന്നതു ക്ഷിതിജ്യാവിന്നു സമാന്തരവും തുല്യവുമാകുന്നു. ദ വ ര, വ ല ര, വ ദ ല ഇവക്കെല്ലാം സാദൃശ്യമുണ്ടു്. ഓരോന്നും സ്വദേശാക്ഷത്രികോണത്തിന്നു സദൃശം. അതിനാൽ ദ വ ല എന്ന ത്രികോണത്തിൽ ല വ, ലംബസദൃശം; ദ ല, അക്ഷജ്യാസദൃശം; ദ വ, ത്രിജ്യാസദൃശം.

$$\therefore \frac{\text{ദ ല}}{\text{അക്ഷജ്യാ}} = \frac{\text{ല വ}}{\text{ലംബജ്യാ}} = \frac{\text{അപക്രമജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}}$$

$$\therefore \text{ ദല എന്ന ക്ഷിതിജ്യാ} = \frac{\text{അപക്രമജ്യാ} \times \text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}}.$$

പ്രകാരാന്തരേണ ചരജ്യാവു വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ചരമദ്യുഗുണാഹതേഷ്ടദോർജ്യാ-
വിഹൃതേഷ്ടദ്യുഗുണേന കാലജീവാ
ചരമേണ ചരേണ താഡിതാ സാ
ത്രിഭജീവാപഹൃതാഥവാ ചരജ്യാ. 16.

സാരം:— ചരമദ്യുജ്യാവിനെ ഇഷ്ടദോർജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഇഷ്ടദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കാലജ്യാവായി. അതിനെ ഒടുക്കത്തെ ചരജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചരജ്യാവുമായി.

കാലചാപത്തിൻെറ ജ്യാവുതന്നെ കാലജ്യാവു്.

$$\text{കാലജ്യാ} = \frac{\text{ദോർജ്യാ} \times \text{പരമദ്യുജ്യാ}}{\text{ഇഷ്ടദ്യുജ്യാ}}.$$

ഇതു മുമ്പു കാണിച്ചിട്ടുണ്ടു്. സൂര്യൻെറ സായനസ്ഫുടം 90° ആകുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ചരജ്യാവാകുന്നു പരമചരജ്യാവു്.

$$\text{പരമചരജ്യാ} = \frac{\text{പരമാപക്രമജ്യാ} \times \text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}} \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{പരമദ്യുജ്യാ}}$$

ഇതുകൊണ്ടു കാലജ്യാവിനെ ഗുണിച്ചു് ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലം.

$$= \frac{\text{പരമാപക്രമജ്യാ} \times \text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ} \times \text{പരമദ്യുജ്യാ}} \times \frac{\text{ദോർജ്യാ} \times \text{പരമദ്യുജ്യാ}}{\text{ഇഷ്ടദ്യുജ്യാ}}$$

$$= \left(\frac{\text{ദോർജ്യാ} \times \text{പരമാപക്രമജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}\right) \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}} \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഇഷ്ടദ്യുജ്യാ}}$$

$$= \left(\text{അപക്രമജ്യാ} \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}}\right) \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഇഷ്ടദ്യുജ്യാ}}$$

$$= \text{ക്ഷിതിജ്യാ} \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ഇഷ്ടദ്യുജ്യാ}} = \text{ഇഷ്ടചരജ്യാ}.$$

ഇങ്ങിനെ കാലചാപത്തിൽനിന്നും പരമചരജ്യാവിൽനിന്നും മററ ചരജ്യാവുകളെ വരുത്താമെന്നു വരുന്നു. പരമചരജ്യാവും അതനുസരിച്ചു് മററ ചരജ്യാവുകളും ദേശങ്ങളുടെ അക്ഷമനുസരിച്ചു് ഭേദപ്പെട്ടിരിക്കും. $\frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}} \times$ ത്രിജ്യാ എന്നതിനെ സ്വദേശഗുണകാരമെന്നു പറയുന്നു. ക്ഷിതിജ്യാവും അതനുസരിച്ചു് ചരജ്യാവും ഏതു ദിവസവും സ്വദേശഗുണ

കാരത്തിന്നു അനുപാതകമെന്നു കാണാം. അതിനാൽ ഒരു ദിവസം ഒരു ദേശത്തെ ചരജ്യാവറിഞ്ഞാൽ, ആ ചരജ്യാവിനെ ഇഷ്ടദേശഗുണകാരം കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ചരജ്യാവറിഞ്ഞ ദേശത്തെ ഗുണകാരംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ആ ദിവസത്തെ ഇഷ്ടദേശചരജ്യാവുണ്ടാകും.

ഇനി മറെറാരുപ്രകാരം ചരജ്യാവു വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ത്രിജ്യാക്ഷഘാതാദവലംബകാപ്തേ-
നാഹത്യ ദോഃ ക്രാന്തിഗുണം ദ്യുമൌർവ്യാ
ഹൃദരദവാപ്തം ചരമൌർവ്വികാ സ്യാൽ
തദീയചാപാ ഹി ചരാസവഃ സ്യുഃ 17.

സാരം:— ത്രിജ്യാവും അക്ഷജ്യാവും തമ്മിൽ പെരുക്കി ലംബകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ സ്വദേശഗുണകാരമാകുന്നു. അതിനെ ദോഃ ക്രാന്തി (ഇഷ്ടാപക്രമ) ജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചരജ്യാവായി. അതിനെ ചാപിച്ചാൽ ചരപ്രാണങ്ങളുമായി.

ഇതിൻെറ യുക്തി മേൽപറഞ്ഞതവയിൽനിന്നെല്ലാം സ്പഷ്ടമാകുന്നു.

തിരുവനന്തപുരത്തുനിന്നു ചിത്രോദയമഞ്ജരിയുടെ ഒരു ഭാഗമായി പരസ്യംചെയ്ത കരണപദ്ധതിയിൽ 18-ാമത്തെ ശ്ലോകമായി പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു താഴെ കൊടുക്കാം.

"ത്രിജ്യാക്ഷഘാതലംബാംശേ നാഹതാദിഷ്ടദോർഗ്ഗുണാൽ
തൽകോട്യാപ്തം ചരജ്യാ സ്യാദ് ഗ്രാഹ്യാ സാ ക്രാന്തിചാപതഃ"

ത്രിജ്യാവിൻെറയും അക്ഷജ്യാവിൻെറയും ഘാതത്തിൻെറ ലംബാംശംകൊണ്ടു (എന്നുവെച്ചാൽ ഘാതത്തെ ലംബംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലംകൊണ്ടു) പെരുക്കിയ ഭുജജ്യാവിനെ അതിൻെറ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചരജ്യാവായി. ആ ഭുജകോടിജ്യാവുകൾ ക്രാന്തിചാപത്തിൽനിന്നു കാണുകയും വേണം. ഇതുപ്രകാരം

$$\text{ചരജ്യാ} = \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}} \times \frac{\text{അപക്രമജ്യാ}}{\text{ദ്യുജ്യാ}}$$

$$= \frac{\text{അപക്രമജ്യാ} \times \text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ലംബജ്യാ}} \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ദ്യുജ്യാ}}$$

$$= \text{ക്ഷിതിജ്യാ} \times \frac{\text{ത്രിജ്യാ}}{\text{ദ്യുജ്യാ}}$$

ഇതാണു് ശ്ലോകത്തിൻെറ സാരമെങ്കിൽ ഇതു 15-ാംശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞതു തന്നെ. ഇതു കരണപദ്ധതിയുടെ ഏതൊ കയ്യെഴുത്തിൽ ആരോ കൂട്ടിച്ചേർത്തതാണെന്നു വിചാരിക്കേണ്ടിവരുന്നു.

ഇതുവരെ ജ്യോതിഷസംബന്ധമായ ഏതുവിധം ഗണിതങ്ങളിലും ഉപയോഗമുള്ള സാധനങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞു. മേലാൽ ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഗ്രഹണം, ചന്ദ്രഛായാ, ലാടവൈധൃതങ്ങൾ എന്നീ ഉപരി ഗണിതങ്ങളിൽ മാത്രം ഉപയോഗമുള്ള സാധനങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഞ്ചു ശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു ചന്ദ്രന്റെ വിക്ഷേപചലനജ്യാവും പരമക്രാന്തിജ്യാവും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അന്ത്യദ്യുജ്യാഹതാദന്ത്യക്ഷേപാദന്ത്യാപമോദ്ധൃതേ
അന്ത്യക്ഷേപശരാഭ്യസ്താം കോടിജ്യാം ത്രിജ്യയാ ഹൃതാം. 18.

കർക്കിനക്രാദിതഃ സ്വർണ്ണം കുര്യാദന്ത്യഫലാപ്തയേ
തദ്ധതേ ബാഹുകോടിജ്യേ ത്രിജ്യാപ്തേ ബാഹുകോടിജേ. 19.

വ്യാസാർദ്ധേ കോടിജം സ്വർണ്ണം മൃഗകർക്ക്യാദിതഃ ക്രമാൽ
തദ് ബാഹുഫലവർഗ്ഗൈക്യമൂലം കർണ്ണോത്രരാഹുജഃ. 20.

ദോഃ ഫലം ത്രിജ്യയാഭ്യസ്തം രാഹുകർണ്ണേന സംഹരേൽ
ലബ്ധചാപം ഭവേദിന്ദോർവിക്ഷേപചലനാഹ്വയം. 21.

പരമാപക്രമാഭ്യസ്തം രാഹുകർണ്ണം ത്രിജീവയാ
വിഭജേല്ലബ്ധമിന്ദോഃ സ്യാൽ പരമക്രാന്തിമൌർവികാ. 22.

സാരം:— പരമവിക്ഷേപത്തെ അന്ത്യദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു അന്ത്യാപക്രമജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു അതിൽ അന്ത്യവിക്ഷേപശരത്തെ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയ ഫലത്തെ, (18)

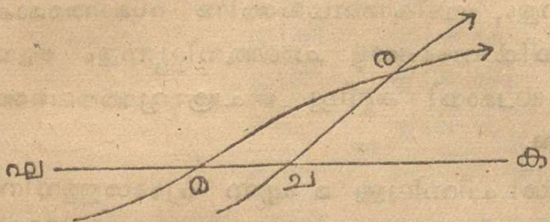
രാഹുഭുജ കർക്ക്യാദിയെങ്കിൽ കൂട്ടുകയും മകരാദിയെങ്കിൽ കളകയും ചെയ്താൽ അന്ത്യഫലമുണ്ടാകും. അതിനെ രാഹുവിന്റെ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ടും കോടിജ്യാവുകൊണ്ടും വെവ്വേറെ പെരുക്കി ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ബാഹുഫലവും കോടിഫലവും ഉണ്ടാകുന്നു. (19)

രാഹുഭുജയുടെ മൃഗകർക്ക്യാദിയനുസരിച്ച് കോടിഫലത്തെ ത്രിജ്യാവിൽ കൂട്ടുകയും കളകയും ചെയ്ക. അതിന്റെയും ബാഹുഫലത്തിന്റെയും വർഗ്ഗയോഗമൂലം രാഹുകർണ്ണമാകുന്നു. (20)

ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു പെരുക്കി രാഹുകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ചാപിച്ചാൽ ചന്ദ്രന്റെ വിക്ഷേപചലനമെന്നു പറയുന്നതാകുന്നു. (21)

രാഹുകർണ്ണത്തെ പരമാപക്രമജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതു ചന്ദ്രന്റെ പരമക്രാന്തിജ്യാവാകുന്നു. (22)

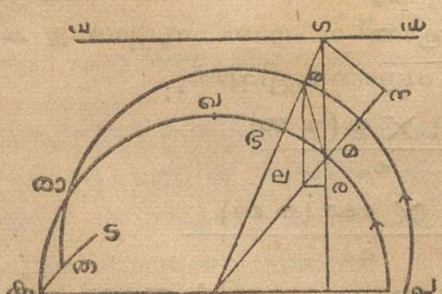
പരിലേഖത്തിൽ ഘ ക എന്നതു ഘടികാമണ്ഡലഭാഗം. മ ര എന്നതു അപക്രമമണ്ഡലത്തിൻെറ ഒരു ഭാഗവും ച ര എന്നതു ചന്ദ്രൻെറ മാൎഗ്ഗമായ വിക്ഷേപമണ്ഡലവുമാകുന്നു. ര എന്നതു അതിനാൽ രാഹു. മ, പൂൎവ്വവിഷുവത്തു്. മ ര എന്നതാകുന്നു രാഹു ഭുജ. ഘടികാമണ്ഡലം വിട്ടു ചന്ദ്രൻ എത്ര സഞ്ചരിച്ചാൽ രാഹുവിൽ എത്തും എന്നതു ച ര. ഇതു മ ര എന്നതിൽനിന്നു ഭേദിച്ചിരിക്കുന്നതു ചന്ദ്രൻെറ വിക്ഷേപം കൊണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ (മ ര — ച ര) എന്ന ഭേദത്തെ ചന്ദ്രൻെറ വിക്ഷേപചലനമെന്നു പറയുന്നു. ∠ര ച ക എന്നതു ചന്ദ്രൻെറ പരമക്രാന്തിക്കു തുല്യമെന്നു സ്പഷ്ടം. ഇതു് രാഹുവിൻെറ



പരിലേഖം 31.

സ്ഥാനമനുസരിച്ചു് സൂൎയ്യൻെറ പരമക്രാന്തിയേക്കാരം ഏറിയും ചുരുങ്ങിയും ഇരിക്കും. വിക്ഷേപചലനം ധനമായും ഋണമായും വരാം.

അടുത്ത പരിലേഖം ദ്രഷ്ടാവു് തെക്കോട്ടു തിരിഞ്ഞുനിന്നു പൂൎവ്വപശ്ചിമസ്വസ്തികങ്ങളിൽകൂടി തല്ക്കാലം പോകുന്നുവെന്നു സങ്കല്പിച്ച അപക്രമമണ്ഡലത്തെ സമമണ്ഡലത്തിൻെറ നിലയിൽ സങ്കല്പിച്ചു് ഖഗോളത്തെ നിരൂപണം ചെയ്യുന്നതായി കാണിക്കുന്നു. പൂൎവ്വസ്വസ്തികം ഇടത്തുഭാഗത്തും പശ്ചിമസ്വസ്തികം വലത്തുഭാഗത്തുമാകുന്നു. ക രാ മ പ എന്നതു അപക്രമമണ്ഡലം. ക പ പൂൎവ്വാപരരേഖ. ക, പൂൎവ്വസ്വസ്തികം. പ, പശ്ചിമസ്വസ്തികം. ഘടികാമണ്ഡലം വടക്കോട്ടു ചാഞ്ഞുനില്ക്കുന്നതായിക്കാണണം. ക ത ട എന്നതു അതിൻെറ ഒരു ഭാഗമാകുന്നു. ക പൂൎവ്വവിഷുവത്തുകൂടിയാകുന്നു. അതുപോലെ പ അപരവിഷുവത്തുമാകുന്നു. രാ എന്നതു രാഹു. ത രാ ശ എന്നതു വിക്ഷേപമണ്ഡലം. പരിലേഖത്തിൽ കാണിച്ച രാ ശ എന്ന ഭാഗം അപക്രമമണ്ഡലത്തിൻെറ തെക്കുവശത്താകുന്നു. അതിൻെറ എല്ലാ അവയവവും ഖ എന്ന ഖമദ്ധ്യത്തേക്കാരം താണിരിക്കും. വടക്കുവശത്തായാലും താണിരിക്കും.



പരിലേഖം 32.

മവഭാഗത്തെന്നു കാണിക്കുവാനായി മീതെ വരച്ചിരിക്കുന്നു. മ, ശ എന്നവ രാഹുവിൻേറയും കേതുവിൻേറയും ശരിക്ക് നടുക്ക് അപക്രമമണ്ഡലത്തിൻേറയും വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിൻേറയും പ്രദേശങ്ങാം. അതിനാൽ മ ശ പരമവിക്ഷേപം. പറയുവാൻ സൌകര്യത്തിന്നുവേണ്ടി വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിൻെറ ശ എന്ന ആ പ്രദേശത്തു ചന്ദ്രൻ നില്ക്കുന്നുവെന്നു കരുതുക. വ ഡ എന്നതു ചന്ദ്രനിൽകൂടിപ്പോകുന്നതും, ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്നു സമാന്തരമാകയാൽ കല്പിതമായ ഈ സ്ഥിതിയിൽ വടക്കോട്ടു ചാഞ്ഞുനില്ക്കുന്നതും ആയ അഹോരാത്രവൃത്തതലം അധോൎദ്ധ്വമായി കല്പിച്ച അപക്രമവൃത്തതലത്തെ ഛേദിക്കുന്ന പാതരേഖയുമാകുന്നു.

രാഹുവിൽനിന്നു 3 രാശി പിന്നിലുള്ള മ എന്ന പ്രദേശത്തുനിന്നു പൂൎവ്വാപരരേഖക്ക് ഒരു ലംബം കല്പിച്ച് അതു പാതരേഖവരെ നീട്ടിയാൽ ഗ എന്ന സ്ഥാനത്തെത്തും. ഈ സ്ഥാനവും ദ്രഷ്ടാവും തമ്മിലുള്ള അകലം ഗ ദ എന്നതാകുന്നു രാഹുകൎണ്ണം. സായനരാഹുസ്ഫുടം (12 രാശി — ക ര൦) എന്നാകയാൽ അതു പരിലേഖത്തിൽ മകരാദിയാകുന്നു. ഇതിനെയാകുന്നു രാഹുഭുജയെന്നു പറയുന്നതു്. വിക്ഷേപമണ്ഡലം ഘടികാമണ്ഡലത്തെ ത എന്ന സ്ഥാനത്തു ഛേദിക്കുന്നു. അവിടെനിന്നു വിക്ഷേപമണ്ഡലമാൎഗ്ഗമായി രാഹുവരെ അകലം (12 രാശി — ത രാ) എന്നതു്. അതിനാൽ വിക്ഷേപചലനം = (12 രാശി — ക രാ) — (12 രാശി — ത രാ) = — (ക രാ — ത രാ)

ഒന്നാമതായി ഈ വിക്ഷേപചലനം ഭ മ എന്ന ചാപത്തിന്നു തുല്യമെന്നു കാണിക്കാം. ചന്ദ്രൻെറ പരമക്രാന്തി ഗ എന്നും സൂൎയ്യൻേറതു ക എന്നും വെക്കുക. ശ എന്ന സ്ഥാനത്തു ചന്ദ്രനെ കല്പിച്ചാൽ,

$$\text{ചന്ദ്രൻെറ ക്രാന്തിജ്യാ} = \frac{\text{ഭു (ഗ)} \times \text{ഭു (ത ശ)}}{\text{ര}}$$

$$= \frac{\text{ഭു (ഗ)} \times \text{കോ (ത രാ)}}{\text{ര}}$$

അഹോരാത്രവൃത്തതലവും ഘടികാമണ്ഡലതലവും തമ്മിൽ അകലം ചന്ദ്രക്രാന്തിക്കു തുല്യമാകുന്നു. ഈ രണ്ടു തലങ്ങാംക്കും അപക്രമവൃത്തതലം പരമക്രാന്തിയോളം ചരിഞ്ഞിരിക്കയാൽ രണ്ടും തമ്മിൽ അപക്രമമണ്ഡലതലം വഴി അകലം, പരിലേഖത്തിൽ ജ ഗ എന്നതു്.

$$\text{ജ ഗ} = \text{ചന്ദ്രക്രാന്തിജ്യാ} \times \frac{\text{ര}}{\text{ഭു (ക)}}$$

$$= \frac{\text{കോ (ത രാ)} \times \text{ഭു (ഗ)}}{\text{ഭു (ക)}}$$

$$\text{ദ ജ} = \text{ഭു (ഖ മ)} = \text{ഭു (ക രാ)}$$

$$\therefore \frac{\text{ദ ജ}}{\text{ജ ഗ}} = \frac{\text{ഭു (ക രാ)}}{\text{കോ (ത രാ)}} \cdot \frac{\text{ഭു (ക)}}{\text{ഭു (ഗ)}}$$

ചന്ദ്രന്റെ പരമക്രാന്തി ∠രാ ത ട എന്നതും സൂൎയ്യന്റേതു ∠രാ ക ത എന്നതും ആകയാൽ, ക ത രാ എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്നു്,

$$\frac{\text{ഭു (ക)}}{\text{ഭു (ഗ)}} = \frac{\text{ഭു (ത രാ)}}{\text{ഭു (ക രാ)}}$$

$$\therefore \frac{\text{ദ ജ}}{\text{ജ ഗ}} = \frac{\text{ഭു (ത രാ)}}{\text{കോ (ത രാ)}}$$

അതിനാൽ ത രാ എന്ന ചാപം ദ ഗ ജ എന്ന സമകോണത്രികോണത്തിലെ ദ ഗ ജ എന്ന കോണിന്നു സമാനമാകുന്നു. എന്നുവെച്ചാൽ ആ കോണ് ത്രിജ്യാവ്യാസാൎദ്ധവൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രത്തിൽ അഭിമുഖമായി നില്ക്കുന്ന ചാപത്തിന്നു തുല്യം. എന്നാൽ ദ ഗ ജ എന്ന ആ കോണ് ∠പ ദ ഗ എന്നതിന്റെ കോടി. അതുകൊണ്ടു ത രാ എന്ന ചാപം പ മ ഭ എന്ന ചാപത്തിന്റെ കോടിയാകുന്നു. എന്നാൽ ക രാ എന്നതു പ മ എന്ന ചാപത്തിന്റെ കോടിയാകുന്നു. അതിനാൽ,

$$\text{ക രാ} - \text{ത രാ} = \text{പ മ ഭ} - \text{പ മ} = \text{മ ഭ}$$

എന്നുവെച്ചാൽ വിക്ഷേപചലനം മ ഭ എന്നതിന്നു തുല്യമാകുന്നു. ഗ ന എന്നതു ദ മ നീട്ടിയതിന്നു ലംബമെന്നു വെച്ചാൽ,

$$\text{വിക്ഷേപചലനജ്യാ} = \frac{\text{ഗ ന} \times \text{ദ ഭ}}{\text{ദ ഗ}} = \frac{\text{ഗ ന} \times \text{ത്രിജ്യാ}}{\text{രാഹുകൎണ്ണം}}.$$

ഇനി ഗ ന, മ ന എന്നവ ഭുജാകോടിഫലങ്ങളെന്നും ദ ഗ എന്നതു 18, 19, 20 ശ്ലോകങ്ങളിൽ പറഞ്ഞ രാഹുകൎണ്ണമെന്നും കാണിക്കാം. പരിലേഖത്തിൽ ശ ല എന്നതു ചന്ദ്രവിക്ഷേപജ്യാവു്. ല, അതിന്റെ മൂലം. ല ര, പൂൎവ്വാപരരേഖക്കു് സമാന്തരം. ശ ല എന്ന വിക്ഷേപജ്യാവു് അപക്രമതലത്തിന്നു ലംബം. അപക്രമതലവും അഹോരാത്രവൃത്തവും തമ്മിലുള്ള കോണ് രവിപരമക്രാന്തിക്കു തുല്യമാകയാൽ, വിക്ഷേപജ്യാമൂലംതൊട്ടു അപക്രമവൃത്തതലംവഴി സംപാതരേഖ (വ ഡ) വരെ അകലം,

$$\text{ര ഗ} = \text{ശ ല} \times \frac{\text{അന്ത്യദ്യുജ്യാ}}{\text{പരമക്രാന്തിജ്യാ}}$$

$$= \frac{\text{പരമവിക്ഷേപജ്യാ} \times \text{അന്ത്യദ്യുജ്യാ}}{\text{പരമക്രാന്തിജ്യാ}}.$$

ല മ എന്നതു വിക്ഷേപശരം. ഇതിനെ രാഹുഭുജയുടെ കോടിയായ മ പ എന്നതിൻെറ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ര മ എന്നതുണ്ടാകും. രാഹുഭുജ മകരാദിയാകയാൽ ഇതിനെ ര ഗ എന്നതിൽ നിന്നു കളയേണ്ടതായി വന്നിരിക്കുന്നു. കളഞ്ഞാൽ ശിഷ്ടം മ ഗ എന്നതു്. ഇതിനെ അന്ത്യഫലമെന്നു പറയുന്നു. ഈ അന്ത്യഫലത്തെ രാഹുഭുജയുടെ ഭുജകോടിജ്യാവുകളെകൊണ്ടു വെവ്വേറെ ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഗ ന, മ ന എന്ന ഭുജകോടിഫലങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നു. കോടിഫലത്തെ ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടിയാൽ ദ ന എന്നതുണ്ടാകും. ഇതിൻെറയും ഗ ന എന്ന ഭുജാഫലത്തിൻെറയും വർഗ്ഗയോഗമൂലം ദ ഗ എന്നതു്. അതാകുന്നു രാഹുകർണ്ണം.

ഇനി ദ മ ഗ എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്നു

$$\frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ മ}} = \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ദ മ ജ})}{\text{ഭു}(\angle \text{ദ ഗ മ})}$$

എന്നാൽ, $$\frac{\text{ഭു}(\angle \text{ദ മ ജ})}{\text{ഭു}(\angle \text{ദ ഗ മ})} = \frac{\text{ഭു}(\text{ഖ മ})}{\text{ഭു}(\text{ത രാ})} = \frac{\text{ഭു}(\text{ക രാ})}{\text{ഭു}(\text{ത രാ})} = \frac{\text{ഭു}(\text{ഗ})}{\text{ഭു}(\text{ക})}$$

അതിനാൽ, $$\frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ മ}} = \frac{\text{ഭു}(\text{ഗ})}{\text{ഭു}(\text{ക})}$$

അതുകൊണ്ടു്, $$\text{ഭു}(\text{ഗ}) = \text{ഭു ക} \times \frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ മ}} = \text{ഭു}(\text{ക}) \times \frac{\text{രാഹുകർണ്ണം}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

ഇതത്രെ 22-ാംശ്ലോകത്തിൽ ചന്ദ്രപരമക്രാന്തി വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞ വിധി. വിക്ഷേപചലനത്തെ സായനരാഹുസ്ഫുടത്തോടു കൂട്ടിയും കളഞ്ഞും വിക്ഷേപമണ്ഡലഘടികാസംപാതത്തിൽനിന്നു രാഹുവരെയുള്ള അകലം കണക്കാക്കേണ്ടിവരും. രാഹുഭുജ മേഷാദി ആറു രാശികൾക്കു് രാഹുഭുജയിൽനിന്നു വിക്ഷേപചലനം കളകയും തുലാദി ആറു രാശികൾക്കു് രാഹുഭുജയോടു വിക്ഷേപചലനം കൂട്ടുകയും വേണം. പരിലേഖത്തിൽ സായനരാഹുസ്ഫുടം (12 രാശി — ക രാ) എന്നാകുന്നു. ഇതു തുലാദി. ഇതിനോടു (ക രാ — ത രാ) എന്ന വിക്ഷേപചലനം കൂട്ടിയാൽ (12 രാശി — ത രാ) എന്നു വിക്ഷേപമണ്ഡലമാർഗ്ഗമായി വിക്ഷേപഘടികാമണ്ഡലസംപാതത്തിൽനിന്നു രാഹുവിൻെറ അകലം കിട്ടും.

ഇവിടെ രാഹുഭുജയെ മകരാദിയായി നിരൂപണം ചെയ്തു. രാഹുവിൻെറ മൂന്നു രാശി പിന്നിൽ ചന്ദ്രനെ കല്പിച്ചതുകൊണ്ടു പരമവിക്ഷേപം ദക്ഷിണമാകുന്നു. ചന്ദ്രാപക്രമവും ദക്ഷിണമായിട്ടിരിക്കും. അഹോരാത്രവൃത്തത്തിൻെറ ചരിവുകൊണ്ടു രാഹുവിൽനിന്നു 3 രാശി പിന്നിൽ സങ്കല്പിക്കുന്ന

ചന്ദ്രന്റെ മീതെയായിരിക്കും അഹോരാത്രാപക്രമമണ്ഡലതലങ്ങളുടെ സംപാതരേഖ. അതിനാൽ അന്ത്യഫലത്തിന്റെ ദിക്ക് ഊർദ്ധ്വമായിരിക്കും. രാഹു ഖ എന്ന സ്ഥാനത്താണെങ്കിൽ മ എന്നതു പ എന്നതിനോടു ചേൎന്നു നില്ക്കുകയും ∠ന മ ഗ സമകോണാകയും ചെയ്യും. അപ്പോൾ കോടിഫലം ശൂന്യവും ഭുജാഫലം അന്ത്യഫലത്തോടു തുല്യമായിരിക്കയും ചെയ്യും. പരമാപക്രമബാണത്തെ രാഹുഭുജയുടെ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലവും ശൂന്യമാകും. രാഹു ഖ പ എന്ന വൃത്തപാദത്തിലേക്കു നീങ്ങുന്നതോടുകൂടി ജ മ എന്ന ജ്യാവു അധോമുഖമാവും. എന്നാൽ അന്ത്യഫലം ഊർദ്ധ്വമുഖമായിത്തന്നെയിരിക്കും. അതിനാൽ മ എന്നതിന്റെ മീതെ ര, അതിന്റെ മീതെ ഗ ഇങ്ങിനെ വരും. അതിനാൽ വിക്ഷേപബാണത്തെ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന മ ര എന്ന ഫലം ര ഗ എന്നതിനോടു കൂട്ടി അന്ത്യഫലം കാണേണ്ടിവരും. ഇങ്ങിനെ കൎക്ക്യാദി ആറു രാശിയിലും. കൎക്ക്യാദിയിൽ ദ മ എന്ന ത്രിജ്യാവിൽ കോടിഫലം കളയേണ്ടതായും വരും.

രാഹുഭുജയും, പരമാപക്രമവും, പരമവിക്ഷേപവും അറിയുന്നതിനാൽ ചന്ദ്രന്റെ പരമാപക്രമം കാണുവാൻ ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണനിരൂപണത്തിലെ VI എന്ന സൂത്രം സൌകൎയ്യത്തോടെ ഉപയോഗിക്കാം. ചന്ദ്രന്റെ പരമക്രാന്തി അറിഞ്ഞാൽ VII എന്ന സൂത്രംകൊണ്ടു പരിലേഖത്തിലെ ത രാ എന്ന ചാപവും വരുത്താം.

ഇനി മാന്ദ്യാദിജ്യാവുകളേയും ഇനാദിജ്യാവുകളേയും വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ത്രിജ്യാ വൎഗ്ഗേണാഹതാ ദക്ഷകൎണ്ണാദ്
ദ്യുജ്യാ ഭക്താ സ്ത്രിജ്യകാ ഭക്തഹീനാഃ
മാന്ദ്യാദിജ്യാഃ സംഭൃതാ ക്ഷേത്രദേശേ
ദേവാപ്താസ്താ ഹാരജീവാ ഇനാദ്യാഃ. 23.

സാരം:— അക്ഷകൎണ്ണത്തെ ത്രിജ്യാവൎഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് രണ്ടേടത്തുവെച്ച് ഒന്നിനെ ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടും മറേറതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടും ഹരിച്ച് ആദ്യഫലത്തിൽനിന്നു രണ്ടാമത്തെ ഫലം കളഞ്ഞാൽ സംഭൃതം (647) എന്ന അക്ഷജ്യാവു വരുന്ന പ്രദേശത്തെ മാന്ദ്യാദിജ്യാവും ഇതിനെ 48 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഇനാദിജ്യാവും ഉണ്ടാകും.

$$\text{മാന്ദ്യാദി} = \text{അക്ഷകൎണ്ണം}\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദ്യുജ്യാ}} - \text{ര}\right)$$

മാന്ദ്യാദിജ്യാവും അതിൻെറ ഉപയോഗവും അറിവാൻ ചന്ദ്രനെപ്പററി അല്പം ആലോചിക്കണം. നാം കണക്കാക്കുന്ന ചന്ദ്രസ്ഫുടം ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽ നിന്നു ചന്ദ്രനെ കാണുന്ന ദിക്കാകുന്നു. എന്നാൽ നാം ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ഭൂവ്യാസാർദ്ധത്തോളം വിട്ടുനിന്നുകൊണ്ടാകുന്നു ചന്ദ്രനെ നോക്കുന്നതു്. അതിനാൽ ചന്ദ്രനേയും ഭൂമദ്ധ്യത്തേയും ചേർക്കുന്ന രേഖക്ക് ലംബമാർഗ്ഗമായി നാം എത്ര വിട്ടുനില്ക്കുന്നു അതനുസരിച്ച് ചന്ദ്രനെ അല്പം പതിഞ്ഞുകാണും. നാം വിട്ടുനില്ക്കുന്ന രേഖ ദൃങ്മണ്ഡലതലത്തിലായിരിക്കും. ദൃങ്മണ്ഡലം എന്നാൽ ഭൂമദ്ധ്യവും ചന്ദ്രനും ദ്രഷ്ടാവും ഇരിക്കുന്ന തലം ഖഗോളത്തെ ഛേദിക്കുന്ന വൃത്തംതന്നെ, അഥവാ ദ്രഷ്ടാവിൻെറ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രൻ വഴി ക്ഷിതിജത്തിലേക്കു കല്പിക്കുന്ന വൃത്തം. ചന്ദ്രൻെറ സ്ഥാനത്തിൽ ഈ കാണുന്ന ഭേദം സ്ഫുടത്തിലും കാണും. അതിനാൽ ഒരു പ്രത്യേകസ്ഫുടം വരുമെന്നു കണക്കാക്കിയ സമയത്തിന്നു മുമ്പോ പിമ്പോ മാത്രമെ ചന്ദ്രനെ ആ സ്ഫുടമായി കാണുകയുള്ളു. ഈ സമയഭേദത്തിന്നു ചന്ദ്രൻെറ ലംബനമെന്നു പറയുന്നു. ചന്ദ്രൻ പൂർവ്വകപാലത്തിലെങ്കിൽ കിഴക്കോട്ടു തെററിക്കാണും. അതിനാൽ കണക്കാക്കിയ സമയത്തിന്നുമുമ്പുതന്നെ ചന്ദ്രനെ വിചാരിച്ച സ്ഫുടത്തോടുകൂടിക്കാണും. ചന്ദ്രൻ പശ്ചിമകപാലത്തിലെങ്കിൽ പടിഞ്ഞാറോട്ടു തെററും. അതിനാൽ കണക്കാക്കിയ സമയം കഴിഞ്ഞേ ചന്ദ്രനെ വിചാരിച്ച സ്ഫുടത്തോടുകൂടിക്കാണുകയുള്ളു. ഈ ഭേദം എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങൾക്കും ഉണ്ടു്. എന്നാൽ ചന്ദ്രൻ നമുക്ക് വളരെ അടുത്താകയാൽ, ചന്ദ്രകർണ്ണത്തിൻെറ ഗണ്യമായ ഒരു ഭാഗമായിരിക്കും ഭൂവ്യാസാർദ്ധം. അതിനാൽ ചന്ദ്രനിൽ ഈ പറഞ്ഞ ഭേദം വലുതായിക്കാണും.

ചന്ദ്രൻ വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. വിക്ഷേപമണ്ഡലമദ്ധ്യവും ഭൂമദ്ധ്യവും ഒന്നുതന്നെ. ദ്രഷ്ടാവും ദ്രഷ്ടാവിൻെറ ഖമദ്ധ്യവും വിക്ഷേപമണ്ഡലതലത്തിലോ അതിൽനിന്നു വിട്ടോ നില്ക്കാം. ദ്രഷ്ടാവിൻെറ സ്ഥാനം വിക്ഷേപമണ്ഡലകേന്ദ്രത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രൻെറ ദിക്കിന്നു് എതിരായി (= ലംബമായി), എന്നുവെച്ചാൽ ചന്ദ്രനിൽനിന്നു വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിൽ 3 രാശി പിന്നിലായി കല്പിക്കുന്ന ഒരു സ്ഥാനത്തിൻെറ നേക്കു എത്ര അകന്നിരിക്കുന്നുവെന്നു കണക്കാക്കി അതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ചന്ദ്രകർണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടുന്നെടത്തോളം കലകൾ വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിലും, വിക്ഷേപമണ്ഡലതലത്തിന്നു വിപരീതമായി, എന്നുവെച്ചാൽ വിക്ഷേപമണ്ഡല പാർശ്വത്തിൻെറ നേക്ക് ദ്രഷ്ടാവു് എത്ര വിട്ടുനില്ക്കുന്നുവോ അതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ചന്ദ്രകർണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയേടത്തോളം കലകൾ വിക്ഷേപമണ്ഡലത്തിൽ നിന്നും തെററിക്കാണും. ഇതിൽ വിക്ഷേപമണ്ഡലംവഴി വരുന്ന ഭേദമാണ് ഇവിടെ ആലോചിക്കേണ്ടതു്.

ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രന്റെ ഖമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നുള്ള ചാപാത്മകദൂരം 'ന' എന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ വിക്ഷേപവൃത്തമാർഗ്ഗമായി ചന്ദ്രന്റെ സ്ഥാനത്തിനു വന്നു കാണുന്ന ഭേദം, അഥവാ ലംബനകലകൾ.

$$= \text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} \times \frac{\text{കോ (ന)}}{\text{ര}} \times \frac{\text{ര}}{\text{ചന്ദ്രകർണ്ണം}}.$$

$$= \frac{\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} \times \text{കോ (ന)}}{\text{ചന്ദ്രകർണ്ണം}}.$$

ലംബനകലകളോളം സ്വകക്ഷയിൽ സഞ്ചരിച്ച് ഈ ഭേദം തീർത്തുകളയുവാൻ വേണ്ടിവരുന്ന സമയത്തെ ലംബനനാഴികയെന്നു പറയുന്നു.

$$\text{ലംബനനാഴിക} = \text{ലംബനകലകൾ} \times \frac{60}{790{\cdot}6}.$$

790·6 എന്നതു ചന്ദ്രന്റെ മദ്ധ്യമഗതിയാകുന്നു.

$$\therefore \text{ലംബനനാഴിക} = \frac{\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} \times \text{കോ (ന)}}{\text{ചന്ദ്രകർണ്ണം}} \times \frac{60}{790{\cdot}6}$$

എന്നാൽ ഭൂപരിധി 3299 യോജനയും, ചന്ദ്രകക്ഷ 21600 × 10 യോജനയും ആകയാൽ,

$$\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} = \frac{3299 \times \text{ത്രിജ്യാ}}{21600}.\ \text{യോ;}\quad \text{ചന്ദ്രകർണ്ണം} = \text{ത്രിജ്യാ} \times 10\ \text{യോ.}$$

$$\therefore \text{ലംബനനാഴിക} = \frac{3299 \times \text{ത്രിജ്യാ}}{21600 \times 10} \times \frac{60}{790{\cdot}6} \times \frac{\text{കോ (ന)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$

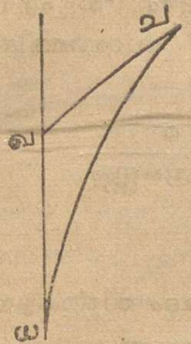
$$= 3{\cdot}986 \times \frac{\text{കോ (ന)}}{\text{ത്രിജ്യാ}} = 4 \times \frac{\text{കോ (ന)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$

ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രൻ ഖമദ്ധ്യത്തിലാകുമ്പോൾ, കോ (ന) = ത്രിജ്യാ.

അപ്പോൾ ലംബനം 4 നാഴിക. അതു പരമലംബനവുമാകുന്നു. എന്നു വരുമ്പോൾ,

$$\text{ലംബനനാഴിക} = \text{പരമലംബനനാഴിക} \times \text{കോ (ന)} \div \text{ത്രിജ്യാ}.$$

ഇനി ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രനും ഖമദ്ധ്യവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാളം കാണണം. പരിലേഖത്തിൽ ഖ, ഖമദ്ധ്യവും, ച, ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രനും, ധ, ഉത്തരധ്രുവവുമാകുന്നു. സ്ഥലത്തെ അക്ഷം 'ക്ഷ' എന്നും ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രന്റെ ഉത്തരാപക്രമം 'പ' എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ ധ ഖ = 90° — ക്ഷ, ധ ച = 90° — പ. ധ ഖ, ധ ച ഇവയുടെ പരമാന്തരാളം, അഥവാ ∠ ധ, എന്നതു ചന്ദ്രൻ ഉദിച്ചതിന്റെ ശേഷം കഴിഞ്ഞ സമയത്തിൽ നിന്നും ചന്ദ്രന്റെ ഗതിയിൽനിന്നും കണക്കാക്കണം. ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്ര ഖമദ്ധ്യാന്തരാളം = ഖ ച = ന.



പരിലേഖം 33.

$$\text{കോ (ന)} = \frac{\text{കോ (ധ ച). കോ (ധ ഖ)}}{\text{ര}} + \frac{\text{ഭൂ (ധ ച). ഭൂ (ധ ഖ). കോ (ധ)}}{\text{ര}^2}$$

$$= \frac{\text{ഭൂ (പ). ഭൂ (ക്ഷ)}}{\text{ര}} + \frac{\text{കോ (പ). കോ (ക്ഷ). കോ (ധ)}}{\text{ര}^2}$$

ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രന്റെ അപക്രമം ഉത്തരമാകയാൽ ഇതിലുള്ള ആദ്യപദത്തിന്നു ധനഭാവം വന്നിരിക്കുന്നു. അപക്രമം ദക്ഷിണമെങ്കിൽ ഇതിന്നു ഋണഭാവം വരികയും ചെയ്യും.

$$\text{ലംബനനാഴിക} = \frac{4\ \text{കോ (ന)}}{\text{ര}}$$

$$= \frac{4}{\text{ര}^3}\left\{\text{കോ(പ). കോ(ക്ഷ). കോ(ധ)} + \text{ര. ഭൂ(പ). ഭൂ(ക്ഷ)}\right\}$$

$$= \frac{1}{\text{ര}^3 \div 4\ \text{കോ(പ). കോ(ക്ഷ)}}\left\{\text{കോ(ധ)} + \frac{\text{ര. ഭൂ(പ). ഭൂ(ക്ഷ)}}{\text{കോ(പ). കോ(ക്ഷ)}}\right\}$$

$$= \frac{1}{\text{ര}^3 \div 4\ \text{കോ (പ). കോ (ക്ഷ)}}.\ (\text{കോ (ധ)} + \text{ചരജ്യാ})$$

ഉത്തരാപക്രമത്തിന്നു ചരജ്യാവു് കൂട്ടുകയും ദക്ഷിണാപക്രമത്തിന്നു കളകയും വേണം; $\text{ര}^3 \div 4$ കോ (പ). കോ (ക്ഷ) എന്നതിന്നു പഞ്ചബോധത്തിൽ ലംബനഹാരകം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിൽ സ്വദേശാക്ഷം കലന്നിരിക്കയാൽ സ്പഷ്ടതക്കുവേണ്ടി ഇവിടെ സ്വദേശലംബനഹാരകം എന്നു പറയുന്നു.

$$\text{സ്വദേശലംബനഹാരകം} = \frac{\text{ര}^3}{4\ \text{കോ(പ). കോ(ക്ഷ)}} = \frac{\text{ര}^3}{4\ \text{ദ്യുജ്യാ} \times \text{ലംബജ്യാ}}$$

$$= \frac{\text{ര}^2}{4\ \text{ലംബജ്യാ}} + \frac{\text{ര}}{4\ \text{ലംബജ്യാ}}\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദ്യുജ്യാ}} - \text{ര}\right)$$

ഇതിലുള്ള ആദ്യഭാഗം സ്വദേശഹാരകത്തിന്റെ നാലിലൊന്നും രണ്ടാമത്തെ ഭാഗം ഇനാദിജ്യാവുമാകുന്നു. ഇനാദിജ്യാവു പ്രത്യേകദേശത്തിന്നുള്ളതെന്നു വരുന്നു. ഇതിനെ ഇഷ്ടദേശത്തേക്കു വരുത്തുവാൻ പ്രത്യേകദേശത്തെ ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി ഇഷ്ടദേശത്തെ ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ മതിയെന്നു സ്പഷ്ടവുമാകുന്നു.

ഇനി മാന്ദ്യാദിജ്യാവു വരുത്തുവാൻ ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞ ക്രിയയുടെ യുക്തി നിരൂപിക്കാം.

$$\text{ഇനാദിജ്യാം} = \frac{\text{ര}}{4\ \text{ലംബജ്യാ}}\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദൃൿജ്യാ}} - \text{ര}\right)$$

$$= \frac{\text{ര}}{4.\ \text{ര}.\ \text{ശംകു} \div \text{ഛായാകർണ്ണാംഗുലം}}.\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദൃൿജ്യാ}} - \text{ര}\right)$$

$$= \frac{\text{ഛായാകർണ്ണാംഗുലം}}{48}\left(\frac{\text{ര}^2}{\text{ദൃൿജ്യാം}} - \text{ര}\right)$$

ഇതിന്റെ 48 മടങ്ങിനെ മാന്ദ്യാദിജ്യാവുകളായി പഠിച്ചുവെക്കണം; ഓരോ ജ്യാവും ദൃൿജ്യാവിനെ അഥവാ സായനത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രസ്ഫുടത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കും. ഇതത്ര ശരിയല്ല. ഇവിടെ ദൃൿജ്യാവെന്നു പറയുന്നതു ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രന്റെ ദൃൿജ്യാവാകുന്നു. അതു ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രന്റെ സ്പഷ്ടാപക്രമത്തിൽനിന്നു വരുത്തിയാലേ കൃത്യമാകയുള്ളു. പക്ഷെ ഭേദം നിസ്സാരമായതിനാലും ഇനാദിജ്യാവ് സ്വദേശഹാരകത്തെ സംബന്ധിച്ച് വളരെ ചെറുതായതിനാലും, ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രന്റെ അസംസ്കൃതാപക്രമത്തിൽനിന്നു ഇനാദിജ്യാവുകളെ വരുത്തിയാലും മതി.

മാന്ദ്യാദിജ്യാവുകൾ ഉണ്ടാക്കുവാൻ സ്വദേശാക്ഷകർണ്ണം വേണം. അതിനാൽ അവയെ ഒരു ദേശത്തേക്കായി ഉണ്ടാക്കണം. അതു സംഭൃതം (647) എന്ന അക്ഷജ്യാവുള്ള പ്രദേശത്തേക്കാണ് ഉണ്ടാക്കീട്ടുള്ളത്. ഇത് അക്ഷാം 10°-51'യായ പ്രദേശമാകുന്നു. ഷൊർണ്ണൂര് അക്ഷം 10°-48' യാകുന്നു. അതിനാൽ ഈ പ്രദേശം ഷൊർണ്ണൂർക്കൂടിപ്പോകുന്ന അക്ഷരേഖയുടെ സുമാറ് 3 നാഴിക വടക്ക് കിടക്കുന്നു. അളവുകളുടെ സൂക്ഷ്മതക്കുറവുകൊണ്ടു അല്പം വല്ല ഭേദവും ഉണ്ടായിരിക്കാം. ഇവിടത്തെ അക്ഷകർണ്ണം 12 അം 13 വ്യം ആകുന്നു.

ഇനി ലംബനദൃഢഹാരകത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ധൂളീരാശോ ഭുവോ വൃത്തം തേന ചക്രാംശകാഹതാൽ
ദിനയോജനഭോഗാൽ സ്യാൽ ലബ്ധോ ലംബനഹാരകഃ. 24.

സാരം:— ഭൂപരിധി 3299 യോജനയാകുന്നു. ഇതിനെകൊണ്ടു ചക്രാംശസംഖ്യയായ 360ന്റെയും ദിനയോജനഗതിയുടേയും ഘാതത്തെ ഹരിച്ചാൽ ലംബന(ദൃഢ)ഹാരകമുണ്ടാകും.

$$\text{ലംബനനാഴിക} = \frac{\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം} \times \text{കോ (ന)}}{\text{ചന്ദ്രകർണ്ണം}} \times \frac{60}{\text{ചന്ദ്രഗതി}}$$

$$= \text{കോ (ന)} \div \frac{\text{ചന്ദ്രകക്ഷാപരിധി} \times \text{ചന്ദ്രഗതി}}{60 \times \text{ഭൂപരിധി}}.$$

$$= \text{കോ(ന)} \div \left(\frac{\text{ചന്ദ്രകക്ഷ}}{\text{ഭൂപരിധി}} \times \frac{21600 \div \text{പര്യ്യയകാലം}}{60}\right)$$

$$= \text{കോ}(ന) \div \left(\frac{\text{ചന്ദ്രകക്ഷ്യ} \div \text{പൎയ്യയകാലം} \times 21600}{\text{ഭൂപരിധി} \times 60} \right)$$

$$= \text{കോ}\,(ന) \div \frac{\text{യോജനഗതി} \times 360}{\text{ഭൂപരിധി}}.$$

ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രഖമദ്ധ്യാന്തരാളത്തിൻെറ കോടിജ്യാവിനെ ഹരിക്കുന്ന സംഖ്യയെയാകുന്നു ഇവിടെ ലംബനഹാരകമെന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. പ്രചാരമുള്ള പഞ്ചബോധത്തിൽ ഈ പേര് മറെറാന്നിനുപയോഗിച്ചിരിക്കയാൽ ഇവിടെ ഇതിനെ ലംബനദൃഢഹാരകമെന്നു പറയുന്നു.

$$\text{ലംബനദൃഢഹാരകം} = \frac{\text{യോജനഗതി} \times 360}{\text{ഭൂപരിധി}} = \frac{7906 \times 360}{3299}$$

$$= 863\,(\text{ഗതിജം})$$

ഇനി ലംബനദൃഢഹാരകംകൊണ്ടുള്ള പ്രയോജനം പറയുന്നു.

ത്രിജ്യാതോ ലംബഹാരാപ്തം നാഡികാദ്യന്തലംബനം
തദേവഗതിഭാഗഘ്നം ശോദ്ധ്യം ഛായാ വിധൌ നരാൽ. 25.

സാരം:— ത്രിജ്യാവിനെ ലംബനദൃഢഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ നാഡികാദിയായ അന്ത്യലംബനം കിട്ടും. ആ അന്ത്യലംബനത്തെ ചന്ദ്രൻെറ ഗത്യംശകംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്നതിനെ ഛായാഗണിതത്തിൽ ചന്ദ്രൻെറ ശംകുവിൽനിന്നു കളയണം.

ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രൻെറ ഖമദ്ധ്യാന്തരാളകോടിജ്യാവിനെ ലംബനധ്രുവഹാരകംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ലംബനനാഴികകൾ കിട്ടുമെന്നു് മുമ്പു കണ്ടു. ഖമദ്ധ്യാന്തരാളം ശൂന്യമായിരിക്കുമ്പോൾ കോടിജ്യാവു് ത്രിജ്യാവിന്നു തുല്യം. അപ്പോൾ ഹരിച്ചുകിട്ടുന്നതു പരമലംബനനാഴികകൾ. അതിനെ അന്ത്യലംബനമെന്നു പറയുന്നു. ലംബനനാഴികകൾ അന്ത്യലംബനമാകുമ്പോൾ ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്രൻ നില്ക്കുന്ന വിക്ഷേപമണ്ഡലപ്രദേശം ഖമദ്ധ്യത്തിൽകൂടി പോകും. അതിനാൽ ചന്ദ്രൻ ക്ഷിതിജത്തിലായിരിക്കയും ചെയ്യും. ത്രിജ്യാ $\div$ ല. ദൃ. ഹാരകം $= 3438 \div 863 = 3{\cdot}984$. ഇതു അന്ത്യലംബനനാഴിക.

ഛായാഗണിതത്തിൽ ഗണിച്ചുകിട്ടുന്ന ശംകു ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽകൂടി ക്ഷിതിജത്തിന്നു സമാന്തരമായ തലത്തിലേക്കു ചന്ദ്രനിൽനിന്നുള്ള കലാമിത ദൂരമാണല്ലൊ. എന്നാൽ സൂക്ഷ്മമായ ശംകു ക്ഷിതിജതലത്തിലേക്കുള്ള ചന്ദ്രൻെറ കലാത്മകദൂരവുമാകുന്നു. രണ്ടു തലങ്ങളും തമ്മിൽ ഭൂവ്യാസാൎദ്ധത്തോളം അകന്നിരിക്കും. അതിനാൽ ഗണിതാഗതശംകുവിൽനിന്നു ഭൂവ്യാസാൎദ്ധകലകൾ കളയണം. ചന്ദ്രകക്ഷ്യ 21600 കലതന്നെ. അതിനാൽ ഭൂവ്യാസാൎദ്ധകല

$$= \frac{21600 \times \text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം}}{\text{ചന്ദ്രകക്ഷ്യ}} = \frac{21600 \times \text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം}}{7906 \times \text{ചന്ദ്രപര്യ്യയദിനം}}.$$

$$= \frac{21600}{\text{ചന്ദ്രപര്യ്യയദിനം}} \times \frac{\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം}}{7906} = \text{ചന്ദ്രഗതികല} \times \frac{\text{ഭൂവ്യാസാർദ്ധം}}{7906}$$

$$= \text{ചന്ദ്രഗത്യംശം} \times \frac{60 \times 3299 \times \text{ര}}{7906 \times 21600} = \text{ചന്ദ്രഗത്യംശം} \times \left(\text{ര} \div \frac{7906 \times 360}{3299}\right)$$

$= \text{ചന്ദ്രഗത്യംശം} \times \text{അന്ത്യലംബനം}.$

3299 എന്നതു ഭൂപരിധി. 7906 എന്നതു ചന്ദ്രന്റേയും മററ എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങളുടേയും നിത്യയോജനഗതി. (24-ാം ശ്ലോകം നോക്കുക)

ഇനി പ്രീതാംഗനാദി ലംബനജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു:

സൂര്യ്യേന്ദ്വോർഭുക്തിലിപ്താവിവരവിരഹിതാ-
രാശിചക്രസ്യ ലിപ്താ
ഭൂവ്യാസാർദ്ധേന നിഘ്നാ നൃപഹതഹിമഗു-
ർഭുക്തി ലിപ്താ വിഭക്താഃ
ത്രിജ്യാന്ത്യക്രാന്തികോട്യോർയുതിദലഗുണിതാ-
സ്ത്രിജ്യയാ ഹൃത്യ ലബ്ധം
ലംബഘ്നം ത്രിജ്യയാപ്തം ചരമഫലമിദം
ലംബനോത്ഥം വദന്തി. 26.

ത്യജേൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗാച്ചരമഫലവർഗ്ഗേണ സഹിതാദ്
ദ്വിനിഘ്നീം കോടിജ്യാം ചരമഫലസംവർദ്ധിതതനും
തതോ മൂലം കർണ്ണസ്ത്രിഭഗുണഹതം ബാഹുജഗുണം
ഹരേൽ കർണ്ണേനാപ്താ ഗ്രഹണപഠിതാ ലംബനഗുണാഃ. 27.

സാരം:— സൂര്യ്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ഗത്യന്തരലിപ്തകൾ കുറച്ച രാശിചക്രലിപ്തകളെ ഭൂവ്യാസാർദ്ധംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച പത്തുകൊണ്ടു പെരുക്കിയ ചന്ദ്രഗതിലിപ്തകളെ (7906) കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. ഈ ഫലത്തെ ത്രിജ്യാവിന്റേയും അന്ത്യക്രാന്തിയുടെ കോടിജ്യാവിന്റേയും യോഗാർദ്ധംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലത്തെ ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കിട്ടുന്നതിന്നു ലംബനോത്ഥചരമഫലമെന്നു പറയുന്നു. (26)
ചരമഫലവർഗ്ഗവും ത്രിജ്യാവർഗ്ഗവും കൂട്ടിയതിൽനിന്നു ചരമഫലകോടിജ്യാഘാതത്തിന്റെ ഇരട്ടി കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടത്തെ മൂലിച്ചതു കർണ്ണം. ബാഹുഗുണത്തെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഗ്രഹണത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ലംബനജ്യാവുകളായിരിക്കും.

ഇവിടെ ചന്ദ്രന്റെ ദൈനികവായുഗോളഗതി കക്ഷ്യാമണ്ഡലഗതി പോലെ യഥാൎത്ഥമെന്നു കല്പിച്ച് ക്രിയചെയ്യുന്നു. ഒന്നാമതായി ഒരു ദിവസത്തിൽ വായുഗോളചന്ദ്രഗതി കണക്കാക്കുന്നു. ഒരു നക്ഷത്രത്തിന്റെ ഗതി 21600 കല + സൂൎയ്യഗതി. ചന്ദ്രനു നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഇടയിൽക്കൂടി കിഴക്കോട്ടു ഗതി കാണുന്നതിനാൽ ആ ഗതി ഇതിൽനിന്നു കളയണം. അപ്പോൾ ചന്ദ്രന്റെ വായുഗോളദിനഗതി.

= 21600 + സൂൎയ്യഗതി — ചന്ദ്രഗതി = 21600 — (ചന്ദ്രഗതി — രവിഗതി)
= 21600 — ചന്ദ്രരവിഗത്യന്തരം = 21600 — (791 — 59) = 20869 കല

ഇനി നിരക്ഷദേശത്തുനിന്നു ചന്ദ്രനെ കാണുന്നുവെന്നും അവിടെ സമമണ്ഡലത്തോടു ചേൎന്നുനില്ക്കുന്ന ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽതന്നെ ചന്ദ്രന്റെ ദൈനികസഞ്ചാരവും മാസികസഞ്ചാരവും സംഭവിക്കുന്നുവെന്നും കരുതുക. ലംബനംകൊണ്ടു ചന്ദ്രനെ പതിഞ്ഞുകാണും. ഇതിന്റെ പരമഫലം ചന്ദ്രൻ ക്ഷിതിജത്തിലിരിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്നു. ഈ ഭേദം ദൈനികഗതികൊണ്ടു തീൎക്കുവാൻ ചന്ദ്രൻ സഞ്ചരിക്കേണ്ട കലകൾ സ്വകക്ഷ്യയിൽ ഭൂവ്യാസാൎദ്ധത്തോളം സഞ്ചരിക്കുവാൻ വേണ്ടിവരുന്ന കാലംകൊണ്ടു വായുഗോളത്തിൽ സഞ്ചരിച്ചുകാണുന്ന കലകൾതന്നെ. ലംബനപരിഹാരദൈനികഗതി.

$$= 20869 \times \text{ഭൂവ്യാസാൎദ്ധം} \div \text{ദിനഗതിയോജന.}$$

$$= 20869 \times \frac{525}{7906}.$$

നിരക്ഷദേശത്തു ചന്ദ്രകക്ഷ ചിലപ്പോൾ അധോൎദ്ധ്വമായും ചിലപ്പോൾ പരമാപക്രമത്തോളം ചരിഞ്ഞും മിക്കപ്പോഴും അതിനിടയിലായും നില്ക്കും. ചന്ദ്രകക്ഷ അധോൎദ്ധ്വമായി നില്ക്കുമ്പോൾ ദ്രഷ്ടാവിന്റെ പ്രദേശത്തെ ഭൂവ്യാസാൎദ്ധം ചന്ദ്രകക്ഷാതലത്തിലായിരിക്കും. അപ്പോൾ ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രകക്ഷാതലത്തിൽ ദ്രഷ്ടാവിന്റെ ഉയരം ഭൂവ്യാസാൎദ്ധംതന്നെ. പരമാപക്രമത്തോളം ചരിഞ്ഞുനില്ക്കുമ്പോൾ ഉയരം ഭൂവ്യാസാൎദ്ധത്തെ അന്ത്യദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചേടത്തോളം മാത്രവുമായിരിക്കും. മറ്റെല്ലാ സമയങ്ങളിലും ഈ രണ്ടു ഉയരങ്ങളുടേയും ഇടയിലായിരിക്കും. അതിനാൽ ശരാശരി ഉയരം കിട്ടുവാൻ അന്ത്യദ്യുജ്യാവിന്റേയും ത്രിജ്യാവിന്റേയും യോഗാൎദ്ധംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കണം. ദ്യുജ്യാത്രിജ്യായോഗാൎദ്ധം = 3290. അതിനാൽ ശരാശരി ലംബനപരിഹാരദൈനികഗതി

$$= 20869 \times \frac{525}{7906} \times \frac{3290}{3438}.$$

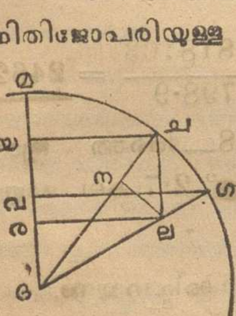
ഇതു നിരക്ഷദേശത്തേക്കുള്ള ശരാശരി. സാക്ഷദേശങ്ങളിൽ അക്ഷത്തോളം കൂടി ഭൂവ്യാസാർദ്ധം ചന്ദ്രകക്ഷയിൽനിന്നു ചരിഞ്ഞുനില്ക്കും. സംഭൃത (647) എന്ന അക്ഷജ്യാവുള്ള സ്ഥലത്തേക്കു ലംബജ്യാവു 3377. അതിനാൽ ഇവിടത്തെ ശരാശരി.

$$= 20869 \times \frac{525}{7906} \times \frac{3290}{3438} \times \frac{3377}{3438} = 1303 \text{ കല.}$$

ഇതാകുന്നു ലംബനോത്ഥചരമഫലം. ഇതു സ്ഥൂലമായ ഒരു ശരാശരി മാത്രമാകുന്നു. ചിലപ്പോൾ സൂക്ഷ്മഗണിതങ്ങൾക്കുമുമ്പു ചില സ്ഥൂലഫലങ്ങളെ കൊണ്ടു ആവശ്യമുണ്ടാകും. അവിടേക്കു ഇതു ഉപയോഗമായിത്തീരും. ഈ ചരമഫലം ഗ്രഹണഗണിതത്തിൽ മാത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നതുകൊണ്ടു വിക്ഷേപത്തെ ആലോചിക്കാത്തതിനാൽ പിഴവില്ല. ഗ്രഹണസമയത്തു വിക്ഷേപമുണ്ടെങ്കിൽതന്നെ അതു നന്ന കുറവായിരിക്കും.

മൃഗകർക്ക്യാദിജ്യാവുകളിൽ അന്ത്യഫലത്തിൽനിന്നു ഭുജകോടിഫലങ്ങളേയും കർണ്ണത്തേയും വരുത്തി ഇഷ്ടകേന്ദ്രത്തിന്നു ജ്യാവുണ്ടാക്കുന്ന രീതിയിൽ ലംബനോത്ഥചരമഫലത്തിൽനിന്നു ലംബനകലകളോടുകൂടി ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽനിന്നു ചന്ദ്രനെ നീങ്ങികാണുന്ന ചാപത്തിന്റെ ജ്യാവുണ്ടാക്കുവാൻ 27-ാംശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഇതു വളരെ സ്ഥൂലമാണെന്നു പിന്നീടു പറയാം.

പരിലേഖത്തിൽ ദ എന്നതു ദ്രഷ്ടാവിന്റെ സ്ഥാനം. മ അന്നത്തെ ക്ഷിതിജോപരിയുള്ള ചന്ദ്രമാർഗ്ഗത്തിന്റെ മദ്ധ്യം, ദക്ഷിണോത്തരസംപാതപ്രദേശം. 'മ ച' ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽനിന്നു കണക്കാക്കിയ അന്തരം. ഭൂമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു നോക്കിയാൽ ചന്ദ്രനെ കൃത്യം ഈ സ്ഥാനത്തുതന്നെ ശരിയായ സ്ഫുടത്തോടുകൂടികാണും. എന്നാൽ ലംബനംകൊണ്ടു കുറെകൂടികഴിഞ്ഞാലെ ചന്ദ്രനെ ആ സ്ഫുടത്തോടുകൂടി കാണുകയുള്ളു. അപ്പോൾ ചന്ദ്രൻ ഭൂപൃഷ്ഠത്തിൽനിന്നു നോക്കുന്നവക്കു ഗ എന്ന സ്ഥാനത്തായിരിക്കും. മ ഗ എന്ന ചാപത്തിന്റെ ജ്യാവാകുന്നു ലംബനജ്യാവ്. ച ഗ എന്നതു കണക്കാക്കിയ സമയംതൊട്ടു ചന്ദ്രനെ കണക്കാക്കിയ സ്ഥാനത്തു കാണുന്നതുവരെ നീങ്ങിയ ചാപം. ഇതു ചന്ദ്രൻ പശ്ചിമകപാലത്തിലെങ്കിൽ, പൂർവ്വകപാലത്തിലെങ്കിൽ കണക്കാക്കിയ ഭൂഗോളസ്ഥാനത്തു ചന്ദ്രനെ കണ്ടതുമുതൽ ഇഷ്ടസമയംവരെ നീങ്ങിയ ചാപം. 'ച ല' പരമഫലതുല്യം. ദ ല നീട്ടിയാൽ ചെല്ലുന്ന



പരിലേഖം 34.

സ്ഥാനമായിരിക്കും ഗ. ഗ വ എന്ന ജ്യാവാകുന്നു കാണേണ്ടതു്. ∠മ ദ ച = ∠ദ ച ഖ. ഇതിനെ ∠ച എന്നു വെക്കുക. ല ന എന്നതു ദ ച എന്നതിനു കല്പിച്ച ലംബം.

$$\text{ന ഖ} = \text{ച ല} \times \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ച})}{\text{ത്രി}}, \quad \text{ച ന} = \text{ച ല} \times \frac{\text{കോ}(\angle \text{ച})}{\text{ത്രി}}$$

$$\text{കർണ്ണം} = \text{ദ ല} = \sqrt{\left(\text{ത്രി} - \text{ച ല} \times \frac{\text{കോ}(\angle \text{ച})}{\text{ത്രി}}\right)^2 + \left(\text{ച ല} \times \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ച})}{\text{ത്രി}}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\text{ത്രി}^2 + \text{ച ല}^2 - 2.\,\text{ച ല}.\,\text{കോ}(\text{ച})}.$$

$$\text{ഗ വ} = \text{ര ല} \times \frac{\text{ത്രി}}{\text{കർണ്ണം}}.$$ എന്നാൽ ര ല = ച യ = ഭു (മ ച)

$\therefore$ ഗ വ = ഭു (മ ച) $\times$ ത്രിജ്യാ $\div$ കർണ്ണം.

ഇതാകുന്നു പ്രീതാംഗനാദിജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞ ക്രിയ.

ഉദാഹരണമായി മ ച എന്നതു ഒരു രാശിയാകുമ്പോഴ ജ്യാവു എന്തെന്നു കണക്കാക്കാം.

$$\text{കർണ്ണവർഗ്ഗം} = \text{ത്രി}^2 + 1303^2 - 2 \times 1303;\ \text{കോ}\ (1\ \text{രാശി})$$

$$= 11818103 + 1697809 - 2606 \times 2977{\cdot}2$$

$$= 13515912 - 7758583 = 5757329.$$

$$\therefore \text{കർണ്ണം} = \sqrt{5757329} = 2399{\cdot}44.$$

$$\therefore 8\text{-ാം ജ്യാവു്} = \frac{\frac{\text{ത്രി}}{2} \times \text{ത്രി}}{2399{\cdot}44} = \frac{\text{ത്രി}^2}{4798{\cdot}9} = \frac{11818103}{4798{\cdot}9} = \underline{2462{\cdot}7}$$

പഞ്ചബോധം സൽസാരസൂചിനീവ്യാഖ്യാനത്തിൽ 8—ാമത്തെ ജ്യാവു് 'നതിവര' (2460) എന്നാകുന്നു. അതിനേക്കാഴ ഇതു് 2·7 കല മാത്രമേ അധികമുള്ളൂ.

ഇനി ജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ ക്രിയ എളുപ്പമാക്കിപ്പറയുന്നു.

കോടീഗുണാഢിനിഹതസ്തനചിത്രഹീനം
സ്ത്രീകേളിമാല്യമലയം പദിതം ച കർണ്ണഃ
ത്രിജ്യാ ഹതാദ് ഭുജഗുണാദമനാം ഹൃതാ വാ
പ്രീതാംഗനാദ്യുതിതലംബനമൌർവ്വികാഃ സ്യുഃ. 28.

സാരം:— സ്തനചക്ര (2606)ത്തെ കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച അതിനെ സ്ത്രീകേളിമാല്യമലയ (13515912) ത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞു മൂലിച്ചതു കർണ്ണം.

ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഈ കർണ്ണംകൊണ്ട് ഹരിച്ചതു് 'പ്രീതാംഗനാ' എന്നു തുടങ്ങിപ്പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ലംബനജ്യാവുകളാകുന്നു.

ഈ ക്രിയ വളരെ സ്ഥൂലമാണെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലൊ. യുക്തിഭംഗവുമുണ്ട്. ചന്ദ്രൻ ക്ഷിതിജത്തിലാണെന്നു കണക്കാക്കിയ സമയത്തു ഭൂപൃഷ്ഠത്തിൽനിന്നു നോക്കുമ്പോൾ ചന്ദ്രനെ സ്വസ്ഥാനത്തുനിന്നു തെററിക്കാണുന്ന ദൂരമാകുന്നു പരമലംബനകലകൾ. ഈ പരമലംബനകലകളെ 20869 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 790·6 കൊണ്ടു ഹരിച്ചതാകുന്നു എന്നുവെച്ചാൽ 26·4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതാകുന്നു ലംബനോത്ഥചരമഫലം. കാഴ്ചക്കുള്ള ഭേദത്തെ 26·4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുണ്ടാക്കിയതു ചരമഫലം. അതു ഭേദം തീൎന്നുപോകുവാൻ വേണ്ട സമയം കൊണ്ട് ചന്ദ്രൻെറ വായുഗോളഗതിയാകുന്നു. മററെല്ലാ സ്ഥാനങ്ങളിലും പരമലംബനകലകളെ ആസ്പദമാക്കി ലംബനകലകൾ വരുത്തി അതിൽനിന്നു വായുഗോളഗതി കണക്കാക്കിയാൽ ക്രിയ യുക്തംതന്നെ. അതിന്നു പകരം ഇവിടെ ക്രിയകളെ മറിച്ചുചെയ്തിരിക്കുന്നു. എന്നുവെച്ചാൽ ലംബനകലകളെ വരുത്തുക ആദ്യവും അതിനെ ഗുണിച്ച് വായുഗോളഗതി വരുത്തുക രണ്ടാമതും ചെയ്യേണ്ടതിന്നു പകരം ആദ്യം വായുഗോളഗതി വരുത്തി പിന്നെ അതിൽനിന്നു ലംബനകലകളെ വരുത്തുന്നതുപോലെ ഇഷ്ടസമയത്തേക്കു വായുഗോളഗതി വരുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഇതു പാടില്ല. ചാപത്തിൽനിന്നു ജ്യാവു വരുത്തി ഇരട്ടിച്ചാൽ, ഇരട്ടിച്ച ചാപത്തിൻെറ ജ്യാവു കിട്ടുന്നതല്ല. പക്ഷെ സ്ഥൂലമായി കിട്ടുകയും ചെയ്യും. അതിനാൽ ലംബനോത്ഥചരമഫലത്തിൽ നിന്നു താഴെ പറയുംപ്രകാരം പ്രീതാംഗനാദിജ്യാവുകളെ ഉണ്ടാക്കേണ്ടതാകുന്നു. ആദ്യം ചരമഫലത്തിൽനിന്നു അന്ത്യലംബനകലകൾ കാണണം. അതിൽനിന്നു ഇഷ്ടസമയത്തെ ലംബനകലകൾ കണക്കാക്കി അതിനെ 20869 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 790·6 കൊണ്ടു ഹരിച്ച് ദൈനികഗതിയംശാലുള്ള നീക്കു് കണ്ടു്, അതു ആദ്യമേ കണക്കാക്കിവെച്ച ചന്ദ്രൻെറ ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽനിന്നുള്ള നീക്കിൽ കൂട്ടി വരുന്ന ചാപത്തിൻെറ ജ്യാവു കണ്ടാൽ സൂക്ഷ്മമായ ജ്യാവായി. ഇപ്രകാരം 8_ാമത്തെ ജ്യാവു താഴെയുണ്ടാക്കുന്നു.

ചരമഫലത്തിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന അന്ത്യലംബനകലകൾ

$$= \text{ചരമഫലം} \times \frac{790\cdot6}{20869} = \frac{1303 \times 790\cdot6}{20869} = 49\cdot3.$$

$$\text{കർണ്ണം} = \sqrt{11818103 + (49\cdot3)^2 - 2 \times 49\cdot3 \times \text{കോ}\ (1\ \text{രാശി})}$$
$$= \sqrt{11526982} = 3395.$$

ഇതിൽനിന്നു ച ഗ എന്നതിൻെറ ഭുജജ്യാവ്

$$= \frac{49\cdot3 \times ഭു(\angle ച)}{ര} \times \frac{ര}{3395} = \frac{49\cdot3 \times 1718\cdot9}{3395} = 24\cdot96.$$

ഇതു് നന്ന ചെറുതാകയാൽ ചാപിക്കണമെന്നില്ല. ചാപവും 24·96 കലകാംക്കു തുല്യം. ഇതിനെ 20869 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു 790·6 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 659 കല. ഇതിനെ 1 രാശിയായ 1800 കലയോടു കൂട്ടിയാൽ 2459. ഇതിൻെറ ജ്യാവു് 2255 മാത്രം. ഇതാണു് എട്ടാമത്തെ പ്രീതാംഗ നാദിജ്യാവായിരിക്കേണ്ടതു്. ഇതിന്നു പകരം നതിവര (= 2460) എന്നു കിട്ടിയതു ക്രിയയുടെ യുക്തിഭംഗംകൊണ്ടു മാത്രമാണു്. (പണ്ഡിതന്മാരുടെ ശ്രദ്ധയെ ഇവിടേക്കു പ്രത്യേകം ക്ഷണിക്കുന്നു.)

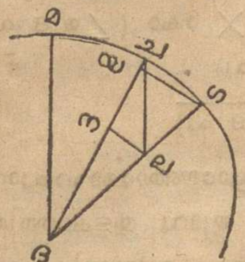
ഇവിടെ കണ്ട ന്യൂനത 29-ാം ശ്ലോകത്തിൽ യോഗീരക്താദിജ്യാവു കറം വരുത്തുവാൻ പറഞ്ഞ ക്രിയയിലും ഉണ്ടു്. ഇതിന്നെല്ലാം കരണപദ്ധതി ഗ്രന്ഥകർത്താവു് ഉത്തരവാദിയാവണമെന്നില്ല. അദ്ദേഹം അന്നു നടപ്പിൽ ഇരിക്കുന്ന 'ഗുണഹാരഗുണാദി'കളെ ഉണ്ടാക്കുവാനുള്ള "കാപിപദ്ധതി' നിർമ്മിക്കുന്നേയുള്ളു. വാസ്തവത്തിൽ ശരിയായ ലംബനം വരുത്തുവാൻ 23-ാംശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പറഞ്ഞതുപോലെ ത്രിരാശ്യൂനചന്ദ്ര ഖമദ്ധ്യാന്തരാളകോടിജ്യാവിൽനിന്നും പരമലംബനത്തിൽനിന്നും വരുത്തുക തന്നെ വേണം. അതും സംസ്കരിക്കേണ്ടതാണു്. അവിടെപ്പറഞ്ഞ ലംബന കലകറം മദ്ധ്യമമാണു്. അവയെ മദ്ധ്യമചന്ദ്രകർണ്ണംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു തൽക്കാല ചന്ദ്രകർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ശരിയായ ലംബനമായി.

ഇനി യോഗീരക്താദി ലംബനജ്യാവുകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

> കോടിജ്യാഘ്നേന്നഹ്ലനാഗേന ഹീനാൽ
> പ്രജ്ഞാമോഹപ്രായവാക്യാൽ പദം യൽ
> തേനാവാപ്താദ് ദോർഗ്ഗുണാൽ കാതരഘ്നാദ്
> യോഗീ രക്തേത്യാദികാ ലംബനജ്യാഃ. 29.

സാരം:— ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തത്തിൽ നിന്നു ഘടികാമണ്ഡലമാർഗ്ഗമായി ചന്ദ്രൻ എത്ര അകന്നിരിക്കുന്നുവെന്നു ഗണിതമാർഗ്ഗമായി കണ്ടു് അതിൻെറ കോടിജ്യാവിനെ അഹ്ലനാഗം (= 3040) കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതിനെ 'പ്രജ്ഞാ മോഹപ്രായവാക്യം' (= 14128502) എന്നതിൽനിന്നു കളഞ്ഞു മൂലിച്ചതു കർണ്ണം. കാതരം (= 261) എന്നതിനെ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഈ കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു യോഗീ, രക്ത ഇത്യാദി ലംബനജ്യാവുകളാകുന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ 27-ാം ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനത്തിലെന്നപോലെ 'മ' എന്നതു ചന്ദ്രൻെറ ദൈനികമാർഗ്ഗദക്ഷിണോത്തരസംപാതം. ച, ഗണിതാഗതചന്ദ്രൻ. 'ച ല' എന്നതു 26-ാം ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞതു



പരിലേഖം 35:

പോലെ ഒരു ചരമഫലം. അതിനെ എങ്ങിനെ വരുത്തുന്നുവെന്നു പിന്നീടു പറയാം. ച ഗ എന്നതു ചന്ദ്രനെ ഒരിഷ്ടസമയത്തേക്കു ഗണിച്ചു അതിന്നു എത്ര സമയം മുമ്പോ, പിമ്പോ ചന്ദ്രനെ ഗണിച്ച സ്ഫുടത്തോടു കൂട്ടിയതായിക്കാണുന്ന ആ സമയം കൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ ദൈനികമാൎഗ്ഗത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ദൂരം. ഇതിന്റെ അൎദ്ധജ്യാവാകുന്നു യോഗീരക്താദി ജ്യാവുകൾ, പക്ഷെ വിനാഴികയായിപ്പറഞ്ഞവ. ല ന, ദ ച എന്നതിന്നു ലംബം, ഗ യ എന്നതും ദ ച എന്നതിന്നു ലംബം. $\angle$ദ ച ല $=$ $\angle$മ ദ ച.

$$\text{ന ല} = \text{ച ല}.\frac{\text{ഭു}(\angle \text{മ ദ ച})}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$ അതിനാൽ.

$$\text{ഗ യ} = \text{ച ല}.\frac{\text{ഭു}(\angle \text{മ ദ ച})}{\text{ത്രിജ്യാ}}.\frac{\text{ദ ഗ}}{\text{ദ ല}} = \text{ച ല}.\frac{\text{ഭു}(\angle \text{മ ദ ച})}{\text{കൎണ്ണം}}.$$

ദ ഗ, ത്രിജ്യാവും; ദ ല, കൎണ്ണവുമാകുന്നു.

ച ല എന്ന അന്ത്യഫലം ഇവിടെ എങ്ങിനെ വരുത്തുന്നു എന്നു നോക്കാം. ചന്ദ്രനു് ഭൂവ്യാസാൎദ്ധം സ്വകക്ഷയിൽ സഞ്ചരിക്കുവാൻ $3600 \times \frac{525}{7906} = 239$ വിനാഴിക. ദിവസത്തിൽ 21600 കല പ്രകാരം 239 വിനാഴിക നേരംകൊണ്ടു ചന്ദ്രൻ സ്വാഹോരാത്രവൃത്തത്തിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന ചാപം $= 23°\text{-}54'$. ഇതിന്റെ ഭുജജ്യാവു് 1393. ഇത്ര കലക്കു് 239 വിനാഴിക. അപ്പോൾ ഇടയിൽ വരുന്ന 'ഗ യ' എന്ന ഭുജജ്യാവിന്നു എത്ര വിനാഴിക എന്നതു അവിടത്തെ ലംബനവിനാഴികകളായി കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു. $\angle$ദ ച ല എന്നതു $90°$ ആയിരിക്കുമ്പോൾ ച ല എന്നതു പരമലംബനത്തിന്നു കിട്ടിയ $23°\text{-}54'$യുടെ ഭുജജ്യാവിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി കോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചതിന്നു തുല്യം.

$$\therefore \text{ച ല} = \frac{\text{ഭു}\,(23°\text{-}54') \times \text{ത്രിജ്യാ}}{\text{കോ}\,(23°\text{-}54')} = \frac{3438 \times 1393}{3143} = 1524.$$

ഇതിനെ ശ്ലോകത്തിൽ 1520 എന്നായി സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. $\angle$ദ ച ല എത്രതന്നെയായാലും ച ല എന്നതിനെ 1520 എന്നുവെച്ചു് കൎക്കിമകരാദി ജ്യാവുകളിൽ കൎണ്ണവും ജ്യാവും കാണുന്നതുപോലെ ഇവിടേയും കൎണ്ണവും ജ്യാവും കാണുന്നു.

$$\text{കർണ്ണവർഗ്ഗം} = \text{ത്രിജ്യാവർഗ്ഗം} + 1520^2 - 2 \times 1520 \times \text{കോ} (\angle \text{മ ദ ച})$$
$$= 11818103 + 2310400 - 3040 \times \text{കോ} (\angle \text{മ ദ ച})$$
$$= 14128503 - 3040.\ \text{കോ} (\angle \text{മ ദ ച})$$

$$\text{കർണ്ണം} = \sqrt{14128503 - 3040.\ \text{കോ.} (\angle \text{മ ദ ച})}$$

ശ്ലോകത്തിൽ 14128503 എന്നതിന്നു 14128502 (പ്രാജ്ഞോമോഹപ്രായ വാക്യം) എന്നു സ്വീകരിച്ചിരിക്കുന്നു. 'ഗ യ' എന്ന ജ്യാവു തുടക്കത്തിൽ തന്നെ ഉണ്ടാക്കിക്കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ജ്യാവിന്നനുസരിച്ച വിനാഴികകളെ കാണുന്നതുകൊണ്ടു 1393 കലക്ക് 239 വിനാഴികയെങ്കിൽ പ ല (= 1520) എന്നതിന്നു എത്ര വിനാഴികയെന്നു കാണുന്നു. അതു്

$$= \frac{239 \times 1520}{1393} = 261 \ (= \text{കാതരം})$$

പ്രീതാംഗനാദിജ്യാവുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നതിലുള്ള യുക്തിഭംഗം ഇതിലും ഉണ്ട്. ഈ സ്ഥൂലഫലത്തെകൊണ്ടും ഉപയോഗമുണ്ട്. സൂക്ഷ്മഫലം ത്രിരാശ്യൂന ചന്ദ്രന്റെ ഖമദ്ധ്യാന്തരാളത്തിൽനിന്നു വരുത്തുകതന്നെ വേണം.

ഇനി ബിംബാദികളുടെ കലകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ബിംബാദീനാം യോജനാനി ഹതാനി ത്രിഭജീവയാ
സ്ഫുടയോജനകർണ്ണേന ഭക്താന്യേഷാം കലാഃ സ്മൃതാഃ. 30.

സാരം:— ഗ്രഹഗോളങ്ങളുടെ യോജനകളെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി സ്ഫുടയോജന കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ അവയുടെ ബിംബകലകൾ ഉണ്ടാകും.

യുക്തി സുഗമം. ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ഒരിടത്തും കുജാദികളുടെ യോജനാത്മകവ്യാസങ്ങളെ പറഞ്ഞിട്ടില്ല. ആര്യഭടൻ ദശഗീതിക 5-ാംകാരിക യിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതായിരിക്കും ഇവിടെ ഉദ്ദേശിച്ചിട്ടുള്ളതു്. അതു് പറയാം.

"നൃഷിയോജനം ഞിലാ ഭൂവ്യാസോ-
ർക്കേന്ദ്വോർഘ്ലിഞാ ഗിണകമേരോഃ
ഭൃഗുഗുരുബുധശനിഭൌമാശ്ശശി
ങ്,ഞ,ണ,ന,മാംശകാസ്സമാർക്കസമാഃ".

സാരം:— യോജനയെന്നതു 8000 (ഷി) നരപ്രമാണമാകുന്നു. ഭൂവ്യാസം 1050 (ഞി+ലാ=1000+50) യോജന. സൂര്യചന്ദ്രന്മാരുടേവ 4410ഉം (ഘ്ലിഞാ = ഘി + രി + ഞാ = 400 + 4000 + 10) 315ഉം (ഗി + ണ = 300+15) ആകുന്നു. മേരുവിന്റേതു 1 (= ക) ആകുന്നു.

ശുക്രൻ, വ്യാഴം, ബുധൻ, ശനി, ചൊവ്വ ഇവയുടെ വ്യാസങ്ങാം ചന്ദ്രവ്യാസത്തെ 5 (ങ), 10 (ഞ), 15 (ണ), 20 (ന), 25 (മ) ഈ സംഖ്യകളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാലുണ്ടാകുന്നു. സംവത്സരം എന്നു പറയുന്നതു അക്സംവത്സരമാകുന്നു.

ആൎയ്യഭടന്റെ ഭൂവ്യാസം ശരിയെന്നു സ്വീകരിക്കുന്നപക്ഷം ഒരു യോജന $7\frac{1}{2}$ മൈൽസ് വരുമെന്നു 7-ാം അദ്ധ്യായം 25-ാം ശ്ലോകത്തിന്റെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതുപ്രകാരം ചന്ദ്രന്റെ വ്യാസം 2359 മൈലും സൂൎയ്യന്റേതു 33,025 മൈലും ആകുന്നു; ആധുനികനിൎണ്ണയപ്രകാരം ഇവ 2160 മൈലും, 8,64,392 മൈലും ആകുന്നു. കുജാദികളുടെ വ്യാസങ്ങാം മൈലായി കൊടുക്കുന്നു. വലയങ്ങാംക്കകത്തുള്ളവ ആധുനികനിൎണ്ണയപ്രകാരമുള്ളവയാകുന്നു.

ശുക്രൻ. 472 മൈൽ (7575), ശനി. 118 മൈൽ (75060),
വ്യാഴം. 236 മൈൽ (82,700), ചൊവ്വ. 94 മൈൽ (4215),
ബുധൻ. 157 മൈൽ (3008),

പൂൎവ്വന്മാർ വ്യാസം നിൎണ്ണയിച്ചതു ഗ്രഹങ്ങളുടെ ശോഭയിൽനിന്നു സുമാറായി അനുമാനിച്ചതായിരിക്കണം.

ആദിത്യചന്ദ്രന്മാരുടെ ബിംബകലകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

അഥവാ സ്ഫുടഗതിലിപ്താ
ബിംബവ്യാസസ്യ യോജനൈൎഗ്ഗുണിതാഃ
ദിനയോജനഗതിവിഹൃതാ-
സ്തസ്യ ച ലിപ്താ ഭവന്തി രവിശശിനോഃ. 31.

സാരം:— ആദിത്യചന്ദ്രന്മാരുടെ സ്ഫുടഗതികലകളെ ബിംബവ്യാസത്തിന്റെ യോജനകളെകൊണ്ടു പെരുക്കി, ദിനയോജനഗതികൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, അവയുടെ ബിംബലിപ്തകളായി.

എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങാംക്കും തുല്യയോജനദിനഗതിയെന്നാണല്ലോ സിദ്ധാന്തം. സൂൎയ്യചന്ദ്രന്മാൎക്ക ശീഘ്രവൃത്തമില്ലാത്തതുകൊണ്ടു ഭൂമി ഏതാണ്ട് പ്രതിമണ്ഡലവൃത്തത്തിലെന്നോ, ഈ ഗ്രഹങ്ങാം മന്ദകൎണ്ണങ്ങാംക്കും എതിരായി സഞ്ചരിക്കുന്നുവെന്നോ കല്പിക്കാം. അധികം പിഴവില്ല. അതിനാൽ ദിനയോജനഗതിയായ 7906 യോജന പ്രതിമണ്ഡലപരിധിയിൽ വെച്ചാൽ ദിനഗതികലകളോളമായിത്തോന്നും; അതിനാൽ ഗ്രഹത്തിന്റെ വ്യാസത്തെ പ്രതിമണ്ഡലപരിധിയിൽ വെച്ചാൽ എത്ര കലകാം എന്നു ത്രൈരാശികം കൊണ്ടു കാണാം.

$$\therefore \text{ബിംബവ്യാസം} = \text{ദിനഗതി} \times \frac{\text{ബിംബയോജന}}{7906}.$$

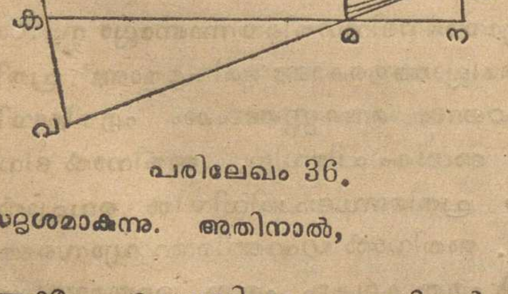
മന്ദകൎണ്ണത്തിന്നനുസരിച്ച് ഗതി മാറുന്നതോടുകൂടി ബിംബവ്യാസങ്ങളും മാറുന്നു.

ശശിമാൎഗ്ഗത്തിലെ ഭൂഛായയുടെ ലിപ്തകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഭൂവ്യാസയോജനഹതാഃ ശശിഭുക്തിലിപ്താ
ഭൂമ്യക്ക്വിസ്തൃതിഭിദാ ഹതഭാനുഗത്യാ
ഹീനാഃ പുനർദിവസയോജനഭുക്തിഭക്താ
ലിപ്താ ഭവന്തി തമസഃ ശശിമാൎഗ്ഗഗസ്യ. 32.

സാരം:— ഭൂവ്യാസത്തിൻെറ യോജനകളെകൊണ്ട് പെരുക്കിയിരിക്കുന്ന ചന്ദ്രഗതി ലിപ്തകളിൽനിന്നു ഭൂവ്യാസത്തിൻേറയും സൂൎയ്യബിംബത്തിൻേറയും അന്തരംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിക്കുന്ന സൂൎയ്യഗതി കളഞ്ഞു് ശിഷ്ടത്തെ ദിനയോജനഗതി കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ ശശിമാൎഗ്ഗത്തിലെ തമോബിംബത്തിൻെറ ലിപ്തകളാകും.

സൂൎയ്യഗോളം ഭൂഗോളത്തേക്കാറം വലിയതാകയാൽ, സൂൎയ്യനെകൊണ്ടുണ്ടാവുന്ന ഭൂമിയുടെ നിഴൽകൂടി കാകാരത്തിലായിരിക്കും. ഒരു വശത്തു ഭൂവ്യാസത്തോളം വിസ്താരവും മറെറ വശത്തു തീരെ കൂൎത്തും ആയിരിക്കും. ഈ നിഴൽ ചന്ദ്രകക്ഷയേയും അതിക്രമിച്ചിരിക്കും. ഇതിൽ ചന്ദ്രൻ പ്രവേശിക്കുമ്പോറം ചന്ദ്രഗ്രഹണമുണ്ടാകുന്നു. ചന്ദ്രഗ്രഹണത്തിൻെറ കാലം, ഗ്രാസം, മദ്ധ്യം, സ്പൎശം, മോചനം മുതലായവ ഗണിക്കുവാൻ ചന്ദ്രകക്ഷയിൽ ഈ ഛായയുടെ വിസ്താരം എത്രയുണ്ടെന്നറിയണം. ഈ ഛായയുടെ മദ്ധ്യം രവിബിംബമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു കൃത്യം 6 രാശി അകന്നിരിക്കുമെന്നു സ്പഷ്ടം. പരിലേഖത്തിൽ ര വ, ഭ മ, ഛ യ ഇവ സൂൎയ്യൻേറയും, ഭൂമിയുടേയും ഛായയുടേയും വ്യാസങ്ങളാകുന്നു. ര ഭ ഛ എന്നതിന്നു സമാന്തരമായി ക മ ന എന്നതിനെ കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു. ര ക = ഭ മ = ഛ ന = ഭൂവ്യാസം.



പരിലേഖം 36.

സൂൎയ്യൻ, ഭൂമി, ഛായാ ഇവകളുടെ യോജനാത്മകവ്യാസങ്ങളെ ര, ഭ, ഛ എന്ന ചിഹ്നങ്ങളെകൊണ്ടു സൂചിപ്പിക്കാം. എന്നാൽ ക വ = ര — ഭ. യ ന = ഭ — ഛ. ക മ വ, യ ന മ എന്ന രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും സദൃശമാകുന്നു. അതിനാൽ,

$$\frac{\text{ഭ} - \text{ഛ}}{\text{ര} - \text{ഭ}} = \frac{\text{ഭൂചന്ദ്രവിവരം}}{\text{ഭൂരവിവിവര}} = \frac{\text{രവിഗതി}}{\text{ചന്ദ്രഗതി}}.$$

{ സൂൎയ്യനും ചന്ദ്രനും യോജനഗതി ഒന്നുതന്നെയാകയാൽ അവയുടെ കലാത്മകഗതി ഭൂമിയിൽനിന്നുള്ള ദൂരത്തിന്നു് വ്യസ്താനുപാതമാണല്ലോ.

$\text{ഭ} - \text{ഛ} = (\text{ര} - \text{ഭ}).\,\dfrac{\text{രവിഗതി}}{\text{ചന്ദ്രഗതി}}.\quad \therefore\ \text{ഛ} = \text{ഭ} - (\text{ര} - \text{ഭ}).\,\dfrac{\text{രവിഗതി}}{\text{ചന്ദ്രഗതി}}$

ഇതു് ഛായയുടെ യോജനവ്യാസമാകുന്നു. ചന്ദ്രഗതിയെ ചന്ദ്രയോജനവ്യാസംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ദിനയോജനഗതികൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ചന്ദ്രബിംബകലകൾ ഉണ്ടാകുന്നതുപോലെ, ചന്ദ്രകക്ഷ്യയിലെ ഛായയുടെ വ്യാസംകൊണ്ടു ചന്ദ്രഗതിയെ ഗുണിച്ചു ദിനയോജനഗതികൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, ഛായാവ്യാസകലകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. അതിനാൽ

$$\text{ഛായാവ്യാസം} = \text{ഛ} \times \frac{\text{ചന്ദ്രഗതി}}{\text{ദിനയോജനഗതി}}.$$

$$= \frac{\text{ഭ} \times \text{ചന്ദ്രഗതി} - (\text{ര} - \text{ഭ}).\,\text{രവിഗതി}}{\text{ദിനയോജനഗതി}}.$$

പ്രകാരാന്തരേണ കുജാദികളുടെ ബിംബലിപ്തകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഹാര്യ്യം സ്യാന്മന്ദശീഘ്രോദിതഫലവിവരേ
കർക്കിനക്രാദിയാതേ
സ്വർണ്ണം സ്വർണ്ണൈക്യഭേദാന്നിജവധശിഖരാം-
ശാഢ്യഹീനേ ശരീരേ
തസ്മാൽ പഞ്ചഘ്നമൌഢ്യാദിതലവവിഹൃതാ
ബിംബലിപ്താഃ കുജാദേഃ
സ്ഥാനോദ്യന്നാഥശീതക്ഷതപുളിനഹൃതാ-
സ്താശ്ച കൈശ്ചിൽ പ്രദിഷ്ടാഃ. 33.

സാരം:— ശരീര (225)ത്തോടു മന്ദശീഘ്രജ്യാഖണ്ഡഘാതത്തിന്റെ ശിഖരാ (225)ംശം, രണ്ടും ധനമോ, ഋണമോ ആണെങ്കിൽ കൂട്ടുകയും, അല്ലെങ്കിൽ അന്തരിക്കയും ചെയ്ക. മന്ദജ്യാഖണ്ഡവും ശീഘ്രജ്യാഖണ്ഡവും കർക്ക്യാദികളെങ്കിൽ കിട്ടിയതിനോടു കൂട്ടുകയും, മകരാദികളെങ്കിൽ അതിൽനിന്നു കളകയും ചെയ്ക. ഫലത്തെ ഹാര്യ്യമെന്നു പറയുന്നു. അതിനെ 5 കൊണ്ടു ഗുണിക്കപ്പെട്ട മൌഢ്യാംശാംശങ്ങളെകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ കുജാദികളുടെ ബിംബകലകൾ ഉണ്ടാകുന്നു. ചിലർ ഹാര്യ്യത്തെ ക്രമേണ സ്ഥാനോദ്യ (107), നാഥ (70), ശീത (65), ക്ഷത (66), പുളിന (91) ഇവകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഉണ്ടാകുമെന്നും പറയുന്നു.

കർക്ക്യാദികേന്ദ്രത്തിന്നു ഗതി മദ്ധ്യമഗതിയേക്കാൾ വദ്ധിച്ചിരിക്കും, മകരാദിക്കു കുറഞ്ഞിരിക്കും. ഇതു മന്ദകേന്ദ്രത്തിന്നും ശീഘ്രകേന്ദ്രത്തിന്നും ഒരുപോലെതന്നെ. മദ്ധ്യമം 225 കല വദ്ധിക്കുമ്പോൾ മന്ദസ്ഫുടം 225 ± മ വദ്ധിക്കുന്നുവെന്നും, ശീഘ്രകേന്ദ്രം 225 കല വദ്ധിക്കുമ്പോൾ

ശീഘ്രസ്ഫുടം 225 $\pm$ ശ വർദ്ധിക്കുമെന്നും വെക്കുക. ഇവിടെ മ എന്നതു മന്ദജ്യാഖണ്ഡവും ശ എന്നതു ശീഘ്രജ്യാഖണ്ഡവുമാകുന്നു. അതിനാൽ, മദ്ധ്യമം 225 കല വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ സ്ഫുടം (225 $\pm$ മ) (225 $\pm$ ശ) $\div$ 225 $\left\{= \left(225 \pm മ \pm ശ \pm \frac{മ\ ശ}{225}\right)\right\}$ കല വർദ്ധിക്കും. അതിനാൽ മദ്ധ്യമഭുക്തി 225 കല ഉണ്ടാകുവാനുള്ള കാലംകൊണ്ടു സ്ഫുടഭുക്തി (225 $\pm$ മ $\pm$ ശ $\pm \frac{മ\ ശ}{225}$) ഉണ്ടാകും. അതിനാൽ,

$$\text{സ്ഫുടഗതി} = \text{മദ്ധ്യമഗതി} \times \frac{225 \pm മ \pm ശ \pm \frac{മ\ ശ}{225}}{225}$$

ഋണധനം കർക്കിമകരാദി നോക്കി നിശ്ചയിക്കുകയും വേണം. 225 $\pm$ മ $\pm$ ശ $\pm \frac{മ\ ശ}{225}$ എന്നതിനെ ഹാർയ്യമെന്നു പറയുന്നു. ഗതി ചുരുങ്ങുമ്പോൾ ഗ്രഹം അകലെയായിരിക്കും. അതിനാൽ അനുപാതകമായി ബിംബവും ചുരുങ്ങും. ഗതി വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ അനുപാതകമായി ബിംബവും വർദ്ധിക്കും. എന്നാൽ സദാ ഒന്നുതന്നെ എന്നു സങ്കല്പിച്ചിട്ടുള്ള യോജനഗതി പ്രതിമണ്ഡല മാർഗ്ഗമാകയാൽ, ശീഘ്രകർണ്ണത്തിന്നു നേരെ എതിരായിട്ടാകയില്ല. അതിനാൽ ബിംബകലകളുടെ ഏററക്കുറവു കൃത്യമായി അനുപാതകമാകയില്ല. എന്നിരുന്നാലും ഭേദം വളരെ കുറവായിരിക്കും.

ശ്ലോകത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വിധിയിൽ ഗ്രഹത്തിൻെറ പ്രകാശം അതിൻെറ യോജനവ്യാസത്തിന്നു ക്രമമായും കക്ഷാവ്യാസത്തിന്നു വ്യസ്തമായും അനുപാതകമെന്നു കല്പിച്ചതായിക്കാണുന്നു. ഇതു അത്ര ശരിയല്ല. ഇതിന്നും പുറമെ കാലാംശം പ്രകാശത്തിന്നു വ്യസ്താനുപാതമെന്നും കല്പിച്ചിട്ടുണ്ട്.

നിശ്ചലസംഖ്യകളെ ധ എന്നും കക്ഷാവ്യാസത്തെ ദ എന്നും, സൂചിപ്പിക്കുക. ഗ്രഹത്തിൻെറ മദ്ധ്യമഗതി കക്ഷാവ്യാസത്തിന്നും സ്പഷ്ടഗതി കർണ്ണത്തിന്നും വ്യസ്താനുപാതമാകുന്നു. ഇതു പ്രകാരം,

$$\text{പ്രകാശം} \frac{ധ \times \text{വ്യാസം}}{ദ}; \quad \text{കാലാംശം} = \frac{ധ}{\text{പ്രകാശം}}$$

$$\therefore \frac{\text{വ്യാസം}}{ദ} = \frac{ധ}{\text{കാലാംശം}}; \quad \text{വ്യാസം} = \frac{ധ \times ദ}{\text{കാലാംശം}}$$

$$\text{ബിംബകലകൾ} = \text{ത്രിജ്യാ} \times \frac{\text{വ്യാസം}}{\text{കർണ്ണം}}$$

$$= \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{ധ} \times \text{ദ}}{\text{കാലാംശം} \times \text{കർണ്ണം}}$$

$$= \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{ധ} \times \text{സ്ഫുടഗതി}}{\text{കാലാംശം} \times \text{മദ്ധ്യമഗതി}}$$

$$= \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{ധ}}{\text{കാലാംശം}} \cdot \frac{225 \pm \text{മ} \pm \text{ശ} \pm \frac{\text{മ. ശ}}{225}}{225}$$

$$= \text{ഹാര്യ്യം} \div \frac{225 \times \text{കാലാംശം}}{\text{ധ} \times \text{ത്രിജ്യാ}}.$$

ഇതിൽ $\frac{225}{\text{ധ} \times \text{ത്രിജ്യാ}}$ എന്നുള്ളതിൽ എല്ലാം നിശ്ചലസംഖ്യകളാകുന്നു. ധ എന്ന അവ്യക്തരാശി എത്രയെന്നു നിരീക്ഷണംകൊണ്ടോ, മറേറതെങ്കിലും പ്രകാരത്തിൽ കണക്കാക്കിയ ഗ്രഹവ്യാസങ്ങളിൽനിന്നോ നിശ്ചയിക്കേണ്ട താകുന്നു. ഇങ്ങിനെ $\frac{225.}{\text{ധ} \times \text{ത്രിജ്യാ}}$ എന്നതു 5‒നു തുല്യമായി നിശ്ചയിച്ചിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ

$$\text{ബിംബകലകൾ} = \text{ഹാര്യ്യം} \div (5 \times \text{കാലാംശം})$$

ഗ്രഹങ്ങളുടെ പ്രകാശത്തിൽനിന്നു മാത്രം അവയുടെ ബിംബങ്ങളെ നിശ്ചയിച്ചിരിക്കയാൽ പല ഊഹങ്ങൾക്കും സംശയങ്ങൾക്കും ഇവിടെ അവകാശമുണ്ട്. അതിനാൽ ചിലർ ഹാര്യ്യത്തെ 'സ്ഥാനോദ്യാം'ദികളെ കൊണ്ടു ഹരിക്കണമെന്നു പറയുന്നു.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി 8‒ാം അദ്ധ്യായം
യുക്തിപ്രകാശികാവ്യാഖ്യാനം.

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ നവമോദ്ധ്യായഃ

എട്ടാം അദ്ധ്യായത്തിൽ വിഷുവച്ഛായ, അക്ഷലംബജ്യാവുകൾ, സ്വദേശഗുണകാരഹാരകങ്ങൾ, അപക്രമജ്യാവ്, ചരജ്യാവ്; പ്രാണകലാന്തരം, വിക്ഷേപചലനം, ചന്ദ്രപരമക്രാന്തി, ലംബനം, ബിംബകലകൾ എന്നി ഗോളഗണിതത്തിലെ കരുക്കളെന്നപോലെ പ്രധാനമായ സാധനങ്ങളെ വരുത്തുവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങൾ പറഞ്ഞു. ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ ഇവയെ കൊണ്ടു വരുത്തേണ്ട രാശിപ്രമാണം, നക്ഷത്രനതകാലം (കാലചാപം) നക്ഷത്രാപക്രമം, കാലലഗ്നം എന്നീ സാധനങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

ഒന്നാമതായി രാശിപ്രമാണങ്ങളെ വരുത്തുവാൻ ക്രിയ ചൊല്ലുന്നു.

കൃതായനേഷ്ടരാശ്യന്തേ ചരപ്രാണകലാന്തരേ
കുര്യാത്തദിഷ്ടരാശ്യന്തകാലലഗ്നമുദാഹൃതം. 1.

ഇഷ്ടതൽപൂർവ്വരാശ്യന്തകാലലഗ്നാന്തരാംശകാഃ
ദശാഹതാ ഭവന്തീഷ്ടരാശിമാനവിനാഡികാഃ. 2.

സാരം:— അയനചലനം സംസ്കരിച്ചിരിക്കുന്ന ഇഷ്ടരാശ്യന്തത്തിൽനിന്നു ചരവും പ്രാണകലാന്തരവും കണ്ടു് അതിൽതന്നെ സംസ്കരിച്ചാൽ അതു ഇഷ്ടരാശ്യന്തകാലലഗ്നമെന്നു പറയപ്പെടുന്നു. (1)

ഇഷ്ടരാശ്യന്തത്തിന്റെയും അതിന്റെ പൂർവ്വരാശ്യന്തത്തിന്റെയും അന്തരാംശങ്ങളെ 10കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ, അതു രാശിമാനവിനാഴികകളാകുന്നു. (2)

ഇഷ്ടസമയത്തു കിഴക്കുഭാഗത്തു ക്ഷിതിജത്തെ സ്പർശിക്കുന്ന അപക്രമവൃത്തപ്രദേശത്തിന്നു ഉദയലഗ്നമെന്നും, പടിഞ്ഞാറുഭാഗത്തു ക്ഷിതിജത്തെ സ്പർശിക്കുന്ന അപക്രമവൃത്തപ്രദേശത്തിന്നു അസ്തലഗ്നമെന്നും, ദക്ഷിണോത്തരത്തെ സ്പർശിക്കുന്ന പ്രദേശത്തിന്നു മദ്ധ്യലഗ്നമെന്നും പറയുന്നു. ഉദയാസ്തലഗ്നങ്ങളുടെ ശരിയായ മദ്ധ്യപ്രദേശത്തിന്നു ദൃക്ക്ഷേപലഗ്നമെന്നു പേര്. അസ്തലഗ്നംതൊട്ടു ദൃക്ക്ഷേപലഗ്നംവരെ 3 രാശിയും, ദൃക്ക്ഷേപലഗ്നംതൊട്ടു ഉദയലഗ്നംവരെ 3 രാശിയും അകലമുണ്ടാകും. അപക്രമമണ്ഡലത്തിന്റെ സ്ഥിതിയനുസരിച്ചു് മദ്ധ്യലഗ്നം ദൃക്ക്ഷേപലഗ്നത്തിന്റെ കിഴക്കോ പടിഞ്ഞാറോ ആയിരിക്കും. പൂർവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു അപക്രമവൃത്തത്തിന്റെ

ഇഷ്ടപ്രദേശത്തിൽക്കൂടി കിടക്കുന്ന അപക്രമനതവൃത്തം ഘടികാമണ്ഡലത്തെ ഛേദിക്കുന്ന പ്രദേശംവരെ ഘടികാമണ്ഡലമാർഗ്ഗമായ അകലത്തിന്നു, ആ അപക്രമപ്രദേശത്തിൻെറ കാലചാപം എന്നു പറയുന്നു. ഇഷ്ടസമയത്തു പൂർവ്വവിഷുവത്തു തൊട്ടു ഘടികാമണ്ഡലമാർഗ്ഗമായി പൂർവ്വസ്വസ്തികം വരെ ചെല്ലുന്നേടത്തുള്ള ഘടികാമണ്ഡലപ്രദേശത്തിന്നു കാലലഗ്നം എന്നും പറയുന്നു.

ഉദയലഗ്നത്തിൽ അയനചലനം കൂട്ടിയാൽ, പൂർവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു ലഗ്നംവരെയുള്ള അപക്രമവൃത്തചാപമുണ്ടാകുന്നു. ഇതിൽ ഓജപദത്തിന്നു ഋണമായും യുഗ്മപദത്തിന്നു ധനമായും പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ചാൽ ലഗ്നത്തിൻെറ കാലചാപമാകും. അപക്രമം ഉത്തരമെങ്കിൽ ഇതിൽനിന്നു ചരം കളഞ്ഞാൽ ആ സമയത്തെ കാലലഗ്നമാകുമെന്നു കാണാം. കഴിഞ്ഞ അദ്ധ്യായത്തിൽ ചരം ഇന്നതെന്നുള്ള വിവരണം നോക്കുക. അപക്രമം ദക്ഷിണമെങ്കിൽ, കാലചാപത്തോടു ചരം കൂട്ടിയാൽ കാലലഗ്നമുണ്ടാകുന്നു. രാശ്യന്തങ്ങളെ ലഗ്നങ്ങളായി കല്പിച്ച് അതാതു രാശ്യന്തങ്ങൾക്കുള്ള കാലലഗ്നങ്ങളെ കാണാമെന്നു സ്പഷ്ടം.

കാലലഗ്നം ദിവസത്തിന്നു 21600 കല (അഥവാ പ്രാണൻ) വീതം ഒരേ നിരക്കിൽ വർദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുന്നു. ഘടികാമണ്ഡലത്തിലെ 1 കല പൂർവ്വസ്വസ്തികത്തിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുവാൻ 1 പ്രാണകാലം വേണം. ഒരു രാശ്യന്തം ലഗ്നമായിരിക്കുമ്പോൾ കണ്ട കാലലഗ്നത്തിൻേറയും, പിന്നത്തെ രാശ്യന്തം ലഗ്നമായിരിക്കുമ്പോൾ കണ്ട കാലലഗ്നത്തിൻേറയും അന്തരാളകലകൾ എത്രയോ അത്ര പ്രാണകാലങ്ങൾ വേണം പിന്നത്തെ രാശി ക്ഷിതിജത്തെ കടന്നു തീരുവാൻ എന്നു വരുന്നു. ഇതിനെ 6 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ആ രാശി ഉദിച്ചുതീരുവാനുള്ള വിനാഴികകളായി. ഇതിനെ രാശിമാന വിനാഴികയെന്നു പറയുന്നു. രാശ്യന്തകാലലഗ്നാന്തരാളത്തെ അംശങ്ങളായികണ്ട് (കലകളായി കാണുന്നതിന്നു പകരം) അതിനെ 10 കൊണ്ടു പെരുക്കിയാൽ രാശിമാനവിനാഴികയെന്നു ഇതിൽനിന്നു വരികയും ചെയ്യുന്നു.

ചരത്തിന്നു ദേശാന്തരഭേദമുള്ളതുകൊണ്ടു ഓരോ ദേശത്തിനും പ്രത്യേകം രാശിമാനവിനാഴികകളെ ഉണ്ടാക്കേണ്ടതാകുന്നു. എന്നാൽ ഒരേ അക്ഷമുള്ള എല്ലാ ദേശങ്ങൾക്കും ഒരേ രാശിമാനങ്ങളായിരിക്കുമെന്ന് സ്പഷ്ടമത്രെ.

ഇനിയത്തെ രണ്ടു ശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു അശ്വതി മുതലായ 27 നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഫുടങ്ങളും പിന്നത്തെ രണ്ടു ശ്ലോകങ്ങളെക്കൊണ്ടു അവയുടെ വിക്ഷേപങ്ങളും പിന്നത്തെ ഒരു ശ്ലോകംകൊണ്ടു വിക്ഷേപങ്ങളുടെ ദിക്കും പറയുന്നു.

തടജ്ജ്ഞാ ഗുണേന പ്രസന്നോ നൃതന്മ്യോ
വരേണ്യോ നിവിഷ്ടോ വദാന്യോ നൃപേന്ദ്രഃ
ഹരിദ്രാ സമുദ്രഃ പ്രഹാരോ ദിനാംബു–
സ്തവാംശോ നിസർഗ്ഗോ വിളംശോ വിരുദ്ധഃ 3.
വിഭാവസ്ത്രൂണൌഘോ ഗജാഭോ ധനേശോ
ബഹുലശോ ധ്രുതാശഃ കളാത്മാ വിപക്ഷഃ
ക്ഷമാക്ഷോ നിളാന്തോ നിരംസഃ സ്യുരേതേ
ക്രമാദദ്ധിതാ ദസ്രപൂർവ്വാഃ സ്ഫുടാംശാഃ 4.
നമ്യഃ പ്രിയോ മുനിർമ്മാവീ നിത്യം പൂജ്യസ്തനുന്നനു
സ്ഥാനേ ജ്ഞാനീ പ്രിയോ ലോകേ സൂനുഃ പ്രാജ്ഞഃ സ്ഥലേ പുനഃ 5.
ഖഗേ ഭാനുർജ്ജനസ്ഥാനേ സൂനുന്നാഗസ്തിലം നനു
വക്രസ്തത്ര നനു ക്ഷേപഭാഗാ ദസ്രാദിതഃ ക്രമാൽ 6.
ദസ്രാന്തകാർയ്യമഭഗാദിതി വഹ്നിവായു–
വസ്വേകപാദ്വിധിഹരിശ്രുതിഗതാശ്ച സൌമ്യാഃ
യാമ്യാഃ പരേ വരുണനൈരൃതശൂർപ്പഭാനാം
ക്ഷേപാസ്തു ദിവ്യനഗനാഗകലാന്വിതാസ്തു. 7.

സാരം:— 3 തൊട്ടു 6 വരെ ശ്ലോകങ്ങളുടെ സാരം താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുക്കുന്നു. ധനവിക്ഷേപങ്ങൾ ഉത്തരവും ഋണവിക്ഷേപങ്ങൾ ദക്ഷിണവുമാകുന്നു.

നം	നക്ഷത്രം	സ്ഫുടം × 2	വിക്ഷേപം	നം	നക്ഷത്രം	സ്ഫുടം × 2	വിക്ഷേപം
1	അശ്വതി	16°	+10°	15	ചോതി	394°	+37°
2	ഭരണി	53	+12	16	വിശാഖം	424	+1+30′
3	കാർത്തിക	72	+ 5	17	അനിഴം	444	−3
4	രോഹിണി	100	− 5	18	തൃക്കേട്ട	456	−4
5	മകീരം	124	−10	19	മൂലം	483	+(8° + 30′)
6	തിരുവാതിര	140	−11	20	പൂരാടം	509	− 7
7	പുണർതം	184	+ 6	21	ഉത്രാടം	533	− 7
8	പൂയം	210	0	22	തിരുവോണം	569	+30
9	ആയില്യം	228	− 7	23	അവിട്ടം	591	+36
10	മകം	257	0	24	ചതയം	614	−(0 + 18′)
11	പൂരം	282	+13	25	പൂരുരുട്ടാതി	656	+24
12	ഉത്രം	308	+13	26	ഉത്രട്ടാതി	690	+26
13	അത്തം	346	− 7	27	രേവതി.	720	0
14	ചിത്തിര	370	− 2				

ശ്ലോകം 7.

ദസ്ര = അശ്വതി, അന്തക = ഭരണി, അര്യമ = പൂരം, ഭഗ = ഉത്രം, അദിതി = പുണർതം, വഹ്നി = കാർത്തിക, വായു = ചോതി, വസു = അവിട്ടം, ഏകപാദപ് = പൂരുരുട്ടാതി, ഉത്രട്ടാതി, ഹരി=ഓണം, ശുക്ല = വിശാഖം ഈ 12 നക്ഷത്രങ്ങളുടേയും വിക്ഷേപം ഉത്തരവും മററുള്ളവയുടേതു ദക്ഷിണവുമാകുന്നു. വരുണൻ = ചതയം, നൈരൃതം = മൂലം, ശുക്ല = വിശാഖം, ഇവയുടെ വിക്ഷേപങ്ങളിൽ ക്രമേണ ദിവ്യ (= 18), നഗ (= 30), നഗ (= 30) കലകൾ കൂട്ടുകയും വേണം.

27 നക്ഷത്രങ്ങളിൽ ചിലതു മാത്രമെ ഒററയായുള്ളൂ. മററുള്ളവയെല്ലാം ചെറിയ ഗണങ്ങളാകുന്നു. ഈ ഗണങ്ങളിൽ ഓരോ നക്ഷത്രത്തെ മാത്രമെ പ്രധാനമായി കരുതാറുള്ളൂ; ഉച്ചയായതും മററും അതിനെ നോക്കിപ്പറയുന്നു. അതിന്നു യോഗതാരമെന്നു പറയുന്നു. കേരളത്തിൽ ഉച്ചയായോ എന്നു നോക്കുവാൻ താഴെ പറയുന്ന നിയമം ഉപയോഗിക്കുന്നു.

"ജ്യേഷ്ഠാദീനാമതിക്രമ്യ പൌഷ്ണാദീനാമനാഗമേ
ആർദ്രാദീനാം സമം കുര്യാന്നവഷട്ദ്വാദശക്രമാൽ"

(തൃക്കേട്ടമുതൽ 9 നക്ഷത്രങ്ങളെ ദക്ഷിണോത്തരത്തെ മുഴുവൻ കടന്നതിന്നു ശേഷവും രേവതിമുതൽ 6 നക്ഷത്രങ്ങളെ ദക്ഷിണോത്തരത്തെ കടക്കുന്നതിന്നു മുമ്പും ബാക്കി തിരുവാതിരമുതൽ 12 നക്ഷത്രങ്ങളെ ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽ നില്ക്കുമ്പോഴും ഉച്ചയായി കരുതണം). നക്ഷത്രങ്ങൾ ഇന്നിന്നവയാണെന്നുള്ളതിനെ സംബന്ധിച്ച് കേരളാചാര്യന്മാരും ഉത്തരഭാരതീയരും തമ്മിൽ ചില അഭിപ്രായഭേദങ്ങളുണ്ട്. അവയേയും, നക്ഷത്രങ്ങളെ തിരിച്ചറിവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളേയും വ്യാഖ്യാതാവിൻെറ നക്ഷത്രദീപിക എന്ന ചെറുപുസ്തകത്തിൽ പടങ്ങളോടുകൂടി വ്യക്തമാക്കീട്ടുണ്ട്.

രേവതിയുടെ സ്ഫുടം 360 ഭാഗമായും വിക്ഷേപം ശൂന്യമായും കൊട്ടത്തിരിക്കുന്നതു ശ്രദ്ധാർഹമാകുന്നു; കരണപദ്ധതി ഗ്രന്ഥകർത്താവിൻെറ അഭിപ്രായപ്രകാരം രാശിച്ചക്രം രേവതിതൊട്ടു തുടങ്ങുന്നു. സൂര്യസിദ്ധാന്തപ്രകാരവും മററും ചിത്ര രാശിച്ചക്രത്തിൻെറ മദ്ധ്യത്തിലാകുന്നു. ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ ചിത്ര മദ്ധ്യത്തിൽനിന്നു 5° കിഴക്കോട്ടു മാറി നില്ക്കുന്നു.

ഇനി നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഫുടക്രാന്തി വരുത്തണമെന്നു പറയുന്നു.

നക്ഷത്രാണാം സ്ഫുടാഃ കാര്യാഃ സകലാഃ സംസ്കൃതായനാഃ
തേഷാം ക്രാന്തിഗുണാഃ സ്പഷ്ടാഃ സ്വസ്വവിക്ഷേപസംസ്കൃതാഃ. 8.

സാരം:— എല്ലാ നക്ഷത്രങ്ങളുടേയും സ്ഫുടങ്ങളിൽ അയനചലനം സംസ്കരിക്കുക. ആ സായനസ്ഫുടത്തിന്റെ ക്രാന്തിജ്യാവുകളിൽ വിക്ഷേപം സംസ്കരിച്ചാൽ അവ സ്പഷ്ടമാകും.

ക്രാന്തി അപക്രമനതമാർഗ്ഗമായും വിക്ഷേപം രാശികൂടവൃത്തമാർഗ്ഗമായും സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. രണ്ടിന്നും തമ്മിലുള്ള ചരിവ് കൂടി ആലോചിച്ചു വേണം ക്രാന്തിയെ സംസ്കരിപ്പാൻ.

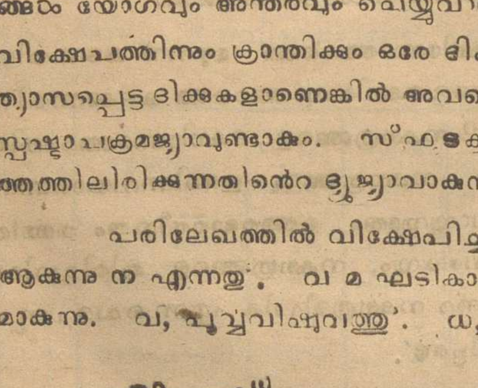
ഇനി വിക്ഷേപസംസ്കാരപ്രകാരത്തെപ്പറയുന്നു.

പരമാപക്രമകോട്യാ വിക്ഷേപജ്യാം നിഹത്യ തൽ കോട്യാ
ഇഷ്ടക്രാന്തിം ചോഭേ ത്രിജ്യാപ്തേ യോഗവിരഹയോഗ്യേ സ്തഃ. 9.

സദിശോഃ സംയുതിരനയോർവ്വിയുതിർവ്വിദിശോരപക്രമഃ സ്പഷ്ടഃ
സ്പഷ്ടാപക്രമകോടിർദൃഗ്ജ്യാ വിക്ഷേപമണ്ഡലേ വസതാം. 10.

സാരം:— പരമാപക്രമകോടിജ്യാവിനേയും വിക്ഷേപജ്യാവിനേയും തമ്മിൽ പെരുക്കുക. വിക്ഷേപകോടിജ്യാവിനേയും ഇഷ്ടക്രാന്തിജ്യാവിനേയും തമ്മിൽ പെരുക്കുക. ഈ രണ്ടു ഘാതങ്ങളേയും ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഫലങ്ങൾ യോഗവും അന്തരവും ചെയ്യുവാൻ യോഗ്യമായിത്തീരും. (9)
വിക്ഷേപത്തിന്നും ക്രാന്തിക്കും ഒരേ ദിക്കാണെങ്കിൽ അവയെ കൂട്ടുകയും വ്യത്യാസപ്പെട്ട ദിക്കുകളാണെങ്കിൽ അവയെ അന്തരിക്കുകയും ചെയ്ക. എന്നാൽ സ്പഷ്ടാപക്രമജ്യാവുണ്ടാകും. സ്ഫുടക്രാന്തിജ്യാവിന്റെ കോടി വിക്ഷേപവൃത്തത്തിലിരിക്കുന്നതിന്റെ ദൃഗ്ജ്യാവാകുന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ വിക്ഷേപിച്ചുനില്ക്കുന്ന ഒരു ഗ്രഹമോ നക്ഷത്രമോ ആകുന്നു ന എന്നതു്. വ മ ഘടികാമണ്ഡലവും, വ ക അപക്രമമണ്ഡലവുമാകുന്നു. വ, പൂർവ്വവിഷുവത്തു്. ധ, ഉത്തരധ്രുവം രാ, ഉത്തരരാശികൂടം.



പരിലേഖം 37.

രാ ന ക എന്നതു അപക്രമനതമായ രാശികൂടവൃത്തവും ധ ന ല എന്നതു ഘടികാനതവൃത്തവുമാകുന്നു; അതിനാൽ ന ക വിക്ഷേപം; വ ക, സായനസ്ഫുടം; ക മ, ക്രാന്തി; ന ല, സ്പഷ്ടക്രാന്തി; വ ല, കാലചാപം. ധ വ = രാ വ = വൃത്തപാദം. അതിനാൽ വ എന്ന പൂർവ്വവിഷുവത്തു് ഉത്തരധ്രുവരാശികൂടങ്ങളിൽ കൂടിപ്പോകുന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പാർശ്വം. ഈ വൃത്തം

ദക്ഷിണധ്രുവരാശികൂടങ്ങളിൽ കൂടിയും പോകമെന്നും അപരവിഷുവത്തും ഒരു പാൾശ്വമായിരിക്കുമെന്നും കണ്ടുകൊൾക. ര്ാ ക എന്ന രാശികൂടവൃത്തത്തിൻെറ പാൾശ്വം അപക്രമവൃത്തത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു. ആ പാൾശ്വം ത്രിരാശ്യൂനഗ്രഹം. രാ ധ, രാ ന ക ഈ വൃത്തങ്ങളുടെ പരമാന്തരാളം അവയുടെ പാൾശ്വങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അകലത്തിന്നു തുല്യമാകയാൽ പൂർവ്വവിഷുവത്തും ത്രിരാശ്യൂനഗ്രഹവും തമ്മിലുള്ള അന്തരാളത്തിന്നു തുല്യം. അതിനാൽ രണ്ടു വൃത്തങ്ങളുടേയും പരമാന്തരാളം ക വ എന്നതിൻെറ കോടി;

$$\angle \text{ധ രാ ന} = 3 \text{ രാശി} - \text{വ ക}.$$

ധ രാ പരമാപക്രമതുല്യം. ന രാ, വിക്ഷേപകോടി. ധ ന എന്നതു സ്പഷ്ടക്രാന്തിയുടെ കോടി. ഇപ്പോൾ ധ രാ ന എന്ന ത്രികോണത്തിൽ,

$$\text{ര} \times \text{കോ(ധ ന)} = \text{കോ(ധ രാ)}.\ \text{കോ(ന രാ)} + \text{ഭു(ധ രാ)}.\ \text{ഭു (ന രാ)}.\ \frac{\text{കോ} (\angle \text{ധ രാ ന})}{\text{ര}}$$

$$\text{എന്നാൽ, ഭു(ധ രാ)}.\ \text{കോ}(\angle \text{ധ രാ ന}) = \text{ഭു} (\angle \text{ക വ മ}).\ \text{ഭു(വ ക)}$$
$$= \text{ഭു (ക മ)} \times \text{ര}.$$

$$\therefore\ \text{ര} \times \text{കോ(ധ ന)} = \text{കോ(ധ രാ)}.\ \text{കോ(ന രാ)} + \text{ഭു(ന രാ)}.\ \text{ഭു(ക മ)}$$

എന്നുവെച്ചാൽ

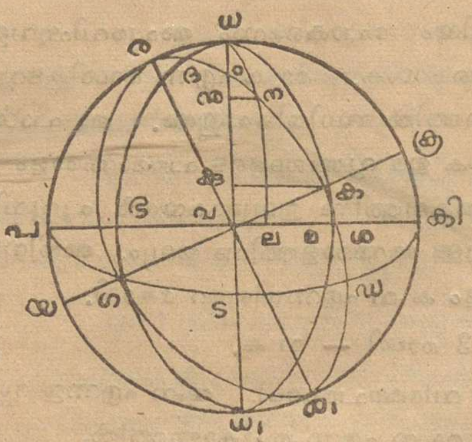
$$\text{ര} \times \text{ഭു(ന ല)} = \text{കോ}(\angle \text{ക വ മ}) \times \text{ഭു(ന ക)} + \text{കോ(ന ക) ഭു(ക മ)}$$

ഇങ്ങിനെ പരമാപക്രമകോടിജ്യാവിൻെറയും വിക്ഷേപജ്യാവിൻെറയും ഘാതത്തോടു അപക്രമഭുജജ്യാവിൻെറയും വിക്ഷേപകോടിജ്യാവിൻെറയും ഘാതം കൂട്ടിയതു സ്പഷ്ടാപക്രമഭുജജ്യാവിൻെറയും ത്രിജ്യാവിൻെറയും ഘാതത്തിന്നു തുല്യമെന്നു വന്നു.

പരിലേഖത്തിൽ അപക്രമവും വിക്ഷേപവും ഉത്തരമാകയാൽ ഘാതങ്ങൾ കൂട്ടേണ്ടതായി വന്നു. വിക്ഷേപം ദക്ഷിണവും അപക്രമം ഉത്തരവും ആണെങ്കിൽ ആദ്യഘാതം രണ്ടാമത്തേതിൽനിന്നു കളയേണ്ടിവരും. ഫലം ധനമെങ്കിൽ സ്പഷ്ടക്രാന്തി ഉത്തരംതന്നെ, ഋണമെങ്കിൽ അതു ദക്ഷിണവുമാകും.

സ്ഫുടക്രാന്തിയുടെ വർഗ്ഗത്തെ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു കളഞ്ഞു മൂലിച്ചാൽ ദ്യുജ്യാവുണ്ടാകുമെന്നു സ്പഷ്ടം.

ഇനി ഇതിൻെറ ഉപപത്തി യുക്തിഭാഷയനുസരിച്ച് പറയാം: പരിലേഖത്തിൽ ചുററുമുള്ള വൃത്തം ഉന്മണ്ഡലം. പ വ കി, ഘടികാമണ്ഡലവും, യ വ ക്ര, അപക്രമമണ്ഡലവും, വ, പൂർവ്വവിഷുവത്തും ആകുന്നു. ധ, ധ_1 ഉത്തരദക്ഷിണധ്രുവങ്ങളും ര, ര_1 ഉത്തരദക്ഷിണരാശികൂടങ്ങളും



പരിലേഖം 38.

ആകുന്നു. എന്നു വരുമ്പോൾ വായു ഗോളഭ്രമണംകൊണ്ടു രാശികൂടങ്ങൾ ഉന്മണ്ഡലത്തിൽ വരുന്ന സ്ഥിതിയിൽ ഖഗോളത്തെ നിരൂപണം ചെയ്യുന്നു: ക്ര കി, പ യ, ര ധ, ര$_1$ ധ$_1$ ഇവയെല്ലാം പരമാപക്രമതുല്യം. ന എന്നതു ഒരു വിക്ഷിപ്തനക്ഷത്രം. ര ന ക ശ ആ നക്ഷത്രത്തിൽ കൂടിയുള്ള രാശികൂടവൃത്തം. ന ക, വിക്ഷേപം. വ ക, സായനസ്ഫുടം. ക മ, അവിക്ഷിപ്തക്രാന്തി. ധ ക മ ധ$_1$ എന്നതു് ഘടികാനതവൃത്തം. വ മ, കാലചാപം; സ്പഷ്ടക്രാന്തിയും, സ്പഷ്ടകാലചാപവും കാണുവാനായി ക എന്നതിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി പിമ്പായി അപക്രമമണ്ഡലത്തിൽ ഗ എന്നൊരു പ്രദേശം സങ്കല്പിക്കുന്നു. ഗ ഭ ദ ധ, ര$_1$ ഗ ര എന്നവ ഇതിൽക്കൂടിപ്പോകുന്ന ഘടികാനതവും രാശികൂടവൃത്തവുമാകുന്നു.

ഒന്നാമതായി ര ക ര$_1$ അപക്രമനതമാകയാലും, ക ഗ, മൂന്നു രാശിയാകയാലും ഗ എന്നതു ര ക ര$_1$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ പാർശ്വമാകുന്നു. അതിനാൽ ര ക ര$_1$ എന്നതും ധ ദ ഭ ഗ എന്നതും അന്യോന്യം വിപരീതമാകുന്നു. ധ ദ ഭ ഗ ഘടികാനതമാകയാൽ അതു ഭ വ ശ എന്ന ഘടികാവൃത്തത്തിന്നു വിപരീതമാകുന്നു. എന്നുവെച്ചാൽ ധ ദ ഭ ഗ എന്ന വൃത്തത്തിന്നു വിപരീതങ്ങളാകുന്നു ര ക ര$_1$ എന്നതും ഭ വ ശ എന്നതും. അതിനാൽ ഈ വിപരീതവൃത്തങ്ങളുടെ സംപാതപ്രദേശമായ ശ എന്നതു ധ ദ ഭ ഗ എന്നതിന്റെ പാർശ്വമാകുന്നു. അതിനാൽ ഭ ശ = 3 രാശി. ഭ വ എന്നതു ഗ എന്നതിന്റെ കാലചാപം. അതിനാൽ വ ശ എന്നതിനെ കാലകോടിയെന്നു പറയുന്നു. ശ ക എന്നതു കാലകോട്യപക്രമം ര ന ശ എന്ന രാശികൂടവൃത്തത്തിന്റെയും ഘടികാമണ്ഡലത്തിന്റെയും പരമാന്തരാളം ഭ ദ. ര ദ ന ക എന്നതിന്റെ പാർശ്വമാകുന്നു ഗ. അതിനാൽ, ഗ ദ = 3 രാശി. അതുകൊണ്ടു ഭ ദ എന്നതു ഗ ഭ എന്ന അപക്രമത്തിന്റെ കോടി, ഗ എന്നതിന്റെ ദ്യുചാപതുല്യം.

രണ്ടാമതു, ഗ എന്നതു ര ക ര$_1$ എന്നതിന്റെ പാർശ്വം. അതിനാൽ ഗ ട ഡ എന്നതു ര ക ര$_1$ എന്നതിന്നു വിപരീതം. ധ ഠ ട എന്നതു ഗ ട ഡ എന്നതിന്നു വിപരീതമെന്നു സ്പഷ്ടം അതിനാൽ ഠ എന്നതു ഗ ട ഡ എന്നതിന്റെ പാർശ്വം. അതിനാൽ ദക്ഷിണോത്തര രാശികൂടവൃത്തങ്ങളുടെ

പരമാന്തരാളം ട ഡ എന്നതു. അതു അപക്രമകോടിയായ ഗ ട എന്നതിൻെറ കോടി.

$$\text{സ്പഷ്ടക്രാന്തിജ്യാ} = \text{ഭു}\,(\text{ന ല}) = \frac{\text{ഭു}(\text{ശ ന}).\ \text{ഭു}(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}} = \frac{\text{ഭു}(\text{ന ക} + \text{ക ശ})\text{ഭു}(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}}$$

$$= \frac{\text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}^2}\left\{\text{ഭു}\,(\text{ന ക}).\ \text{കോ}\,(\text{ക ശ}) + \text{കോ}\,(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}\,(\text{ക ശ})\right\}$$

(8_ാം അദ്ധ്യായം 8–ാം ശ്ലോകം)

$$= \frac{\text{ഭു}\,(\text{ന ക})}{\text{ര}} \times \frac{\text{കോ}\,(\text{ക ശ}).\ \text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}} + \frac{\text{കോ}\,(\text{ന ക})}{\text{ര}}.\frac{\text{ഭു}\,(\text{ക ശ})\,\text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}}$$

എന്നാൽ,

$$\left(\frac{\text{കോ}\,(\text{ക ശ}).\ \text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}}\right)^2 = \frac{\text{ഭു}^2\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}^2}\left\{\text{ര}^2 - \text{ഭു}^2\,(\text{ക ശ})\right\}$$

$$= \text{ഭു}^2\,(\text{ഭ ദ}) - \frac{\text{ഭു}^2\,(\text{ഭ ദ}).\ \text{ഭു}^2\,(\text{ക ശ})}{\text{ര}^2} = \text{ഭു}^2\,(\text{ഭ ദ}) - \text{ഭു}^2\,(\text{ക മ})$$

$$= \text{ര}^2 - \text{കോ}^2\,(\text{ഭ ദ}) - \text{ഭു}^2\,(\text{ക മ}) = \text{ര}^2 - \text{ഭു}^2\,(\text{ഭ ഗ}) - \text{ഭു}^2\,(\text{ക മ})$$

$$= \text{ര}^2 - \frac{\text{ഭു}^2\,(\text{വ ഗ}).\ \text{ഭു}^2\,(\text{പ യ})}{\text{ര}^2} - \frac{\text{ഭു}^2\,(\text{വ ക})\,\text{ഭു}^2\,(\text{ക്ര കി})}{\text{ര}^2}$$

എന്നിരിക്കെ, വ ഗ, വ ക ഇവ ഭുജകോടികളാകയാൽ ഇവയുടെ ഭുജജ്യാവർഗ്ഗയോഗം ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിന്നു തുല്യം. കൂടാതെ പ യ = ക്ര കി = ര ധ. എല്ലാം പരമാപക്രമതുല്യം.

$$\therefore \left(\frac{\text{കോ}\,(\text{ക ശ}).\ \text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}}\right)^2 = \text{ര}^2 - \frac{\text{ഭു}^2\,(\text{ര ധ})}{\text{ര}^2}\left\{\text{ഭു}^2(\text{വ ഗ}) + \text{ഭു}^2\,(\text{വ ക})\right\}$$

$$= \text{ര}^2 - \text{ഭു}^2\,(\text{ര ധ}) = \text{കോ}^2\,(\text{ര ധ})$$

$$\therefore \frac{\text{കോ}\,(\text{ക ശ}).\ \text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ന}} = \text{കോ}\,(\text{ര ധ})$$

എന്നു മാത്രമല്ല,

$$\frac{\text{ഭു}\,(\text{ക ശ}).\ \text{ഭു}\,(\text{ഭ ദ})}{\text{ര}} = \text{ഭു}\,(\text{ക മ})$$

അതിനാൽ,

$$\text{ഭു}\,(\text{ന ല}) = \frac{\text{ഭു}\,(\text{ന ക}).\ \text{കോ}\,(\text{ര ധ})}{\text{ര}} + \frac{\text{കോ}\,(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}\,(\text{ക മ})}{\text{ര}}$$

ഈ വിധത്തിൽതന്നെ ഭു (വ ല) എന്ന കാലദോർജ്ജ്യാവുമുണ്ടാക്കാം.

$$\text{ഭു}(\text{ന ങ}) = \frac{\text{ഭു}(\text{ഠ ന}).\ \text{ഭു}(\text{ട ഡ})}{\text{ര}} = \frac{\text{ഭു}(\text{ട ഢ})}{\text{ര}}\text{ഭു}(\text{ഠ ക} - \text{ന ക})$$

$$= \frac{\text{ഭു}(\text{ട ഡ})}{\text{ര}^2}\left\{\text{ഭു}(\text{ഠ ക}).\ \text{കോ}(\text{ന ക}) - \text{കോ}(\text{ഠ ക}).\ \text{ഭു}(\text{ന ക})\right\}$$

$$= \frac{\text{കോ}(\text{ന ക})}{\text{ര}}.\ \frac{\text{ഭു}(\text{ട ഡ}).\ \text{ഭു}(\text{ഠ ക})}{\text{ര}} - \frac{\text{ഭു}(\text{ന ക})}{\text{ര}}.\ \frac{\text{ഭു}(\text{ട ഡ}).\ \text{കോ}(\text{ഠ ക})}{\text{ര}}$$

എന്നാൽ,

$$\frac{\text{ഭു}(\text{ട ഡ}).\ \text{ഭു}(\text{ഠ ക})}{\text{ര}} = \text{ഭു}(\text{ക കഃ})$$

$$\frac{\text{ഭു}^2(\text{ട ഡ}).\ \text{കോ}^2(\text{ഠ ക})}{\text{ര}^2} = \text{ഭു}^2(\text{ട ഡ}).\ \frac{\text{ര}^2 - \text{ഭു}^2(\text{ഠ ക})}{\text{ര}^2}$$

$$= \text{ഭു}^2(\text{ട ഡ}) - \text{ഭു}^2(\text{ക കഃ})$$

$$= \text{ര}^2 - \left\{\text{ഭു}^2(\text{ഗ ട}) + \text{ഭു}^2(\text{ക കഃ})\right\}$$

$$= \text{ര}^2 - \frac{\text{ഭു}^2(\text{ധ ക്ര})}{\text{ര}^2}\left\{\text{ഭു}^2(\text{വ ക}) + \text{ഭു}^2(\text{വ ക})\right\}$$

$$= \text{ര}^2 - \text{ഭു}^2(\text{ധ ക്ര}) = \text{ഭു}^2(\text{ര ധ})$$

$$\therefore \frac{\text{ഭു}(\text{ട ഡ}).\ \text{കോ}(\text{ഠ ക})}{\text{ര}} = \text{ഭു}(\text{ര ധ})$$

$$\therefore \text{ഭു}(\text{ന ങ}) = \frac{\text{കോ}(\text{ന ക})\ \text{ഭു}(\text{ക കഃ})}{\text{ര}} - \frac{\text{ഭു}(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}(\text{ര ധ})}{\text{ര}}$$

ഇതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഭു (വ ല) എന്ന സ്പഷ്ടകാലദോർജ്ജ്യാവുണ്ടാകും.

$$\text{ഭു}(\text{വ ല}) = \frac{\text{കോ}(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}(\text{ക കഃ}) - \text{ഭു}(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}(\text{ര ധ})}{\text{കോ}(\text{ന ല})}$$

പൂർവ്വന്മാരുടെ ഗണിതസമ്പ്രദായത്തിന്റെ മാതൃകക്കു് വേണ്ടി മാത്രം ഇതു ഇവിടെ കാണിച്ചു. ഗോളഭാവനാപടുക്കൾക്കല്ലാതെ പൂർവ്വന്മാരുടെ മാർഗ്ഗം സുഗമമല്ല.

ഇനി മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

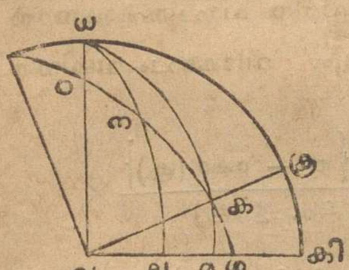
സ്ഫുടക്രാന്തിഗുണോ ഭുയഃ കേവലക്ഷേപസംസ്കൃതഃ
പരക്രാന്തിശരാഭ്യസ്തഃ പരക്രാന്തിഹൃതോ ഗുണഃ. 11.

ഗുണഹതാൽ ത്രിഭയുക് സ്ഫുടദോർഗ്ഗുണാദ്
ദിനഗുണാപ്തധനുസ്ത്രിഭയുക്സ്ഫുടേ
ഋണധനം സമഭിന്നദിശോ ഭവേ-
ദ്ദിവസമദ്ധ്യഗകാലവിലഗ്നകം. 12.

സാരം:— സ്ഫുടക്രാന്തിജ്യാവിനെ പിന്നേയും കേവലവിക്ഷേപംകൊണ്ട സംസ്ക്കരിച്ച് പരമക്രാന്തിശരംകൊണ്ട പെരുക്കി പരമക്രാന്തി(ജ്യാവു)കൊണ്ട ഹരിച്ചതു ഗുണകാരം (11)

ഈ ഗുണകാരത്തെ 3 രാശി കൂട്ടിയ സ്ഫുടത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവുകൊണ്ട ഗുണിച്ച (9-ാംശ്ലോകത്തിൽ വരുത്തിയ) ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ട ഹരിച്ച ചാപിച്ചതിനെ മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയ സ്ഫുടത്തിൽ ഗുണകാരത്തിൻെറയും മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയ സ്ഫുടത്തിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന ക്രാന്തിയുടേയും ദിക്കു ഒന്നെങ്കിൽ കുറക്കുകയും അല്ലെങ്കിൽ കൂട്ടുകയും ചെയ്ക. എന്നാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം വരും.

ഒരു നക്ഷത്രമോ ഗ്രഹമോ ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തത്തിൽ ഇരിക്കുന്ന സമയത്തെ കാലലഗ്നത്തെ അതിൻെറ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമെന്നു പറയുന്നു. ഈ പരിലേഖം കഴിഞ്ഞ പരിലേഖത്തിൻെറ ഒരു ഭാഗം മാത്രമാകുന്നു. ന, നക്ഷത്രം. വ ല, നക്ഷത്രത്തിൻെറ കാലചാപം. നക്ഷത്രം ഉച്ചയാകുമ്പോഴ് ധ ന ല എന്ന വൃത്തം ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തത്തോടു ചേൎന്നിരിക്കും. അതിനാൽ, വ ല എന്ന കാലചാപത്തോടു മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമെന്നു സ്പഷ്ടം. കാലചാപം കാണ്മാനൊരു മാൎഗ്ഗം യുക്തിഭാഷയനുസരിച്ച പറഞ്ഞു. ഈ ശ്ലോകത്തിൽ വേറെ ഒരു മാൎഗ്ഗം പറയുന്നു.



പരിലേഖം 39.

$$\text{കാലലഗ്നം} = \text{വ ല} + 3\ \text{രാശി} = \text{വ മ} - \text{ല മ} + 3\ \text{രാശി}$$

$$= \text{വ ക} - (\text{വ ക} - \text{വ മ}) - \text{ല മ} + 3\ \text{രാശി}.$$

$(\text{വ ക} - \text{വ മ}) = \text{പ്രാണകലാന്തരം}.$ [ക്രാ = പരക്രാന്തി]

$$= \frac{\text{ഭു}(\text{വ ക}).\ \text{കോ}(\text{വ ക}).\ \left\{\text{ര} - \text{കോ}(\text{ക്രാ})\right\}}{\text{ര}.\ \text{കോ}(\text{ക മ})}$$ അ. 8, ശ്ലോ. 14.

$$= \frac{\text{കോ (വ ക)}\left\{\text{ര — കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ക മ)}} \times \frac{\text{ഭു (വ ക)}}{\text{ര}}.$$

$$\text{ഭു (ല മ)} = \text{ഭു (}\angle\text{ ന ധ ക)} = \frac{\text{ഭു (ന ക). ഭു (}\angle\text{ ന ക ധ)}}{\text{ഭു (ന ധ)}}$$

$$= \frac{\text{ഭു (ന ക). കോ (}\angle\text{ വ ക മ)}}{\text{കോ (ന ല)}}$$

$$= \frac{\text{ഭു (ന ക).}}{\text{കോ (ന ല)}} \cdot \frac{\text{ഭു (}\angle\text{ക വ മ). കോ (വ മ)}}{\text{ര}}$$ അ. 8; ശ്ലോ. 11. വ്യാ. IV.

എന്നാൽ, $= \text{കോ (വ മ)} = \frac{\text{കോ (വ ക). ര}}{\text{കോ (ക മ)}};\ \angle\text{ക വ മ} = \text{ക്രാ}.$

$$\therefore \text{ഭു (ല മ)} = \frac{\text{ഭു (ന ക). കോ (വ ക). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ന ല). കോ (ക മ)}}$$

$$\text{ഭു (ക്രാ)} = \text{ഭു}^2\text{ (ക്രാ)} \div \text{ഭു (ക്രാ)} = \frac{\text{ര}^2 - \text{കോ}^2\text{ (ക്രാ)}}{\text{ഭു (ക്രാ)}}$$

$$\therefore \text{ഭു (ല മ)} = \frac{\text{കോ (വ ക)}\left\{\text{ര — കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്രാ)}} \left\{\frac{\text{ഭു(ന ക). [ര + കോ(ക്രാ)]}}{\text{കോ (ക മ)}}\right\}$$

ല മ, എന്നതും (വ ക — വ മ) എന്നതും ചെറിയ ചാപങ്ങളാകയാൽ അവയുടെ ചാപവും ഭുജജ്യാവും ഏതാണ്ട് തുല്യം. വിക്ഷേപം വലിയതല്ലെന്നു സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുന്നു.

$$\therefore \text{ല മ} + \text{(വ ക — വ മ)} = \frac{\text{കോ (വ ക)}\left\{\text{ര — കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്രാ)}} \times$$

$$\left\{\frac{\text{ഭു (ന ക)}\left\{\text{ര + കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ക മ)}} + \frac{\text{ഭു (വ ക)}}{\text{ര}} \cdot \frac{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ക മ)}}\right\}$$

$$= \frac{\text{കോ (വ ക).}\left\{\text{ര — കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്രാ)}} \times$$

$$\left\{\frac{\text{ഭു (ന ക,}\left\{\text{ര + കോ (ക്രാ)}\right\}}{\text{കോ (ക മ)}} + \frac{\text{ഭു (ക മ). കോ (ന ല)}}{\text{കോ (ക മ)}}\right\}$$

എന്നാൽ,

$$\text{കോ (വ ക). കോ (ന ക)} = \text{ര. കോ (വ ന)}$$
$$= \text{കോ (ന ല). കോ (വ ല)}$$

$$\therefore \frac{\text{കോ (ന ല)}}{\text{കോ (ന ക)}} = \frac{\text{കോ (വ ക)}}{\text{കോ (വ ല)}} = \frac{\text{കോ (വ മ). കോ (ക മ)}}{\text{ര. കോ (വ ല)}}$$

$$\therefore \frac{\text{കോ (ന ല)}}{\text{കോ (ക മ)}} = \frac{\text{കോ (വ മ). കോ (ന ക)}}{\text{ര. കോ (വ ല)}}$$

അതുകൊണ്ട്, $\text{ല മ} + (\text{വ ക} - \text{വ മ})$

$$= \frac{\text{കോ (വ ക)}.\left\{\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}\right\}}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്ര)}} \times$$

$$\left\{\frac{\text{ഭു(ന ക)}.\left\{\text{ര} + \text{കോ (ക്ര)}\right\}}{\text{കോ (ക മ)}} + \frac{\text{ഭു(ക മ). കോ (ന ക)}}{\text{ര}} \times \frac{\text{കോ (വ മ)}}{\text{കോ (വ ല)}}\right\}$$

ഇവിടെ ഇടത്തുഭാഗത്തു കോ (ക മ) = ര എന്നും കോ (വ മ) = കോ (വ ല) എന്നും വെച്ചാൽ,

$$\text{ല മ} + (\text{വ ക} - \text{വ മ}) = \frac{\text{കോ (വ ക)}\left(\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}\right)}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്ര)}} \times$$

$$\left\{\text{ഭു (ന ക)} + \frac{\text{ഭു (ന ക) കോ (ക്ര)} + \text{ഭു (ക മ). കോ (ക ന)}}{\text{ര}}\right\}$$

$$= \frac{\text{കോ (വ ക)}\left(\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}\right)}{\text{കോ (ന ല). ഭു (ക്ര)}} \times \left(\text{ഭു (ന ക)} + \text{ഭു (ന ല)}\right)$$

എന്നു വരുന്നു. ഭു (ന ക) = ന ക എന്നുകൂടി വെച്ചാൽ,

$$\text{ല മ} + (\text{വ ക} - \text{വ മ})$$

$$= \frac{\left(\text{ന ക} + \text{ഭു (ന ല)}\right)\left(\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}\right)}{\text{ഭു (ക്ര)}} \times \frac{\text{കോ (വ ക)}}{\text{കോ (ന ല)}}$$

ഇതിൽ $\left(\text{ന ക} + \text{ഭു (ന ല)}\right)\left(\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}\right) \div \text{ഭു (ക്ര)}$ എന്നതിനെ ഗുണകാരമെന്നു പറയുന്നു.

ഈ ഫലം വളരെ സൂക്ഷ്മമല്ലെന്നു ഉപപത്തിയിൽനിന്നു കാണാം. ഭുജജ്യാവുകാക്കു പകരം ചാപങ്ങളെ സ്വീകരിച്ചതുകൊണ്ടും കോ (ക മ) = ര എന്നും കോ (വ മ) = കോ (വ ല) എന്നും കല്പിച്ചതുകൊണ്ടും സൂത്രം സൂക്ഷ്മല്ലാതായിട്ടുണ്ട്. എങ്കിലും സ്ഥൌല്യങ്ങളിൽ കുറെ ഭാഗങ്ങാക്ക് അന്യോന്യനാശം വരികയാൽ, പ്രയോഗത്തിൽ പതിനഞ്ചോ ഇരുപതോ അംശങ്ങളേക്കാം കവിയാത്ത വിക്ഷേപങ്ങാക്ക് സ്ഥൌല്യം വളരെ ഗണനീയമല്ല. എന്നു വരികിലും അതിസൂക്ഷ്മമായ ഗണിതങ്ങാക്ക് ഈ സൂത്രം ഉപയോഗിക്കുന്നതു യുക്തമല്ല. സൂക്ഷ്മഫലം വരുത്തുവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങാ മേലിൽ പറകയും ചെയ്യുന്നുണ്ട്.

ര — കോ (ക്ര) എന്നതും ഭു (ക്ര) എന്നതും എല്ലായ്പോഴും ധനം. ഉത്തരാപക്രമവും ഉത്തരവിക്ഷേപവും ധനം. ദക്ഷിണാപക്രമവും ദക്ഷിണ വിക്ഷേപവും ഋണം. എന്നു വരുമ്പോാ ന ക + ഭു (ന ല) എന്നതു ഋണമോ ധനമോ ആവാം. കോ (ന ല) എന്നതു സദാ ധനം. കോ (വ ക) എന്നതു ആദ്യപദത്തിന്നും അന്ത്യപദത്തിന്നും ധനം, ദ്വിതീയ തൃതീയ പദങ്ങാക്ക് ഋണം. എന്നിരിക്കെ 3 രാശി കൂട്ടിയ സ്ഫുടത്തിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന ക്രാന്തി ഉത്തരമെങ്കിൽ കോ (വ ക) ധനം, ദക്ഷിണമെങ്കിൽ ഋണം. ഈവിധം ഗുണകാരത്തിൻേറയും ത്രിഭയുക്സ്ഫുടത്തിൽനിന്നുണ്ടാകുന്ന ക്രാന്തിയുടേയും ഋണധനത്വം നിശ്ചയിച്ച്, രണ്ടും ഒന്നെങ്കിൽ സംസ്കാരം ഋണം, അല്ലെങ്കിൽ ധനം. ഇങ്ങിനെ സംസ്കരിച്ച സ്ഫുടത്തോടു മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമായി.

യുക്തിഭാഷയനുസരിച്ച് കിട്ടിയ മാർഗ്ഗത്തിന്നു ഇവിടെ കണ്ട ന്യൂനതകാ ഒന്നും ഇല്ല. യുക്തിഭാഷ തന്ത്രസംഗ്രഹത്തെ ആശ്രയിച്ചിട്ടാണ് എഴുതീട്ടുള്ളതു്.

പ്രകാരാന്തരേണ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

യദ്വാ സ്ഫുടേ നിജകലാസ്വ ഭിദാം ച കൃത്വാ

തസ്മിൻ പുനസ്ത്രിഭയുതേ സ്വഭുജാപമജ്യാം

ക്ഷേപാഹതാമപമകോടിഹൃതാം പുരോവൽ

കുര്യാൽ സ്വമദ്ധ്യദിനകാലവിലഗ്നസിദ്ധ്യൈ. 13.

സാരം:— അല്ലെങ്കിൽ സ്ഫുടത്തിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ച് മൂന്നു രാശി കൂട്ടി അതിൻെറ അപക്രമജ്യാവ് കണ്ടു് വിക്ഷേപജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി അപക്രമകോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു മുമ്പത്തെപ്പോലെ ചെയ്താൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം വരും.

കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിൻെറ വ്യാഖ്യാനവും പരിരേഖവും നോക്കുക. അതിൽ,

$$\text{ഭു (ല മ)} = \frac{\text{ഭു (ന ക). കോ (വ ക). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ന ല). കോ (ക മ)}}$$

$$= \frac{\text{ഭു (ന ക). കോ (വ മ). കോ (ക മ). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ന ല). ര. കോ (ക മ)}}$$

$$= \frac{\text{ഭു(ന ക). കോ (വ മ). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ന ല). ര.}}$$

ഇവിടെ, $\frac{\text{കോ (വ മ). ഭു (ക്രാ)}}{\text{ര}}$ എന്നതു വ മ എന്ന പ്രാണകലാന്തരസംസ്കൃതസ്ഫുടത്തിൽ 3 രാശി കൂട്ടിയതിൻെറ അപക്രമജ്യാവെന്നു സ്പഷ്ടം. കോ(ന ല) എന്നതു സ്പഷ്ടാപക്രമത്തിൻെറ കോടിജ്യാവു്, അഥവാ നക്ഷത്രത്തിൻെറ ദ്യുജ്യാവു്.

$$\therefore \text{ഭു (ല മ)} = \frac{\text{പ്രാ. ക. സംസ്കൃതസ്ഫുടാപമജ്യാ} \times \text{വിക്ഷേപജ്യാ}}{\text{ദ്യുജ്യാ}}.$$

ഇതിൽനിന്നു ല മ കണ്ടു് പ്രാണകലാന്തരസംസ്കൃതസ്ഫുടത്തിൽ സംസ്കരിച്ചു് 3 രാശി കൂട്ടിയാൽ, സൂക്ഷ്മമായ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമുണ്ടാകും, വിക്ഷേപം എന്തുതന്നെയായാലും.

മറെറാരു സൂക്ഷ്മമാർഗ്ഗവും പറയാം വ ക ന, വ ല ന എന്ന ഗോളപൃഷ്ഠത്രികോണങ്ങളിൽനിന്നു്,

$$\text{ര. കോ (വ ന)} = \text{കോ (ന ക). കോ (വ ക)} = \text{കോ (ന ല). കോ (വ ല)}$$

$$\therefore \text{കോ (വ ല)} = \frac{\text{കോ (ന ക). കോ (വ ക)}}{\text{കോ (ന ല)}}$$

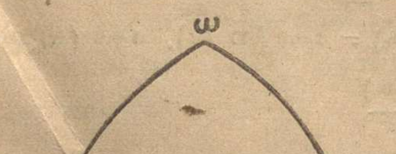
വ ല എന്നതിനോടു 3 രാശി കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമായി. അതിനാൽ കോ (വ ല) എന്നതു മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവാകുന്നു. കോ (ന ക) = വിക്ഷേപകോടിജ്യാവു്, കോ (വ ക) = നക്ഷത്രസ്ഫുടത്തിൻെറ കോടിജ്യാവു്, കോ (ന ല) എന്നതു നക്ഷത്രത്തിൻെറ ദ്യുജ്യാവു്. അതിനാൽ നക്ഷത്രസ്ഫുടത്തിൽ മൂന്നു രാശി കൂട്ടി അതിൻെറ ഭുജജ്യാവിനെ വിക്ഷേപകോടിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു് ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ, മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നജ്യാവുണ്ടാകും.

ഇനി മറെറാരു പ്രകാരം മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

യദ്വാക്രാന്തിതദീയകോട്യസുകലാ
ഭേദാംസ്ത്രിഭോനസ്ഫുടാ-
ദാനീയാസുകലാന്തരം ത്രിഭയുതേ
കുര്യാൽ സ്ഫുടേ തത്ര തു
തൽക്രാന്ത്യോർവ്വധതോർദ്ധവിസ്തൃതിഹതാദ്
ദ്യുജ്യാവധാപ്താദ് ധനുഃ
ക്രാന്ത്യോർഭിന്നസമാശയോർദ്ധനമൃണം
മദ്ധ്യാഹ്നകാലാപ്തയേ. 14.

സാരം:— അല്ലെങ്കിൽ മൂന്നു രാശി കുറച്ചിരിക്കുന്ന സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു ക്രാന്തിജ്യാവ്, അതിൻെറ കോടിജ്യാവു, പ്രാണകലാന്തരം ഇവയുണ്ടാക്കി, മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയിരിക്കുന്ന സ്ഫുടത്തിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിക്കുക. സ്ഫുടത്തിൻേറയും തൽകോടിയുടേയും ക്രാന്തികളുടെ ഘാതത്തെ അർദ്ധവിസ്താരം (വ്യാസാർദ്ധം—ത്രിജ്യാവ്) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ദ്യുജ്യാഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ചുകിട്ടിയതിൻെറ ചാപത്തെ ക്രാന്തികളുടെ ദിക്ഭേദൈക്യമനുസരിച്ച് ധനമായും ഋണമായും സംസ്കരിച്ചാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നമായി.

ഇതിൽ വിക്ഷേപത്തെപ്പററി ഒന്നും പറയുന്നില്ല. അതിനാൽ ഈ വിധി വിക്ഷേപമില്ലാത്തപ്പോഴം ഗ്രഹങ്ങളുടെ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം വരുത്തുവാനുള്ള ക്രിയയെന്നു വിചാരിക്കുന്നു. പരിലേഖത്തിൽ ര വ മ എന്നതു ഘടികാമണ്ഡലവും, ക വ ഗ എന്നതു അപക്രമവൃത്തവും ആകുന്നു. വ, പൂർവ്വവിഷുവത്ത്. ഗ, അവിക്ഷിപ്ത ഗ്രഹം. ഗ മ, അതിൻെറ ക്രാന്തി. ക എന്നതു ഗ എന്നതിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി പിന്നിലുള്ള പ്രദേശം. ക ര എന്നതു അതിൻെറ ക്രാന്തി. ധ ഉത്തരധ്രുവം. ധ ര ക, ധ ഗ മ ഇവ രണ്ടും ഘടികാനതങ്ങളാം. അതിനാൽ ര ധ = മ ധ = 3 രാശി. വ മ എന്നതിനോടു മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയാൽ കാലലഗ്നം വരും. ക ഗ എന്നതു മൂന്നു രാശിയാകയാൽ മ ര എന്നതു മൂന്നു രാശിയേക്കാൾ കുറയും. ആ കുറഞ്ഞ ഭാഗത്തിൻെറ ഭുജജ്യാവ് ര മ എന്നതിൻെറ കോടിജ്യാവാകുന്നു. അതിനാൽ ∠ ര ധ മ എന്നതിൻെറ കോടിജ്യാവിനു തുല്യം.



പരിലേഖം 40.

ഗ എന്ന പ്രദേശത്തുനിന്നു അപക്രമവൃത്തംവഴി 3 രാശി കൂടിയ പ്രദേശത്തു അപക്രമം ര ക എന്നതിന്നു തുല്യം. അവിടത്തെ പ്രാണകലാന്തരവും ക എന്ന പ്രദേശത്തെ പ്രാണകാലാന്തരത്തിന്നു തുല്യം. രണ്ടിന്നും ഋണധനവും ഒന്നുതന്നെ. ആ പ്രദേശത്തെ ക്രാന്തിമൂലവും ര എന്ന പ്രദേശവും തമ്മിൽ 6 രാശി അകലമുണ്ടാകും. അതിനാൽ മ ര എന്നതു 3 രാശിയിൽനിന്നു കുറഞ്ഞേടത്തോളം മ എന്ന പ്രദേശവും ക്രാന്തിമൂലവും തമ്മിലുള്ള ഇട 3 രാശിയേക്കാൾ അധികമായിരിക്കും. ഈ അധികഭാഗത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവു (ഗ ക — മ ര) എന്നതിന്റെ ഭുജജ്യാവിന്നു തുല്യമാകയാൽ ∠ ര ധ മ എന്നതിന്റെ കോടിജ്യാവിന്നു തുല്യം. എന്നാൽ,

$$\text{ര. കോ(ക ഗ)} = \text{കോ(ക ധ). കോ(ഗ ധ)} + \text{ഭു(ക ധ). ഭു(ഗ ധ)}. \frac{\text{കോ}(\angle\,\text{ര ധ മ})}{\text{ര}}$$

$$= -\text{ഭു(ര ക). ഭു(ഗ മ)} + \text{കോ(ര ക). കോ(ഗ മ)}. \frac{\text{കോ}(\angle\,\text{ര ധ മ})}{\text{ര}}$$

ക ഗ എന്നതു മൂന്നു രാശിയാകയാൽ, കോ (ക ഗ) = 0.

$$\therefore \text{കോ}(\angle\,\text{ര ധ മ}) = \frac{\text{ഭു (ര ക). ഭു (ഗ മ). ര}}{\text{കോ(ര ക). കോ (ഗ മ).}}$$

ഇതു ത്രിഭയുക്ഗ്രഹത്തിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ചതു കാലലഗ്നത്തിൽ നിന്നു അധികമായതിന്റെ ഭുജജ്യാവു്. ഇതിനെ ചാപിച്ചു് പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ച ത്രിഭയുക്ഗ്രഹത്തിൽ നിന്നു കളഞ്ഞാൽ മദ്ധ്യാഹ്ന കാലലഗ്നമായി.

'ക്രാന്ത്യോർഭിന്നസമാശയോഃ' എന്നതിന്നു ഗ്രഹത്തിന്റേയും ത്രിഭയുക്ഗ്രഹത്തിന്റേയും ക്രാന്തികളുടെ ദിക്കു് വ്യത്യാസപ്പെട്ടോ, ഒന്നായോ വരുമ്പോൾ എന്നു അൎത്ഥം ഗ്രഹിക്കണം. പരിലേഖത്തിൽ രണ്ടിന്നും ദിക്കു ഒന്നാണെന്നു കാണാം. അതിനാൽ ഇവിടെ ചാപം ഋണമെന്നു വന്നു. ക്രാന്തിയും പ്രാണകലാന്തരവും ത്രിഭോനഗ്രഹത്തിൽനിന്നു വരുത്തിയാലും മതി.

ഇതാണു് ക്രിയയുടെ സ്വരൂപമെങ്കിൽ, ഇത്ര ബുദ്ധിമുട്ടാതെതന്നെ കാലലഗ്നം വരുത്താം. അവിക്ഷിപ്തഗ്രഹത്തിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ച അതിൽ 3 രാശി കൂട്ടിയാൽ മതി. 8-ാം അദ്ധ്യായം 18-ാം ശ്ലോകത്തെ സംബന്ധിച്ച സംശയങ്ങൾ ഇതിനെ സംബന്ധിച്ചും ഉണ്ടു്.

ഇനിയത്തെ നാലു ശ്ലോകംകൊണ്ടു ഭുജാകോടികളെ ഉണ്ടാക്കി അയനകൎണ്ണത്തേയും അയനദൃക്ഫലത്തേയും നതകാലത്തേയും അതിൽനിന്നു മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തേയും വരുത്തുവാൻ ക്രിയ പറയുന്നു.

വിക്ഷേപകോടീപരമല്പജീവാ--
ഘാതാൽ പരക്രാന്തിഹൃതോ ഹരഃ സ്യാൽ
ക്ഷേപാഹതേ സ്വസ്ഫുടകോടിദോജ്ജ്യേ
ഹാരാഹൃതേ കോടിഭുജാഫലേ സ്തഃ. 15.

ഭുജാഫലം വ്യാസദലേ ധനർണ്ണം
വിക്ഷേപദോജ്ജ്യാഹരിദൈക്യഭേദാൽ
തദ്വർഗ്ഗകോടീഫലവർഗ്ഗയോഗാ--
ന്മൂലം ഭവേദായനസംജ്ഞകർണ്ണഃ. 16.

കോടീഫലം വ്യാസദലേന ഹത്വാ
കർണ്ണാഹൃതം ദൃക്ഫലമായനം സ്യാൽ
സ്വർണ്ണം സ്ഫുടേ തൻമൃഗകർക്കടാദ്യോഃ
ക്ഷേപേ തു മേഷാദിഗതേന്യഥാ സ്യാൽ. 17.

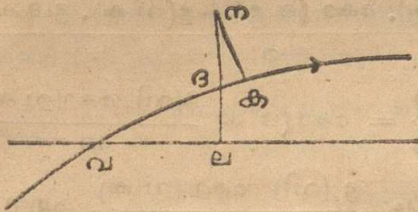
തസ്മിൻ പുനഃ പ്രാണകലാന്തരം ച
കുര്യാൽ തദാസ്യാന്നതകാല ഏഷഃ
നതാഖ്യകാലസ്ത്രിഭസംയുതോയം
മാദ്ധ്യാഹ്നികം കാലവിലഗ്നകം സ്യാൽ. 18.

സാരം:— വിക്ഷേപകോടിജ്യാവും പരമല്പജ്യാവും തമ്മിൽ പെരുക്കി പരമക്രാന്തിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു കിട്ടിയതു ഹാരം. സ്ഫുടത്തിൻെറ കോടിജ്യാവിനേയും ഭുജജ്യാവിനേയും വിക്ഷേപജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഹാരം കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ക്രമേണ കോടീഫലവും ഭുജാഫലവുമുണ്ടാകും. (15)

വിക്ഷേപത്തിൻേറയും ദോജ്ജ്യാവിൻേറയും ദിക്ക് ഒന്നെങ്കിൽ ഭുജാഫലത്തെ വ്യാസാർദ്ധത്തോടു കൂട്ടുകയും അല്ലെങ്കിൽ വ്യാസാർദ്ധത്തിൽനിന്നു കളകയും ചെയ്ക. അതിൻേറയും കോടിഫലത്തിൻേറയും വർഗ്ഗയോഗമൂലത്തെ അയനകർണ്ണമെന്നു പറയുന്നു. (16)

കോടീഫലത്തെ വ്യാസാർദ്ധംകൊണ്ടു പെരുക്കി കർണ്ണംകൊണ്ടു ഹരിച്ചതു അയനദൃക്ഫലമാകുന്നു. ക്ഷേപം മേഷാദിയെങ്കിൽ അതിനെ സ്ഫുടത്തിൽ കർക്ക്യാദിക്കു കൂട്ടുകയും മകരാദിക്കു കുറക്കുകയും തുലാദിയെങ്കിൽ മറിച്ചു ചെയ്യുകയും വേണം. (17)

പിന്നെ അതിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ചതു നതകാലമാകുന്നു. നതകാലത്തിൽ മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നവുമാകുന്നു. (18)



പരിലേഖം 41.

പരിലേഖത്തിൽ വ ല ഘടികാമണ്ഡലം, വ ദ ക അപക്രമമണ്ഡലം, ക ന വിക്ഷേപം, ന ല സ്ഫുടക്രാന്തി, ക ദ അയനദൃക്ഫലം. വ ല കാലചാപം. അതിനെ നതകാലമെന്നും വായുകാലമെന്നും പറയുന്നു. ദ ന ക എന്ന ത്രികോണത്തിൽനിന്നു

$$\text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \text{ഭു}(\text{ന ക}).\ \frac{\text{ഭു}(\angle \text{ദ ന ക})}{\text{ഭു}(\angle \text{ന ദ ക})}$$

എന്നാൽ, $\text{ഭു}(\angle \text{ദ ന ക}) = \frac{\text{കോ}(\angle \text{ന ദ ക}).\ \text{ര}}{\text{കോ}(\text{ന ക})} = \frac{\text{കോ}(\angle \text{വ ദ ല}).\ \text{ര}}{\text{കോ}(\text{ന ക})}.$

8—11—IV.

$$= \frac{\text{കോ}(\text{വ ല}).\ \text{ഭു}(\angle \text{ദ വ ല})}{\text{ര}} \times \frac{\text{ര}}{\text{കോ}(\text{ന ക})}.$$ അ. 8, ശ്ലോ 11. വ്യാ. IV.

$$= \frac{\text{കോ}(\text{വ ല}).\ \text{ഭു}(\angle \text{ദ വ ല})}{\text{കോ}(\text{ന ക})}.$$

$\text{ഭു}(\angle \text{ന ദ ക}) = \text{ഭു}(\angle \text{വ ദ ല}) = \frac{\text{കോ}(\angle \text{ദ വ ല}).\ \text{ര}}{\text{കോ}(\text{ദ ല})}$ 8—11—IV.

അതിനാൽ,

$$\text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ഭു}(\text{ന ക}).\ \text{കോ}(\text{വ ല}).\ \text{ഭു}(\angle \text{ദ വ ല}).\ \text{കോ}(\text{ദ ല})}{\text{കോ}(\text{ന ക}).\ \text{കോ}(\angle \text{ദ വ ല}).\ \text{ര}}$$

ഇതിൽ $\text{കോ}(\text{ദ ല}).\ \text{കോ}(\text{വ ല}) = \text{ര}.\ \text{കോ}(\text{വ ദ}).$

$$\therefore\ \text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ഭു}(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}(\angle \text{ദ വ ല}).\ \text{കോ}(\text{വ ദ})}{\text{കോ}(\text{ന ക}).\ \text{ഭു}(\angle \text{ദ വ ല})}$$

ഇതിൽ ന ക എന്നതു വിക്ഷേപം, $\angle$ ദ വ ല എന്നതു പരമക്രാന്തിക്കു തുല്യം. ഇതിനെ ക്ര എന്നും വിക്ഷേപത്തെ വി എന്നും വെക്കുക. എന്നാൽ,

$$\text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{ഭു}(\text{ക്ര}).\ \text{കോ}(\text{വ ദ})}{\text{കോ}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{ക്ര})}.$$

$\text{കോ}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{ക്ര}) \div \text{ഭു}(\text{ക്ര})$ എന്നതിനെ ഹാരം എന്നു പറയുന്നു. ഇതിനെ ഹ എന്നു സൂചിപ്പിച്ചാൽ,

$$\text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{വ ദ})}{\text{ഹ}} = \frac{\text{ഭു}(\text{വി})}{\text{ഹ}}.\ \text{കോ}(\text{വ ക} - \text{ദ ക})$$

$$\therefore \text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ഭു}(\text{വി})}{\text{ഹ}}\left(\frac{\text{കോ}(\text{വ ക}).\ \text{കോ}(\text{ദ ക}) + \text{ഭു}(\text{വ ക}).\ \text{ഭു}(\text{ദ ക})}{\text{ര}}\right)$$

$$\therefore \text{ഭു}(\text{ദ ക})\left\{\text{ര} - \frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{ഭു}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right\} = \text{കോ}(\text{ദ ക})\ \frac{\text{ഭു}(\text{വി})\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}.$$

$\frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{ഭു}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}$ എന്നതു ഭുജാഫലവും $\frac{\text{ഭു}(\text{വി})\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}$ എന്നതു കോടീഫലവുമാകുന്നു. (ര — ഭുജാഫലം) എന്നതിൻെറയും കോടീഫലത്തിൻെറയും വർഗ്ഗയോഗമൂലത്തെ കർണ്ണമെന്നു പറയുന്നു.

$$\text{ഭു}^2(\text{ദ ക})\left\{\text{ര} - \frac{\text{ഭു}(\text{വി})\ \text{ഭു}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right\}^2 = \text{കോ}^2(\text{ദ ക}).\left(\frac{\text{ഭു}(\text{വി})\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right)^2$$

ഈ സമീകാരത്തിലെ രണ്ടു പക്ഷങ്ങളോടും $\text{ഭു}^2(\text{ദ ക})\left(\frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right)^2$ എന്നു ചേർക്കുക. അപ്പോൾ.

$$\text{ഭു}^2(\text{ദ ക})\left[\left\{\text{ര} - \frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{ഭു}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right\}^2 + \left(\frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right)^2\right]$$

$= \left\{\text{കോ}^2(\text{ദ ക}) + \text{ഭു}^2(\text{ദ ക})\right\}.\left(\frac{\text{ഭു}(\text{വി}).\ \text{കോ}(\text{വ ക})}{\text{ഹ}}\right)^2$ എന്നു വരും

അതായതു.

$$\text{ഭു}^2(\text{ദ ക}).\ \text{കർണ്ണവർഗ്ഗം} = \text{ര}^2.\ \text{കോടിഫലവർഗ്ഗം}$$

$$\therefore \text{ഭു}(\text{ദ ക}).\ \text{കർണ്ണം} = \text{ര}.\ \text{കോടിഫലം}.$$

$$\text{ഭു}(\text{ദ ക}) = \frac{\text{ത്രിജ്യാ} \times \text{കോടിഫലം}}{\text{കർണ്ണം}}.$$

പരിലേഖത്തിൽ സ്ഫുടം മകരാദിയാകുന്നു. അതിനാൽ ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവിൽനിന്നു കുറക്കേണ്ടതായിവന്നു. കർക്ക്യാദിയെങ്കിൽ ഭുജാഫലത്തെ ത്രിജ്യാവോടു കൂട്ടേണ്ടതായി വരും. അവിടെ വ ദ = വ ക — ദ ക എന്നതിന്നു പകരം, വിക്ഷേപത്തിൻെറ മറുഭാഗത്തേക്കുള്ള ചരിവുകൊണ്ടു വ ദ = വ ക + ദ ക എന്നു വരും. ഇവിടെ കിട്ടിയ ജ്യാവിനെ ചാപിച്ചാൽ ദൃക്ഫലമായി. അതിനെ സംസ്കരിച്ച സ്ഫുടത്തിൽനിന്നു പ്രാണകലാന്തരം വരുത്തി അതും സംസ്കരിച്ചാൽ നതകാലവും അതോടുകൂടി മൂന്നു രാശിയും ചേർത്താൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നവും വരുമെന്നു സ്പഷ്ടം. നക്ഷത്രം ഉച്ചയാകുമ്പോൾ, അതിൻെറ സ്ഫുടം ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽനിന്നു അപക്രമവൃത്തംവഴി തെററിനില്ക്കുന്ന ഭാഗമാകുന്നു ദൃക്ഫലം.

ഇനി നക്ഷത്രങ്ങൾ ഉച്ചയാകുമ്പോൾ രാശികളിൽചെന്ന നാഴികകളെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

നക്ഷത്രമദ്ധ്യാഹ്നജകാലലഗ്നാൽ
സ്വാസന്നരാശ്യന്തജകാലലഗ്നം
ത്യക്ത്വാവശേഷസ്യ ലവാഃ ഷഡാപ്താ-
സ്തദ്രാശിയാതാ ഘടികാ ഭവന്തി. 19.

സാരം:— ഇഷ്ടനക്ഷത്രത്തിന്റെ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തിൽനിന്നു ആ കാലലഗ്നത്തിന്നടുത്തു മുമ്പുള്ള രാശ്യന്തോദയകാലലഗ്നം കളഞ്ഞു് കിട്ടുന്ന ശിഷ്ടത്തെ 6 ഭാഗത്തിന്നു ഒരു നാഴികപ്രകാരം നാഴികകളാക്കിയാൽ, ഇഷ്ടനക്ഷത്രം ഉച്ചയാകുമ്പോൾ ആ രാശി ഉദിച്ചുകഴിഞ്ഞതിന്റെശേഷം അടുത്ത രാശിയിൽചെന്ന നാഴികാദികൾ കിട്ടും. ഉപപത്തി സുഗമം.

ഇങ്ങിനെ കരണപദ്ധതി ഒമ്പതാം അദ്ധ്യായത്തിന്റെ
യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം.

—— :*: ——

കരണപദ്ധതിഃ

യുക്തിപ്രകാശികാ ഭാഷാവ്യാഖ്യാസഹിതഃ

അഥ ദശമോഽദ്ധ്യായഃ

ഈ അദ്ധ്യായത്തിൽ പരീക്ഷണത്തിന്നായും മററും ഛായകൊണ്ടു സ്ഫുടവിക്ഷേപാദികളെ നിർണ്ണയിക്കുവാനുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളെ പറയുന്നു. ഒന്നാമതായി യന്ത്രങ്ങളെകൊണ്ടു നക്ഷത്രങ്ങളുടെ ഛായ കാണണമെന്നു പറയുന്നു.

ഭാനാം സ്ഫുടാശ്ച വിക്ഷേപാ ബഹുധോക്താ ബുധൈസ്തതഃ
സ്വച്ഛായാദ്യൈഃ പരീക്ഷ്യേതേ നിർണ്ണേയാ യന്ത്രസാധിതൈഃ. 1.

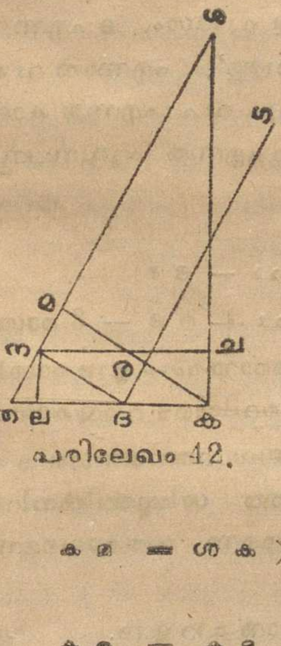
സാരം:— നക്ഷത്രങ്ങളുടെ സ്ഫുടങ്ങളും വിക്ഷേപങ്ങളും ബുധജനങ്ങളാൽ പലപ്രകാരം പറയപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു. അതിനാൽ അവ യന്ത്രസാധിതങ്ങളായ ശങ്കുഛായാദികളെകൊണ്ടു നിർണ്ണയിക്കപ്പെടേണ്ടതാകുന്നു.

വായുകാലമെന്നുകൂടിപ്പറയുന്ന നതകാലത്തെ ഛായാദികളിൽനിന്നു വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

സൌമ്യേശങ്കാക്ഷഘാതേ സ്വമൃണമിഹ ദിശാ-
ഭാഭുജാം ലംബകഘ്നീം
കൃത്വാസ്മാൽ ത്രിജ്യയാപ്തം വിദുരപമഗുണ-
സ്തസ്യ കോടിർദ്യുജീവാ
ത്രിജ്യാഭാകോടിഘാതാദ് ദിനഗുണവിഹൃതം
ചാപിതം കാലലഗ്നേ
സ്വർണ്ണം പൂർവ്വാപരാഹ്ണേ ത്രിഭവനരഹിതം
തദ്ഭവേദായുകാലഃ. 2.

സാരം:— ശങ്കുവിന്റെയും അക്ഷജ്യാവിന്റെയും ഘാതം ഉത്തരമായിരിക്കുമ്പോൾ അതിൽ ഛായാഭുജയെ ലംബകജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ദിക്കിന്നനുസരിച്ച് സംസ്കരിക്കുക. ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു അതിനെ ഹരിച്ചാൽ അപമജ്യാവെന്നറിയുക. അതിന്റെ കോടിദ്യുജ്യാവുമാകുന്നു. ഛായാകോടിയുടേയും ത്രിജ്യാവിന്റെയും ഘാതത്തെ ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചു ചാപിച്ച് അതിനെ കാലലഗ്നത്തിൽ ഉച്ചക്കുമുമ്പെങ്കിൽ കൂട്ടുകയും, പിമ്പെങ്കിൽ കുറക്കുകയും ചെയ്തു അതിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി കളഞ്ഞാൽ അതു വായുകാലമാകുന്നു.

സൂര്യന്റെ അപക്രമം ഉത്തരമെന്നും സൂര്യൻ ഉദിച്ച് പൊങ്ങി സമമണ്ഡലത്തിന്റെ തെക്കുഭാഗത്താണെന്നും വെക്കുക. ഈ സമയത്തു ദ്വാദശാംഗുലശംകുവിന്റെ ഛായ വടക്കോ, വടക്കുപടിഞ്ഞാറായോ, ഉച്ചതിരിഞ്ഞാണെങ്കിൽ വടക്കുകിഴക്കായോ ഇരിക്കും. മഹാശങ്കു തെക്കുഭാഗത്തായിരിക്കും. ദ്രഷ്ടാവിൽനിന്നു ശങ്കുമൂലഗതമായ ദക്ഷിണോത്തരരേഖവരെയുള്ള കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറകലം ഛായാകോടിയും ശങ്കുമൂലഗതമായ കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറരേഖവരെ തെക്കുവടക്കകലം ഛായാഭുജയുമാകുന്നു. പരിലേഖത്തിൽ ശ ക എന്നതു മഹാശംകുവും, ശ ത എന്നതു ദൃഗ്വൃത്തതലത്തിൽ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന ഹൃതിയും, ക ത എന്നതു ശംകുമൂലംതൊട്ടു ഉദയാസ്തരേഖവരെയുള്ള അകലവുമാകുന്നു. ദ എന്നതു ദ്രഷ്ടാവിൽകൂടിയുള്ള കിഴക്കുപടിഞ്ഞാറരേഖ ക ത എന്ന തെക്കുവടക്കരേഖയെ (ശംകുമൂലത്തിൽകൂടിയുള്ള) കടക്കുന്ന പ്രദേശമാകുന്നു. അതിനാൽ ക ദ എന്നതു ഛായാഭുജ. ദ ന എന്നതു അപക്രമജ്യാവു. ക മ എന്നതു അതിനു സമാന്തരം. ശ ക ത, ശ ക മ, ദ ക ര എന്നീ ത്രികോണങ്ങൾ സദൃശങ്ങളാകുന്നു. അവയിലെല്ലാം ഏററവും ചെറിയ കോണ് സ്വദേശാക്ഷത്തിന്നു തുല്യമാകുന്നു. (പരിലേഖം 45 അംശത്തിൽ പുരുങ്ങിയ അക്ഷമുള്ള പ്രദേശത്തെ ലക്ഷ്യമാക്കി വരഞ്ഞതാകുന്നു).



പരിലേഖം 42.

$$\text{ക മ} = \text{ശ ക} \times \frac{\text{ക മ}}{\text{ക ശ}} = \text{ശംകു} \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

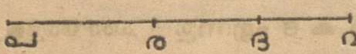
$$\text{ക ര} = \text{ക ദ} \times \frac{\text{ക ത}}{\text{ക ദ}} = \text{ഛായാഭുജ} \times \frac{\text{ലംബജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

$$\text{അപക്രമജ്യാ} = \text{ദ ന} = \text{ക മ} - \text{ക ര}.$$

$$= \text{ശങ്കു} \times \frac{\text{അക്ഷജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}} - \text{ഛായാഭുജ} \times \frac{\text{ലംബജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

ഈ അപക്രമജ്യാവ് ഘടികാമണ്ഡലതലവും അഹോരാത്രവൃത്തതലവും തമ്മിലുള്ള അകലം. ദ്യുജ്യാവു് എന്നതു അഹോരാത്രവൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം. ഇതു അപക്രമചാപത്തിന്റെ കോടിയുടെ ജ്യാവ്. അതിനാൽ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗത്തിൽനിന്നു അപക്രമജ്യാവർഗ്ഗം കളഞ്ഞു് മൂലിച്ചതു ദ്യുജ്യാവെന്നു സ്പഷ്ടം.

ഇനി ഛായാകോടിയെന്നതു ദ്രഷ്ടാവിൽനിന്നു ശങ്കുഗതമായും അധോൎദ്ധ്വമായും ഉള്ള ദക്ഷിണോത്തരതലത്തിലേക്കുള്ള അകലം. ഇതു ഈ അധോൎദ്ധ്വതലം ദൃഗ്വൃത്തതലത്തെ ഛേദിക്കുന്ന രേഖയിലേക്കു ദൃഗ്വൃത്തമദ്ധ്യത്തിൽനിന്നുള്ള അകലം. അതിനാൽ ദക്ഷിണോത്തരവൃത്തത്തിൽ നിന്നു ദൃഗ്വൃത്തമാൎഗ്ഗമായി സൂൎയ്യൻ വരെയുള്ള ചാപത്തിന്റെ ഭുജജ്യാവിന്നു തുല്യം ഛായാകോടി. ഇതിനെ ത്രിജ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ദൃഗ്ജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ദൃഗ്ജ്യാവൃത്തകലാമിതമായിട്ടുവരും. ഇതിനെ ചാപിച്ച് കലകളാക്കിയാൽ സൂൎയ്യൻ ഉച്ചയാകുവാനുള്ളതോ, ഉച്ചയായതിന്നുശേഷം കഴിഞ്ഞതോ ആയ സമയം പ്രാണങ്ങളായി കിട്ടും. ഇതിനെ 6 കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വിനാഴികകളുമാവും. പരിലേഖത്തിൽ പ ര ദ വ എന്നതു ഘടികാമണ്ഡലഭാഗം. ര ഘടികാമണ്ഡലത്തിൽ സൂൎയ്യന്നുനേരെയുള്ള പ്രദേശം. ദ എന്നതു ദക്ഷിണോത്തരഘടികാസംപാതം. വ, പൂൎവ്വവിഷുവത്ത്. എന്നാൽ വ ര എന്നതു വായുകാലവും, വ പ എന്നതു കാലലഗ്നവുമാകുന്നു. പ എന്നതു പൂൎവ്വസ്വസ്തികംതന്നെ.



പരിലേഖം 43.

വ ര = വ പ — ര പ = വ പ — (ദ പ — ദ ര)

= വ പ + ദ ര — ദ പ = വ പ + ര ദ — 3 രാശി

= കാലലഗ്നം + രവ്യപക്രമമൂലദക്ഷിണോത്തരാന്തരം — മൂന്നു രാശി.

(= രവിയുടെ വായുകാലം)

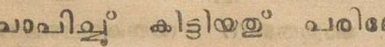
ഇതു ഉച്ചക്കുമുമ്പെങ്കിൽ. ഉച്ചക്കു ശേഷമെങ്കിൽ കാലലഗ്നത്തിൽനിന്നു ര ദ എന്ന രവ്യപക്രമമൂലദക്ഷിണോത്തരാന്തരം കളഞ്ഞ ശിഷ്ടത്തിൽനിന്നു 3 രാശി കളഞ്ഞതു വായുകാലം. ഇതിനെത്തന്നെ നതകാലമെന്നു പറയുന്നു.

വായുകാലത്തെ മറെറാരുപ്രകാരം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

യദാ യാമ്യോത്തരാപക്രമപലഗുണയോ-
ഘാതതസ്ത്രിജ്യയാപ്തം
ശംകൌ സംസ്കൃത്യ തസ്മാൽ ത്രിഗുണകൃതിഹതാ-
ല്ലംബകക്രാന്തികോട്യോഃ
ഘാതാപ്തം കാലലഗ്നേ ക്ഷിപതു കൃതധനു-
സ്ത്രിജ്യതാം പ്രാക് കപാലേ
കാലോ മാദ്ധ്യാഹ്നികോയം ഭവതി പുനരസൌ
വായുകാലസ്ത്രിഭോനഃ. 3.

സാരം:— അല്ലെങ്കിൽ യാമ്യമായോ ഉത്തരമായോ ഇരിക്കുന്ന അപക്രമ ജ്യാവിനെ അക്ഷജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ച ഫലത്തെ ശംകുവിൽ സംസ്കരിച്ച് അതിനെ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ലംബ ജ്യാവിൻെറയും ക്രാന്തികോടിജ്യാവിൻെറയും ഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ച് വരുന്ന ഫലത്തെ കാലലഗ്നത്തിൽ കൂട്ടുക. ഉച്ചക്കു മുമ്പാണെങ്കിൽ കളയണം. ഇതിൽ ക്രമേണ മൂന്നു രാശി കുറക്കുകയും കൂട്ടുകയും ചെയ്താൽ മാദ്ധ്യാഹ്നിക കാലലഗ്നമുണ്ടാകും. ഇതിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി കളഞ്ഞാൽ വായുകാലം. [മൂന്നു രാശി ക്രമേണ കുറക്കുവാനും കൂട്ടുവാനും ശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞിട്ടില്ല. 'ഭവതി പുനരസൌ' എന്നതിന്നുപകരം 'ത്രിഭരഹിതയുതേ' എന്നു മാററിയാൽ അങ്ങിനെയാവും]

പരിലേഖം കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിലേതുതന്നെ. ദ ന, അപമജ്യാവ്. ഇതിനെ അക്ഷജ്യാവ് (പലജ്യാവ്) കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വരുന്ന ഫലം ന ല എന്നതു്. ഇതു ഉന്മണ്ഡലശംകു. ഉത്തരാപക്രമമെങ്കിൽ ഇതു മഹാശംകുവിൽനിന്നു കളയണം. ദക്ഷിണാപക്രമമെങ്കിൽ കൂട്ടണം. ഫലം ശ ച എന്ന ശംകുഖണ്ഡം. ഇതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ച ലംബജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ന ശ എന്ന ഹൃതിഖണ്ഡമുണ്ടാകും. ഇതു ഉന്മണ്ഡലംതൊട്ടു അഹോരാത്രവൃത്തംവഴി സൂര്യൻവരെയുള്ള ചാപത്തിൻെറ ജ്യാവ്. ഇതിനെ സ്വവൃത്തകലാമിതമാക്കുവാൻ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിക്കണം. എന്നുവെച്ചാൽ ശ ച എന്ന ശംകുഖണ്ഡത്തെ ത്രിജ്യാവർഗ്ഗംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ലംബദ്യുജ്യാവുകളുടെ ഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ മേൽപറഞ്ഞ ജ്യാവ് സ്വവൃത്തകലാമിതമായുണ്ടാകും. ഇതിനെ ചാപിച്ചാൽ സൂര്യൻെറ അപക്രമമൂലംതൊട്ടു പൂർവ്വപശ്ചിമ സ്വസ്തികങ്ങളിൽ അടുത്തതുവരെയുള്ള ചാപം (ഘടികാമണ്ഡലഭാഗം) കിട്ടും. ഇതിനെ മൂന്നു രാശിയിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ദക്ഷിണോത്തരത്തിൽനിന്നു സൂര്യാപക്രമമൂലത്തിൻെറ നീക്കം കിട്ടും. ശേഷം കഴിഞ്ഞ ശ്ലോകത്തിലെന്ന പോലെ. സൂര്യൻ പൂർവ്വകപാലത്തിലെന്നു വെക്കുക. എന്നാൽ ഇവിടെ ചാപിച്ചു് കിട്ടിയതു് പരിലേഖത്തിലെ പ ര എന്നതു്. അതിനെ മൂന്നു രാശിയിൽനിന്നു കളഞ്ഞാൽ ര ദ. വ ര, എന്നതു വായുകാലം. ഇതിനോടു മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയാൽ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം.



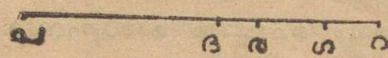
പരിലേഖം 44.

വായുകാലം = വ ര = വ പ — പ ര = തല്ക്കാലകാലലഗ്നം — സൂര്യാപക്രമമൂലപൂർവ്വസ്വസ്തികാന്തരം.

മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം = വ ര + 3 രാശി = വായുകാലം + 3 രാശി

= തല്ക്കാലകാലലഗ്നം — സൂൎയ്യാപക്രമമൂലപൂൎവ്വസ്വസ്തികാന്തരം + 3 രാശി,

45-ാം പരിലേഖം സൂൎയ്യൻ പശ്ചിമകപാലത്തിലുള്ള സ്ഥിതിയെക്കാണിക്കുന്നു. ഗ എന്നതു പശ്ചിമസ്വസ്തികം. വ, പൂൎവ്വവിഷുവത്ത്. ചാപിച്ചു കിട്ടുന്ന സൂൎയ്യാപക്രമമൂലപശ്ചിമസ്വസ്തികാന്തരം ര ഗ എന്നതു്. വ പ തല്ക്കാലകാലലഗ്നം. വ ര, വായുകാലം.



പരിലേഖം 45.

വ ര = (വ പ — ഗ പ) + ഗ ര = വ പ + ഗ ര — 6 രാശി

മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം = വ പ + ഗ ര — 6 രാശി + 3 രാശി = വ പ + ഗ ര — 3 രാശി

= തല്ക്കാലകാലലഗ്നം + സൂൎയ്യാപക്രമമൂലപശ്ചിമസ്വസ്തികാന്തരം — 3 രാശി.

ഇതുതന്നെ വേറെവിധത്തിലും ആലോചിക്കാം. സൂൎയ്യൻ പശ്ചിമകപാലത്തിലെങ്കിൽ കാലലഗ്നത്തോടു ചാപിച്ചു് കിട്ടിയ ര ഗ, ക്രാന്തിമൂലപശ്ചിമസ്വസ്തികാന്തരം കൂട്ടിയാൽ സൂൎയ്യൻ പശ്ചിമഭാഗത്തു ഉന്മണ്ഡലത്തിലെത്തുമ്പോഴത്തെ കാലലഗ്നമായി. ഇതിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി കുറച്ചാൽ സൂൎയ്യന്റെ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നവുമാകും. സൂൎയ്യൻ പൂൎവ്വകപാലത്തിലെങ്കിൽ ചാപിച്ചു് കിട്ടിയ പ ര, ക്രാന്തിമൂലപൂൎവ്വസ്വസ്തികാന്തരം കളഞ്ഞാൽ സൂൎയ്യൻ പൂൎവ്വഭാഗത്തു ഉന്മണ്ഡലത്തിലിരിക്കുമ്പോഴുള്ള കാലലഗ്നമാകുന്നു. അതിൽ 3 രാശി കൂട്ടിയാൽ സൂൎയ്യന്റെ മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നവുമാകും.

ഇനി വായുകാലപ്രദേശം ഇന്നതെന്നു പറയുന്നു,

ഘടികാമണ്ഡലേ യത്ര സ്പൃഷ്ടം തന്നതമണ്ഡലം
തൽപ്രദേശോ വായുകാലോ നതകാലഃ സ ചോച്യതേ. 4.

സാരം:— സൂൎയ്യനിൽനിന്നോ മററു ഗ്രഹങ്ങളിൽനിന്നോ നക്ഷത്രങ്ങളിൽനിന്നോ ഉള്ള ഘടികാനതവൃത്തം ഘടികാമണ്ഡലത്തെ സ്പൎശിക്കുന്ന പ്രദേശമാകുന്നു വായുകാലമെന്നു പറയുന്നതു്. അതുതന്നെ നതകാലമെന്നു പറയുന്നതും.

ഈ പ്രദേശത്തെ പൂൎവ്വവിഷുവത്തുതൊട്ടു കിഴക്കോട്ടു ഘടികാവൃത്തമാൎഗ്ഗമായ അകലംകൊണ്ടു അറിയപ്പെടുന്നു. ഇതിനെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ പലേടത്തും കാലചാപമെന്നു പറഞ്ഞിട്ടുണ്ടു്.

ഇനി മദ്ധ്യാഹ്നകാലത്തെ വിശേഷം പറയുന്നു.

സൎവ്വേഷാമപി മദ്ധ്യാഹ്നേ മഹാച്ഛായൈവ ദോഃപ്രമാ
കാലലഗ്നം ത്രിരാശ്യൂനം നതകാലസ്തദാ ഭവേൽ. 5.

സാരം:— എല്ലാ ഗ്രഹങ്ങൾക്കും അതിൻെറ മദ്ധ്യാഹ്നത്തിൽ മഹാച്ഛായ തന്നെ ഛായാഭുജയാകുന്നതു്. (ഛായാകോടി ശൂന്യവുമാകുന്നു). അപ്പോഴുള്ള കാലലഗ്നത്തിൽനിന്നു മൂന്നു രാശി കളഞ്ഞാൽ നതകാലമുണ്ടാകയും ചെയ്യും.

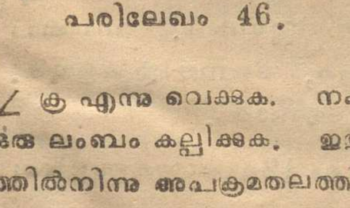
എല്ലാററിനും വിക്ഷേപത്തെ വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

നതകാലഭുജാക്രാന്തിം വ്യസ്തദിക്കാം പ്രകല്പ്യതാം
സ്ഫുടാപക്രമകോടിഘ്നീം സ്ഫുടക്രാന്തിഗുണേ പുനഃ. 6.

പരമക്രാന്തികോടിഘ്നേ കൃത്വാ തസ്മാൽ ത്രിജീവയാ
ലബ്ധോ ഭവതി വിക്ഷേപസ്തൽകോടിം ച സമാനയേൽ. 7.

സാരം:— നതകാലത്തിങ്കലെ ഭുജക്കു് ക്രാന്തിജ്യാവുകണ്ടു് അതിനെ വിപരീതദിക്കായി കല്പിച്ചു് ദ്യുജ്യാവുകൊണ്ടു പെരുക്കി പരമക്രാന്തികോടിജ്യാവു (കവികുലം)കൊണ്ടു പെരുക്കിയ സ്ഫുടക്രാന്തിഗുണത്തിൽ സംസ്കരിക്കുക അതിനെ ത്രിജ്യാവുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ വിക്ഷേപമാകും. അതിൻെറ കോടിയെ ഉണ്ടാക്കുകയും ചെയ്യു.

ഈ രണ്ടു ശ്ലോകംകൊണ്ടു നിരീക്ഷണംവഴിയായി നതകാലവും സ്ഫുടക്രാന്തിയും കണ്ടു് അവയിൽനിന്നു വിക്ഷേപം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു. പരിലേഖത്തിൽ വ മ ഘടികാമണ്ഡലവും വ ക അപക്രമമണ്ഡലവുമാകുന്നു. ന, ഒരു നക്ഷത്രം. ന ക, അതിൻെറ വിക്ഷേപം. ന ല അതിൻെറ സ്ഫുടക്രാന്തി. ല ദ എന്നതു അപക്രമനതവൃത്തഭാഗം.



പരിലേഖം 46.

ഒന്നാമതായി ഘടികാമണ്ഡലതലത്തേയും അപക്രമതലത്തേയും നിരൂപിക്കുക. ഇവ തമ്മിലുള്ള ചരിവു് പരമാപക്രമതുല്യം. അതു ∠ ക്ര എന്നു വെക്കുക. നക്ഷത്രത്തിൽനിന്നു ഘടികാമണ്ഡലതലത്തിലേക്കു ഒരു ലംബം കല്പിക്കുക. ഇതു സ്പഷ്ടാപക്രമജ്യാവു്. ഈ ജ്യാവിൻെറ മൂലത്തിൽനിന്നു അപക്രമതലത്തിലേക്കു കല്പിക്കുന്ന ലംബം.

$$= \text{ഭു} \ (\text{ല ദ}) \times \frac{\text{സ്പഷ്ടാപക്രമകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

ഇതും വിക്ഷേപജ്യാവും അപക്രമതലത്തിന്നു ലംബങ്ങളാകയാൽ സമാന്തരം. ഇവ രണ്ടും കൂട്ടിയാൽ നിളം

$$= \text{സ്പഷ്ടാപക്രമജ്യാ} \times \frac{\text{കോ (ക്ര)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

അതിനാൽ,

$$\text{വിക്ഷേപജ്യാ} + \frac{\text{ഭു (ല ഒ)} \times \text{സ്പഷ്ടാപക്രമകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

$$= \text{സ്പഷ്ടാപക്രമജ്യാ} \times \frac{\text{കോ (ക്ര)}}{\text{ത്രിജ്യാ}}.$$

അതുകൊണ്ട വിക്ഷേപജ്യാ

$$= \frac{\text{സ്പഷ്ടാപക്രമജ്യാ} \times \text{കോ (ക്ര)} - \text{ഭു (ല ഒ) സ്പഷ്ടാപക്രമകോടിജ്യാ}}{\text{ത്രിജ്യാ}}$$

നതകാലഭുജാക്രാന്തിയും സ്പഷ്ടക്രാന്തിയും ഘടികാവൃത്തത്തിന്റെ ഒരേ ഭാഗത്തു വന്നാൽ കിഴിക്കുകയും, വിഭിന്നഭാഗങ്ങളിലായി വന്നാൽ കൂട്ടുകയും വേണം. ധന ഫലത്തിന്നു വിക്ഷേപത്തിന്റെ ദിക്ക് സ്പഷ്ടാപക്രമത്തിന്റെ ദിക്കും ഋണഫലത്തിന്നു വിക്ഷേപദിക്ക് സ്പഷ്ടാപക്രമത്തിന്റെ വിപരീതദിക്കും ആകും.

ഇനി സ്ഫുടം വരുത്തുവാൻ പറയുന്നു.

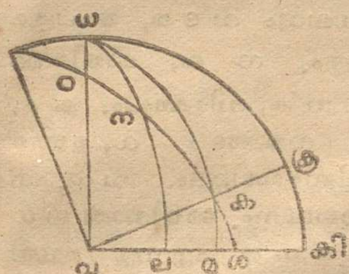
ഭൂയഃ ക്ഷേപഗുണം സ്ഫുടാപമഗുണേ കൃത്വാപമൂനാ താഡിതാ
ദോർജ്യാസത്രിഭവായുകാലജനിതാ വിക്ഷേപകോട്യാ ഹൃതാ
അന്ത്യക്രാന്തിശരാഹതാ പരമയാ ക്രാന്ത്യാ ഹൃതാ ചാപിതാ
സംപൂർണ്ണം തുല്യഭിദാശഘാതവശതഃ സ്യാദപായുകാലസ്ഫുടഃ. . 8.

സ്വ. തം:— വിക്ഷേപത്തെ സ്ഫുടാപക്രമത്തിൽ സംസ്കരിച്ച് അതുകൊണ്ട മൂന്നു രാശി കൂട്ടിയിരിക്കുന്ന നതകാലത്തിന്റെ മഹാജ്യാവിനെ ഗുണിച്ച് വിക്ഷേപകോടിജ്യാവുകൊണ്ട അതിനെ ഹരിച്ച് അതിനെ പിന്നെയും പരമക്രാന്തിശരജ്യാവുകൊണ്ട ഗുണിച്ച് അന്ത്യക്രാന്തിജ്യാവുകൊണ്ട ഹരിച്ച് കിട്ടിയ ഫലത്തെ ചാപിച്ച് നതകാലത്തിൽ സംസ്കരിക്കുക. വിക്ഷേപത്തിനും മഹാജ്യാവിനും ദിക്ക് രണ്ടെങ്കിൽ കൂട്ടുക, ഒന്നെങ്കിൽ കളയുക. എന്നാൽ നതകാലത്തിൽനിന്നുള്ള സായനസ്ഫുടമുണ്ടാകും.

ഇതിന്റെ ഉപപത്തി 9-ാം അദ്ധ്യായം 11ഉം 12ഉം ശ്ലോകങ്ങളിലെ ക്രിയകളിൽനിന്നു കിട്ടുന്നു. അവിടെ

$$\text{ല മ} + (\text{വ ക} - \text{വ മ}) = \frac{\text{കോ(വ ക)}}{\text{കോ(ന ല)}} \left\{ \text{ന ക} + \text{ഭു(ന ല)} \right\} . \frac{\text{ര} - \text{കോ (ക്ര)}}{\text{ഭു (ക്ര)}}$$

എന്നു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട് (പരിലേഖം നോക്കുക. ഇതു 39-ാം പരിലേഖം തന്നെ), എന്നാൽ കോ (വ ക). കോ (ന ക) = ര. കോ (വ ന).



പരിലേഖം 47.
(ഇതു 39-ാം പരിലേഖംതന്നെ)

= കോ (വ ല). കോ (ന ല). അതിനാൽ,

$$\frac{\text{കോ (വ ക)}}{\text{കോ (ന ല)}} = \frac{\text{കോ (വ ല)}}{\text{കോ (ന ക)}}.$$

അതിനാൽ ല മ + (വ ക — വ മ)

$$= \frac{\text{കോ (വ ല)}}{\text{കോ (ന ക)}} \cdot \left\{ \text{ന ക} + \text{ഭു(ന ല)} \right\} \cdot \frac{\text{ത — കോ(ക്രാ)}}{\text{ഭു (ക്രാ)}}.$$

ഇതിൽ വ ല, നതകാലം; ന ക, വിക്ഷേപം; ന ല, സ്ഫുടക്രാന്തി. ഇവയെല്ലാം നിരീക്ഷണംകൊണ്ടറിയാവുന്നവയും നിരീക്ഷണഫലങ്ങളിൽനിന്നു ഗണിക്കാവുന്നവയും ആകുന്നു. അതിനാൽ ല മ + (വ ക — വ മ) എന്നതു ഗണിക്കാം. ഇതിനെ നതകാലത്തിൽ സംസ്കരിച്ചാൽ സായനസ്ഫുടമുണ്ടാകുന്നു. 9-ാം അദ്ധ്യായം 12-ാംശ്ലോകത്തിൽ പറഞ്ഞതിനു വിപരീതമായി സംസ്കരിക്കണം. എന്നുവെച്ചാൽ ല മ + (വ ക — വ മ) എന്നതിനു കിട്ടിയതു ധനമെങ്കിൽ നതകാലത്തിൽ (വ ല എന്നതിൽ) കൂട്ടണം, ഋണമെങ്കിൽ നതകാലത്തിൽ കളയണം. എന്നാൽ വ ക എന്ന സായനസ്ഫുടമായി.

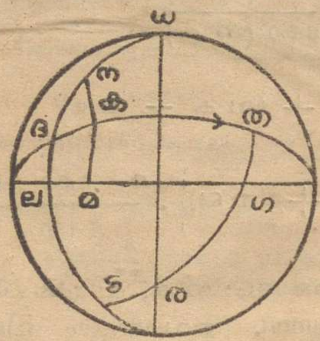
ഇനി മറെറാരുപ്രകാരം സ്ഫുടം വരുത്തുവാനായിപ്പറയുന്നു.

യദ്വാ സ്വമദ്ധ്യാഹ്നഗകാലലഗ്നേ
കൃതാസുലിപ്താവിവരേ സ്വഭോജ്ജ്യാം
ക്ഷേപാന്തിമക്രാന്തിവധഘ്ന ഹതാ
തൽകോടിഘാതേന വിഭജ്യ ലബ്ധം. 9.
ചാപീകൃതം ച സ്വമൃണം പ്രകുര്യാദ്
വിക്ഷേപഭോജ്ജ്യാഹരിദൈക്യഭേദാൽ
ത്രിഭോനിതേസ്മിൻ പുനരയനാംശം
വ്യസ്തം ച കുര്യാൽ സ നിജസ്ഫുടഃ സ്യാൽ. 10.

സാരം:— അല്ലെങ്കിൽ സ്വമദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തിൽനിന്നു പ്രാണകലാന്തരജ്യാവുകണ്ടു് അതിൽതന്നെ സംസ്കരിച്ചു് ഫലത്തെ ക്ഷേപജ്യാവിൻെറയും അന്ത്യക്രാന്തിജ്യാവിൻെറയും ഘാതംകൊണ്ടു പെരുക്കി അവയുടെ കോടിജ്യാഘാതംകൊണ്ടു ഹരിച്ചു് കിട്ടിയതിനെ (9)

ചാപീകരിച്ചിട്ടു് വിക്ഷേപത്തിൻെറയും ഭോജ്ജ്യാവിൻെറയും ദിക്കൊന്നെങ്കിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ചിരിക്കുന്ന മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തിൽ കൂട്ടുകയും അല്ലെങ്കിൽ കുറക്കുകയും ചെയ്തു മൂന്നു രാശിയേയും പിന്നെ അയനാംശത്തെയും കുറച്ചാൽ ഉണ്ടാകുന്നതു അതിൻെറ സ്ഫുടമാകുന്നു. (10)

പരിലേഖത്തിൽ വ ല ഗ, ഘടികാമണ്ഡലവും വ ദ ത, അപക്രമമണ്ഡലവുമാകുന്നു. ന, ഒരു വിക്ഷിപ്തനക്ഷത്രം. ന ല, അതിന്റെ സ്ഫുടക്രാന്തി. ന ക, വിക്ഷേപം. ക മ, ക്രാന്തി. വ ല, നതകാലം. ധ, ഉത്തരധ്രുവം. ര, ദക്ഷിണരാശികൂടം. വ ഗ, എന്നതു മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം. അതിനാൽ ല ഗ = 3 രാശി. ട ര ഗ ത എന്നതു രാശികൂടവൃത്തം.



പരിലേഖം 48.

ല ഗ, മൂന്നു രാശിയാകയാലും, ധ ല ട, വ ല ഗ അന്യോന്യം വിപരീതമാകയാലും ഗ എന്നതു ധ ല ട എന്ന ഘടികാനതവൃത്തത്തിന്റെ പാർശ്വം. അതിനാൽ ഈ ഘടികാനതവും, ത ഗ ര ട എന്ന രാശികൂടവൃത്തവും അന്യോന്യം വിപരീതം. ഈ രാശികൂടവൃത്തവും ദ ക ത എന്ന അപക്രമവൃത്തവും അന്യോന്യം വിപരീതം. അതിനാൽ ദ എന്നതു രാശികൂടവൃത്തത്തിന്റെ പാർശ്വം. അതിനാൽ ദ ത = 3 രാശി.

വ ഗ, മദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നം. ഇതിൽ പ്രാണകലാന്തരം സംസ്കരിച്ചാൽ വ ത എന്നതുണ്ടാകും. 9-ാം അദ്ധ്യായം 15 തൊട്ടു 18 വരെ ശ്ലോകങ്ങളുടെ വ്യാഖ്യാനത്തിൽ

$$\text{ഭു (ദ ക)} = \frac{\text{ഭു (ന ക). ഭു (ക്രാ). കോ (വ ദ)}}{\text{കോ (ന ക). കോ (ക്രാ)}}$$

എന്നു കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ദ ത മൂന്നു രാശിയാകയാൽ വ ദ എന്നതിന്റെ കോടിജ്യാവും വ ത എന്നതിന്റെ ഭുജജ്യാവും തുല്യം. അതിനാൽ

$$\text{ഭു (ദ ക)} = \frac{\text{ഭു (ന ക). ഭു (ക്രാ)}}{\text{കോ (ന ക). കോ (ക്രാ)}}\text{. ഭു (വ ത).}$$

ഇങ്ങിനെ ദ ക എന്ന അയനദൃക്ഫലമുണ്ടാക്കി വ ത എന്ന പ്രാണകലാന്തരസംസ്കൃതമദ്ധ്യാഹ്നകാലലഗ്നത്തിൽ കൂട്ടി മൂന്നു രാശി (= ദ ത) കളഞ്ഞാൽ വ ക എന്ന നക്ഷത്രസ്ഫുടമുണ്ടാകുമെന്നു വ്യക്തം. ഇതു സായനസ്ഫുടം. ഇതിൽനിന്നു അയനാംശം കളഞ്ഞാൽ നിരയനസ്ഫുടമായി. ഇവിടെ വ ഗ എന്നതു മേഷാദി ഉത്തരദിക്ക്. വിക്ഷേപത്തിന്നും ഉത്തരദിക്ക്. അതിനാൽ ദ ക എന്നതിനെ കൂട്ടി. ഇവക്ക് ദിക്ക് വിഭിന്നമെങ്കിൽ ദ ക എന്നതിനെ കളയണം.

ഇനി കരണപദ്ധതി പഠിച്ചാലുള്ള ഗുണത്തെപ്പറഞ്ഞു ഗ്രന്ഥം ഉപസംഹരിക്കുന്നു.

ഗണിതമിദമശേഷം യുക്തിയുക്തം പഠന്തോ
ദിവി ഗണകജനാനാമഗ്രഗണ്യാ ഭവേയുഃ
അപി ച ഗതിവിശേഷാൽ കാലരൂപസ്യ വിഷ്ണോഃ
സുഭൃശമനുഭവന്തോ യാന്തി തദ്ധാമശുദ്ധം. 11.

ഈ ഗണിതം ഒട്ടൊഴിയാതെ യുക്തിയോടുകൂടി പഠിക്കുന്നവർ ഗണകന്മാരുടെ ഇടയിൽ അഗ്രഗണ്യന്മാരായിത്തീരുന്നു. എന്നു മാത്രമല്ല ഗതിവിശേഷം കൊണ്ടു കാലരൂപനായ മഹാവിഷ്ണുവിൻെറ പരിശുദ്ധധാമത്തെ ഏററവും അനുഭവിച്ചുകൊണ്ടു അതിനെ പ്രാപിക്കുന്നു;

ശാസ്ത്രാദ്ധ്യയനംകൊണ്ടുണ്ടാവുന്ന ഹൃദയവികാസവും നൈർമ്മല്യവും മോക്ഷപ്രാപ്തിക്കു ഹേതുവായിത്തീരുമെന്നു സാരം.

ഇതി ശിവപുരനാമഗ്രാമജഃ കോപി യജ്വാ
കിമപി കരണപദ്ധത്യാഹ്വയം തന്ത്രരൂപം
വ്യധിത ഗണിതമേതൽ സമ്യഗാലോക്യ സന്തഃ
കഥിതമിഹ വിദന്തഃ സന്തു സന്തോഷവന്തഃ. 12.

ഇങ്ങിനെ ശിവപുര (തൃശ്ശൂര്) മെന്ന ഗ്രാമത്തിൽ ജനിച്ച ഒരു സോമയാജി കരണപദ്ധതിയെന്ന തന്ത്രഗ്രന്ഥം നിർമ്മിച്ചു. സത്തുക്കാം ഈ ഗണിതം നല്ലവണ്ണം നോക്കി ഇവിടെ പറഞ്ഞതെല്ലാം അറിഞ്ഞ് സന്തുഷ്ടരാവട്ടെ.

ഇതി കരണപദ്ധതൌ ദശമോദ്ധ്യായഃ

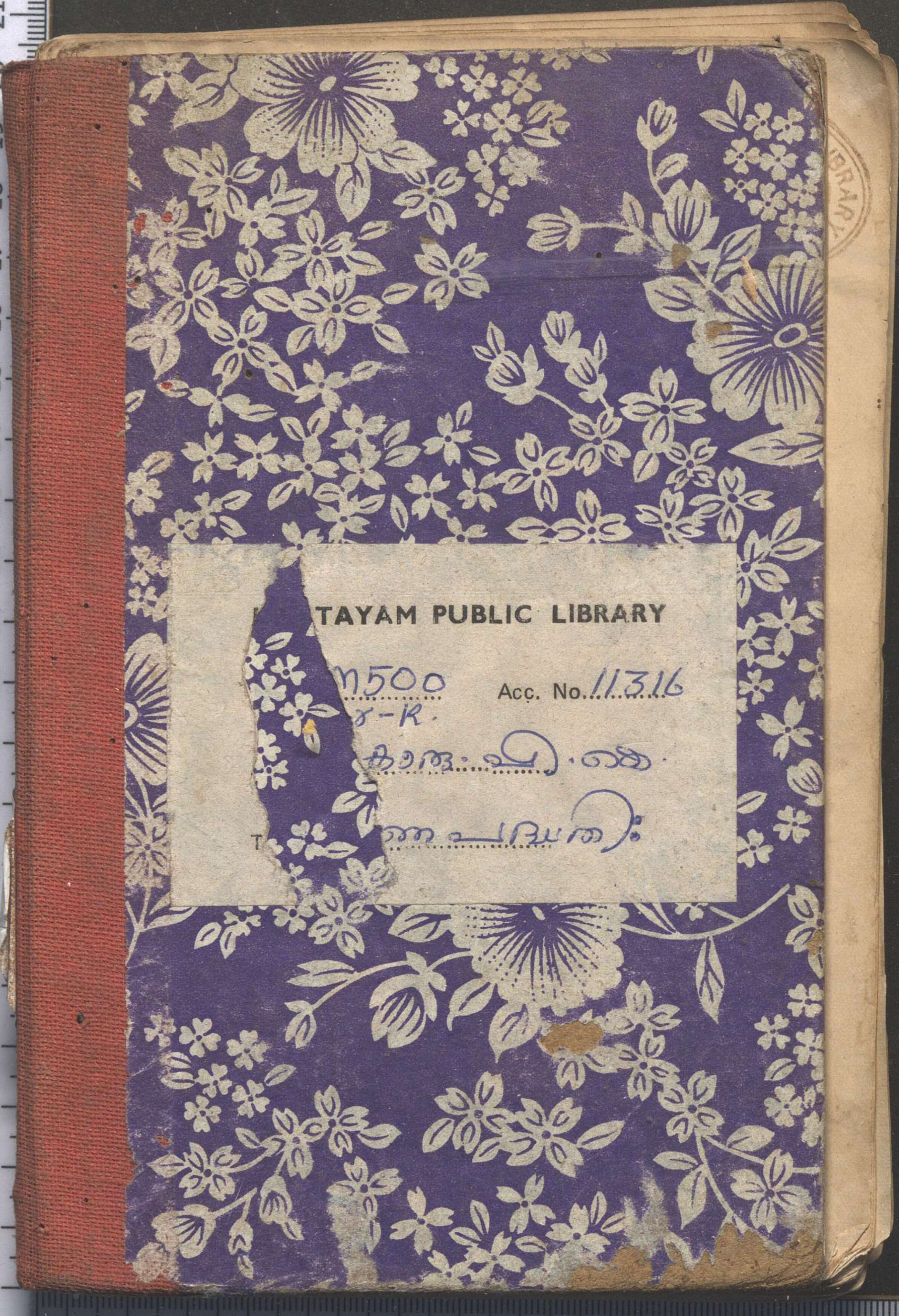
ശുഭം ഭൂയാൽ.

ഘോഷമാതിരിപ്പാടരുടംചെയ്തവണ്ണം
തന്ത്രംഗ്രഹിപ്പാൻ വഴികണ്ടിടാനാ-
യേകട്ടെ ദീപ്തിപ്രചുരം സുധീനാം
വ്യാഖ്യാനമീ കോരുകൃതം പ്രദീപം.

കരണപദ്ധതി യുക്തിപ്രകാശികാ വ്യാഖ്യാനം

സമാപ്തം.

—— :*: ——


TAYAM PUBLIC LIBRARY
M500
Acc. No. 11316
-R.