GUIDE BOOK FOR TEACHERS
IN
MATHEMATICS

STANDARD VI

Prepared in the

STATE INSTITUTE OF EDUCATION
KERALA
1967

Price : 60 P.

PRINTED BY THE S.G.P. AT THE GOVERNMENT PRESS,
ERNAKULAM, 1968

GUIDE BOOK FOR TEACHERS
IN
MATHEMATICS

STANDARD VI

Prepared in the
STATE INSTITUTE OF EDUCATION
KERALA
1967

ആമുഖം

കണക്കു് ഏററവും സൂക്ഷ്മവും ഋജുവുമായ ഒരു ശാസ്ത്ര മാണു്. എങ്കിലും ഇന്നു് ഭൂരിപക്ഷം വിദ്യാർത്ഥികളും ഭയപ്പെടുന്ന ഒരു പഠന വിഷയമാണിതു്. കുട്ടികളുടെ അഭിരുചികളും മാനസിക നിലവാരവും കണക്കിലെടുത്തു് അവരുടെ ദൈനംദിന ജീവിതത്തിലെ ചുററുപാടുകളുമായി ഇണങ്ങുന്ന പ്രായോഗികാഭ്യാസങ്ങളിൽകൂടി വിദഗ്ദ്ധമായി അവതരിപ്പിക്കാത്തതാണു് ഈ തകരാറിനു് കാരണം. ബോധനം കാര്യക്ഷമമാകാത്തതുകൊണ്ടു് പ്രാഥമിക തത്വങ്ങളും വസ്തുതകളും വേണ്ടത്ര ദൃഢമാകുന്നില്ല. തന്മൂലം കൂടുതൽ സങ്കീർണ്ണങ്ങളായ തത്വങ്ങൾ പഠിക്കേണ്ടിവരുമ്പോൾ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കു് പ്രയാസം നേരിടുക സ്വാഭാവികമാണു്. കാലക്രമത്തിൽ ഈ പ്രയാസം ഗണിത ശാസ്ത്രത്തോടുള്ള വെറുപ്പിനു് കാരണമായിത്തീരുന്നു.

പ്രാഥമിക തത്വങ്ങളും വസ്തുതകളും പ്രൈമറി ക്ലാസ്സുകളിൽ വച്ചാണല്ലോ അഭ്യസിക്കുക. ഈ പ്രാഥമിക തത്വങ്ങളാണു് ഉയന്ന ക്ലാസുകളിലെ ഗണിത ശാസ്ത്രാഭ്യസനത്തിൻെറ അടിത്തറ. തന്മൂലം ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിലെ കുട്ടികൾക്കു് ഗണിത ശാസ്ത്രത്തോടുള്ള മനോഭാവം പ്രൈമറി ഘട്ടത്തിലെ ബോധനത്തെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കും എന്നു പറയേണ്ടതില്ലല്ലോ. അതുകൊണ്ടു് പ്രൈമറി ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗണിത ശാസ്ത്രബോധനം എത്രയും കാര്യക്ഷമമാക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. അതിനു് അദ്ധ്യാപകരെ പ്രാപ്തരാക്കുന്നതിനുവേണ്ടിയാണു് ഈ രീതിയിൽ ഓരോ ക്ലാസ്സിലേയ്ക്കും 'ബോധന സഹായികൾ' രചിക്കണമെന്നു് തീരുമാനിച്ചതു്.

ഇതിൽ ആറാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലേക്കുള്ള കണക്കിൻെറ പാഠപദ്ധതിയിലെ ഓരോ ഇനവും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകമായെടുത്തു് ചർച്ചചെയ്തിരിക്കുകയാണു്. പല രാജ്യങ്ങ

ളിലും നടത്തിയിട്ടുള്ള പരീക്ഷണങ്ങളിൽനിന്നു് ഫല പ്രദമെന്നു് തെളിഞ്ഞിട്ടുള്ള മാർഗ്ഗങ്ങളുടെ സാരാംശങ്ങൾ ഇവിടെ സ്വീകരിച്ചിട്ടുണ്ടു്. നമ്മുടെ ചുററുപാടുകൾക്കും വിദ്യാലയാന്തരീക്ഷത്തിനും അനുസരണമായി അഭ്യാസങ്ങൾ ക്രമപ്പെടുത്തുന്നതിനുള്ള സൂചനകളും നൽകിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ പാഠഭാഗവും എങ്ങനെയാണു് ഘട്ടങ്ങളായി പിരിച്ചു് അനുക്രമീകരിച്ചു് പഠിപ്പിക്കേണ്ടതെന്നു് നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ബോധനം കാര്യക്ഷമവും അതേ സമയം രസകരവും ആകുന്നതിനുള്ള വിവിധ സമ്പ്രദായങ്ങൾ വിവരിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ഈ നിർദ്ദേശങ്ങൾ സ്വീകരിക്കുകയാണെങ്കിൽ ഉയർന്ന ക്ലാസ്സുകളിൽ ഗണിതശാസ്ത്രം അഭ്യസിപ്പിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ അടിത്തറ സുദൃഢമാകുമെന്നതും പഠിച്ച കാര്യങ്ങൾ പ്രായോഗികരംഗത്തു് ഫല പ്രദമാക്കുവാൻ കഴിയുമെന്നതും തീർച്ചയാണു്.

ഇതിൽ നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുള്ളതിനേക്കാൾ നല്ലതെന്നു തോന്നുന്ന സമ്പ്രദായങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ സ്വീകരിക്കാൻ അദ്ധ്യാപകർക്കു് പൂർണ്ണസ്വാതന്ത്ര്യമുണ്ടായിരിക്കും. 'ബോധനം കാര്യക്ഷമമാകണം' എന്നതാണു പ്രധാന കാര്യം. അതിനു് ഈ പ്രസിദ്ധീകരണം സഹായകമാകുമെന്നു പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു. ഈ പുസ്തകത്തിൽ സ്വീകരിച്ചിട്ടുള്ള സമ്പ്രദായങ്ങളിൽ എന്തെങ്കിലും മാററം വരുത്തേണ്ടതുണ്ടെങ്കിൽ അതിനെപ്പററിയുള്ള അഭിപ്രായങ്ങളും നിർദ്ദേശങ്ങളും സസന്തോഷം സ്വീകരിക്കുന്നതാണു്.

GUIDE BOOK FOR TEACHERS IN MATHEMATICS

STANDARD VI

ഇനം 1

റിവിഷൻ

(20 periods)

സാധാരണ ഭിന്നങ്ങൾ, ദശാംശഭിന്നങ്ങൾ എന്നിവയിലുള്ള പ്രയാസമേറിയ ഇനങ്ങളാണ് ഈ സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ ആദ്യമായുള്ളത്. അതുകൊണ്ട് റിവിഷൻ നടത്തുമ്പോൾ അവയ്ക്കാണ കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം നൽകേണ്ടതു്. സാധാരണ ഭിന്നിതങ്ങളുടെ സങ്കലന വ്യവകലനങ്ങളും പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾകൊണ്ടുള്ള ഗുണനഹരണങ്ങളും അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ വച്ചു പഠിപ്പിച്ചു കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതിലുള്ള വിവിധതരം അഭ്യാസങ്ങൾ ആവർത്തന സമയത്തു ചെയ്യിക്കേണ്ടതാണ്. ദശാംശ ഭിന്നങ്ങളിലും സങ്കലന വ്യവകലനങ്ങളും പൂർണ്ണ സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുള്ള ഗുണനഹരണവും ആവർത്തനം മൂലം ദൃഢപ്പെടുത്തണം. കൂടുതൽ സമയവും ഈ രണ്ടിനങ്ങൾക്കും വേണ്ടി ചെലവഴിക്കുന്നതാണ് നല്ലതു്. പകുതി സമയംകൊണ്ട് ആവർത്തനം കഴിഞ്ഞാൽ ഓരോ പ്രധാന ഇനത്തിലും ഓരോ diagnostic test കൊടുത്തു്, പ്രയാസങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി കൂടുതൽ അഭ്യസനം നല്കുക.

ഇനം 2

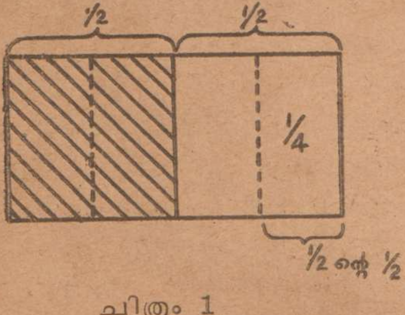
ഒരു ഭിന്നിതത്തെ മറെറാരു ഭിന്നിതം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

(7 periods)

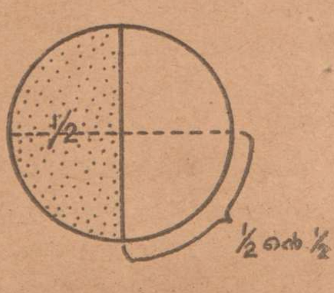
ഘട്ടം 1—അംശം 1 ആയിട്ടുള്ള ഭിന്നിതങ്ങരം;

ഉദാ: $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}$, $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}$. ....

രണ്ടിലൊന്നു് ഗുണം രണ്ടിലൊന്നു് എന്നരീതിയിൽ ഇതു മനസ്സിലാക്കുന്നതിനു മുമ്പു് രണ്ടിലൊന്നിൻെറ രണ്ടിലൊന്നു എന്ന രീതിയിൽ വേണം ഇതു് ആദ്യം അവതരിപ്പിക്കാൻ. പകുതിയുടെ പകുതി എന്നതിൻെറ അർത്ഥം അവക്കു നേരത്തേ അറിയാം. മൂന്നാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ ഭിന്നങ്ങരം അവതരിപ്പിച്ചപ്പോരംത്തന്നെ ഭിന്നങ്ങളുടെ പരസ്പര ബന്ധം വിശദമാക്കേണ്ടതിൻെറ ആവശ്യകത ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും അതിനുപററിയ അഭ്യാസങ്ങരം നിർദ്ദേശിക്കയും ചെയ്തിട്ടുണ്ടു്. (മൂന്നാം ക്ലാസ്സിലെ ഗൈഡുബുക്കു നോക്കുക).



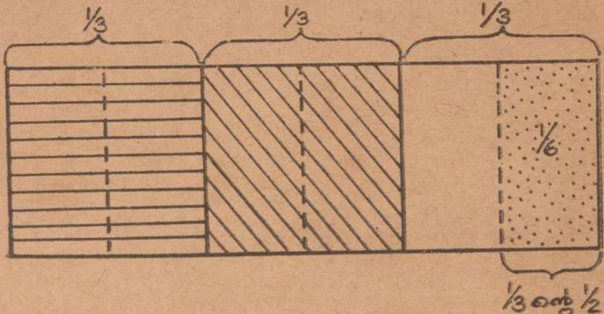
ചിത്രം 1



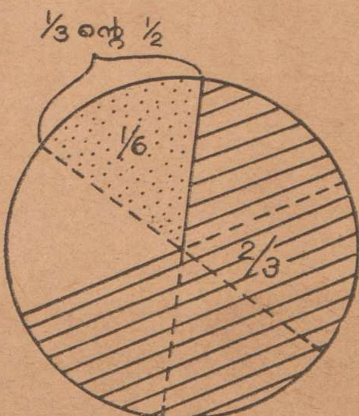
ചിത്രം 2

ഈ രൂപത്തിൽ ഈ ആശയം വിശദമാക്കിയാൽ $\frac{1}{2}$-ൻെറ $\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ എന്നു് കുട്ടികളെ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാം.

ഇതുപോലെതന്നെ $\frac{1}{3}$-ൻെറ $\frac{1}{2} = \frac{1}{6}$ എന്ന വസ്തുത താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നപോലെയുള്ള ഒരു ചിത്രത്തിൻെറ സഹായത്തോടെ വിശദമാക്കാം.

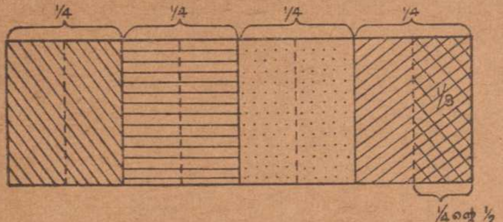


ചിത്രം 3

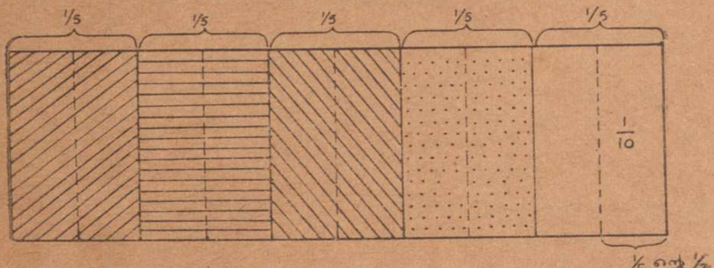


ചിത്രം 4

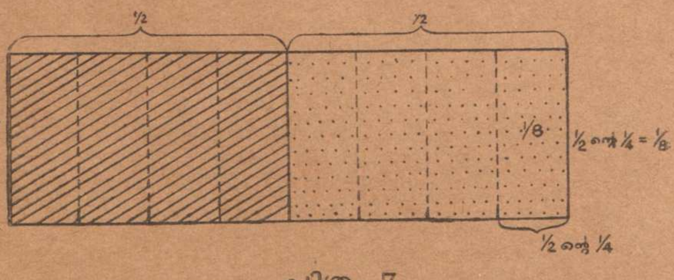
ഈ രീതിയിൽ മററു ചില ബന്ധങ്ങൾ കൂടി വ്യക്തമാക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.



ചിത്രം 5



ചിത്രം 6



ചിത്രം 7

ഇങ്ങനെ ചിത്രങ്ങളുപയോഗിച്ചും കടലാസ്സുകാം മടക്കി കാണിച്ചും മററും മേൽപ്പറഞ്ഞ ബന്ധങ്ങാം വിശദമാക്കി താഴെ കൊട്ടത്തിരിക്കുന്നതുപോലെ എഴുതിക്കുക.

$\frac{1}{2}$ ൻെറ $\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{4}$
$\frac{1}{3}$ ൻെറ $\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{6}$
$\frac{1}{4}$ ൻെറ $\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{8}$
$\frac{1}{5}$ ൻെറ $\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{10}$
$\frac{1}{2}$ ൻെറ $\frac{1}{3}$ $=\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}$ ൻെറ $\frac{1}{4}$ $=\frac{1}{8}$
....

ഗുണന ചിഹ്നം (×) ഉപയോഗിച്ചുള്ള ലേഖനം

ഇതു കഴിഞ്ഞാൽ ഇതുതന്നെ '×' ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചു രേഖപ്പെടുത്തിക്കാം. 3 ൻെറ 2 മടങ്ങ് എന്ന വസ്തുത $3\times2=6$ എന്നു രേഖപ്പെടുത്താമെന്ന കാര്യം കുട്ടികാംക്കറിയാം. ഇതുപോലെയുള്ള കുറേ ഉദാഹരണങ്ങാംകൂടി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. $\frac{1}{2}$ ൻെറ $\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ എന്നതു് $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ എന്നു് രേഖപ്പെടുത്താമെന്ന കാര്യം കുട്ടികാം പെട്ടെന്നു ഗ്രഹിച്ചുകൊള്ളും. അതേ രീതിയിൽ മേൽപ്പറഞ്ഞ ഉദാഹരണങ്ങളെല്ലാം എഴുതട്ടെ.

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{10}$
$\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$ തുടങ്ങിയവ.

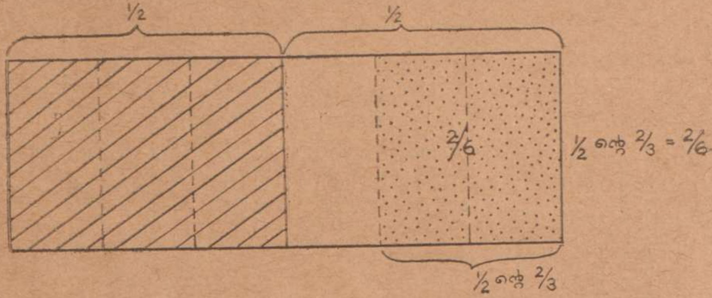
ഈ ബന്ധങ്ങാം ശരിക്കുനോക്കി മനസ്സിലാക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. എന്നിട്ടു് $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}$ എത്രയായിരിക്കും എന്ന രീതിയിൽ ഒരു ചോദ്യം ചോദിക്കുക. $\frac{1}{20}$ എന്ന ഉത്തരം മിക്ക കുട്ടികളിൽനിന്നും പ്രതീക്ഷിക്കാം. എങ്ങനെ കിട്ടി എന്നു വിശദീകരിക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. അംശം 1 തന്നെ. ഛേദം രണ്ടു ഭിന്നിതങ്ങളുടെയും ഛേദങ്ങളായ 4 ൻെറയും 5 ൻെറയും ഗുണനഫലമായ 20 എന്ന ഉത്തരം കിട്ടിയേക്കും. ഇല്ലെങ്കിൽ ഉദാഹരണങ്ങാം അപഗ്രഥിച്ചു്

ഈ ബന്ധം വിശദമാക്കിക്കൊടുക്കുക. ഈ ഇനത്തിൽ പ്പെട്ട അനേകം ഉദാഹരണങ്ങൾക്ക് കുട്ടികൾ മനക്കണക്കായി ഉത്തരം നൽകട്ടെ. ($\frac{1}{7}\times\frac{1}{8}$, $\frac{1}{10}\times\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}\times\frac{1}{8}$ എന്നിങ്ങനെ.)

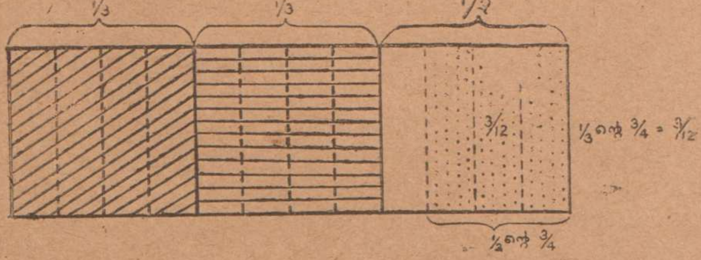
ഘട്ടം 2—അംശം 1 അല്ലാതുള്ള ഭിന്നിതങ്ങൾ :

ഉദാ : $\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$ മുതലായവ.

ഇതിലും മേൽപ്പറഞ്ഞ രീതിയിൽത്തന്നെ അഭ്യസനം നൽകാം. കടലാസ്സ് സ്ട്രിപ്പുകൾ മടക്കിയും ചിത്രങ്ങൾ കണ്ടും ഇവയുടെ ബന്ധം മനസ്സിലാക്കട്ടെ. ഏതാനും ചിത്രങ്ങൾ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

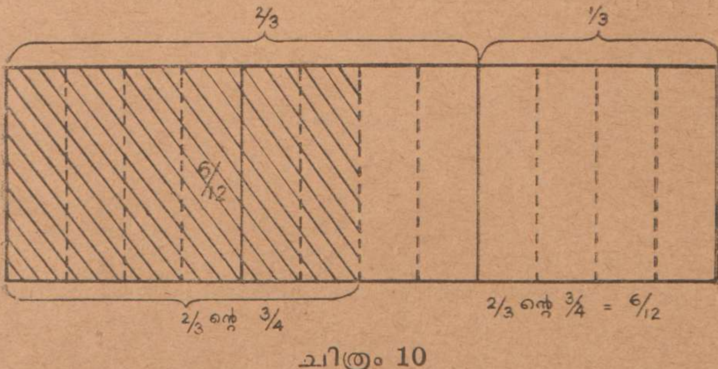


ചിത്രം 8



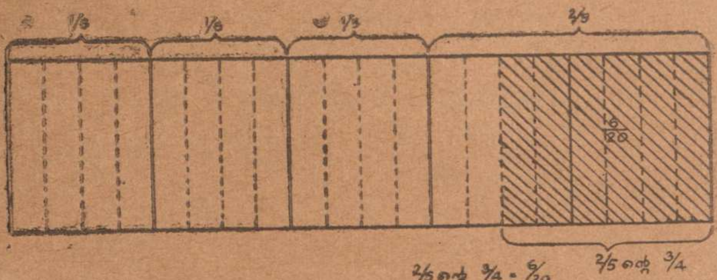
ചിത്രം 9

ഇവിടെ $\frac{1}{3}$ ൻെറ $\frac{3}{4}$ എന്ന ആശയം വിശദീകരിച്ചു കൊടുക്കുക. ഏതെങ്കിലും ഒന്നിൻെറ $\frac{3}{4}$ എന്നു പറഞ്ഞാൽ അതിനെ 4 സമഭാഗമായി ഭാഗിച്ചതിൽ 3 ഭാഗം ആണു്. അപ്പോൾ $\frac{1}{3}$ ൻെറ $\frac{3}{4}$ എന്നു പറഞ്ഞാൽ $\frac{1}{3}$ നെ 4 സമഭാഗമായി ഭാഗിച്ചതിൽ 3 ഭാഗമാണു്. ചിത്രത്തിൽ പ്രത്യേകം ഷെയ്ഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്നതു കാണിച്ചുകൊടുക്കുക. ഇതു് ഒരു ബാർ സോപ്പായോ മറേറാ സങ്കല്പിച്ചാൽ കൂടുതൽ എളുപ്പമായിരിക്കും. ബാറിനെ ആകെ 12 സമഭാഗമായി ഭാഗിച്ചിട്ടുള്ളതു ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. അതിൽ 3 ഭാഗമായതുകൊണ്ടു് അവസാനം ഷെയ്ഡ് ചെയ്തിരിക്കുന്നതു മുഴുവൻ ബാറിൻെറ $\frac{3}{12}$ ഭാഗമാണെന്നു് വ്യക്തമാക്കുക. അപ്പോൾ $\frac{1}{3}$ ൻെറ $\frac{3}{4}$ എന്നതു് $\frac{3}{12}$ ന തുല്യമാണെന്നു കുട്ടികൾ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളും. ഒന്നു രണ്ടുദാഹരണങ്ങളിലുംകൂടി ഈ രൂപത്തിൽ വ്യക്തമായ വിശദീകരണം കൊടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ അടുത്തുള്ളവയിൽ പ്രയാസം കൂടാതെ തന്നെ കുട്ടികൾ പരസ്പരബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കും.



ചിത്രം 10

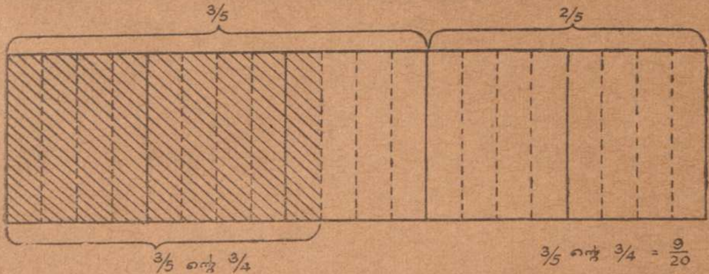
ഇവിടെ $\frac{2}{3}$ ന്റെ $\frac{3}{4}$ എടുക്കുന്നതിന്നു് $\frac{2}{3}$ ന്റെ പകുതിയും പകുതിയുടെ പകുതിയും കൂടിയാണെടുക്കേണ്ടത്. തന്നെ ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു് $\frac{3}{4}$ ഭാഗം എങ്ങനെ എടുത്തിരിക്കുന്നു എന്നു വിശദമാക്കണം. കാരണം $\frac{3}{4}$ ന്നു പകരം $\frac{6}{8}$ ആണു വാസ്തവത്തിൽ എടുത്തിരിക്കുന്നതു്. $\frac{6}{12}$ എന്ന ഉത്തരം കിട്ടാൻ 12 സമഭാഗമാക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. എന്നാൽ $\frac{2}{3}$ ഭാഗത്തിന്റെ പകുതിയും മറേറ പകുതിയുടെ പകുതിയും എടുത്തു മുക്കാൽ ഭാഗം ($\frac{3}{4}$) കണ്ടുപിടിച്ചിരിക്കയാണെന്നു പറഞ്ഞുകൊടുത്താൽ പ്രയാസമില്ലാതെ മനസ്സിലാകും.



ചിത്രം 11

ഇവിടെയും $\frac{3}{4}$ ന്നു പകരം $\frac{6}{8}$ ഭാഗമാണു് എടുക്കേണ്ടി വന്നിരിക്കുന്നതു്. എന്നാൽ മാത്രമേ $\frac{6}{20}$ എന്ന ഉത്തരം എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ പററുകയുള്ളു. ഇവിടെയും $\frac{2}{5}$ ന്റെ ഒരു പകുതിയും മറേറ പകുതിയുടെ പകുതിയും

കൂടി ചേർത്തു് മുക്കാൽ ഭാഗം ($\frac{3}{4}$ ഭാഗം) എടുത്തു എന്നു വിശദീകരിച്ചാൽ മതി.



ചിത്രം 12

ഇവിടെ $\frac{3}{5}$ ൻെറ $\frac{3}{4}$ എടുക്കാൻ അല്പം പ്രയാസം നേരിട്ടേയ്ക്കാം. എങ്കിലും കുറച്ചു ശ്രദ്ധിച്ചാൽ അതു് എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാവുന്നതേയുള്ളു. $\frac{3}{5}$ ഭാഗത്തിൽ 12 ചെറിയ ഭാഗങ്ങളുണ്ടു് എന്നു് കുട്ടികൾ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. അതിൻെറ മുക്കാൽ ഭാഗം എത്രയെന്നു് കാണാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. അപ്പോൾ പകുതിയായ ആറും അതിൻെറ പകുതിയായ മൂന്നുംകൂടി കൂട്ടി 9 ചെറിയ ഭാഗങ്ങൾ കിട്ടുമെന്നു് അവർ പറയണം. അതുകൊണ്ടു് അവിടെയുള്ള 12 ഭാഗത്തിൽ 9 എണ്ണം എടുത്താൽ അതു് ആ ഭാഗത്തിൻെറ $\frac{3}{4}$ ആയിരിക്കും എന്നു് കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കും.

മേൽപ്പറഞ്ഞ ഫലങ്ങൾ കുട്ടികൾ എഴുതട്ടെ.

$\frac{1}{2}$ ൻെറ	$\frac{2}{3}=\frac{2}{6}$	അതായതു്	$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{6}$
$\frac{1}{3}$ ൻെറ	$\frac{3}{4}=\frac{3}{12}$	,,	$\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{3}{12}$
$\frac{2}{3}$ ൻെറ	$\frac{3}{4}=\frac{6}{12}$	,,	$\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{6}{12}$
$\frac{3}{5}$ ൻെറ	$\frac{3}{4}=\frac{9}{20}$	,,	$\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$
$\frac{3}{5}$ ൻെറ	$\frac{2}{3}=\frac{6}{15}$	,,	$\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{6}{15}$

ഇത്രയും ബോർഡിൽ എഴുതിയിട്ടു് ഭിന്നിതങ്ങളും ഗുണനഫലവും ശരിക്കു നോക്കി മനസ്സിലാക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. ഇതു വച്ചുകൊണ്ടു് $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ എത്രയാണെന്നു പറയാമോ എന്നു ചോദിക്കുക, $\frac{6}{20}$ എന്ന ഉത്തരം മിക്ക കുട്ടികളും പറഞ്ഞേക്കും. എങ്ങനെ കിട്ടി ? എന്ന ചോദ്യത്തിനുത്തരമായി ഗുണനഫലത്തിന്റെ അംശവും ഛേദവും കണ്ടുപിടിക്കുന്ന മാർഗ്ഗം കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. (അംശങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ച ഫലം ഗുണനഫലത്തിന്റെ അംശം, ഛേദങ്ങൾ തമ്മിൽ ഗുണിച്ച ഫലം ഗുണന ഫലത്തിന്റെ ഛേദം)

മേൽപ്പറഞ്ഞ രീതിയിൽ ധാരാളം ഭിന്നിതങ്ങൾ ഗുണിച്ചെഴുതട്ടെ. ലഘൂകരിക്കാവുന്നിടത്തു് ലഘൂകരിക്കാൻ കൂടി ആവശ്യപ്പെടുക.

രണ്ടിലധികം ഭിന്നിതങ്ങളുടെ ഗുണനം:

മേൽപ്പറഞ്ഞ ഇനങ്ങൾ ദൃഢമായാൽ ഇതെളുപ്പമാണു്. $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ എന്ന ചോദ്യത്തിനു് അഭ്യസനം ഇല്ലാതെതന്നെ കുട്ടികൾ ഉത്തരം നൽകിയേക്കും. എന്നാലും ശരിയായ വിശദീകരണം കൊടുക്കുന്നതു നല്ലതാണു്.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12}$ ആയതുകൊണ്ടു് $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ എന്നതും $\frac{6}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{60}$ ആണെന്നു എളുപ്പത്തിൽ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്താം. ഇവിടെയും അംശങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലം അംശമായും ഛേദങ്ങളുടെ ഗുണന ഫലം ഛേദമായും വരുന്ന ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയാണു് ഉത്തരമെന്നു് കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. ഉത്തരങ്ങൾ ലഘൂകരിച്ചെഴുതാനും പരിശീലിപ്പിക്കണം.

മിശ്രസംഖ്യകൾ ഉൾപ്പെട്ട ഗുണനം:

ഉദാ : $2\frac{2}{3} \times 3$, $4 \times 1\frac{2}{5}$, $2\frac{3}{4} \times 1\frac{2}{5}$ മുതലായവ.

മിശ്രസംഖ്യകളെ വിഷമ ഭിന്നമാക്കി മാററുന്ന അഭ്യാസം വേണ്ട വിധത്തിൽ ചെയ്തിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഇതിൽ പ്രയാസം നേരിടാനിടയില്ല. മിശ്രഭിന്നങ്ങളെ വിഷമ ഭിന്നങ്ങളാക്കി ഗുണിക്കാൻ പറഞ്ഞാൽ മതി. ഉത്തരം വിഷമ ഭിന്നങ്ങളായി കിട്ടുന്നിടത്തു് മിശ്രഭിന്നമാക്കി മാററാൻ വേണ്ട പരിശീലനം നൽകേണ്ടതാണു്.

പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ:

ഒരു കമ്പിക്കു് $\frac{3}{4}$ മീററർ നീളമുണ്ടെങ്കിൽ അതിൻെറ $\frac{1}{3}$ ഭാഗത്തിനെന്തു നീളം കാണും? ഒരു മീററർ കമ്പിക്കു് $\frac{1}{2}$ രൂ. വിലയായാൽ $\frac{2}{3}$ മീററർ കമ്പിയുടെ വിലയെന്തു്? എന്ന രൂപത്തിലുള്ള പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു ചെയ്യിക്കേണ്ടതാണു്. വാസ്തവത്തിൽ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനം അവതരിപ്പിക്കുന്നതു തന്നെ ഈമാതിരി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങളെ ആസ്പദമാക്കിയായിരിക്കണം. എന്നാൽ ഇവിടെ $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ എന്നീ ക്രിയകളാണു് വേണ്ടിവരിക എന്ന വിശദീകരണം ഉണ്ടെങ്കിൽ മാത്രമേ മനസ്സിലാവൂ. ഈ മാതിരി പ്രശ്നങ്ങൾ $\frac{3}{4}$ ൻെറ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ ൻെറ $\frac{2}{3}$ എന്ന രൂപത്തിൽ വേണം ആദ്യം വിശദീകരിക്കുക എന്നു പറഞ്ഞതും അതുകൊണ്ടാണു്. ക്രമേണ ഒരു കമ്പിക്കു് 2 മീററർ നീളമുണ്ടെങ്കിൽ 4 കമ്പിയുടെ നീളമെന്തു്? എന്ന പ്രശ്നം ചെയ്യുന്നതിൽ അന്തർഭവിച്ചിട്ടുള്ള ക്രിയയുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തണം. അപ്പോൾ ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$ എന്നീ ക്രിയകളാണു് ചെയ്യേണ്ടി വരിക എന്ന കാര്യം വ്യക്തമാക്കുക.

ഇനം 3

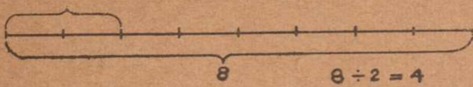
ഭിന്നിതങ്ങളെ ഭിന്നിതങ്ങൾ കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

(8 periods)

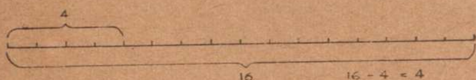
അവതരണം

ഭിന്നിതങ്ങളെ ഭിന്നിതങ്ങൾകൊണ്ടു് ഹരിക്കുന്നതിനു മുമ്പു് പൂർണ്ണസംഖ്യകളെ ഭിന്നിതങ്ങൾകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കേണ്ടതാണു്. അതു തന്നെയും പല ഘട്ടങ്ങളായി തിരിച്ചു് അഭ്യസിപ്പിച്ചെങ്കിലേ ഭിന്നിതങ്ങളെ ഭിന്നിതങ്ങൾകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്ന സമ്പ്രദായം വിശദമാക്കാനാവൂ. അതു പൂർണ്ണസംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ഹരണത്തെ ആസ്പദമാക്കിവേണം അഭ്യസിപ്പിക്കുക. $8 \div 2$ എന്നതിൻെറ അർത്ഥം കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് പറയിക്കുക. 8-നെ രണ്ടു സമഭാഗമാക്കുക, 8-ൽ എത്ര രണ്ടുകൾ

ഉണ്ടു് എന്നു് പറയുക എന്നിവയാണു് കുട്ടികൾ പറയാവുന്നതു്. ഇതിൽ രണ്ടാമത്തെ വ്യാഖ്യാനമാണു് ഈ ഇനത്തിന്റെ അഭ്യസനത്തിനാവശ്യം. 16 ÷ 4 എന്നാൽ 16-ൽ എത്ര 4 കൾ ഉണ്ടെന്നു കാണുകയാണു എന്ന രീതിയിൽ ആശയം ആവർത്തിച്ചു ദൃഢപ്പെടുത്തുക. താഴെക്കാണും പോലെ ചിത്രം വരച്ചും ഇതു് ദൃഢപ്പെടുത്താം.



ചിത്രം 13



ചിത്രം 14

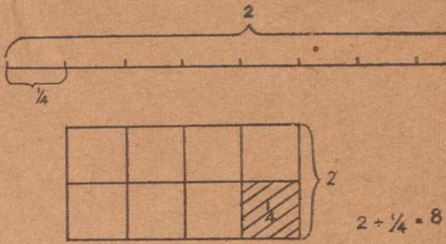
ഈ അറിവിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ഈ ഇനത്തിലെ ആദ്യഘട്ടം അവതരിപ്പിക്കാം.

ഘട്ടം 1—പൂർണ്ണസംഖ്യയെ 1 അംശമായി വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൾകൊണ്ടുള്ള ഹരണം:

ഉദാ: $2 \div \frac{1}{4}$.

മേൽപറഞ്ഞിട്ടുള്ള വ്യാഖ്യാനം ഈ ഇനത്തിലേയ്ക്കു വ്യാപിപ്പിക്കുകയാണു് വേണ്ടതു്. $2 \div \frac{1}{4}$ എന്നതിൽ, 2-ൽ എത്ര $\frac{1}{4}$ കളുണ്ടെന്നു കാണുകയാണു് വേണ്ടതെന്നു കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. 2-ൽ $\frac{1}{4}$ കൾ 8 എണ്ണം ഉണ്ടെന്നു മനസ്സിലാക്കുക പ്രയാസമില്ല. താഴെ കാണുംപ്രകാരം

ചിത്രം വരച്ചും പേപ്പറുകൾ മടക്കിക്കാണിച്ചും വിശദീകരിക്കുക.



ചിത്രം 15

ഇതുപോലെതന്നെ $2 \div \frac{1}{3}$, $3 \div \frac{1}{5}$. $4 \div \frac{1}{4}$, $2 \div \frac{1}{6}$ തുടങ്ങിയവയുടെ ഉത്തരങ്ങളും കുട്ടികളെക്കൊണ്ടുതന്നെ പറയിക്കാം. ഈ ബന്ധങ്ങൾ മുഴുവൻ ബോർഡിലെഴുതുക.

$2 \div \frac{1}{4} = 8$ $\quad$ $2 \div \frac{1}{3} = 6$

$3 \div \frac{1}{5} = 15$ $\quad$ $2 \div \frac{1}{6} = 12$

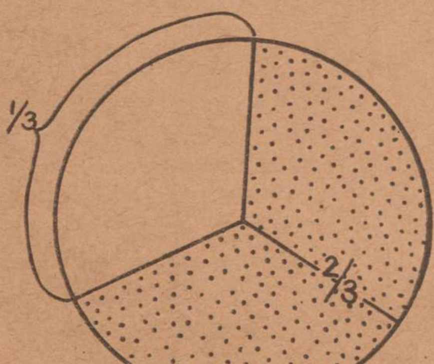
$4 \div \frac{1}{4} = 16$

ഈ ചോദ്യങ്ങളും ഉത്തരങ്ങളും പരിശോധിച്ചിട്ട് ഉത്തരം പെട്ടെന്നു കണ്ടുപിടിക്കത്തക്കവിധം ഒരു മാർഗ്ഗം നിർദ്ദേശിക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{1}{4}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉത്തരം സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഫലമായിരിക്കും, $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉത്തരം സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഫലമായിരിക്കും എന്നിങ്ങനെ ഓരോന്നായി പറയിക്കുക. അപ്പോൾ ഒരു സംഖ്യയെ '1' അംശമായ ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഉത്തരം സംഖ്യയെ ഛേദംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു കിട്ടുന്ന സംഖ്യയായിരിക്കും എന്നു പറയിക്കാം. ഈ വാക്യം കാണാതെപഠിക്കുന്നതിനല്ല പ്രാധാന്യം കല്പിക്കേണ്ടതു്. ഈ ആശയം കുട്ടികൾക്കു മനസ്സിലായോ എന്നാണു് നോക്കേണ്ടതു്. ഇമ്മാതിരി ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടുതലായി കൊടുക്കുമ്പോൾ പെട്ടെന്നു മനക്കണക്കായു് ഉത്തരം പറയുന്നുണ്ടോ എന്നു നോക്കുക.

ഘട്ടം 2—ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെ '1' അംശമായ ഭിന്ന സംഖ്യകൊണ്ടുള്ള ഹരണം:

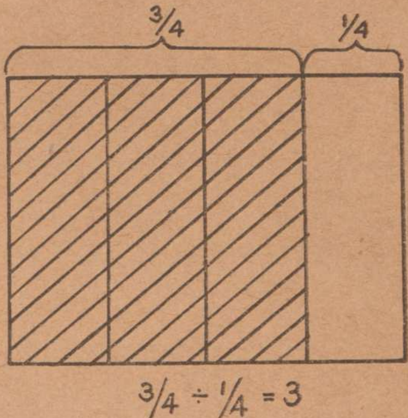
ഉദാ: $\frac{2}{3} \div \frac{1}{3}$, $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4}$, $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$

ഘട്ടം 1-ൻെറ ഒരു വകഭേദം തന്നെയാണല്ലോ ഇതു്. ഇവിടെയും ഹാരകത്തിനു മാത്രമേ വ്യത്യാസം വരുന്നുള്ളു. ഹാര്യത്തിനു വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല. ഹാര്യം ഏതു സംഖ്യയായാലും ആ സംഖ്യയെ ഹാരകത്തിൻെറ ഛേദം കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലമായിരിക്കും ഉത്തരം എന്ന രീതിയിലായിരിക്കണം തത്വം സാമാന്യവത്കരിക്കുക. അപ്പോൾ $\frac{2}{3}$ നെ $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ $\frac{2}{3}$ നെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയാണു് വേണ്ടതെന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു തന്നെ പറയിക്കാം. അതുപോലെ $\frac{3}{4}$ നെ $\frac{1}{4}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ $\frac{3}{4}$ നെ 4 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക. $\frac{2}{5}$ നെ $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ $\frac{2}{5}$ നെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക എന്ന രീതിയിൽ അവർതന്നെ പറയട്ടെ. ചിത്രങ്ങൾ വഴിയും ഈ ആശയം കുറച്ചുകൂടി വിശദീകരിക്കുക.

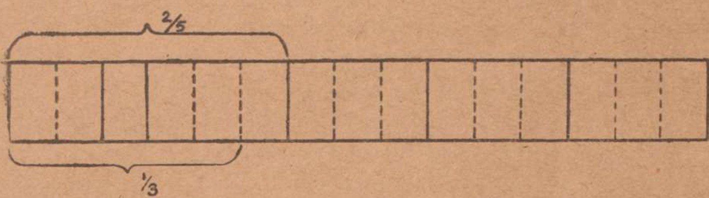


$\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = 2$

ചിത്രം 16



ചിത്രം 17



ചിത്രം 18

ഇപ്രകാരമുള്ള വിശദീകരണം വഴി,

$\frac{2}{3} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times 3 = 2$
$\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \times 4 = 3$
$\frac{2}{5} \div \frac{1}{3} = \frac{2}{5} \times 3 = \frac{6}{5}$ എന്ന രീതിയിൽ കുട്ടികൾ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. ഇത്തരം ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങൾ ചെയ്യിക്കേണ്ടതാണ്.

ഘട്ടം 3—പൂർണ്ണസംഖ്യയെ ഏതൊരു സാധാരണ ഭിന്നം കൊണ്ടുമുള്ള ഹരണം:

ഉദാ: $4 \div \frac{2}{3}$, $2 \div \frac{2}{5}$, $6 \div \frac{3}{4}$ തുടങ്ങിയവ.

ആദ്യത്തെ ഉദാഹരണമെടുക്കുക. അതിൽ 4-ൽ എത്ര $\frac{2}{3}$ കളുണ്ടെന്നാണു് കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതു്. അതിനു ഒന്നാം ഘട്ടത്തിൻെറ അറിവും ഹരണത്തെ സംബന്ധിച്ച മറെറാരു തത്വവുംകൂടി ഉപയോഗപ്പെടുത്തേണ്ടിവരും.

(1) $8 \div 2 = 4$	$8 \div 4 = 2$
(2) $30 \div 3 = 10$	$30 \div 6 = 5$
(3) $36 \div 3 = 12$	$36 \div 6 = 6$
(4) $36 \div 9 = 4$	$36 \div 12 = 3$

ഇങ്ങനെ ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുക്കുക. ആദ്യത്തേതിൽ 8-നെ 2 കൊണ്ടും, 2-ൻെറ ഇരട്ടിയായ 4 കൊണ്ടും ഹരിച്ചിരിക്കുന്നു. ഹരണഫലത്തിൽ എന്തു വ്യത്യാസം വരുന്നു എന്നു കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. പകുതിയായി കുറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഹാരകം ഇരട്ടിയായപ്പോൾ ഹരണഫലം പകുതിയായി. രണ്ടാമത്തെ ഉദാഹരണവും മേല്പറഞ്ഞപോലെ പരിശോധിച്ചിട്ടു് അതേ തത്വംതന്നെ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. മൂന്നാമത്തെ ഉദാഹരണം പരിശോധിക്കുക. ഹാരകം ഇരട്ടിയായി വദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം പകുതിയായി കുറയുന്നു. ഹാരകം മൂന്നിരട്ടിയായി വദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം മൂന്നിലൊന്നായി കുറയുന്നു, ഹാരകം നാലിരട്ടിയായി വദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം $\frac{1}{4}$ ആയി കുറയുന്നു. എന്നീ കാര്യങ്ങൾ കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. വേണമെങ്കിൽ ഒന്നുരണ്ടു ഉദാഹരണങ്ങൾകൂടി ഈ രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കുക.

അതിനുശേഷം $4 \div \frac{1}{3}$, $4 \div \frac{2}{3}$ എന്നീ ചോദ്യങ്ങൾ ഇതേ രീതിയിൽ താരതമ്യപ്പെടുത്തുക. ആദ്യത്തേതിലെ ഹാരകത്തിൻെറ ഇരട്ടിയാണു് രണ്ടാമത്തേതിലെ ഹാരകം. അതുകൊണ്ടു ആദ്യത്തേതിൻെറ ഹരണഫലത്തിൻെറ പകുതിയായിരിക്കും രണ്ടാമത്തേതിൻെറ ഹരണഫലം എന്നു വിശദമാക്കുക. അപ്പോൾ 4 നെ $\frac{2}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിനു് 4 നെ $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു് ഹരിച്ചിട്ടു് അതിൻെറ പകുതി

കണ്ടാൽ മതി. 4 നെ $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ അവക്കറിയാം.

$$4 \div \tfrac{1}{3} = 4 \times 3 = 12$$

$$\therefore\ 4 \div \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

ഇതേ രൂപത്തിൽ തന്നെ $2 \div \frac{2}{5}$ ൻെറ ഉത്തരവും കണ്ടുപിടിക്കാം. $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{5}$ ൻെറ ഇരട്ടിയായതുകൊണ്ടു് $\frac{2}{5}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ $\frac{1}{5}$ കൊണ്ടു് ഹരിച്ചിട്ടു് അതിൻെറ പകുതി എടുത്താൽ മതി.

$$2 \div \tfrac{1}{5} = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore\ 2 \div \frac{2}{5} = \frac{2 \times 5}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

ഇതുപോലെതന്നെ $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{4}$ ൻെറ 3 ഇരട്ടിയാണു്.

$$6 \div \tfrac{1}{4} = 6 \times 4 = 24.$$

$$6 \div \frac{3}{4} = \frac{6 \times 4}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

ഇത്തരം ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾകൂടി വിശദീകരിച്ചിട്ടു് ഈ ഫലങ്ങളിലെ ക്രിയാഭാഗങ്ങൾ താഴെത്താഴെ എഴുതുക.

$$4 \div \tfrac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{2} =$$

$$2 \div \tfrac{2}{5} = \frac{2 \times 5}{2}$$

$$6 \div \tfrac{3}{4} = \frac{6 \times 4}{3}$$

$$3 \div \tfrac{3}{5} = \frac{3 \times 5}{3}$$

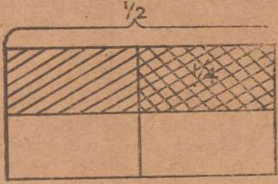
ഇതിത്രയും പരിശോധിച്ചിട്ട് $8 \div \frac{4}{5}$ ൻെറ ക്രിയാഭാഗം എഴുതാനാവശ്യപ്പെടുക. മിക്കവാറും $\frac{8 \times 5}{4}$ എന്ന് കുട്ടികളിൽ നല്ലൊരു വിഭാഗം എഴുതിയെന്നു വരും. ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{2}{5}$ കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോഴത്തെ ഫലം ആ സംഖ്യയെ $\frac{5}{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോഴത്തേതിനോടു തുല്യമായി വരുന്നു. $\frac{2}{5}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോഴത്തേ ഫലം ആ സംഖ്യയെ $\frac{5}{2}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോഴത്തേതിനു തുല്യമായി വരുന്നു എന്ന രീതിയിൽ പറയിക്കുകയും "ഒരു സംഖ്യയെ ഒരു ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുന്ന ഫലം കാണാൻ സംഖ്യയെ ആ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ അംശവും ഛേദവും തിരിച്ചിടുമ്പോഠം കിട്ടുന്ന ഭിന്നംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി" എന്ന രീതിയിൽ സാമാന്യവത്കരിക്കുകയും ചെയ്യുക. ഇതേ രൂപത്തിൽ ധാരാളം അഭ്യാസങ്ങഠം കൊടുത്ത് ക്രിയാ സമ്പ്രദായം ദൃഢപ്പെടുത്തുകയാണ് തത്വം കാണാതെ പഠിപ്പിക്കുന്നതിനേക്കാഠം പ്രധാനമെന്ന കാര്യം മറക്കരുത്.

ഘട്ടം 4—ഭിന്നസംഖ്യയെ ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്ന രീതി:

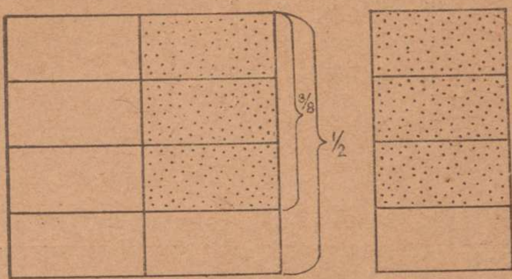
ഉദാ: $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$, $\frac{1}{2} \div \frac{3}{8}$, $\frac{3}{4} \div \frac{3}{8}$, $\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$, $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3}$, $\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$, $\frac{1}{5} \div \frac{2}{5}$ മുതലായവ.

മൂന്നാം ഘട്ടത്തിൽ ഭിന്നസംഖ്യകഠം കൊണ്ടുള്ള ഹരണത്തിൻെറ തത്വം വേണ്ട വിധത്തിൽ സാമാന്യവത്കരിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഇവിടെ പ്രയാസം വരാനിടയില്ല.

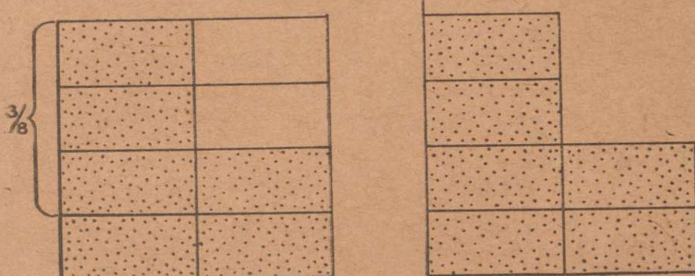
താഴെ കാണും പ്രകാരം ഏതാനും ചിത്രങ്ങൾകൂടി വരച്ചു കാണിച്ചാൽ കുട്ടികൾ എളുപ്പത്തിൽ കാര്യം ഗ്രഹിക്കും.



$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$



$\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = 1\frac{1}{3}$



$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = 2$

ചിത്രം 19

ഏതൊരു സംഖ്യയേയും ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഫലം ഹാരകമായ ഭിന്നത്തിലെ അംശ-

ച്ഛേദങ്ങൾ തിരിച്ചിട്ട് ഉണ്ടാകുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നതിനു തുല്യമായിരിക്കുമല്ലോ. അവിടെ ഹാര്യത്തിനു മാററമില്ല. ഹാരകത്തിനാണ് മാററം. അതുകൊണ്ട് $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4}$ എന്നതിൻെറ ഫലം കാണാൻ ഹാരകത്തെ $\frac{4}{1}$ എന്നു മാററി അതുകൊണ്ട് $\frac{1}{2}$ നെ ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്നു അവരെ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്താം.

$\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = 2$

അതുപോലെ $\frac{1}{2} \div \frac{3}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{3} = \frac{8}{6} = 1\frac{1}{3}$

$\frac{3}{4} \div \frac{3}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{3} = 2$

$\frac{3}{4} \div \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

$\frac{2}{3} \div \frac{2}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{2} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

$\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} = \frac{1}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{1}{2}.$

എന്നിങ്ങനെ എഴുതിക്കാണിക്കുകയും കൂടുതൽ ഉദാഹരണങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുകയും വേണം.

ഘട്ടം 5—വിഷമഭിന്നങ്ങളും മിശ്രസംഖ്യകളും ഉൾപ്പെട്ട പ്രശ്നങ്ങൾ:

ഉദാ: $2 \div 1\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3} \div 1\frac{2}{5}$, $2\frac{2}{3} \div \frac{2}{5}$, $4\frac{2}{3} \div 1\frac{2}{5}$ മുതലായവ.

വിഷമഭിന്നം, മിശ്രസംഖ്യ ഇവയുടെ ആശയം ശരിക്കു അഭ്യസിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ ഇവിടെ പ്രയാസമൊന്നുമില്ല. മിശ്രസംഖ്യകളെ വിഷമഭിന്നമാക്കി വേണം ഹരിക്കുകയെന്നു കുട്ടികൾക്കറിയാം. ഗുണനത്തിലും അക്കാര്യം അവർ മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുള്ളതാണ്. ഉത്തരം വിഷമഭിന്നമായി വരുമ്പോൾ അതു മിശ്രസംഖ്യയായി എഴുതാൻ ശീലിപ്പിക്കുക. (മുമ്പിലത്തെ ഘട്ടത്തിലും അതു വന്നിട്ടുണ്ട്).

ഒരു സംഖ്യയെ ഭിന്നസംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്ന രീതി അവതരിപ്പിക്കാൻ മറെറാരു വഴിയും സാധാരണ ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. ഇവിടെ ഹാരകം ഭിന്നസംഖ്യയാണല്ലോ. ഈ ഭിന്നസംഖ്യയായ ഹാരകത്തെ 1 ആക്കി മാററി, ക്രിയചെയ്യുക എന്നതാണ് ഈ രീതി.

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യയെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഗുണനഫലം 1 ആകണമെങ്കിൽ ഗുണകം എന്തായിരിക്കണമെന്നു് ആദ്യം കുട്ടികൾ കണ്ടു പിടിക്കട്ടെ. അതിനു് $\frac{3}{4}\times\frac{4}{3}=\ldots\ldots$, $\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}=\ldots\ldots$ എന്നിങ്ങനെയും, $\frac{8}{9}\times\ldots\ldots=1$, $\frac{5}{11}\times\ldots=1$, $\ldots\ldots\times\frac{3}{4}=1$ എന്നിങ്ങനെയും, പൂരിപ്പിക്കാനുള്ള കുറെ അഭ്യാസങ്ങൾ കൊടുക്കുക. അപ്പോൾ ഒരു ഭിന്ന സംഖ്യയെ ഗുണിക്കുമ്പോൾ 1 കിട്ടണമെങ്കിൽ ഗുണകം, തന്നിട്ടുള്ള ഭിന്നസംഖ്യയുടെ അംശവും ഛേദവും മറിച്ചിട്ട കിട്ടിയ ഭിന്നസംഖ്യയായിരിക്കണമെന്നു കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കും.

ഒരു ഭിന്ന സംഖ്യയുടെ അംശത്തേയും ഛേദത്തേയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഹരിക്കുകയോ ഗുണിക്കുകയോ ചെയ്താൽ ഭിന്നസംഖ്യയുടെ വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരികയില്ല എന്നു കുട്ടികൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ആ അറിവു് ഒന്നുകൂടി ഓർമ്മപ്പെടുത്തുക.

ഇത്രയും കഴിഞ്ഞാൽ ഹരണം അവതരിപ്പിക്കാം. $\frac{3}{4}$ നെ $\frac{2}{3}$ കൊണ്ടു ഹരിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ, അതു് $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}$-എന്നാണല്ലോ എഴുതേണ്ടതു്. ഹാരകം $\frac{2}{3}$ നെ 1 ആക്കി മാററാൻ $\frac{3}{2}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്നു കുട്ടികൾ വിഷമം കൂടാതെ പറയും. ഭിന്നസംഖ്യയുടെ വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരാതെയിരിക്കാൻ അതേ സംഖ്യകൊണ്ടു അംശത്തേയും ഗുണിക്കണമെന്നും അവർ പറയും.

$$\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{3}}=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}}{\frac{2}{3}\times\frac{3}{2}}=\frac{\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}}{1}=\frac{3}{4}\times\frac{3}{2}$$

ഒടുവിലത്തെ സ്റ്റെപ്പും ആദ്യത്തെ സ്റ്റെപ്പുമായി കുട്ടികൾ താരതമ്യം ചെയ്യട്ടെ. ഇതുപോലെ ചില ഉദാഹരണങ്ങൾകൂടി നൽകുക. ഇവ സമഗ്രമായി പരിശോധിച്ചു്, ഒരു സംഖ്യയെ ഒരു ഭിന്ന സംഖ്യ കൊണ്ടു ഹരിക്കാൻ അംശവും ഛേദവും തിരിച്ചിട്ടമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഭിന്നംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്നു കുട്ടികൾ സാമാന്യവത്കരിക്കട്ടെ.

പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങരം;

നിത്യജീവിതത്തിൽ ഭിന്നിതങ്ങരംകൊണ്ടു ഹരിക്കേണ്ട ആവശ്യം സാധാരണ സംഖ്യകരംകൊണ്ടുള്ള ഹരണംപോലെ അത്ര കൂടുതലായി വേണ്ടിവരികയില്ല, പ്രത്യേകിച്ചും ദശാംശ സമ്പ്രദായത്തിലുള്ള അളവുകളും മററും നിലവിൽ വന്നതുകൊണ്ടു്. എങ്കിലും $\frac{1}{5}$ ലിററർ വെളിച്ചെണ്ണയ്ക്കു് $\frac{3}{4}$ രൂ. വീതം 1 ലിററർ വെളിച്ചെണ്ണയുടെ വിലയെന്തു്, $1\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാം പഞ്ചസാരയ്ക്കു് $4\frac{2}{5}$ രൂ. വിലയായാൽ 1 കി.ഗ്രാം പഞ്ചസാരയുടെ വിലയെന്തു് എന്ന രീതിയിലുള്ള പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങരം കൊടുക്കാവുന്നതാണു്. അമ്മാതിരി പ്രശ്നങ്ങരം കുട്ടികളുടെ പാഠപുസ്തകത്തിൽ ആവശ്യാനുസരണം കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്.

ഇനം 4

സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളും ദശാംശ ഭിന്നങ്ങളും പരസ്പര മാററം

(5 periods)

ദശാംശ ഭിന്നത്തെ സാധാരണ ഭിന്നമാക്കി മാററുന്ന സമ്പ്രദായം

10 ഛേരദമായുള്ള ഒരു ഭിന്നമെന്ന നിലയിലാണു് ദശാംശഭിന്നം അവതരിപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതു്. ക്രമേണ 100, 1000 തുടങ്ങിയവ ഛേദങ്ങളായി വരുന്ന ഭിന്ന സംഖ്യകളേയും ഇക്കൂട്ടത്തിൽപ്പെടുത്തി പഠിപ്പിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. $\cdot 3 = \frac{3}{10}$, $\cdot 2 = \frac{2}{10}$ എന്ന രീതിയിലാണല്ലോ വിദ്യാർത്ഥികരം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുള്ളതു്. അതുകൊണ്ടു് ദശാംശ ഭിന്നത്തെ സാധാരണ ഭിന്നമാക്കി മാററുന്ന ക്രിയ അവക്കെളുപ്പമായിരിക്കും.

ഘട്ടം 1—ഒരു സ്ഥാനം മാത്രമുള്ളവ :

ഉദാ: ·3, ·4, ·5 മുതലായവ.

ഇതിൽ ഒരു പ്രയാസവും കാണാൻ വഴിയില്ല. $\cdot 3 = \frac{3}{10}$ എന്നു കുട്ടികൾക്കറിയാം $\cdot 4 = \frac{4}{10}$ എന്നും $\cdot 5 = \frac{5}{10}$ എന്നും കുട്ടികൾ തന്നെ പറയും. അവിടെ അതു ലഘൂകരിച്ച് $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$ എന്ന രൂപത്തിലാക്കണം എന്ന പ്രയാസമേയുള്ളൂ.

ഘട്ടം 2—രണ്ടു സ്ഥാനമുള്ളവ :

ഉദാ: ·31, ·25, ·72 മുതലായവ.

·31 എന്ന ഭിന്നത്തെ മൂന്നുപത്തിലൊന്നുകളും ഒരു നൂറിലൊന്നും എന്ന രൂപത്തിൽ മനസ്സിലാക്കുന്നതോടൊപ്പം നൂറിൽ മുപ്പത്തൊന്ന് എന്ന രൂപത്തിലും മനസ്സിലാക്കേണ്ടതുണ്ട് എന്ന് ദശാംശഭിന്നങ്ങളുടെ അവതരണ സമയത്ത് തന്നെ വിശദമാക്കിയിട്ടുണ്ട്. പൈസയും രൂപയും തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ ആസ്പദമാക്കി അതു വിശദീകരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നും അവിടെ ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. (നാലാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലേയ്ക്കുള്ള ഗൈഡു ബുക്കു നോക്കുക) മൂന്നു പത്തിലൊന്നും ഒരു നൂറിലൊന്നും കൂടി ചേരുന്നതു് $\frac{3}{10} + \frac{1}{100}$ നു തുല്യം എന്ന രൂപത്തിൽ വിശദീകരണം കൊടുക്കുകയുമാകാം. അതുകൊണ്ടു് ·31 നെ $\frac{31}{100}$ എന്ന രൂപത്തിൽ മാററാൻ കുട്ടികൾക്കു പ്രയാസമില്ല. ഇക്കാര്യം അർത്ഥബോധത്തോടുകൂടി കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളും. $\cdot 25 = \frac{25}{100}$, $\cdot 72 = \frac{72}{100}$ എന്നും അവർ പറയും. ഈ ഭിന്നങ്ങളിൽ ലഘൂകരിച്ചെഴുതേണ്ടതിൻെറ ആവശ്യകത കുട്ടികളെ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തണമെന്നേയുള്ളൂ. ·02, ·07 എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഉദാഹരണങ്ങൾ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. $\frac{2}{100}$, $\frac{7}{100}$ എന്നെഴുതിയാൽ മതിയെന്ന കാര്യം വിശദമാക്കുക.

ഘട്ടം 2—രണ്ടിൽക്കൂടുതൽ ദശാംശ സ്ഥാനങ്ങളുള്ള ഭിന്നങ്ങൾ :

ഉദാ: ·316, ·625, ·074, ·502 മുതലായവ.

കഴിഞ്ഞ ഇനം വിശദീകരിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ഇനിയുള്ളതു് എളുപ്പമായിരിക്കും. മൂന്നാമത്തെ ദശാംശ സ്ഥാനം

ആയിരത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനമായതുകൊണ്ടു് ഛേരദം 1000 ആയിരിക്കും എന്ന കാര്യം മുൻഘട്ടത്തെ ആസ്പദമാക്കി പറയിക്കാവുന്നതേയുള്ളൂ. കൂടുതൽ സ്ഥാനങ്ങളുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളുടെ കാര്യവും ഇതുപോലെതന്നെ.

സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളെ ദശാംശഭിന്നങ്ങളാക്കുന്ന സമ്പ്രദായം

ഘട്ടം 1—ഛേരദം 10, 100, 1000 എന്നിങ്ങനെ വരുന്നവ:

ഉദാ: $\frac{3}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{15}{100}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{4}{1000}$, $\frac{27}{1000}$ $\frac{325}{1000}$ മുതലായവ.

ഇതു് കുട്ടികൾക്കു് എളുപ്പമായ ഒരിനമാണു്. ദശാംശഭിന്നങ്ങൾ പഠിച്ചതുതന്നെ പത്തോ പത്തിന്റെ ഗുണിതങ്ങളോ ഛേരദമായി വരുന്ന ഭിന്നസംഖ്യകളെന്ന രീതിയിലാണല്ലോ. അതുകൊണ്ടു് $\frac{3}{10} = \cdot 3$, $\frac{7}{10} = \cdot 7$ എന്ന വസ്തുത അവർ എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളും. $\frac{15}{100} = \cdot 15$, $\frac{74}{100} = \cdot 74$ എന്നീ വസ്തുതകളും അവർ പെട്ടെന്നു മനസ്സിലാക്കും. (നാലാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെ ഗൈഡ്ബുക്കിൽ ഈ രീതിയിൽ ദശാംശഭിന്നങ്ങൾ വിശദീകരിച്ചിട്ടുള്ളതു നോക്കുക). പോരെങ്കിൽ ഈ ഇനത്തിൽത്തന്നെ ആദ്യഭാഗത്തു സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളെ ദശാംശഭിന്നങ്ങളാക്കിയപ്പോഴും കുട്ടികൾ ഈ ബന്ധം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുള്ളതാണു്. $\frac{325}{1000} = \cdot 325$ എന്നതും കുട്ടികൾക്ക എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാകും. $\frac{4}{10} = \cdot 4$, $\frac{45}{100} = \cdot 45$ എന്നീ വസ്തുതകളുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തി $\frac{325}{1000} = \cdot 325$ എന്ന ബന്ധം വിശദമാക്കാം. ഒരു ദശാംശസ്ഥാനം മാത്രമാകുമ്പോൾ പത്തിലൊന്നുകൾ മാത്രമുള്ളതുകൊണ്ടു് ഛേരദം 10 ആയിരിക്കും. രണ്ടു ദശാംശ സ്ഥാനമുള്ളപ്പോൾ പത്തിലൊന്നുകളും നൂറിലൊന്നുകളുമുള്ളതുകൊണ്ടു് ഛേരദം 100 ആയിരിക്കും. മൂന്നു ദശാംശ സ്ഥാനമുള്ളപ്പോൾ പത്തിലൊന്നുകളും നൂറിലൊന്നുകളും ആയിരത്തിലൊന്നുകളും ഉള്ളതുകൊണ്ടു് ഛേരദം 1000 ആയിരിക്കും എന്നു് ദശാംശ ഭിന്നങ്ങളെ സാധാരണ ഭിന്നങ്ങളാക്കുന്ന സമയത്തു പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്.

ആ അറിവ് ഇവിടെ തിരിച്ച് ഉപയോഗപ്പെടുത്തുക യാണല്ലോ വേണ്ടതു്.

$\frac{4}{100}$, $\frac{5}{1000}$, $\frac{27}{1000}$ തുടങ്ങിയ ഭിന്നങ്ങളുടെ കാര്യത്തിലാണല്ലോ പ്രയാസം വരാവുന്നതു്. $\frac{4}{100}$ എന്നു പറയുമ്പോഠം 4 നൂറിലൊന്നുകൾ മാത്രമാണുള്ളതെന്നും പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു ഒന്നുമില്ലെന്നു കാണിക്കാൻ '0' ഇടണമെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. അതുകൊണ്ടു് $\frac{4}{100}$ = ·04 എന്നു് വിശദമാക്കാം. ·4 എന്നു് എഴുതിയാൽ വരാവുന്ന തെററു് ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും വേണം. അതോടുകൂടിത്തന്നെ 100 ഛേദമാകുമ്പോഠം രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനം വരും എന്ന കാര്യവും മുൻ ഉദാഹരണങ്ങളെ ആസ്പദമാക്കി ഓർമ്മിപ്പിക്കണം. ഈ രീതിയിൽ അനേകം ഉദാഹരണങ്ങഠംക്കു മനക്കണക്കായി ഉത്തരം പറയിക്കേണ്ടതാണു്.

$\frac{5}{100}$ എന്ന ചോദ്യവും ഇതേ രീതിയിൽത്തന്നെ മനസ്സിലാക്കാം. പത്തിലൊന്നുകളും നൂറിലൊന്നുകളും ഇല്ലാത്തതുകൊണ്ടു് ആ സ്ഥാനങ്ങളിൽ '0' ഇടണമെന്നും അതുകൊണ്ടു് ഉത്തരം ·005 ആണെന്നും ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. '0' ങ്ങഠം ഇട്ടില്ലെങ്കിൽ വരുന്നതെററും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. 1000 ഛേദമായിവരുമ്പോഠം മൂന്നു ദശാംശസ്ഥാനം വേണം എന്ന കാര്യവും ഓർമ്മിപ്പിക്കുക. ഈ രീതിയിലും അനേകം ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുക്കണം. $\frac{27}{1000}$ = ·027 എന്ന വസ്തുതയും ഇതേരീതിയിൽത്തന്നെ വേണം അഭ്യസിപ്പിക്കുക.

ഘട്ടം 2.—ഛേദം എളുപ്പത്തിൽ 10 ആക്കി മാററാവുന്നവ:

ഉദാ: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$ മുതലായവ.

നേരത്തേയുള്ള ഇനങ്ങളിൽ പെട്ടെന്നു ഉത്തരം പറയാൻ കഴിഞ്ഞതു് ഛേദങ്ങഠം 10, 100, 1000 എന്നിങ്ങനെ ആയിരുന്നതുകൊണ്ടാണു്. അതുകൊണ്ടു് ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിലും ഛേദം 10 ആക്കുകയാണു വേണ്ടതെന്നു കുട്ടികളെ മനസ്സിലാക്കാം. 2-നെ പത്താക്കാൻ 5 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണമെന്നവർ പറയും. അപ്പോഠം

വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരരുതെങ്കിൽ അംശമായ 1-നെ ക്കൂടി 5 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം എന്നു് അവക്കറിയാം. അപ്പോഠം $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = \cdot 5$ എന്ന രീതിയിൽ ത്തന്നെ അവർ പറഞ്ഞു കൊള്ളും. ഇതേ രൂപത്തിൽ ത്തന്നെ $\frac{2}{5}$ എന്ന ഭിന്നവും വിശദീകരിക്കാം. കുട്ടികഠം $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ എന്നീ ഭിന്നങ്ങളും ഇതേ രൂപത്തിൽ ദശാംശ ഭിന്നങ്ങളാക്കിമാററട്ടെ.

ഘട്ടം 3—ഛേദം 100, 1000 തുടങ്ങിയവ ആകേണ്ട

ഉദാഹരണങ്ങഠം :

ഉദാ: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{9}{40}$ മുതലായവ.

$\frac{1}{4}$ എന്ന ഭിന്നമെടുക്കുക. ഇവിടെ ഛേദം എളുപ്പത്തിൽ 10 ആക്കിമാററാൻ സാദ്ധ്യമല്ലെന്നു ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. കാരണം 4, 10-ൽ പൂണ്ണമായി അടങ്ങുകയില്ല. അപ്പോഠം പിന്നെ 100-ൽ 4 പൂണ്ണമായി അടങ്ങുമോ എന്നു നോക്കി പററുമെങ്കിൽ ഛേദത്തെ 100 ആക്കി മാററുകയാണു വേണ്ടതെന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാം. 100-ൽ 4, 25 പ്രാവശ്യമടങ്ങും. അതു കൊണ്ടു് 4-നെ 100 ആക്കിമാററാൻ 25 കൊണ്ടു് ഗുണിക്കണം. അപ്പോൾ വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരാതിരിക്കാൻ അംശമായ 1 നേയും 25 കൊണ്ടു് ഗുണിക്കണം എന്നു് കുട്ടികഠം തന്നെ പറയും.

$$\therefore \quad \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} = \cdot 25$$

ഈ രീതിയിൽ ഛേദം 100 ആക്കാവുന്ന ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങഠം കൂടി കൊടുക്കുക. ($\frac{3}{4}$, $\frac{7}{25}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{13}{25}$, $\frac{33}{50}$, $\frac{47}{50}$ തുടങ്ങിയ ഉദാഹരണങ്ങഠം നോക്കുക).

അതിനുശേഷം $\frac{3}{8}$ എന്ന ഭിന്നം എടുക്കാം. 8, 10-ലും 100-ലും പൂണ്ണമായി അടങ്ങാത്തതുകൊണ്ടു് 10, 100 എന്നീ ഛേദങ്ങഠം ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ കിട്ടാൻ പ്രയാസമാണു് എന്നു ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. അപ്പോഠം 1000 ഛേദമാക്കാമോ എന്നു പരിശോധിച്ചു നോക്കണമെന്നു്

കുട്ടികൾ പറയും. $1000 \div 8 = 125$. അതുകൊണ്ട് 8 നെ 125 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 1000 കിട്ടും.

$$\therefore \quad \tfrac{3}{8} = \frac{3 \times 125}{8 \times 125} = \frac{375}{1000} = \cdot 375$$

ഇതേ രീതിയിൽ $\frac{1}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{21}{40}$, $\frac{13}{40}$, $\frac{37}{40}$, $\frac{33}{80}$, $\frac{54}{80}$ തുടങ്ങിയ അനേകം ഭിന്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കാം.

ഘട്ടം 4—10, 100, 1000 തുടങ്ങിയ ഛേദങ്ങളാക്കി മാററാൻ പ്രയാസമുള്ള സംഖ്യകൾ:

ഉദാ: $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{11}$ മുതലായവ.

$\frac{1}{3}$ എന്ന ഭിന്നമെടുക്കുക. 10, 100, 1000, 10000 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളിലൊന്നും 3 പൂർണ്ണമായി അടങ്ങുന്നില്ല. അതുകൊണ്ട ഛേദം 10, 100, 1000, 10000 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളാക്കി മാററുക പ്രയാസമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഈ ജാതി ഭിന്നങ്ങൾക്ക് വേറെ ഏതെങ്കിലും ഒരു സമ്പ്രദായം വേണ്ടിയിരിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. $\frac{1}{3}$ എന്നതിന് $1 \div 3$ എന്ന അർത്ഥം കുട്ടികൾ പാഠിച്ചിട്ടുള്ളതാണ്. അതുകൊണ്ട് $\frac{1}{3}$ ൻെറ വില കാണാൻ 1 നെ 3 കൊണ്ട ഹരിച്ച് ദശാംശ രൂപത്തിലെഴുതാമെന്ന വസ്തുത മനസ്സിലാക്കികൊടുക്കുക.

$$\begin{array}{r} 0{\cdot}333 \\ 3\overline{)1{\cdot}0} \\ 9 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 10 \\ 9 \\ \hline 1 \end{array}$$

എന്നിങ്ങനെ ക്രിയാ സമ്പ്രദായവും കാണിച്ചു കൊടുക്കുക. ഇവിടെ ഉത്തരം പൂർണ്ണമായി കാണാൻ സാദ്ധ്യമല്ല എന്ന കാര്യം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. ഇതേ രീതിയിൽ കുറേ

ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി വിശദീകരിക്കുകയും കുറേയെണ്ണം ചെയ്യിക്കുകയും വേണം. നേരത്തേ പഠിച്ച ഇനങ്ങളും ഇതേരീതിയിൽ ചെയ്യാൻ പററുമെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക.

ഇനം 5

പ്രധാനപ്പെട്ട ചില സങ്കീർണ്ണ ഭിന്നങ്ങളുടെ ലഘൂകരണം

(3 periods)

ഉദാ : $\frac{6\frac{1}{4}}{100}$, $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$, $\frac{1\frac{1}{4}}{100}$

നിത്യജീവിതത്തിൽ പ്രയോജനകരമായ ഏതാനും സങ്കീർണ്ണഭിന്നങ്ങൾ വേണം പ്രധാനമായും കൈകാര്യം ചെയ്യുക. വളരെ പ്രയാസമേറിയ ഭിന്നങ്ങൾ കൈകാര്യം ചെയ്ത് കുട്ടികളെ വിഷമിപ്പിക്കേണ്ടതില്ല.

$\frac{6\frac{1}{4}}{100}$ എന്ന ഭിന്നം വളരെ ലഘുവായ ഭിന്നമാക്കി മാററാൻ കഴിയും. അതുപോലെതന്നെ $\frac{12\frac{1}{2}}{100}$, $\frac{33\frac{1}{3}}{100}$, $\frac{66\frac{2}{3}}{100}$ തുടങ്ങിയവയും. അവ പലപ്പോഴും പ്രായോഗികരംഗത്തു വിശേഷിച്ചും ശതമാനം ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരുമ്പോൾ കൈകാര്യം ചെയ്യേണ്ടിവരും. അതുകൊണ്ടാണ് അവയുടെ ലഘൂകരണം അഭ്യസിപ്പിക്കണമെന്നു നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുള്ളത്.

$\frac{6\frac{1}{4}}{100}$ ക്രിയചെയ്യാൻ കുട്ടികൾക്കറിയാം. മിശ്രഭിന്നങ്ങളെ വിഷമഭിന്നങ്ങളാക്കി ക്രിയചെയ്യാൻ അവക്ക

റിയാം. $\frac{6\frac{1}{4}}{100} = 6\frac{1}{4} \div 100 = \frac{25}{4} - 100 = \frac{25}{4 \times 100}$
$= \frac{1}{16}$ എന്ന രൂപത്തിൽ ക്രിയ ചെയ്യിക്കുക. ഇതുപോലെ മററുദാഹരണങ്ങളും കുട്ടികൾ ചെയ്യട്ടെ.

ഇനം 6

അംശത്തിലും ഛേദത്തിലും ദശാംശ സംഖ്യകൾ വരുന്ന ഭിന്നിതങ്ങളുടെ ലഘൂകരണം

(3 periods)

ഉദാ : $\frac{2.5}{7{\cdot}5}, \frac{{\cdot}7}{1{\cdot}12}$

ഇതിലും വലിയ പ്രയാസം കാണാനിടയില്ല. അംശത്തേയും ഛേദത്തേയും പൂർണ്ണസംഖ്യയായി മാററാൻ കുട്ടികൾക്കറിയാം. വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരരുതെങ്കിൽ അംശഛേദങ്ങളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടുവേണം ഗുണിക്കുക എന്നും അവക്കറിയാം. 2·5-നെ പൂർണ്ണ സംഖ്യയാക്കാൻ 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതിയെന്ന കാര്യം പറയിക്കുക. 7·5-നെ 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഛേദവും പൂർണ്ണ സംഖ്യയാകും. അപ്പോൾ,

$$\frac{2{\cdot}5}{7{\cdot}5} = \frac{2{\cdot}5 \times 10}{7{\cdot}5 \times 10} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}.$$

$\frac{{\cdot}7}{1.12}$ എന്ന രീതിയിലുള്ള പ്രശ്നമാവുമ്പോൾ കുറച്ചുകൂടി വിശദീകരണം വേണ്ടി വന്നേക്കും. ·7-നെ 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അതൊരു പൂർണ്ണസംഖ്യയാകും. എന്നാൽ 1·12-നെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലേ പൂർണ്ണസംഖ്യയാകു. അതുകൊണ്ടു് അംശത്തേയും ഛേദത്തേയും 100 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

$$\frac{{\cdot}7}{1{\cdot}12} = \frac{{\cdot}7 \times 100}{1{\cdot}12 \times 100} = \frac{70}{112} = \frac{5}{8}$$

60/4—2

$\frac{\cdot 35}{2\cdot 8}$ എന്നതു് $\frac{3\cdot 5}{28}$ എന്നാക്കിയാലും ചെയ്യുകൂടെ എന്നു സംശയമുണ്ടായേക്കാം. എന്നാൽ ഭിന്നസംഖ്യയെ ന്നരൂപത്തിൽ ലഘൂകരിക്കുന്നതിനു് $\frac{35}{280}$ എന്നു മാററുന്നതായിരിക്കും സൗകര്യപ്രദം.

ഇനം 7

ദശാംശ ഭിന്നങ്ങളെ ദശാംശഭിന്നങ്ങൾ കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം

(10 periods)

സംഖ്യകളെ 10, 100, 1000 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ വരുന്ന വ്യത്യാസത്തെപ്പററിയുള്ള മുന്നറിവിനെ ആസ്പദമാക്കിവേണം ഈ ഇനം ആരംഭിക്കുക. 10 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ ഓരോ സ്ഥാനം ഇടത്തോട്ടുമാറുന്നു; 100 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഈരണ്ടുസ്ഥാനം ഇടത്തോട്ടുമാറുന്നു, 1000 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ മുമ്മൂന്നുസ്ഥാനം ഇടത്തോട്ടുമാറുന്നു എന്ന കാര്യം കുട്ടികൾക്കറിയാം. ഒററകൾകൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ ഫലം സ്ഥാനത്തിനു വ്യത്യാസം വരുത്താതെ അതേസ്ഥാനത്തു എഴുതിത്തുടങ്ങുകയാണു് വേണ്ടതെന്നും അവക്കറിയാം. (ഈ രീതിയിലാണു് ഗുണനം അവരെ അഭ്യസിപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതു്— III, IV, V എന്നീ ക്ലാസ്സുകളിലെ ഗൈഡുബുക്കു നോക്കുക.) ഇതു് ആവത്തിപ്പിച്ചു് ദൃഢപ്പെടുത്തണം. അതിനുശേഷംവേണം ദശാംശ സംഖ്യകൾകൊണ്ടുള്ള ഗുണനം അഭ്യസിപ്പിച്ചു തുടങ്ങാൻ.

ഘട്ടം 1—ഒരു പൂർണ്ണസംഖ്യയെ ·1 കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:

ഉദാ: $25 \times \cdot 1$

10 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ ഒരു സ്ഥാനം ഇടത്തോട്ടുമാറുന്നു എങ്കിൽ ·1 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ ($\frac{1}{10}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ) അക്കങ്ങൾ ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടു മാറും എന്ന കാര്യം കുട്ടികളെ മനസ്സിലാ

ക്കണം. ദശാംശസംഖ്യകളുടെ അവതരണ സമയത്തു അക്കങ്ങൾ ഓരോസ്ഥാനം വലത്തോട്ടു് മാറുമ്പോൾ അവയുടെ വില $\frac{1}{10}$ ആയി കുറയുന്നു എന്ന കാര്യം അവരെ മനസ്സിലാക്കണമെന്നു് നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ടു്. (നാലാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെ ഗൈഡ്ബുക്ക നോക്കുക). അതും ഈ ഘട്ടത്തിൽ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാം. അപ്പോൾ ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ ഒററ സ്ഥാനത്തെ 5 ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടു് അതായതു് പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തേയ്ക്കു് മാറുന്നു എന്നും പത്താം സ്ഥാനത്തെ 2 ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടുമാറി ഒററ സ്ഥാനത്തേയ്ക്കു വരുന്നു എന്നും ഉള്ള കാര്യങ്ങൾ വിശദമാക്കുക. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ക്രിയ രേഖപ്പെടുത്തണം.

പത്തു്	ഒററ	പത്തിലൊന്നു്	
2	5 ·		× ·1
	2 ·	5	

5, പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു പോയതുകൊണ്ടു് 2 കഴിഞ്ഞു ദശാംശ ചിഹ്നം (.) ഇടണമെന്ന കാര്യവും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. ഇതുപോലെ ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുക്കുക. ഏതാനും എണ്ണം കോളങ്ങളിട്ടു് രേഖപ്പെടുത്തിക്കാണിക്കണം. ഉത്തരം മനക്കണക്കായി പറയാൻ ശീലിപ്പിക്കേണ്ടതാണു്.

ഘട്ടം 2—ഒരു ദശാംശസ്ഥാനമുള്ള സംഖ്യകളെ ·1 കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം :

ഉദാ : $2{\cdot}5 \times {\cdot}1$

ഇവിടെ 5 പത്തിലൊന്നുകളാണുള്ളതു്. ·1 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അതു് നൂറിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തേയ്ക്കു് മാറുന്നു, ഒററസ്ഥാനത്തെ 2 ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടു മാറി പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു വരുന്നു എന്ന കാര്യം വിശദീകരിക്കുക.

ഒററ	പത്തിലൊന്നു്	നൂറിലൊന്നു്	
2	. 5		$\times \cdot 1$
	. 2	5	

ഇതുപോലെ $\cdot 5 \times \cdot 1$, $\cdot 7 \times \cdot 1$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളും വിശദീകരിക്കാം. ഇവിടെ 5, നൂറിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തേയ്ക്കു മാറിക്കഴിയുമ്പോറം പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു് ഒന്നുമില്ലാ എന്നു കാണിക്കാൻ '0' ഇടണമെന്ന കാര്യം പ്രത്യേകം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം.

ഒററ	പത്തിലൊന്നു്	നൂറിലൊന്നു്	
	. 5		$\times \cdot 1$
	. 0	5	

ഈ രീതിയിൽ ധാരാളം അഭ്യാസങ്ങറം കൊടുത്തു് ഉത്തരം മനക്കണക്കായി പറയിക്കണം.

ഘട്ടം 3—രണ്ടോ അതിലധികമോ, ദശാംശസ്ഥാനമുള്ള ഭിന്നിതങ്ങളെ $\cdot 1$ കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം :

ഉദാ : $2 \cdot 25 \times \cdot 1$, $\cdot 25 \times \cdot 1$, $\cdot 01 \times \cdot 1$, $\cdot 345 \times \cdot 1$

ഇതിൽ കൂടുതൽ പ്രയാസം വരാനില്ല. നൂറിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങറം ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടുമാറി ആയിരത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു പോകുമെന്ന കാര്യം വിശദമാക്കിയാൽ മതി. രണ്ടാമത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ

പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു '0' ഇടേണ്ടതിന്റെ ആവശ്യകത ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. മൂന്നാമത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ പത്തിലൊന്നാംസ്ഥാനത്തു കിടക്കുന്ന '0' നൂറിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തേയ്ക്കു മാറുമ്പോൾ പത്തിലൊന്നാം സ്ഥാനത്തു് '0' ഇടേണ്ടകാര്യം പ്രത്യേകം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. കൂടുതൽ ദശാംശസ്ഥാനമുള്ളതിനും ഇതേരീതി തന്നെ തുടർന്നാൽ മതി.

ഘട്ടം 4—·01 കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:

·1 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ ഒരു സ്ഥാനം വലത്തോട്ടുമാറുന്നു എന്നതിന്റെ തുടർച്ചയായി ·01 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അക്കങ്ങൾ രണ്ടുസ്ഥാനം വലത്തോട്ടുമാറുന്നു എന്ന കാര്യം ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തണം. അവിടെയും ·1 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചപ്പോഴത്തെ വിവിധഘട്ടങ്ങൾ ഓരോന്നായി എടുക്കേണ്ടതാണു്. $25 \times \cdot 01$, $2\cdot 5 \times \cdot 01$, $\cdot 5 \times \cdot 01$, $\cdot 05 \times \cdot 01$ തുടങ്ങിയ ഉദാഹരണങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക. ഇവയിൽ രണ്ടാമത്തേതുമുതലുള്ള ഇനങ്ങളിൽ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധ ചെലുത്തണം. കാരണം $2\cdot 5 \times \cdot 01 = \cdot 025$, $\cdot 5 \times \cdot 01 = \cdot 005$, $\cdot 05 \times \cdot 01 = \cdot 0005$ എന്നിങ്ങനെ ആവശ്യാനുസരണം '0' ഇടേണ്ട കാര്യം പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധയിൽ കൊണ്ടുവരേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. ആ ഇനങ്ങളിൽ കൂടുതൽ അഭ്യാസക്കണക്കുകൾ കൊടുക്കേണ്ടതാണു്.

ഘട്ടം 5—·001, ·0001 തുടങ്ങിയവകൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:

ഇതു് ഘട്ടം 4-ന്റെ തുടർച്ചയാണു്. ഇവിടെ അക്കങ്ങളുടെ സ്ഥാനം യഥാക്രമം 3, 4 വീതം മാറുന്നു എന്നേയുള്ളു. ഇവിടെയും $2\cdot 4 \times \cdot 001$, $\cdot 3 \times \cdot 001$, $\cdot 04 \times \cdot 001$ തുടങ്ങിയവയിലെപ്പോലെ ആവശ്യാനുസരണം '0' ഇടേണ്ട ഉദാഹരണങ്ങളുടെ കാര്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. ആ ഇനങ്ങളിൽ വേണം കൂടുതൽ അഭ്യസനം നൽകാൻ.

ഘട്ടം 6—·2, ·3,........·9 എന്നീ ഭിന്നങ്ങൾകൊണ്ടുള്ള ഗുണനം :

ഇവിടെ ആദ്യമായി ·2, ·1-ൻെറ ഇരട്ടിയാണ്, ·3, ·1-ൻെറ മൂന്നിരട്ടിയാണ് എന്ന ബന്ധമാണ് ദൃഢമാക്കേണ്ടതു്. അപ്പോൾ ·2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കാൻ ·1 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച ഫലത്തെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി എന്ന കാര്യം അവരെക്കൊണ്ടുതന്നെ പറയിക്കാം. ഈ രണ്ടുഘടകങ്ങളും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകമായാണെങ്കിൽ അവക്കറിയാവുന്നതുതന്നെ. $2{\cdot}4 \times {\cdot}2$ എന്ന ഉദാഹരണം തന്നെ എടുക്കുക.

$$2{\cdot}4 \times {\cdot}2 = 2{\cdot}4 \times {\cdot}1 \times 2 = {\cdot}24 \times 2 = {\cdot}48.$$

ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങളിങ്ങനെ പിരിച്ചു ക്രിയ ചെയ്യിച്ചതിനുശേഷം ·2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കാൻ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് ഫലം ഓരോ സ്ഥാനം വലത്തോട്ടുമാററി എഴുതിയാൽ മതി എന്ന രീതിയിൽ വിശദീകരിക്കണം. ഈ രീതിയിൽ ധാരാളം അഭ്യാസങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുക. ക്രമത്തിൽ $1{\cdot}25 \times {\cdot}3$ എന്ന രൂപത്തിൽ കൂടുതൽ ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളുള്ള ഗുണ്യങ്ങൾകൂടി ഉൾപ്പെടുത്തണം.

ഈ ഇനം ഈ രൂപത്തിൽ വിശദീകരിച്ചാൽ കുട്ടികൾക്കു മനസ്സിലാകും. അർത്ഥബോധത്തോടെയുള്ള ഗ്രഹണത്തിനും ഈ രീതിതന്നെയാണു സഹായകരം. എങ്കിലും അടുത്തുള്ള ഘട്ടങ്ങളിൽ കുറേക്കൂടി സങ്കീർണ്ണമായ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യേണ്ടിവരുമ്പോൾ ഈ രൂപത്തിലുള്ള വിശദീകരണം കുട്ടികൾക്ക് ശരിക്കും മനസ്സിലായി എന്നു വരില്ല. അതുകൊണ്ടു സാധാരണയായി ദശാംശസംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിനു് പറഞ്ഞു കൊടുക്കാറുള്ള എളുപ്പവഴികൂടി ഈ അവസരത്തിൽ പറഞ്ഞുകൊടുക്കണം.

മുൻരീതിയിൽ ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾ വിശദീകരിച്ചു കൊടുത്തിട്ടു് അവയുടെ ഫലങ്ങൾ താഴെത്താഴെ എഴുതിക്കുക. എന്നിട്ടു് ദശാംശമില്ലാതെ അതേ

സംഖ്യകൾ ഗുണിക്കുമ്പോഴത്തെ ഫലങ്ങൾ വലതു വശത്തു രേഖപ്പെടുത്തുക.

$2{\cdot}4 \times {\cdot}2 = {\cdot}48$	$24 \times 2 = 48$
$3{\cdot}2 \times {\cdot}3 = {\cdot}96$	$32 \times 3 = 96$
$1{\cdot}4 \times {\cdot}3 = {\cdot}42$	$14 \times 3 = 42$
$5{\cdot}4 \times {\cdot}4 = 2{\cdot}16$	$54 \times 4 = 216$
$1{\cdot}25 \times {\cdot}3 = 3{\cdot}75$	$125 \times 3 = 375$
$2{\cdot}23 \times {\cdot}4 = 8{\cdot}92$	$223 \times 4 = 892$

ഓരോ ഉദാഹരണത്തിലും ഉത്തരത്തിൽ അക്കങ്ങൾക്കു യാതൊരു വ്യത്യാസവുമില്ലെന്ന കാര്യം അവർ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. എന്നാൽ ശരിയായ ഉത്തരത്തിൽ ദശാംശ ചിഹ്നമിട്ടു് ദശാംശ ഭിന്നങ്ങൾ വേർതിരിക്കേണ്ടതുണ്ടു് എന്ന കാര്യവും ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. അതെങ്ങനെ കാണാമെന്നു് ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കിക്കണ്ടുപിടിക്കാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. ഗുണ്യത്തിൽ എത്ര ദശാംശസ്ഥാനമുണ്ടു്? ഗുണകത്തിലോ? ഗുണനഫലത്തിലോ? എന്ന രീതിയിൽ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിച്ചാൽ ഗുണ്യഗുണകങ്ങളിലുള്ള ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ തുകയായിരിക്കും ഗുണനഫലത്തിലുള്ള ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളുടെ എണ്ണം എന്നു് അവരെ മനസ്സിലാക്കാം. അപ്പോൾ ഗുണിക്കാനുള്ള എളുപ്പത്തിനുവേണ്ടി സാധാരണ സംഖ്യകളാക്കി സങ്കല്പിച്ചു് ഗുണിച്ചിട്ടു് ഉത്തരത്തിൽ എത്ര ദശാംശസ്ഥാനം കാണുമെന്നു നോക്കി യഥാസ്ഥാനം '.' ചിഹ്നമിടുന്ന സമ്പ്രദായം വിശദമാക്കിക്കൊടുക്കുക. എന്നാൽ ഈ രീതിയിലുള്ള വിശദീകരണം കൊടുക്കുന്നതിനുമുമ്പു് ആദ്യം പറഞ്ഞ രീതിയിൽ അർത്ഥബോധത്തോടുകൂടിയുള്ള വിശദീകരണം ആവശ്യമാണു്. കൂടാതെ മറ്റൊരു രീതിയിലും വിശദീകരണം കൊടുക്കണം. 2·4 നെ 24 ആക്കാൻ 10 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. ·2 നെ 2 ആക്കാനും 10 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. അങ്ങനെ 10×10 കൊണ്ടു് അതായതു് 100 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്നു. അപ്പോൾ വിലയ്ക്കു വ്യത്യാസം വരാതിരിക്കാൻ 100 കൊണ്ടു ഹരിക്കണം. അതു

കൊണ്ടാണു് രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനം വരുന്നതു് എന്ന രീതിയിലാണു് വിശദീകരണം കൊടുക്കേണ്ടതു്.

$$2{\cdot}4 \times {\cdot}2 = \frac{2{\cdot}4 \times 10 \times {\cdot}2 \times 10}{10 \times 10} = \frac{24 \times 2}{100}$$

$$= \frac{48}{100} = {\cdot}48$$

എന്നെഴുതി കാണിക്കുകയും വേണം. ഇങ്ങനെ ക്രിയയുടെ അത്ഥം രണ്ടു രീതിയിലും വിശദമാക്കിക്കഴിഞ്ഞാൽ പൂണ്ണ സംഖ്യകളാക്കി സങ്കല്പിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ഗുണനത്തിൽ വേണം കൂടുതൽ പരിശീലനം നൽകാൻ.

ഘട്ടം 7—·02, ·03, ·04, ...·09 എന്നീ ഭിന്നങ്ങഠം കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:

ഇവിടെയും ആദ്യം $\cdot 02 = \cdot 01 \times 2$ എന്ന ആശയത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി വേണം വിശദീകരണം കൊടുക്കാൻ. $13{\cdot}2 \times {\cdot}02$ എന്ന ഉദാഹരണത്തിൽ ആദ്യം ·01 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ടു് അതിനെ വീണ്ടും 2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുകയാണു വേണ്ടതെന്നു പറയിക്കാം.

$13{\cdot}2 \times {\cdot}02 = 13{\cdot}2 \times {\cdot}01 \times 2 = {\cdot}132 \times 2 = {\cdot}264$ എന്ന രീതിയിൽ എഴുതി കാണിക്കുക. ഈ രീതിയിൽ ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങഠം അത്ഥബോധത്തോടുകൂടി മനസ്സിലാക്കിക്കൊടുത്തിട്ടു് പൂണ്ണസംഖ്യകളാക്കി സങ്കല്പിച്ചുള്ള ക്രിയ അവതരിപ്പിക്കുക. ദശാംശസ്ഥാനങ്ങൾ നിണ്ണയിക്കുന്ന സമ്പ്രദായത്തിൽ വ്യത്യാസമില്ലാത്തതുകൊണ്ടു് നേരത്തെ ചെയ്ത സാമാന്യവത്ക്കരണം ഇവിടെയും പ്രയോഗിക്കാൻ കുട്ടികഠംക്കു പ്രയാസം വരില്ല. എങ്കിലും ·02 പൂണ്ണസംഖ്യയായി സങ്കല്പിക്കുമ്പോഠം 2 ആയിവേണം കരുതുകയെന്നും ഒടുവിൽ ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളുടെ എണ്ണം കണക്കു കൂട്ടുമ്പോഠം രണ്ടു സ്ഥാനമായിവേണം അതു കണക്കാക്കാനെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം.

$$13{\cdot}2 \times {\cdot}02 = \frac{13{\cdot}2 \times 10 \times {\cdot}02 \times 100}{10 \times 100} = \frac{132 \times 2}{10 \times 100}$$

$$= \frac{264}{1000} = {\cdot}264$$

എന്ന രീതിയിലും വിശദീകരണം കൊടുക്കുക. ഈ ഘട്ടത്തിലും ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങൾ ചെയ്യിക്കണം.

$\cdot 4 \times \cdot 02$ എന്ന പോലുള്ള ഒരുദാഹരണം ഈ രൂപത്തിൽ ചെയ്യുമ്പോൾ $4 \times 2 = 8$ എന്നുത്തരം കിട്ടും. ഉത്തരത്തിൽ മൂന്നു ദശാംശസ്ഥാനമാണുണ്ടായിരിക്കുകയെന്നും അതുകൊണ്ടു ഉത്തരം ·008 എന്നു എഴുതണമെന്നുള്ള കാര്യം കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽ കൊണ്ടുവരിക. ഇമ്മാതിരി '0' ഇടേണ്ടിവരുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ കൂടുതൽ അഭ്യസനം നൽകേണ്ടതാവശ്യമാണ്.

<u>ഘട്ടം 8—·002, ·003, ·0004 തുടങ്ങിയവകൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:</u>

മുമ്പിലത്തെ ഘട്ടം വിശദീകരിച്ച രീതി തന്നെയാണിവിടെയും സ്വീകരിക്കേണ്ടതു്. ഈ ഭിന്നങ്ങളെ പൂർണ്ണസംഖ്യകളായി സങ്കല്പിക്കുമ്പോൾ 2, 3, 4 എന്നിങ്ങനെയാണു കിട്ടുന്നതെന്നും, എന്നാൽ ദശാംശസ്ഥാനം കണക്കാക്കുമ്പോൾ യഥാക്രമം 3, 3, 4 സ്ഥാനങ്ങൾ വീതം കണക്കാക്കണമെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. '.' ചിഹ്നം കഴിഞ്ഞു '0' ഇടേണ്ടിവരുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്കു കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം കൊടുക്കണം.

<u>ഘട്ടം 9—·28, ·34, ·25, ·237 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകൾ കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:</u>

ഉദാ: $2{\cdot}43 \times {\cdot}23$, $\cdot 25 \times \cdot 125$ മുതലായവ.

ഇവിടെ അർത്ഥബോധത്തോടെയുള്ള വിശദീകരണം (സ്ഥാനവിലയെ ആസ്പദമാക്കിയുള്ളതു്) കുട്ടികൾക്കു പ്രയാസമായിരിക്കും. എന്നാൽ കഴിഞ്ഞ മൂന്നു ഘട്ടങ്ങളിലും പൂർണ്ണസംഖ്യയായി സങ്കല്പിച്ചുകൊണ്ടുള്ള ഗുണനത്തിൽ വേണ്ടത്ര അഭ്യസനം ലഭിച്ചു കഴിഞ്ഞതുകൊണ്ടു്

ആ രീതിയിൽ മാത്രം വിശദീകരിച്ചാൽ മതിയാകും. ഉത്തരത്തിൽ എത്ര സ്ഥാനം വരുമെന്ന കാര്യം പ്രത്യേകം പറയിക്കുകയും അതെന്തുകൊണ്ടാണെന്നു വിശദീകരിക്കാനാവശ്യപ്പെടുകയും വേണം. '.' ചിഹ്നം കഴിഞ്ഞു് '0' ഇടേണ്ടിവരുന്ന പ്രശ്നങ്ങൾക്കു പ്രത്യേകം പ്രാധാന്യം കല്പിക്കണം.

ഘട്ടം 10—പൂർണ്ണസംഖ്യകൾകൂടി കലർന്നുവരുന്ന ദശാംശ സംഖ്യകൾകൊണ്ടുള്ള ഗുണനം:

ഉദാ: 23·25 × 15·37.

ഈ ഇനത്തിലും പൂർണ്ണസംഖ്യയായി സങ്കല്പിച്ചു കൊണ്ടുള്ള ഗുണനം തന്നെ സ്വീകരിക്കട്ടെ. ശരിയായ സ്ഥാനത്തു് ദശാംശ ചിഹ്നം ഇടുന്ന കാര്യത്തിൽ പ്രത്യേകം പരിശീലനം കൊടുക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കണം.

Diagnostic Test

ഈ വിവിധ ഘട്ടങ്ങൾ അഭ്യസിപ്പിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ഒരു diagnostic test കൊടുത്തു് പ്രയാസങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കി പരിഹരിക്കണം. ഓരോഘട്ടത്തിലും ആവശ്യാനുസരണം കണക്കുകൾ ഉൾപ്പെടുത്തേണ്ടതാണു്. മാതൃകയ്ക്കുവേണ്ടി ഒരു diagnostic test താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

I. 4 × ·1: ·7 × ·1, 15 × ·1, 20 × ·1, 158 × ·1, 240 × ·1, 300 × ·1, 4738 × ·1.

II. 4·5 × ·1, 12·3 × ·1, 20·3 × ·1, 125·5 × ·1, 200·5 × ·1, 234·7 × ·1, ·8 × ·1, ·6 × ·1.

III. 5·35 × ·1, 14·75 × ·1, ·03 × ·1, ·0047 × ·1, 365·275 × ·1, 4825·72 × ·1.

IV. 5 × ·01, 25 × ·01, ·5 × ·01, ·27 × ·01, 3·5 × ·01, 3·08 × ·01, 52·367 × ·01, ·0372 × ·01, 278·626 × ·01, 2867·02 × ·01

V. $2 \times \cdot 001$, $27 \times \cdot 001$, $280 \times \cdot 001$, $4768 \times \cdot 001$. $\cdot 6 \times \cdot 001$, $\cdot 25 \times \cdot 001$, $2 \cdot 31 \times \cdot 001$, $\cdot 01 \times \cdot 001$, $2 \cdot 7 \times \cdot 001$, $\cdot 43 \times \cdot 0001$, $4782 \cdot 21 \times \cdot 0001$, $26 \cdot 34 \times \cdot 00001$.

VI. $4 \times \cdot 2$, $27 \times \cdot 2$, $\cdot 7 \times \cdot 2$. $2 \cdot 8 \times \cdot 2$, $25 \cdot 34 \times \cdot 2$, $\cdot 06 \times \cdot 2$, $135 \cdot 4 \times \cdot 3$. $\cdot 8 \times \cdot 4$, $255 \cdot 45 \times \cdot 4$, $0 \cdot 6 \times \cdot 5$, $\cdot 002 \times \cdot 6$, $4 \cdot 08 \times \cdot 7$, $634 \cdot 78 \times \cdot 8$, $\cdot 004 \times \cdot 9$, $\cdot 4708 \times \cdot 9$.

VII. $5 \times \cdot 02$. $26 \times \cdot 03$, $130 \times \cdot 04$, $\cdot 5 \times \cdot 02$, $2 \cdot 7 \times \cdot 05$, $3 \cdot 8 \times \cdot 04$, $2 \cdot 75 \times \cdot 05$, $12 \cdot 8 \times \cdot 09$, $\cdot 01 \times \cdot 07$, $\cdot 005 \times \cdot 08$, $\cdot 3045 \times \cdot 09$, $478 \cdot 005 \times \cdot 09$.

VIII. $4 \times \cdot 002$, $25 \times \cdot 002$, $470 \times \cdot 003$, $324 \cdot 5 \times \cdot 004$, $7 \times \cdot 006$, $\cdot 08 \times \cdot 006$, $278 \cdot 04 \times \cdot 0007$, $\cdot 78 \times \cdot 0008$.

IX. $5 \times \cdot 25$, $12 \times \cdot 34$, $137 \times \cdot 64$, $2 \cdot 5 \times \cdot 48$, $13 \cdot 8 \times \cdot 45$, $\cdot 4 \times \cdot 75$, $\cdot 28 \times \cdot 35$, $4 \cdot 352 \times \cdot 78$, $63 \times \cdot 125$, $70 \times \cdot 234$, $\cdot 04 \times \cdot 367$, $\cdot 005 \times \cdot 547$.

X. $2 \cdot 5 \times 3 \cdot 5$, $35 \times 4 \cdot 7$, $55 \cdot 25 \times 3 \cdot 6$, $40 \times 3 \cdot 46$, $380 \times 2 \cdot 75$, $400 \cdot 75 \times 1 \cdot 125$, $\cdot 36 \times 4 \cdot 125$, $\cdot 001 \times 81 \cdot 46$, $1 \cdot 084 \times 46 \cdot 378$, $2 \cdot 43 \times \cdot 476$.

പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങരം :

മേൽപ്പറഞ്ഞ വിധത്തിൽ ക്രിയാസമ്പ്രദായം വേണ്ടത്ര ദൃഢപ്പെട്ടുത്തിയശേഷം പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങരം കൊടുക്കുക. വേണ്ടത്ര പ്രശ്നങ്ങൾ കുട്ടികൾക്കു വേണ്ടിയുള്ള പുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്.

ഇനം 8

ഒരു ദശാംശഭിന്നത്തെ ദശാംശഭിന്നം കൊണ്ടുള്ള ഹരണം

(10 periods)

മുന്നറിവ്

അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെ 6–ാം ഇനത്തിൽ ദശാംശസംഖ്യകളെ പൂർണ്ണസംഖ്യകൾകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിനുള്ള പരിശീലനം കൊടുത്തു കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ആ ഇനത്തിൽത്തന്നെ ഏതാനും പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുകയാണ് ഇവിടെ ആദ്യപടി. ഈ ഇനത്തിലും ഹാരകത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കിയാണ് നാം ഹരണം അഭ്യസിപ്പിക്കാൻ പോകുന്നത്. അതുകൊണ്ട് ദശാംശ സംഖ്യകളെ പൂർണ്ണസംഖ്യകൾകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതിനുള്ള കുറെ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുക.

അവതരണം

1·5 ÷ ·5 എന്ന രീതിയിലുള്ള ഒരു പ്രശ്നവുമായി ആരംഭിക്കുക. 8 ÷ 2 എന്നു പറയുമ്പോൾ 8-ൽ എത്ര 2 ഉണ്ടെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നതെന്നു വിദ്യാർത്ഥികൾക്കറിയാം. അതുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തി 3 ÷ ·5 എന്നതിൻെറ ഉത്തരം കാണാൻ 3 ൽ എത്ര ·5 കളുണ്ടെന്ന് കണ്ടുപിടിക്കുകയാണു വേണ്ടതെന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാം. 1-ൽ രണ്ടു ·5 കളുണ്ട് എന്നവൎക്കറിയാം. അതു കൊണ്ട് 1·5 ൽ ·5 കൾ മൂന്നെണ്ണം ഉണ്ടായിരിക്കും എന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാവുന്നതേയുള്ളു. ഇതുപോലെ 2·5 ÷ ·5 = 5, 3·5 ÷ ·5 = 7, 4·5 ÷ ·5 = 9 എന്നിങ്ങനെ ഏതാനും ഉദാഹരണങ്ങൾ കൂടി അവതരിപ്പിച്ച് ഉത്തരം

പറയിക്കുക, അവയുടെ ഉത്തരങ്ങരം താഴെത്താഴെ രേഖപ്പെടുത്തട്ടെ.

$1{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 3.$
$2{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 5.$
$3{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 7.$
$4{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 9.$

ഈ ഉത്തരങ്ങരം പരിശോധിച്ചു നോക്കുമ്പോരം $1{\cdot}5 \div {\cdot}5$ ൻെറ ഉത്തരം $15 \div 5$ ൻെറ ഉത്തരത്തിനു തുല്യമാണെന്നു കുട്ടികരം മനസ്സിലാക്കും. അതുപോാല $2{\cdot}5 \div {\cdot}5$ ൻെറ ഉത്തരം $25 \div 5$ ൻെറ ഉത്തരത്തിനു തുല്യമാണു്. ഈ ബന്ധങ്ങരം അവർ രേഖപ്പെടുത്തട്ടെ. അതുപോലെ 2, 3 തുടങ്ങിയ സംഖ്യകളെ ·5 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുന്ന ഫലങ്ങളും കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതിക്കുക.

$1{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 3$	$15 \div 5 = 3$
$2{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 5$	$25 \div 5 = 5$
$3{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 7$	$35 \div 5 = 7$
$4{\cdot}5 \div {\cdot}5 = 9$	$45 \div 5 = 9$
$2 \div {\cdot}5 = 4$	$20 \div 5 = 4$
$3 \div {\cdot}5 = 6$	$30 \div 5 = 6$
$4 \div {\cdot}5 = 8$	$40 \div 5 = 8$

ഇതിൽ ഓരോ ഉദാഹരണത്തിലും ഹാര്യത്തെയും ഹാരകത്തെയും 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിക്കുകയാണെന്ന കാര്യം കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാം. അപ്പോരം ഹരണഫലത്തിൽ വ്യത്യാസമില്ലെന്നകാര്യം അവർ കണ്ടു മനസ്സിലാക്കട്ടെ. ഇതുപോലെ ·2, ·3, 1·5 തുടങ്ങിയ ഏതാനും ദശാംശസംഖ്യകരംകൊണ്ടുള്ള ഹരണവും അവരെക്കൊണ്ടു തന്നെ രേഖപ്പെടുത്തിക്കുക.

$1 \div {\cdot}2 = 5$	$10 \div 2 = 5$
$1{\cdot}2 \div {\cdot}2 = 6$	$12 \div 2 = 6$
${\cdot}9 \div {\cdot}3 = 3$	$9 \div 3 = 3$
$4{\cdot}5 \div 1{\cdot}5 = 3$	$45 \div 15 = 3$

താഴെ കാണുന്നപോലെ ചിത്രം വരച്ചും വിശദീകരിക്കാം.

$$\underbrace{\cdot2,\quad \cdot2,\quad \cdot2,\quad \cdot2,\quad \cdot2,\quad \cdot2,}_{1\cdot2}$$

$1\cdot2 \div \cdot2 = 6$

$\cdot3 + \cdot3 + \cdot3 = \cdot9$

$\therefore\ \cdot9 \div \cdot3 = \cdot3$

$1\cdot5 + 1\cdot5 + 1\cdot5 = 4\cdot5$

$4\cdot5 \div 1\cdot5 = 3$ എന്നിങ്ങനെയും ഇവ വ്യക്തമാക്കാവുന്നതാണ്.

ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽക്കൂടി മേൽപറഞ്ഞ തത്വം ദൃഢമാക്കാം. അപ്പോൾ ഏതൊരു കണക്കിലും ഹാരകത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കി മാററുന്നതിനുള്ള വഴി കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കിക്കൊള്ളും. ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങളെടുത്തു ഓരോ ഇനത്തിലും ഹാരകത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കുകയും അതനുസരിച്ച് ഹാര്യത്തെ ഭേദപ്പെടുത്തി എഴുതിക്കുകയും ചെയ്യുക.

	6·3	÷ ·7 =	63	÷	7	(10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു)
	4·75	÷ ·25 =	475	÷	25	(100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു)
	3·83	÷ ·37 =	383	÷	37	(,,)
	2·435	÷ 1·35 =	243·5	÷	135	(,,)
	4·503	÷ 1·02 =	450·8	÷	102	(,,)
	·504	÷ 2·37 =	50·4	÷	237	(,,)
*	8·5	÷ 3·45 =	850	÷	345	(,,)
*	7	÷ 2·12 =	700	÷	212	(,,)
	2·478	÷ ·125 =	2478	÷	125	(1000 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു)

434·235 ÷ 2·312 = 434235 ÷ 2312 (1000 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചു)

*	2·34	÷ 1·325 =	2340	÷ 1325	(,,)
*	44·5	÷ 2·205 =	44500	÷ 2205	(,,)
*	53	÷ 1·735 =	53000	÷ 1735	(,,)

എന്നിങ്ങനെ വിവിധ രീതിയിലുള്ള കണക്കുകളിൽ ഹാരകത്തെ പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കി, ഹാര്യത്തെ അതിനനുസരിച്ചു വ്യത്യാസപ്പെടുത്തി എഴുതട്ടെ. * ചിഹ്നം ഇട്ടിരിക്കുന്ന ജാതി ഉദാഹരണങ്ങളിൽ പ്രത്യേകം വിശദീകരണം ആവശ്യമായി വരും. ആദ്യത്തേതിൽ 8·5 നെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ അവസാനം ഒരു '0' ഇടേണ്ടിവരുന്നതെന്തെന്നു പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. കുട്ടികൾ 100 കൊണ്ടും മററുമുള്ള ഗുണനം നേരത്തേ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതു തന്നെ. എങ്കിലും അതിൻെറ പ്രത്യേകത ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണമെന്നു മാത്രം.

മേല്പറഞ്ഞ അഭ്യാസം ശരിക്കു കൊടുത്തുകഴിഞ്ഞാൽ വിവിധ ഘട്ടങ്ങളായി തിരിച്ച് ഈ ഇനത്തിൻെറ അഭ്യസനം നിർവ്വഹിക്കാം.

ഘട്ടം 1—ഹാരകം ഒരു ദശാംശസ്ഥാനം മാത്രമുള്ള ഭിന്നം —ഹരണഫലത്തിൽ പൂർണ്ണസംഖ്യമാത്രം വരുന്നത്, ഹരണക്രിയയിൽ ശിഷ്ടം വരാത്തവ:

ഉദാ: 8 ÷ ·2. 16 ÷ ·4

ഈ ഇനം നേരത്തേ ചെയ്തതുതന്നെ. ദീർഘഹരണ രീതിയിൽ എഴുതിക്കണമെന്നേയുള്ളു.

8 ÷ ·2 = 80 ÷ 2 = 40

$$\begin{array}{r} 40 \\ 2\overline{)80} \\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

ഘട്ടം 2—ഹാരകം ഒരു ദശാംശസ്ഥാനമുള്ള ദശാംശ സംഖ്യകൾ, ഉത്തരം പൂർണ്ണസംഖ്യയായി വരുന്നവ മാത്രം. ശിഷ്ടം വരാത്തവ:

ഉദാ: $4{\cdot}5 \div 1{\cdot}5$, $62{\cdot}5 \div 2{\cdot}5$,

$4{\cdot}5 \div 1{\cdot}5 = 45 \div 15 = 3$

$$\begin{array}{r|l} & 3 \\ \hline 15) & 45 \\ & 45 \\ \hline & 0 \end{array}$$

ഘട്ടം 3—ഹാരകത്തിൽ ഒരു ദശാംശസ്ഥാനം തന്നെ. എന്നാൽ ഹരണഫലം ദശാംശസംഖ്യയായി വരുന്നവ. ഹരിക്കുമ്പോൾ ശിഷ്ടം വരാത്തവ:

ഉദാ: $22{\cdot}12 \div {\cdot}7$, $4{\cdot}525 \div 2{\cdot}5$,

$22{\cdot}12 \div {\cdot}7 = 221{\cdot}2 \div 7$

$= 31{\cdot}6$

$$\begin{array}{r|l} & 31{\cdot}6 \\ \hline 7) & 221{\cdot}2 \\ & 21 \\ \hline & \ \ 11 \\ & \ \ \ 7 \\ \hline & \ \ \ 42 \\ & \ \ \ 42 \\ \hline & \ \ \ \ 0 \end{array}$$

ഹാരകം പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കിക്കഴിഞ്ഞാൽ ഈ ഇനത്തിന്റെ ഹരണം കുട്ടികൾ അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതുതന്നെ. എങ്കിലും ഹരണഫലത്തിൽ യഥാസ്ഥാനം '·' ചിഹ്നം ഇടുന്ന കാര്യത്തിൽ വീണ്ടും ശ്രദ്ധ പതിപ്പിക്കണം.

ഘട്ടം 4—ഹാരകത്തിൽ ഒരു ദശാംശസ്ഥാനം തന്നെ. എന്നാൽ ഹരണഫലത്തിൽ പൂർണ്ണസംഖ്യകളില്ല. ഹരണഫലത്തിൽ ശിഷ്ടം വരാത്തവ:

ഉദാ: $\cdot 02375 \div 2{\cdot}5$

ഈ ഇനവും ഹാരകം പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കിക്കഴിഞ്ഞാൽ അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ പഠിച്ച മാതൃകതന്നെ.

എങ്കിലും '·' ചിഹ്നത്തിൻെറ കാര്യത്തിൽ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ ക്രിയ രേഖപ്പെടുത്തട്ടെ.

$$\cdot 02375 \div 2\cdot 5 = \cdot 2375 \div 25$$
$$= \underline{\cdot 0095}$$

$$\begin{array}{r} \cdot 0095 \\ 25\overline{)\cdot 2375} \\ 225 \\ \hline 125 \\ 125 \\ \hline \end{array}$$

ഘട്ടം 5—ഹാരകത്തിൽ രണ്ടു സ്ഥാനമുള്ള ഉദാഹരണങ്ങരം.

ഹരണഫലത്തിൽ ശിഷ്ടം വരാത്തവ മാത്രം :

ഉദാ : $22\cdot 5 \div \cdot 25$, $2\cdot 107 \div \cdot 07$

$22\cdot 5 \div \cdot 25 = 2250 \div 25 = 90$

ഈ ഘട്ടത്തിലും മേൽക്കാണിച്ച ഘട്ടങ്ങളിലെപ്പോലെ വിവിധ രീതിയിലുള്ള ഹാര്യങ്ങളുരംപ്പെടുത്തണം. പൂർണ്ണ സംഖ്യ, ദശാംശസംഖ്യ, ദശാംശഭിന്നം എന്നീ വിവിധ രീതിയിൽ ഹരണഫലം കിട്ടത്തക്ക ഹാര്യങ്ങരം വേണം ഉരംപ്പെടുത്തുക. ·07, 1·02 എന്നീ മാതൃകയിലുള്ള ഹാരകങ്ങരം ഉരംപ്പെടുത്താൻ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണം.

ഘട്ടം 6—ഹാരകത്തിൽ രണ്ടിൽക്കൂടുതൽ സ്ഥാനം വരുന്നവ. പൂർണ്ണമായി ഹരിക്കാവുന്ന ഉദാഹരണങ്ങരം മാത്രം :

ഉദാ : $29\cdot 16 \div \cdot 243$, $2\cdot 288 \div \cdot 0176$

ഘട്ടം 7—തന്നിരിക്കുന്ന ഹാര്യത്തോടു് '0' ഇട്ടുചേർത്തു് ക്രിയ തുടരേണ്ട ഉദാഹരണങ്ങൾ:

ഉദാ : $2\cdot 4 \div \cdot 7$

ഹാരകം പൂർണ്ണസംഖ്യയാക്കിക്കഴിഞ്ഞാൽ ഈ ഇനവും അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞതാണു്. എങ്കിലും ഒടുവിൽ എത്ര '0' വേണമെങ്കിലും ഇട്ടു് ക്രിയ യഥേഷ്ടം തുടരാമെന്ന കാര്യം ഒരിക്കൽക്കൂടി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. ഇവിടെ വിവിധ രീതിയിലുള്ള ഹാര്യങ്ങരം ഉരംപ്പെടുത്തേണ്ടതാണു്.

ഇനം 9

ദശാംശ സംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിലും ഹരണത്തിലും ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥാനം വരെ ഉത്തരം ശരിയായി എഴുതുന്നതിനുള്ള പരിശീലനം

(5 periods)

ഈ ഇനം അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ ആറാം ഇനത്തിൽ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതുതന്നെ. ഇവിടെ കുറേക്കൂടി പരിശീലനം നൽകണമെന്നേയുള്ളൂ. ആദ്യം ദശാംശ സംഖ്യകൾ കൊടുത്തു് ഒരു നിശ്ചിത സ്ഥാനംവരെ ശരിയായി എഴുതാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. അതിനുശേഷം ഗുണനത്തിനും ഹരണത്തിനും ചോദ്യങ്ങൾ കൊടുത്തു് ഉത്തരം എത്രയെങ്കിലും സ്ഥാനംവരെ ശരിയായി കാണാൻ ആവശ്യപ്പെടുക.

ഇനം 10

ഭാജകാംശങ്ങൾ—പ്രാക്ടീസ് രീതി പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

(10 periods)

'100 തേങ്ങക്കു് 28·75 രൂ. വച്ചു് 275 തേങ്ങയുടെ വിലയെന്തു്?' എന്ന രീതിയിലുള്ള ഒരു പ്രായോഗിക പ്രശ്നം കൊടുക്കുക. സാധാരണഗതിയിൽ കുട്ടികൾ 28·75 നെ 100 കൊണ്ടു ഭാഗിച്ചു് ഒന്നിന്റെ വില കാണുകയും അതിനെ 275 കൊണ്ടു് ഗുണിച്ചു് 275 ന്റെ വില കാണുകയും ചെയ്യും. അങ്ങനെ ചെയ്യട്ടെ. കുറെ കുട്ടികളെങ്കിലും ക്രിയ തെററിക്കാൻ സാദ്ധ്യതയുണ്ടു്. ക്രിയയിൽ വരുന്ന തെററുകൾ ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. എന്നിട്ടു് ഇതിന്റെ ഉത്തരംതന്നെ വേറെ ഏതെങ്കിലും വിധത്തിൽ കണക്കാക്കാൻ ഒരു മാർഗ്ഗം കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിർദ്ദേശിക്കുക. പററിയില്ല എന്നു വരും. ഒരു കിലോ

ഗ്രാം മുളകിൻെറ വില 3 രൂ. ആയാൽ $2\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാം മുളകിൻെറ വില മനക്കണക്കായി കാണാനാവശ്യപ്പെടുക. കുട്ടികഠം ഉത്തരം പെട്ടെന്നു പറയും. എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിച്ചു എന്നു് അവർ വിശദീകരിക്കട്ടെ. ഒരു കിലോഗ്രാമിനു് 3 രൂ. ആയതുകൊണ്ടു് 2 കി. ഗ്രാമിനു് 6 രൂ. ആകുമെന്നും $\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാമിനു് $1\frac{1}{2}$ രൂ. ആകുമെന്നും അതുകൊണ്ടു് ആകെ $7\frac{1}{2}$ രൂ. ആകുമെന്നും ഉള്ള രീതിയിലായിരിക്കും മിക്ക കുട്ടികളും ഉത്തരം കാണുന്നതു്. ഇവിടെ എളുപ്പത്തിനുവേണ്ടി $2\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാമിനെ 2 കി. ഗ്രാം, $\frac{1}{2}$ കി. ഗ്രാം എന്നു പിരിച്ചു വില കണ്ടുപിടിച്ചു കൂട്ടിയ സമ്പ്രദായത്തിലേയ്ക്കു് അവരുടെ ശ്രദ്ധ കൊണ്ടുവരിക. ഇതുപോലെ നേരത്തേ കൊടുത്ത പ്രശ്നം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള എളുപ്പവഴി അവർതന്നെ പറയട്ടെ. അവിടെ 275-ൻെറ വില കാണുന്നതിനു് 200-ൻെറ വിലയും 50-ൻെറ വിലയും 25-ൻെറ വിലയും പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം കണ്ടു് കൂട്ടിയാൽ മതിയെന്ന കാര്യം കുട്ടികളെ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തണം. ആ രീതിയിൽ ക്രിയ ചെയ്തു് അവർ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കുകയും ആദ്യം കിട്ടിയ ഉത്തരവുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുകയും വേണം. ഇതുപോലെ ഒന്നുരണ്ടുദാഹരണങ്ങഠംകൂടി കൊടുക്കുക. ഈ ഘട്ടത്തിൽ കോളങ്ങളിട്ടു് സാധാരണ പ്രാക്ടീസിലെ പ്രശ്നങ്ങഠം ചെയ്യുന്ന സമ്പ്രദായം അവതരിപ്പിക്കേണ്ടതില്ല. അവസ്ഥ ക്രിയയുടെ സമ്പ്രദായം മനസ്സിലായോ എന്നു നോക്കുകയാണു് വേണ്ടതു്.

കച്ചവടക്കാർ സാധാരണയായി ഈ സമ്പ്രദായത്തിലാണു് വില കണ്ടുപിടിക്കുകയെന്ന കാര്യം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. അതുകൊണ്ടുള്ള എളുപ്പം എന്തെന്നും വിശദമാക്കുക. മനക്കണക്കായിത്തന്നെ ഓരോ ഘട്ടത്തിലും ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാമെന്നും തെററിപ്പോകാനുള്ള സാദ്ധ്യത കുറവാണെന്നുമുള്ള കാര്യം വിശദമാക്കുക. ഈ സമ്പ്രദായത്തിൻെറ പേരു് 'പ്രാക്ടീസ് രീതി' എന്നാണെന്നും പറഞ്ഞു കൊടുക്കുക.

ഇതു കഴിഞ്ഞാൽ വിവിധ സംഖ്യകളെ ഈ രീതിയിൽ ഭാജകാംശങ്ങൾ (aliquot parts) ആയി തിരിക്കുന്നതിനു വേണ്ട പരിശീലനം കൊടുക്കുകയാണു് വേണ്ടതു്. (ഭാജകാംശങ്ങൾ എന്ന വാക്കും അതിൻെറ അർത്ഥവും ഇവിടെ വച്ചുതന്നെ വിശദമാക്കിക്കൊടുക്കാവുന്നതാണു്.) ഒരേ സംഖ്യതന്നെ പലേ രീതിയിൽ പിരിക്കാവുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുക്കുക. അതിൽ ഏററവും എളുപ്പമായ രീതി അവരെക്കൊണ്ടുതന്നെ പറയിക്കേണ്ടതാണു്. വേണ്ടത്ര ഉദാഹരണങ്ങൾ പാഠപുസ്തകത്തിൽനിന്നു തിരഞ്ഞെടുക്കാം.

100-ൻെറ വില തന്നിട്ടു് 990-ൻെറ വില കാണാൻ $900+50+25+10+5$ എന്നു തിരിക്കുന്നതിനു പകരം $1000-10$ എന്നെടുത്താൽ മതിയെന്നും അതാണു് കൂടുതൽ എളുപ്പമെന്നും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും ആ രീതിയിൽ കുറേ സംഖ്യകളുടെ ഭാജകാംശങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാനാവശ്യപ്പെടുകയും വേണം.

പൂർണ്ണസംഖ്യകളെ ഈ രീതിയിൽ വിഭജിക്കുന്നതോടൊപ്പം ·87 തുടങ്ങിയ രീതിയിലുള്ള ദശാംശഭിന്നങ്ങളെയും $\frac{7}{8}$ എന്ന ഭിന്നങ്ങളെയും സൗകര്യാനുസരണം പിരിക്കുന്ന സമ്പ്രദായവും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം.

ഇങ്ങനെ സംഖ്യകളെ ഭാജകാംശങ്ങളായി പിരിക്കുന്നതിൽ വേണ്ട പരിശീലനം നൽകിക്കഴിഞ്ഞിട്ടു് പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ കൊടുക്കുക. സൗകര്യത്തിനു വേണ്ടി കോളം വരച്ചു് എഴുതുന്ന സമ്പ്രദായം കാണിച്ചു കൊടുക്കുകയും ആ രീതിയിൽത്തന്നെ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യാൻ പരിശീലിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക. പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ പാഠപുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ളവ ചെയ്തിച്ചാൽ മതി.

ഇനം 11

ശരാശരി

$a = \frac{s}{n}$ എന്ന ഫോർമുലാ, $an = s$ എന്ന ഫോർമുലാ, 20·3, 20·7, 20·5, ...തുടങ്ങിയവയുടെ ശരാശരി കാണാൻ ദശാംശഭിന്നങ്ങളുടെമാത്രം ശരാശരി കണ്ടു 20-നോടു കൂട്ടിയാൽ മതിയെന്ന ആശയം, പ്രായോഗിക പ്രശ്നങ്ങൾ

(12 periods)

ശരാശരിയുടെ ആശയം

ശരാശരി എന്ന ആശയം സാധാരണ കരുതുംപോലെ അത്ര എളുപ്പമല്ല. ആകെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഭാഗിക്കുന്നതാണ് ശരാശരി എന്ന് സാധാരണ പറഞ്ഞുകൊടുക്കാറുണ്ട്. അതു കാണാതെ പഠിച്ചുവയ്ക്കുന്നു എന്നല്ലാതെ അതിന്റെ ആശയം കുട്ടികൾക്കു വേണ്ടത്ര വിശദമാകുന്നുണ്ടോ എന്നു സംശയമാണ്. വാസ്തവത്തിൽ ഒരു പദാർത്ഥത്തിന്റെ centre of gravity പോലെയാണ് ഏതാനും അളവുകളുടെ ശരാശരി. ഒരു പദാർത്ഥത്തിന്റെ ഓരോ അണുവും ചേർന്നാണ് അതിന്റെ centre of gravity ഉണ്ടാകുന്നതു്. അതുപോലെ അളവുകളിൽ ഓരോന്നിന്റെയും വലിപ്പത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ഒരു central tendency ആണ് ശരാശരി അഥവാ ആവറേജ് എന്നു പറയുന്നതു്. ഈ ആശയം കുട്ടികൾക്കു വിശദമാക്കിക്കൊടുക്കുക അപ്രായോഗികമായിരിക്കാം. എങ്കിലും പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽനിന്നു് ധാരാളം ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുത്തു കാണിച്ചാൽ ശരാശരിയെപ്പററി ഇപ്പോൾ കിട്ടുന്നതിനേക്കാൾ കുറേക്കൂടി വിശദമായ അറിവു കൊടുക്കാൻ കഴിയും.

ചില പ്രായോഗിക സന്ദർഭങ്ങൾ :

രണ്ടോ അതിലധികമോ സെററ് അളവുകളെ താരതമ്യം ചെയ്യേണ്ടി വരുമ്പോളാണ് വാസ്തവത്തിൽ ശരാശരി ആവശ്യമായിവരുന്നത്. ഒരുദാഹരണമെടുക്കാം. ഒരു വീട്ടിൽ ഒരു മാസം 150 രൂ. ചെലവാകുന്നു. മറെറാരു വീട്ടിൽ ഒരു മാസം 200 രൂ. ചെലവാകുന്നു. ഇതിൽ ഏതു വീടാണ് കൂടുതൽ ചെലവാക്കുന്നത് എന്നു ചോദിച്ചാൽ രണ്ടാമത്തെ വീടാണ് എന്ന ഉത്തരമായിരിക്കും ലഭിക്കുക. എന്നാൽ ആദ്യത്തെ വീട്ടിൽ 3 അംഗങ്ങളും രണ്ടാമത്തെ വീട്ടിൽ 10 അംഗങ്ങളുമുണ്ടെങ്കിലോ ? അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ വീട്ടുകാരാണ് എന്നു് ഉത്തരം കിട്ടുന്നു. എന്തുകൊണ്ട് ? ആദ്യത്തെ വീട്ടിൽ ഓരോ അംഗത്തിനുമുള്ള ചെലവു തുല്യമാണെന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ ഒരാളിനു് 50 രൂ. വീതവും രണ്ടാമത്തെ വീട്ടിൽ ഓരോരുത്തനുമുള്ള ചെലവു തുല്യമാണെന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ ഒരാളിനു് 20 രൂ. വീതവും ആണ് പ്രതിമാസം ചെലവ്. ഇവിടെ താരതമ്യത്തിനു വേണ്ടി ഒരാളിന്റെ സാമാന്യ ചെലവു കണ്ടുപിടിക്കുകയാണു ചെയ്തതു്. എല്ലാപേരും ചെലവാക്കിയ തുക ഒരേപോലെ ഇരിക്കണമെന്നില്ല. പലരുടെ തുകയിലും കുറെ ഏററക്കുറച്ചിലുകൾ കാണും. എന്നാലും ആകെ ചെലവിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ഒരാളിനു് 50 രൂ. എന്നു് സാമാന്യേന ഒരളവ് എടുക്കുകയാണു ഇവിടെ ചെയ്യുന്നതു്; അതായതു് ഒരാൾ ചെലവാക്കിയ തുക 50 രൂപയോടു് അടുത്തിരിക്കും. ചിലരുടെ തുക 50-ൽ കൂടുതലും ചിലരുടെ തുക 50-ൽ കുറവും മററു ചിലക്കു് 50 രൂപയുമാകാം. കൂടുതൽ ചെലവാക്കിയ അംഗത്തിന്റെയും കുറച്ചു ചെലവാക്കിയ അംഗത്തിന്റെയും ചെലവുകളെ ഈ അളവു പ്രതിനിധീകരിക്കുന്നുണ്ടു്. എന്നാൽ ഒരു പ്രത്യേക അംഗത്തിന്റെ ചെലവ് ഈ കണ്ടുപിടിക്കുന്ന തുകയുമായി ഒത്തു വരണമെന്നില്ല. രണ്ടു വീടുകളിൽ ഏതു വീട്ടിലെ ജീവിത നിലവാരമാണു് മെച്ചപ്പെട്ടതെന്നു് കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഈ

സാമാന്യമായ അളവു കണക്കു കൂട്ടുകയാണു ഏററവു എളുപ്പമായ മാർഗ്ഗം. ഇക്കാര്യങ്ങൾ ലളിതമായ രീതിയിൽ വിശദീകരിച്ചുകൊടുക്കാം.

ഇതുപോലെ അനേകം സന്ദർഭങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കാം. രണ്ടു ഗ്രാമങ്ങളിലെ വാർഷിക വരവുകൾ ഒരു ഗ്രാമവാസിയുടെ ശരാശരി വരവിൻെറ അടിസ്ഥാനത്തിൽ താരതമ്യപ്പെടുത്താം. അങ്ങനെ ഏതു ഗ്രാമമാണ് കൂടുതൽ സമ്പന്നം എന്നു തീരുമാനിക്കാം. രണ്ടു സ്കൂളുകളിലെ അല്ലെങ്കിൽ രണ്ടു ക്ലാസ്സുകളിലെ കുട്ടികളുടെ നിലവാരം ഒരു കുട്ടി വാങ്ങിയ ശരാശരി മാർക്കിൻെറ അടിസ്ഥാനത്തിൽ തിട്ടപ്പെടുത്തി അങ്ങനെ ഏതു സ്കൂൾ അല്ലെങ്കിൽ ഏതു ക്ലാസ്സ് ആണ് മെച്ചം എന്നു തീരുമാനിക്കാം.

ഇങ്ങനെ താരതമ്യം ചെയ്യാത്ത അവസരങ്ങളിലും ശരാശരിയുടെ ഉപയോഗം വേണ്ടിവരും. ഉദാഹരണമായി ഒരു വ്യാപാരിയുടെ പല ദിവസങ്ങളിലെ ആദായമെത്രയെന്നു പറയുക, ഒരു ക്ലാസ്സിലെ എല്ലാ കുട്ടികളുടേയും പ്രായത്തെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന അളവ് എത്രയെന്നു കണ്ടു പിടിക്കുക തുടങ്ങിയ സന്ദർഭങ്ങൾ അതിനുദാഹരണമാണ്. ഒരു തെങ്ങിൻെറ ഉയരം എന്തു്? ഒരു മനുഷ്യൻെറ ആയുസ്സെത്ര? ഒരു പശുവിൽനിന്നെത്ര പാൽകിട്ടും? എന്നിങ്ങനെയുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം കണ്ടു പിടിക്കുന്നിടത്തും ശരാശരി എന്ന ആശയമാണ് ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നതെന്നു വിശദീകരിക്കുക.

ഇമ്മാതിരി ധാരാളം സന്ദർഭങ്ങൾ വിശദീകരിച്ചുകൊടുക്കുകയും അതിൽക്കൂടി ശരാശരിയുടെ ആശയം കുട്ടികളുടെ മനസ്സിൽ പതിപ്പിക്കുകയുമാണ് അദ്ധ്യാപകൻ ആദ്യമായി ചെയ്യേണ്ടതു്. ആശയം വിശദമാക്കിയതിനുശേഷം മാത്രം ആവറേജ് എന്ന പദം അവതരിപ്പിച്ചാൽ മതിയാകും. കുട്ടികൾ അവരുടെ ക്ലാസ്സിലെ ശരാശരി വയസ്സ്, കുട്ടികളുടെ ശരാശരി പൊക്കം, ശരാശരി മാർക്ക് എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. അങ്ങനെ

ശരാശരി എന്ന ആശയം കൂടുതൽ ദൃഢമാകും. പ്രശ്ന ങ്ങൾക്കും അവയിൽ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾക്കും പാഠ പുസ്തകം നോക്കേണ്ടതാണ്.

$a = \frac{s}{n}$ എന്ന വാക്യം:

കുട്ടികൾ ധാരാളം കണക്കുകൾ ചെയ്ത് ശരാശരി കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. അവർ അതിലവലംബിച്ച മാർഗ്ഗം സാമാന്യവത്കരിച്ച് അതിൽ നിന്നും ഒരു വാക്യം അവർ തന്നെ രൂപീകരിക്കണമെന്നാണുദ്ദേശിച്ചിരിക്കു ന്നതു്. ഈ വാക്യം പഠിപ്പിക്കാതെതന്നെ കുട്ടികൾ ആവറേജു കണ്ടുപിടിക്കയില്ലേ എന്നു സംശയം ജനി ച്ചേക്കാം. എന്നാൽ ഈ വാക്യം രൂപീകരിക്കണമെന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു് മറ്റൊരുദ്ദേശത്തോടുകൂടിയാണ്. ഏഴാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ ആൾജിബ്രായിലെ പ്രാഥമിക തത്വങ്ങൾ പഠിപ്പിക്കുന്നുണ്ട്. Generalised arithmetic എന്ന രൂപത്തിൽ ആൾജിബ്രാ പഠിപ്പിക്കണമെന്നാണ് പ്രതീക്ഷ. അതിനുള്ള ആദ്യപടിയായി അഞ്ചാം സ്റ്റാൻ ഡേർഡു മുതല്ക്കേ കഴിവുള്ളിടത്തോളം അക്ഷരങ്ങളുപയോ ഗിച്ച് വാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കാൻ നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ട്.

ഇതിനകം കണക്കുകൾ ചെയ്തതിൽനിന്നു് കുട്ടികൾ താഴെ പറയുന്ന കാര്യങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കിക്കാണും.

1. ഏതാനും സാധനങ്ങളുടെ ശരാശരി വില കാണേണ്ടിവരുമ്പോൾ സാധനങ്ങളുടെ ആകെ വിലയെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നതു്.

2. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ കുട്ടികളുടെ ശരാശരി മാക്കു കാണാൻ ആകെ മാക്കിനെ കുട്ടികളുടെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നതു്.

3. ഏതാനും കുട്ടികളുടെ ശരാശരി വയസ്സു കാണേ ണ്ടിവരുമ്പോൾ കുട്ടികളുടെ ആകെ വയസ്സിനെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നതു്.

അപ്പോൾ അളവുകളുടെ ഇനത്തിനു വ്യത്യാസം വരുമെങ്കിലും ക്രിയയിൽ ഒരു പൊതുമാർഗ്ഗമാണ് സ്വീക

രിച്ചിരിക്കുന്നതു് എന്ന വസ്തുത ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാം. അപ്രകാരമുള്ള വിശദീകരണത്തെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു തന്നെ ആവറേജു കാണുന്നതിനുള്ള ഒരു പൊതുതത്വം രൂപീകരിപ്പിക്കാം. അളവു് എന്തുതന്നെയായാലും ആവറേജു കാണാൻ ആകെ തുകയെ എണ്ണം കൊണ്ടു ഹരിക്കുകയാണെന്ന പൊതുതത്വം കുട്ടികൾ വേഗം പറയും. ഓർമ്മിക്കാൻ എളുപ്പത്തിനായി ഇതിൽ ഓരോ വാക്കിൻെറയും സ്ഥാനത്തു് അതാതു് ഇംഗ്ലീഷു വാക്കിൻെറ ആദ്യക്ഷരം എഴുതുക. അപ്പോൾ തുക അല്ലെങ്കിൽ sum നെ കുറിക്കാൻ s എന്ന അക്ഷരം, എണ്ണത്തെ കുറിക്കുന്നതിനു് number ൻെറ ആദ്യക്ഷരമായ n, ശരാശരി അഥവാ ആവറേജു് എന്നതിനു് a എന്ന അക്ഷരം ഇത്രയും ഉപയോഗിച്ചാൽ ശരാശരി $= \frac{\text{ആകെത്തുക}}{\text{ആകെ എണ്ണം}}$

എന്നെഴുതുന്നതിനു പകരം $a = \frac{s}{n}$ എന്നേഴുതാം. ഇതിൽ s നും n നും വിലകൾ മാററി മാററിക്കൊടുത്തു് a കണ്ടു പിടിക്കാനുള്ള പരിശീലനം ധാരാളമായി കൊടുക്കേണ്ടതാണു്.

ആകെത്തുക കാണുന്ന സമ്പ്രദായം:

മേൽപറഞ്ഞ ബന്ധം ശരിക്കു മനസ്സിലായിക്കഴിഞ്ഞാൽ അളവുകളുടെ ആകെത്തുക കാണുന്നതിനു് അളവുകളുടെ എണ്ണത്തെ ആവറേജുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതിയെന്ന കാര്യം കുട്ടികൾ തന്നെ പറയും. കുറെ പ്രശ്നങ്ങൾ കൊടുക്കുകയും അതിൽ അവലംബിക്കുന്ന പൊതുവായ ക്രിയാപദ്ധതിയെ ആസ്പദമാക്കി മുമ്പേ ചെയ്തതുപോലെ $an = s$ എന്ന വാക്യം കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു രൂപീകരിക്കുകയും ചെയ്യുക.

20·3, 20·7, 20·5, ... തുടങ്ങിയവയുടെ ആവറേജു

എളുപ്പത്തിൽ കാണുന്ന സമ്പ്രദായം:

കുട്ടികൾ അവക്കറിയാവുന്ന രീതിയിൽ ഇമ്മാതിരിയുള്ള ഏതാനും പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യട്ടെ. എല്ലാ സംഖ്യ

കളിലും പൊതുവായുള്ള സംഖ്യ ആവറേജിലും വരുന്നതു ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. അതിനെ ആസ്പദമാക്കി, പൊതുവായുള്ള സംഖ്യമാററി, ബാക്കി ഭാഗത്തിൻെറ ആവറേജുമാത്രം കണ്ടു് പൊതുവായ സംഖ്യയോടുകൂടി കൂട്ടിയാൽ മതി എന്ന കാര്യം കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. അതു കൊണ്ടു് ക്രിയ ചെയ്യാനുള്ള എളുപ്പം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക.

20·3, 20·7, 20·5 എന്നീ മൂന്നു സംഖ്യകളുടെ ആവറേജാണു കാണേണ്ടതെന്നിരിക്കട്ടെ. ഈ സംഖ്യകളിൽ പൊതുവായ 20 മാററി, ബാക്കിയുള്ളവയുടെ മാത്രം

ആവറേജ് $\frac{\cdot 3+\cdot 7+\cdot 5}{3} = \frac{1\cdot 5}{3} = \cdot 5$

∴ മേൽക്കാണിച്ച മൂന്നു
സംഖ്യകളുടെ ആവറേജ് $= 20+\cdot 5 = 20\cdot 5$.

ഇനം 12

പെർസെൻറജ്

(15 periods)

പെർസെൻറജ് അഥവാ ശതമാനം എന്നു കേൾക്കുമ്പോൾ പൊതുവേ കുട്ടികളിൽ ഒരമ്പരപ്പുണ്ടാകാറുണ്ടു്. എന്നാൽ ദശാംശഭിന്നംപോലെ ഇതും ഭിന്നസംഖ്യയുടേ വേറൊരു രൂപം മാത്രമാണെന്നു് കുട്ടികൾ ആരംഭത്തിലേ മനസ്സിലാക്കിയാൽ ഈ വിഷമം വരികയില്ല. ശതമാനം ഒരു ഭിന്നം തന്നെയാണല്ലോ—100 ഛേദമായി വരുന്ന ഭിന്നം. ഈ ആശയം മനസ്സിൽ വച്ചുകൊണ്ടു് ഭിന്നിതങ്ങളുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തി ശതമാനമവതരിപ്പിച്ചാൽ എളുപ്പമായിരിക്കും.

രണ്ടോ അതിലധികമോ അളവുകളെ താരതമ്യം ചെയ്യേണ്ട സന്ദർഭങ്ങളിലാണു് ശതമാനം അധികം നാം ഉപയോഗിക്കാറുള്ളതു്. രണ്ടു സ്കൂളുകളിലെ വിജയത്തിൻെറ തോതു്, മുതലിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയുള്ള

ലാഭം, ഒരാളിൻെറ ജീവിതത്തോതു് എന്നിങ്ങനെ ചില കാര്യങ്ങൾ താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ സൗകര്യപ്രദമായ ഒരുപാധിയാണു് ശതമാനം.

ശതമാനമുപയോഗിച്ചുള്ള കണക്കു കൂട്ടലും മററും പഠിപ്പിക്കുന്നതിനു മുമ്പു പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ ശതമാനം ഉപയോഗിക്കുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കുക. സ്കൂളുകളിലെ വിജയ നിരക്കു്, കുട്ടികളുടെ ഹാജർ, ബാങ്കുകളിലെ പലിശ നിരക്കു്, കച്ചവടക്കാർ അനുവദിക്കുന്ന ഡിസ്കൗണ്ടു്, കമ്മിഷൻ എന്നിവ, പഞ്ചവത്സര പദ്ധതികളിൽ ഓരോ ഇനത്തിലും കൊള്ളിച്ചിട്ടുള്ള ധനവിഹിതം എന്നിങ്ങനെ ശതമാനമുൾക്കൊള്ളുന്ന പ്രസിദ്ധീകരണങ്ങളോ വാർത്താശകലങ്ങളോ കുട്ടികൾ എന്നും കാണാറുണ്ടല്ലോ. ഇവ കുട്ടികൾതന്നെ ശേഖരിച്ചുകൊണ്ടു വരികയോ അദ്ധ്യാപകൻ കൊണ്ടുവന്നു കുട്ടികളെ കാണിക്കുകയോ ചെയ്യണം. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെയുള്ള ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നല്ല ഭംഗിയായെഴുതി ബുള്ളററിൻ ബോർഡിൽ തൂക്കുന്നതും നന്നായിരിക്കും.

(i) രണ്ടുസ്കൂളിലെ വിജയശതമാനം

(ii) ഒരു കുട്ടി ഒരു ദിവസം ചെയ്ത കണക്കുകളിൽ തെററിയവയുടെയും ശരിയായവയുടെയും ശതമാനം.

(iii) സോഷ്യൽ സ്റ്റഡീസിൽ കുട്ടികൾ പഠിച്ചിട്ടുള്ള ചില രാജ്യങ്ങളിലെ ഉൽപന്നങ്ങളുടെ ശതമാനം.

(iv) ഒരു രാജ്യത്തെ വരുമാനത്തിൽ ഓരോ ഇനത്തിനും നീക്കിവച്ചിട്ടുള്ള തുകകളുടെ ശതമാനം.

(v) രണ്ടു മൂന്നു പ്രസിദ്ധ ബാങ്കുകളിലെ പലിശ നിരക്കു്.

(vi) ഏതെങ്കിലും തുണിക്കടയിലെ 'ക്ലിയറൻസ് സെയിൽ' പ്രമാണിച്ചു് അനുവദിക്കുന്ന ഡിസ്കൗണ്ടു നിരക്കു്.

ഇത്തരം ഉദാഹരണങ്ങളിൽക്കൂടി കുട്ടികൾ ശതമാനത്തിൻെറ പ്രാധാന്യത്തെയും ഉപയോഗത്തേയും കുറിച്ചു

മനസ്സിലാക്കുകയും അതിനെപ്പററി കൂടുതൽ അറിവു നേടുന്നതിനു് ജിജ്ഞാസുക്കളാകയും ചെയ്യും.

താഴെപറയുന്ന രീതിയിലൊരു പ്രശ്നമവതരിപ്പിക്കുക. 'ഒരു വ്യാപാരിക്കു് ഒരു കച്ചവടത്തിൽ 25 രൂ. ലാഭം കിട്ടി. മററൊരു കച്ചവടത്തിൽ 15 രൂ. ലാഭം കിട്ടി. ഏതു കച്ചവടമാണു് ലാഭകരം എന്നു എങ്ങനെ കാണും.' ഇതിൽ ആദ്യത്തെ കച്ചവടമാണു് ലാഭകരം എന്നു മിക്കകുട്ടികളും പറയും. അതു് ശരിയാകണമെന്നില്ല, എന്തെന്നാൽ ഏതു മുടക്കുമുതലിന്മേലാണു് ഈ ലാഭം കിട്ടിയതു് എന്നറിഞ്ഞാൽ മാത്രമേ ഏതു ലാഭമാണു് കൂടുതൽ എന്നു പറയാനൊക്കുകയുള്ളു എന്നു വ്യക്തമാക്കുക. 350 രൂ. മുടക്കിയപ്പോഴാണു് 25 രൂ. ലാഭം കിട്ടിയതു്, രണ്ടാമത്തെ പ്രാവശ്യം 150 രൂ. മുടക്കിയപ്പോഴാണു് 15 രൂ. ലാഭം കിട്ടിയതു് എന്നു പറഞ്ഞുകൊടുക്കുക. അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ കച്ചവടത്തിൽ മുടക്കുമുതലിൻെറ $\frac{25}{350}$ ഭാഗവും രണ്ടാമത്തെതിൽ $\frac{15}{150}$ ഭാഗവുമാണു് ലാഭം കിട്ടിയതു്. ഇതിൽ ഏതാണു വലുതു് എന്നു കണ്ടു പിടിക്കാൻ $\frac{25}{350}$, $\frac{15}{150}$ എന്നീ രണ്ടു ഭിന്ന സംഖ്യകളിൽ ഏതാണു വലുതെന്നു കാണുകയാണല്ലോ വേണ്ടതു്.

ഇങ്ങനെയുള്ള ഭിന്നിതങ്ങളെ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ കുട്ടികൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ആവർത്തനാഭ്യാസം എന്ന നിലയിൽ $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ എന്നീ ഭിന്ന സംഖ്യകളിൽ ഏററവും വലുതേതു് എന്നിങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന്നുള്ള കുറെ കണക്കുകൾ ചെയ്യിക്കുക. 'ഒരു കുട്ടിക്കു് കിട്ടിയ മാർക്കുകളാണു് താഴെ കുറിക്കുന്നതു്:

കണക്കു്	$\frac{13}{20}$
സാമൂഹ്യപാഠം	$\frac{16}{25}$

ഭാഷ	$\frac{7}{10}$
സയൻസ്	$\frac{33}{50}$

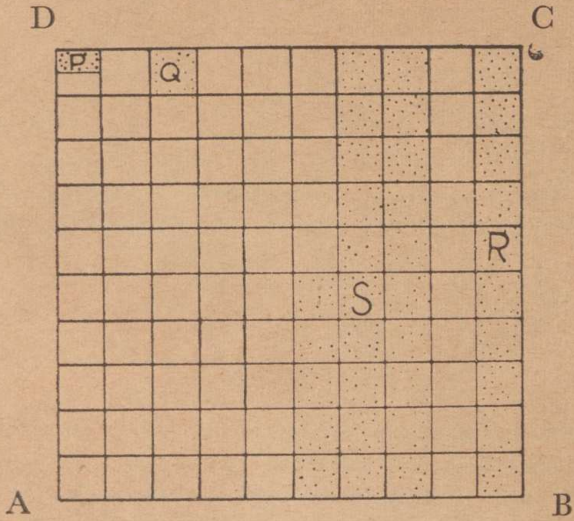
ഇതിൽ ഏതു വിഷയത്തിലാണവനു് ഏററവും കൂടുതൽ മാൎക്കുകിട്ടിയതു്' എന്ന രീതിയിലുള്ള ഒരു പ്രശ്നം അടുത്തതായി ചെയ്യിക്കുക. ഇവിടെയും സമച്ഛേദീകരിച്ചു് മാൎക്കുകൾ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ കുട്ടികൾക്കെളുപ്പമാണു്. ഇതേ രീതിയിൽത്തന്നെ ലാഭം താരതമ്യം ചെയ്യാനുള്ള മേൽപ്പറഞ്ഞ ചോദ്യവും കുട്ടികൾ ചെയ്യട്ടെ. ഛേദങ്ങൾക്കു വൈവിധ്യമുള്ള അനേകം ഭിന്നങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനു് L.C.M. കണ്ടിട്ടു് സമച്ഛേദീകരണം പ്രയോഗിച്ചാലുള്ള പ്രയാസം ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. ഒരു ഡിസ്ത്രിക്ടിലെ അഞ്ചു സ്കൂളുകളിലെ പരീക്ഷാവിജയം താഴെ പറയുന്ന നിരക്കിലാണു്: $\frac{27}{81}$, $\frac{38}{93}$, $\frac{16}{43}$, $\frac{59}{137}$, $\frac{81}{140}$. ഇതിൽ ഏതു സ്കൂളിലെ പരീക്ഷാഫലമാണു് മെച്ചം? എന്ന ഒരു പ്രശ്നം നൽകിയാൽ ഈ ഛേദങ്ങളുടെ L.C.M. ഛേദമാകത്തക്കവിധം ഈ ഓരോ ഭിന്നത്തേയും മാററാൻ ചെയ്യേണ്ടിവരുന്ന ക്രിയയുടെ വൈഷമ്യം കുട്ടികൾക്കു മനസ്സിലാകും. ഇതിനുള്ള ഒരെളുപ്പവഴിയായി ഒരു പൊതു ഛേദത്തിന്റെ ആവശ്യകത അവതരിപ്പിക്കുക. മാൎക്കുകൾ 100-ൽ ഇടുന്നതു ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു്, അതിന്റെ സൗകൎയ്യവും കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽ കൊണ്ടു വരിക. ഇങ്ങനെ ഭിന്നസംഖ്യകൾ താരതമ്യം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള പൊതു ഛേദമായി 100 അവതരിപ്പിക്കുക:

$\frac{70}{100}$, $\frac{65}{100}$, $\frac{18}{100}$ എന്നിവ 100-നു് 70, 100-നു് 65, 100-നു് 18 എന്നിങ്ങനെ വരുന്നു എന്നും 100 നു് എന്നു പറയുന്നതിനു പകരം ശതമാനം (പെർസെൻറ്) എന്ന വാക്കുപയോഗിച്ചു് 70 ശതമാനം, 65 ശതമാനം, 18 ശതമാനം എന്നിങ്ങനെ പറയുന്നതാണു് കൂടുതൽ സൗകൎയ്യമെന്നും കുട്ടികൾക്കു വിശദീകരിച്ചു കൊടുക്കുക. അതെഴ

താനുള്ള ലഘുരീതിയായി 70 %, 65 %, 18 % എന്നു രേഖപ്പെടുത്തുന്നതും വ്യക്തമാക്കുക. സെൻറ് എന്നാൽ 100 എന്നാണെന്നും പെർ സെൻറു് എന്നാൽ 100 ന്നു എന്നാണെന്നും വിശദീകരിക്കുക. Century, Centenary എന്നീവാക്കുകളിലും 100 എന്നത്ഥംവരുന്ന cent ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നതും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക.

ശതമാനം ഉപയോഗിക്കേണ്ടിവരുന്ന ചില സന്ദർഭങ്ങരം ശതമാനം അവതരിപ്പിക്കുമ്പോരം ബുള്ളററിൻ ബോർഡിൽ എഴുതിയിട്ടുണ്ടായിരുന്നല്ലോ. ആ ഉദാഹരണങ്ങളോരോന്നും ഇനി കുട്ടികരം വിശദീകരിക്കട്ടെ. ഒരു സ്കൂളിൽ 48 % വിജയം, മറെറാരു സ്കൂളിൽ 61 % എന്നു വച്ചാൽ 100-ന്നു് 48 എന്ന നിരക്കിൽ ആദ്യത്തെ സ്കൂളിലും, 100-ന്നു് 61 എന്ന നിരക്കിൽ രണ്ടാമത്തെ സ്കൂളിലും കുട്ടികരം ജയിച്ചു എന്നാണത്ഥം എന്നിങ്ങനെ. ഇപ്രകാരമുള്ള വിശദീകരണം പെർസെൻേറജിൻെറ പ്രായോഗികവശത്തെപ്പററിയുള്ള ബോധം കൂടുതൽ കൈവരുന്നതിനു സഹായിക്കുന്നതു കൂടാതെ, പെർസെൻേറജ് ഉപയോഗിച്ചുള്ള ക്രിയകരം അത്ഥബോധത്തോടു കൂടി ചെയ്യുന്നതിനു സഹായിക്കുകയും ചെയ്യും.

ഗ്രാഫ് പേപ്പറിലോ, 10 × 10 ഖണ്ഡങ്ങളായി വിഭജിച്ചിട്ടുള്ള ഒരു ബോർഡിലോ 38 %, 10 %, 1 %, ½ % എന്നിങ്ങനെ ചില ശതമാനങ്ങരം ചിത്രീകരണം ചെയ്യിക്കുക. സാധാരണയായി ½ %, ¾ %, 120 %, 150 % മുതലായവ കുട്ടികരംക്കു് മനസ്സിലാക്കാൻ വിഷമമാണു്. ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ മേൽപ്പറഞ്ഞ ശതമാനങ്ങരം ചായമിട്ടു് കുട്ടികരം ചിത്രീകരിക്കട്ടെ.



ചിത്രം 19-A

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ABCD എന്ന സ്ക്വയറിൽ 100 ഖണ്ഡങ്ങളുണ്ട്. അതിൽ P എന്നടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന ഖണ്ഡം നോക്കുക. അതു് $\frac{1}{2}$ ഖണ്ഡമാണ്. അതുകൊണ്ടു്—

$$P = ABCD \text{ യുടെ } \frac{\frac{1}{2}}{100} = \cdot 005 = \frac{1}{2}\%$$

അതുപോലെ $Q = 1$ ഖണ്ഡം $= ABCD$ യുടെ $\frac{1}{100} = \cdot 01 = 1\%$

$R = 10$ ഖണ്ഡങ്ങൾ $=$,, $\frac{10}{100} = \cdot 10 = 10\%$

$S = 25$ ഖണ്ഡങ്ങൾ $=$,, $\frac{25}{100} = \cdot 25 = 25\%$

ഇതുപോലെതന്നെ മററു ഭിന്നങ്ങളും പഠിപ്പിക്കാം.

ഏതു ഭിന്നിതത്തേയും ഒരു ക്ലിപ്ത ഛേദമുള്ള ഭിന്നമാക്കി മാററാൻ കുട്ടികൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ആ അറിവു് ഇവിടെ പ്രയോജനപ്പെടുത്താം. ഏതു ഭിന്നത്തേയും 100 ഛേദമായ ഭിന്നമാക്കി മാററിയാൽ അതു ശതമാനമാകും.

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 100}{2\times 100}=\frac{50}{100}$$

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times 100}{4\times 100}=\frac{25}{100},\cdots$$

എന്നിങ്ങനെ കുട്ടികളെക്കൊണ്ടുതന്നെ ചെയ്യിക്കുക. അതു കഴിഞ്ഞാൽ കിട്ടിയ ഫലത്തെ താഴെത്താഴെ എഴുതുക.

$$\frac{1}{2}=\frac{50}{100}=50\,\%.$$

$$\frac{1}{4}=\frac{25}{100}=25\,\%.$$

$$\frac{1}{10}=\frac{10}{100}=10\,\%.$$

....

....

മേൽക്കാണിച്ച ഉദാഹരണങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചു നോക്കി മനസ്സിലാക്കിയശേഷം, ഓരോ ഭിന്നസംഖ്യയേയും ശതമാനമാക്കി മാററിയപ്പോൾ കിട്ടിയ ഉത്തരം പരിശോധിക്കട്ടെ. ഭിന്നസ്യഖ്യയെ 100 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയാണു് ഉത്തരം കിട്ടുന്നതെന്നവർ കണ്ടുപിടിക്കും. $\frac{1}{2}=\cdot 50$, $\frac{1}{4}=\cdot 25$,.... എന്നിങ്ങനെ ഭിന്നസംഖ്യകളെ ദശാംശമായി മാററാൻ കുട്ടികൾക്കറിയാമല്ലോ. ദശാംശത്തെ ശതമാനമാക്കി മാററാനും സാധാരണ ഭിന്നസംഖ്യയെ ശതമാനമാക്കി മാററാനുള്ള രീതി തന്നെയാണു് എന്നു കുട്ടികൾ തന്നത്താനെ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ വഴി മേൽപറഞ്ഞ ശതമാനങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള പരസ്പര ബന്ധം വ്യക്തമാക്കുന്നതും നന്നായിരിക്കും.

100 %							
50 %				50 %			
25 %		25 %		25 %		25 %	
$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %	$12\frac{1}{2}$ %

സാധാരണ ഭിന്നം, ദശാംശഭിന്നം, ശതമാനം എന്നിവ അങ്ങോട്ടുമിങ്ങോട്ടും മാററുന്നതിനുള്ള അനേകം പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുക. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെയുള്ള നമ്പർ ലൈൻ വരച്ച് ഇവ തമ്മിലുള്ള പരസ്പരബന്ധം ചിത്രീകരിക്കാവുന്നതാണ്.

ശതമാനം

0 10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100%

ദശാംശഭിന്നം

0 ·1 ·2 ·3 ·4 ·5 ·6 ·7 ·8 ·9 1·0

സാധാരണ ഭിന്നം

0 $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{8}{5}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{5}{5}$.

സാധാരണ ഭിന്നം, ദശാംശഭിന്നം എന്നിവ നാം വെറും സംഖ്യകളായി ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ, ശതമാനം ഒരു നിരക്കിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിനാണു ഉപയോഗിക്കുന്നത്. 75 % $= \frac{3}{4} =$ ·75 എന്നാണെങ്കിലും നാം ഒരു ക്ലാസ്സിലെ വിജയനിരക്കു പറയുമ്പോൾ 75 % എന്ന രീതിയിലേ പറയാറുള്ളു. അവിടെ ഭിന്നസംഖ്യയോ, ദശാംശമോ ഉപയോഗിച്ചാൽ ശതമാനം ഉപയോഗിച്ച് വിവക്ഷിക്കുന്നതുപോലെയുള്ള അർത്ഥവ്യാപ്തി കിട്ടുകയില്ല. ശതമാനം ഒരു നിരക്കിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽ പെടുത്തേണ്ടതാണ്.

a യുടെ x % എത്ര ? a യുടെ എത്ര ശതമാനമാണ് b, ഒരു സംഖ്യയുടെ x % a ആയാൽ സംഖ്യയേത് ? എന്നിങ്ങനെയുള്ള മൂന്നുതരം പ്രശ്നങ്ങളും അവതരിപ്പിക്കാനുള്ള വഴി പാഠപുസ്തകത്തിൽ സമർത്ഥമായി ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. അതുകൂടാതെ വേറൊരെളുപ്പവഴി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു നോക്കുക.

ഫോർമുലാ ഉപയോഗിച്ച് ശതമാനത്തിലെ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യുന്ന രീതി

3 പുസ്തകത്തിനു 8 രൂ., 10 പേനയ്ക്കു 25 രൂ. എന്നിങ്ങനെയുള്ളവ നിരക്കു വിലകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നു കുട്ടികൾക്കറിയാം. അതുപോലെ 3-നു 8, 10-നു 25, 35-നു 80, 100-നു 5, 100-നു 20, 100-നു 112 എന്നീ തരത്തിൽ പറഞ്ഞാലും അവയും നിരക്കുകളാണെന്നു കുട്ടികൾ പറയും. ശതമാനം നിരക്കിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നും കുട്ടികൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. 5 % എന്നാൽ 100-നു 5, 42 % എന്നാൽ 100-നു 42 എന്നാണല്ലൊ. അതിനാൽ 5 %, 42 %, 112 %, 118 % എന്നിവയൊക്കെ നിരക്കുകൾ അഥവാ rates ആണെന്നു വിശദീകരിക്കുക.

60-ൻെറ 20 % എത്ര എന്നു കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. 20 % എന്നാൽ 100-നു 20 എന്ന നിരക്കിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നു കുട്ടികൾ പറയും. അപ്പോൾ 100-നു 20 എന്ന നിരക്കിൽ 60-നു എത്ര എന്നു കാണണം. അതായതു് 60-ൻെറ $\frac{20}{100}$ കാണണം എന്നു് വിദ്യാൎത്ഥികൾ കണ്ടുപിടിക്കും.

$$\therefore \text{60-ൻെറ } 20\,\% = 60 \times \frac{20}{100} = 12.$$

ഇവിടെ 20 % എന്നതു് നിരക്കാണല്ലൊ. 60-ൻെറ 20 % എത്ര എന്നാണു നാം കണ്ടതു്. അതായതു് 60-നെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണു് നാം ക്രിയ ചെയ്തതു്. 60 എന്ന മുഴുവൻ തുകയുടെ $\frac{20}{100}$ ഭാഗം എത്ര എന്നാണു കണ്ടതു്. അതിനാൽ ഇവിടെ 60-നെ അടിസ്ഥാന സംഖ്യ (base) അഥവാ മുഴുവൻ സംഖ്യ എന്നു പറയാം എന്നു വിശദീകരിക്കുക. 60-ൻെറ 20 % അഥവാ $\frac{20}{100}$ ഭാഗം 12 എന്നു കിട്ടി. ഇവിടെ കിട്ടിയ ഉത്തരത്തിനു 'ഭാഗം' (part) എന്നാണു് പറയുക. ഏതു തുകയുടെ ഒരു ക്ലിപ്ത ശതമാനമാണോ കാണേണ്ടതു് ആ തുക base. ശതമാനമായി തന്നിട്ടുള്ള നിരക്കു് rate. ആ തുകയുടെ ആ

ക്ലിപ്ത ശതമാനമെത്ര എന്നു കണ്ടപ്പോൾ കിട്ടിയ തുക part. Part എന്നതിനു പകരം per centage എന്നും പറയാറുണ്ട്. 45 ൻെറ 15 % എത്ര ? എന്ന പ്രശ്നം ചെയ്യിക്കുക.

45 ൻെറ 15 % $= 45 \times \frac{15}{100} = 6\frac{3}{4}$.

ഇവിടെ നിരക്കേതു് ? അടിസ്ഥാന സംഖ്യയേതു് ? ഭാഗമേതു് ? എന്നിങ്ങനെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്കു് കുട്ടികൾ ഉത്തരം പറയട്ടെ.

80 ൻെറ 12 % എത്ര ? 500 ൻെറ 115 % എത്ര ? 35 ൻെറ 10 % എത്ര ? 320 ൻെറ 40 % എത്ര ? എന്നിങ്ങനെ ചില പ്രശ്നങ്ങൾകൂടി ചെയ്യിക്കുക. ഓരോ പ്രശ്നത്തിലെ ഉത്തരവും താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ ബോർഡിലെഴുതുക.

1. 60 ൻെറ 20% $= 60 \times \frac{20}{100} = 12$
2. 45 ൻെറ 15% $= 45 \times \frac{15}{100} = 6\frac{3}{4}$
3. 80 ൻെറ 12% $= 80 \times \frac{120}{100} = 96$
4. 500 ൻെറ 115% $= 500 \times \frac{115}{100} = 575$
5. 35 ൻെറ 10% $= 35 \times \frac{10}{100} = 3{\cdot}5$
6. 320 ൻെറ 40% $= 320 \times \frac{40}{100} = 128$

ഇവ ഓരോന്നിലും അടിസ്ഥാന സംഖ്യ (base) ഏതു്, നിരക്കു് (rate) ഏതു്, ഭാഗം (part) ഏതു് എന്നു കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. ഭാഗം അടിസ്ഥാന സംഖ്യയേക്കാൾ കൂടിയും കുറഞ്ഞും വരാം എന്നുള്ളതു് കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽ പ്പെടുത്തുക. എപ്പോൾ കൂടിവരും, എപ്പോൾ കുറഞ്ഞിരിക്കും എന്നുള്ളതു് ഏതിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുമെന്നു് കുട്ടികൾ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ.

നിരക്കും അടിസ്ഥാന സംഖ്യയും അറിയാമെങ്കിൽ ഭാഗം എങ്ങനെയാണു കണ്ടുപിടിച്ചതെന്നു് മേൽക്കാണിച്ച ഉദാഹരണങ്ങൾ പരിശോധിച്ചശേഷം കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. ഭാഗം = അടിസ്ഥാനസംഖ്യ × നിരക്കു് അഥവാ part = base × rate എന്നു് അവർ കണ്ടു

പിടിക്കും. ഇതു് വാക്യരൂപത്തിൽ ഓരോ വാക്കിലെയും ആദ്യക്ഷരമുപയോഗിച്ച്

$p=br$ എന്നെഴുതാമെന്നും അവരെക്കൊണ്ടു പറയിക്കുക. ഇപ്രകാരം കുട്ടികൾ തന്നത്താനെ ഈ ഫോർമുലാ രൂപീകരിക്കുന്നതാണു് ഉത്തമം. ഇനി ഈ ഫോർമുലാ ഉപയോഗിച്ച് ശതമാനത്തിലെ ഏതുപ്രശ്നം വേണമെങ്കിലും എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാം.

എന്നാൽ ഏതുപ്രശ്നം കിട്ടിയാലും അതിൽ p ഏതു b ഏതു്, r ഏതു്, ഇതിൽ ഏതിന്റെയെല്ലാം വില യാണു തന്നിട്ടുള്ളതു്, ഏതിന്റെ വിലയാണു കാണേണ്ടതു് എന്നു് കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കാൻ പ്രാപ്തരായാൽ മാത്രമേ ഈ രീതി ഉപയോഗിക്കുന്നതു് ഫലപ്രദമാകുകയുള്ളു.

420 ന്റെ 10 % എത്ര ?, 16, 40 ന്റെ എത്ര %?, ഏതു സംഖ്യയുടെ 20 % ആണു് 16? എന്നിങ്ങനെ വിവിധ രീതിയിലുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ കൊടുക്കുക. ഇവയിലോരോന്നിലും p, b, r എന്നിവ ഏതേതാണെന്നു കുട്ടികൾ പറയട്ടെ. ഈ ഘട്ടത്തിൽ ക്രിയ ചെയ്യിക്കേണ്ട.

ഏതു പ്രശ്നം കിട്ടിയാലും അതപഗ്രഥിച്ച് p, b, r എന്നിവയുടെ വില വേർതിരിച്ചറിയാറായാൽ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിലുള്ള പ്രശ്നങ്ങൾ ക്രിയചെയ്തു് ഉത്തരം കാണട്ടെ.

1. 60 ന്റെ 15 % = ...

$$b = 60$$
$$r = 15\ \%$$
$$p = ?$$
$$p = br = 60 \times \tfrac{15}{100} = 9$$

2. x ന്റെ y % = ...

$$b = x$$
$$r = y/100$$
$$p = x \times \frac{y}{100} = \frac{xy}{100}$$

3. $30 = 45$ ൻെറ ......%

$$\begin{aligned} b &= 45 \\ p &= 30 \\ r &= \ ? \\ p &= b\ r \\ 30 &= 45 \times r \\ \therefore r &= \frac{30}{45} = \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{3} \times 100\% = \underline{\underline{66\frac{2}{3}\%}} \end{aligned}$$

4. ....ൻെറ 15 % $= 75$

$$\begin{aligned} b &= \ ? \\ p &= 75 \\ r &= 15\% \\ p &= b\ r \\ 75 &= b \times \frac{15}{100} \\ b &= 75 \times \frac{100}{15} = \underline{\underline{500}} \end{aligned}$$

അടുത്തതായി "(i) ഒരു കാറിൻെറ വില 16,000 രൂ. അതു വിററപ്പോരം 15% ലാഭം കിട്ടി. ലാഭമെത്ര ?" എന്ന പ്രശ്നമവതരിപ്പിക്കുക.

ലാഭം കാണാൻ 16,000 രൂപയുടെ 15% എത്ര എന്നാണു കാണേണ്ടതു്. അതായതു് തന്നിട്ടുള്ള ഒരു തുകയുടെ 15% എത്ര എന്നു കാണണം. അപ്പോരം അടിസ്ഥാന സംഖ്യ (b) 16,000, നിരക്കു് (r) 15 % p ആണു കാണേണ്ടതു് എന്നിങ്ങനെ കുട്ടികരം പ്രശ്നം അപഗ്രഥിക്കട്ടെ. അതു കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നെ നിഷ്പ്രയാസം ക്രിയ ചെയ്തു് ഉത്തരം കാണാമല്ലോ.

ഇതുപോലെതന്നെ "(ii) 16,000 രൂ. വിലയുള്ള ഒരു കാർ വിററപ്പോരം 2,400 രൂ. ലാഭം കിട്ടിയാൽ ലാഭശതമാനമെന്തു് ?" "(iii) ഒരു കാർ വിററപ്പോരം 2,400 രൂ. ലാഭം കിട്ടി. ഇതു 15 % ആയാൽ വാങ്ങിയ വിലയെന്തു്" എന്നിങ്ങനെയുള്ള പ്രശ്നങ്ങളും ചെയ്യിക്കുക.

മൂന്നു പ്രശ്നങ്ങളും അപഗ്രഥിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ അവ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പോലെ കോളം വരച്ച് ചെയ്യിക്കുക.

പ്രശ്നം (i)	പ്രശ്നം (ii)	പ്രശ്നം (iii)
16,000 രൂപയുടെ 15 % = ? b = 16,000 r = 15 % p = ? p = b r $= 16{,}000 \times \frac{15}{100}$ = 2,400 ലാഭം = 2,400 രൂ.	16,000 രൂപയുടെ എത്ര % ആണ് 2,400 b = 16,000 p = 2,400 r = ? p = b r 2400 = 16,000 × r $r = \frac{2400}{16000} = \frac{3}{20}$ $= \frac{3}{20} \times 100\,\% = 15\,\%$ ലാഭം = 15 %	ഏതു തുകയുടെ 15% ആണ് 2400 b = ? p = 2,400 r = 15 % p = b r $2400 = b \times \frac{15}{100}$ $b = \frac{2400 \times 100}{15}$ = 16,000 രൂ. കാറിന്റെ വില = 16,000

ഈ രീതിയിൽ കുറെ പ്രശ്നങ്ങൾ വായിച്ച് വിശകലനം ചെയ്ത് പരിശീലിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ പിന്നെ ഈ വാക്യരീതിയിൽ, ശതമാനത്തിലെ ഏതു പ്രശ്നം വേണമെങ്കിലും കുട്ടികൾക്ക് എളുപ്പത്തിൽ ചെയ്യാൻ കഴിയും.

ഇനം 13

സാധാരണ പലിശ

(15 periods)

നമ്മുടെ ആവശ്യങ്ങൾക്കു പണം നമ്മുടെ പക്കലില്ലാതെ വരുമ്പോൾ കടം വാങ്ങുന്ന കാര്യം കുട്ടികളിൽ ബഹുഭൂരിപക്ഷം പേർക്കും അറിയാമായിരിക്കും. ചെറിയ തുകകൾ കൂട്ടുകാരിൽ നിന്നും നാം കടം വാങ്ങാറുണ്ട്. അതുപോലെ നാം മററുള്ളവർക്കു കടം കൊടുക്കാറുമുണ്ട്. എന്നാൽ ചിലർ കൊടുക്കുന്ന തുകയിൽ കൂടുതൽ തിരിച്ചു വാങ്ങാറുണ്ടെന്നു് ചില കുട്ടികൾക്കേ അറിവുണ്ടായിരിക്കൂ. ചില ആളുകൾ പണം കടം കൊടുക്കുമ്പോൾ സ്വർണ്ണാഭരണങ്ങളോ മററു സാധനങ്ങളോ പണയം വാങ്ങാറുണ്ടെന്നുള്ള കാര്യവും ചില വിദ്യാർത്ഥികൾക്കറിയാമായിരിക്കും. ഒരു സ്വർണ്ണമോതിരം പണയം വച്ചു് ഞാൻ ഒരാളിൻെറ പക്കൽനിന്നു് 25 രൂ വാങ്ങിയെന്നിരിക്കട്ടെ. 2 മാസം കഴിത്തു് ഞാൻ 25 രൂ. കൊടുത്താൽ മോതിരം തിരിച്ചുകിട്ടുമോ എന്നു കുട്ടികളോടു ചോദിക്കുക. 25 രൂപയുടെ കൂടെ ഒരു ചെറിയ തുകകൂടെ കൊടുക്കേണ്ടിവരുമെന്നു് ചില കുട്ടികൾ ഉത്തരം നൽകും. എന്തിനാണു് വാങ്ങിയ തുകയിൽക്കൂടുതൽ കൊടുക്കുന്നതു്? ഞാൻ അയാളുടെ പണം ഉപയോഗപ്പെടുത്തിയാണു് എൻെറ അത്യാവശ്യകാര്യം നിവർത്തിച്ചതു്. ആ തുക ഉടമസ്ഥൻെറ പക്കൽത്തന്നെ ഇരുന്നിരുന്നെങ്കിൽ അതുകൊണ്ടു് അയാൾ എന്തെങ്കിലും കാര്യം നിർവ്വഹിച്ചേനെ. അപ്പോൾ അയാൾക്കുണ്ടാകുമായിരുന്ന പ്രയോജനത്തെ നഷ്ടപ്പെടുത്തി ഞാൻ ആ പണം കുറേക്കാലം ഉപയോഗിച്ചതിനു് പ്രതിഫലമായിട്ടാണു് ഒരു ചെറിയ തുക കൂടുതൽ കൊടുക്കുന്നതു്. ഈ കൂടുതൽ കൊടുക്കുന്ന തുകയ്ക്കാണു് പലിശ എന്നു പറയുന്നതു്.

അടുത്തതായി വലിയ തുകകൾ പ്രോമിസറിനോട്ടിൻപ്രകാരം കൂട്ടുകാരിൽ നിന്നോ മറേറാ വാങ്ങിക്കുന്ന സമ്പ്രദായം അവതരിപ്പിക്കുക. വലിയതുകകൾ

കടം കൊടുക്കുമ്പോൾ അതിനൊരു രേഖയായി പ്രോമിസ റിനോട്ടെഴുതുക എന്നൊരു സമ്പ്രദായമുണ്ടെന്ന കുട്ടികൾക്കു മനസ്സിലാക്കിക്കൊടുക്കുക. പ്രോമിസറിനോട്ടിന്റെ ഒരു മാതൃക കുട്ടികളെക്കാണിച്ച് നോട്ട് ആരെഴുതണം, ആർക്കെഴുതണം, ആരൊപ്പിടണം, എങ്ങനെ ഒപ്പിടണം, അതിൽ എന്തെല്ലാം കാര്യങ്ങൾ പ്രധാനമായി പറയണം എന്നിങ്ങനെയുള്ള ചോദ്യങ്ങൾവഴി അതിനെപ്പററി സമഗ്രമായ ഒരറിവ് കൊടുക്കുക. സ്റ്റാമ്പിന്റെ പ്രാധാന്യവും വ്യക്തമാക്കണം. മൂന്നു വർഷത്തേയ്ക്കാണ് നോട്ടിന്റെ കാലാവധി എന്നും അതിനുമുമ്പ പണം കൊടുത്തുതീക്കുകയോ അല്ലെങ്കിൽ നോട്ട പുതുക്കി എഴുതുകയോ ചെയ്യാത്ത പക്ഷം നോട്ട വിലയില്ലാതായിത്തീരുന്നു എന്നും പറഞ്ഞു കൊടുക്കണം. ഈ കാലാവധിക്കിടയ്ക്ക് കടം വാങ്ങിയ ആൾ പലിശ കൊണ്ടു കൊടുത്ത് വരവു വയ്പിച്ചാൽ ആ തീയതി മുതൽ 3 വർഷം വീണ്ടും നോട്ടിനു കാലാവധി കിട്ടും. കണക്കു ചെയ്യുന്നതിന് ഈ വിവരങ്ങളൊന്നും ആവശ്യമില്ലെങ്കിലും പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ ഇത്തരം കാര്യങ്ങളുമായി ഇടപെടേണ്ടിവരുമെന്നുള്ളതിനാൽ ഈ മാതിരിയുള്ള സമഗ്രമായ അറിവു കുട്ടികൾക്കു വേണ്ടതാണ്. പ്രോമിസറിനോട്ടിൽ പലിശയെപ്പററി പറഞ്ഞിട്ടുള്ളതു് അടിസ്ഥാനമാക്കിയും പലിശ എന്നാൽ എന്താണെന്നു പറഞ്ഞു കൊടുക്കാം.

പ്രോമിസറിനോട്ടിന്മേൽ പണം കടം കൊടുക്കുന്ന സമ്പ്രദായം വ്യക്തമാക്കിക്കഴിഞ്ഞാൽ ബാങ്കിൽനിന്നു് പണം കടമെടുക്കുന്ന സമ്പ്രദായം പ്രയാസം കൂടാതെതന്നെ കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കും. സ്വർണ്ണം, പുരയിടം എന്നിങ്ങനെയുള്ള തക്കതായ ഈടിന്മേൽ ബാങ്കുകൾ പണം കടം കൊടുക്കുന്നു. കുറേ സ്വർണ്ണാഭരണങ്ങൾ പണയംവച്ചു് ഒരാൾ 500 രു. കടമെടുക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. 4 മാസം കഴിഞ്ഞു് അയാൾ തിരിച്ചു കൊടുക്കേണ്ട തുക 500 രു. മാത്രമല്ല അതിനു ഒരു ക്ലിപ്തനിരക്കിൽ പലിശകൂടികൊടുക്കേണ്ടതുണ്ടു്.

ഇത്രയും വിശദീകരണം വഴി പലിശ അവതരിപ്പിച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ പല ബാങ്കുകളിൽനിന്നുള്ള പരസ്യ

ങ്ങളും മററും ന്യൂസ് പേപ്പറിൽനിന്നു വെട്ടിയെടുത്തു കുട്ടികളെ കാണിക്കുകയും അവരെക്കൊണ്ടുതന്നെ ഇത്തരം പ്രസിദ്ധീകരണങ്ങൾ ശേഖരിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുക. ഇപ്രകാരം പല ബാങ്കുകളിലും നിലവിലിരിക്കുന്ന വിവിധ പലിശ നിരക്കുകൾ, സേവിംഗ്സ് ബാങ്ക് അക്കൗണ്ട്, ഫിക്സഡ് ഡെപ്പോസിററ്, കറൻറ് അക്കൗണ്ട്, ഓവർ ഡ്രാഫ്ററ് എന്നിവയുമായി കുട്ടികളെ പരിചയപ്പെടുത്താം.

അടുത്തതായി പലിശ കണക്കാക്കുന്ന സമ്പ്രദായം അവതരിപ്പിക്കാം. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തേയ്ക്കു് 1 രൂ. പലിശ എന്ന നിരക്ക് ആദ്യം കൊടുക്കുക. ഇതു് 100 രൂപയ്ക്കു് 1 വർഷത്തേയ്ക്കു് എത്ര രൂപയായിരിക്കും എന്നു കണ്ടുപിടിക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. 12 രൂ. എന്ന ഉത്തരം കുട്ടികൾക്കു പറയാൻ വിഷമം കാണുകയില്ല. മനക്കണക്കായി ഉത്തരം പറയാവുന്ന ഇത്തരം കുറെ ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുക്കുക. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തേക്കു് 1 രൂ. ആയാൽ 300 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തേയ്ക്കു് 3 രൂ. ആകും. 300 രൂപയ്ക്കു് 5 മാസത്തേയ്ക്കു് 15 രൂപയാകും, എന്ന രീതിയിൽ വേണം ആദ്യം കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടതു്. ഈ രീതിയിൽ പലനിരക്കിലും കുറേ പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്തതിനുശേഷം ഇതേ നിരക്കുകളെത്തന്നെ ശതമാനരൂപത്തിൽ പറയുന്നതെങ്ങനെയെന്നു വ്യക്തമാക്കുക. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 കൊല്ലത്തേയ്ക്കു് 12 രൂ. പലിശ എന്നു പറയുന്നതും പലിശ നിരക്ക് 12 % എന്നു പറയുന്നതും ഒന്നുതന്നെയെന്ന കാര്യം വിശദീകരിക്കണം. പലിശ നിരക്ക് ശതമാനത്തിൽ പറയുമ്പോൾ അതു് 100 രൂപയ്ക്കു് 1 കൊല്ലത്തേയ്ക്കു് എത്ര രൂപയാണ് പലിശ എന്നു സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കണം. മററു രീതിയിൽ കൊടുക്കുന്ന നിരക്കുകളെ ശതമാനരൂപത്തിലാക്കാനുള്ള പരിശീലനവും കൊടുക്കേണ്ടതാണ്. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 കൊല്ലത്തേയ്ക്കു് എത്ര രൂപ എന്നു കണ്ടു ശതമാനരൂപത്തിലാക്കിപ്പറയട്ടെ.

താഴെപ്പറയുന്ന മാതിരി കുറെ പ്രശ്നങ്ങൾ നൽകി അവയുടെ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കാനാവശ്യപ്പെടുക.

1. 1 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തേയ്ക്കു് 2 പ. വീതം 50 രൂപയ്ക്കു് 7 മാസത്തെ പലിശയെന്തു്?
2. ഒരു രൂപയ്ക്കു് ഒരു ദിവസം 1 പ. വീതം 75 രൂപയ്ക്കു് 200 ദിവസത്തെ പലിശ കാണുക.
3. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസം 1 രൂ. വീതം 500 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസത്തെ പലിശ എന്തു്?
4. 100 രൂപയ്ക്കു് 1 മാസം 1 രൂ. വീതം 500 രൂപയ്ക്കു് 6 മാസത്തെ പലിശയെന്തു്?
5. 100 രൂപയ്ക്കു് പ്രതിവർഷം 6 രൂ. നിരക്കിൽ 200 രൂപയ്ക്കു് 1 വർഷത്തെ പലിശ കാണുക.
6. 100 രൂപയ്ക്കു് പ്രതിവർഷം 6 രൂ. നിരക്കിൽ 200 രൂപയ്ക്കു് 2 വർഷത്തെ പലിശയെന്തു്?

മേല്പറത്ത പ്രശ്നങ്ങൾക്കു് ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ചുകഴിഞ്ഞാൽ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ പട്ടികാരൂപത്തിലെഴുതുക:

ചോദ്യം നമ്പർ	മുതൽ	സമയം	നിരക്കു്	പലിശ
1.	50 രൂ.	7 മാസം	രൂപയ്ക്കു് ഒരു മാസം 2 പ.	$\frac{50\times7\times2}{100}$ രൂ.

അവസാനത്തെ കോളം ശ്രദ്ധിച്ചു പരിശോധിക്കാൻ കുട്ടികളോടാവശ്യപ്പെടുക. മുതൽ, കാലം, പലിശ നിരക്കു്, എന്നിങ്ങനെ മൂന്നു കാര്യങ്ങളെ ആശ്രയിച്ചാണു് ആകെ

പലിശയെന്ന കാര്യവും, അവ മൂന്നും ഗുണിച്ചാൽ കിട്ടുന്ന ഫലമാണ് ആകെ പലിശ എന്നും കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. ഇത്രയും വ്യക്തമായിക്കഴിഞ്ഞാൽ $I=Pnr$ എന്ന വാക്യം അവതരിപ്പിക്കാം. [$I=\frac{PNR}{100}$ എന്നു മുമ്പു പഠിപ്പിച്ചിരുന്നതു് ഇപ്പോൾ $I=Pnr$ എന്ന രൂപത്തിൽ വേണം പഠിപ്പിക്കാൻ എന്നു നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ടു്. $I=\frac{PNR}{100}$ എന്ന വാക്യത്തിൽ R=പലിശനിരക്കു് ശതമാനത്തിൽ എന്നാണു് നിർവചനം. എന്നാൽ $I=Pnr$ എന്നതിൽ r എന്നാൽ നിരക്കു് എന്നു മാത്രമേ അർത്ഥമുള്ളു. പലിശനിരക്കു് ഏതു രൂപത്തിൽ കൊടുത്താലും ഈ വാക്യമുപയോഗിച്ചു ചെയ്യാം. ശതമാനത്തെ 100 ഛേദമായി വരുന്ന ഭിന്നമായാണല്ലോ കുട്ടികളെ അഭ്യസിപ്പിച്ചിട്ടുള്ളതു്. അതുകൊണ്ടു് 6 % എന്നു കേട്ടാൽ $\frac{6}{100}$ എന്നായിരിക്കും കുട്ടികൾ ഉടനെ മനസ്സിലാക്കുന്നതു്. അപ്പോൾ 6% നിരക്കിൽ പലിശ കാണുന്നതിനു് അവർ $\frac{6}{100}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുകൊള്ളും. R ശതമാന രൂപത്തിൽ കൊടുത്താൽ 100 അതിൽത്തന്നെ അന്തർഭവിച്ചിട്ടുണ്ടു്. $I=\frac{PNR}{100}$ എന്ന വാക്യത്തിൽ നിരക്കു് ശതമാനത്തിലല്ല കൊടുത്തിട്ടുള്ളതെങ്കിൽ, അതു് ശതമാനമാക്കി വേണം വാക്യത്തിലുപയോഗിക്കാൻ. നേരേ മറിച്ചു് $I=Pnr$ എന്ന വാക്യത്തിലാണെങ്കിൽ അതിൻെറ ആവശ്യം വരുന്നില്ല. അതാണു് $I=Pnr$ എന്ന വാക്യംതന്നെ പഠിപ്പിക്കണം എന്നു പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. അതിനുള്ള വ്യക്തമായ നിർദ്ദേശങ്ങൾ പാഠപുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുണ്ടു്].

ഈ സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ അഭ്യസിപ്പിക്കേണ്ട ഓരോ ഇനവും പാഠപുസ്തകത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുള്ളതുപോലെ തന്നെ അഭ്യസിപ്പിക്കുക.

ഇനം 14

ചതുരശ്രമാനം

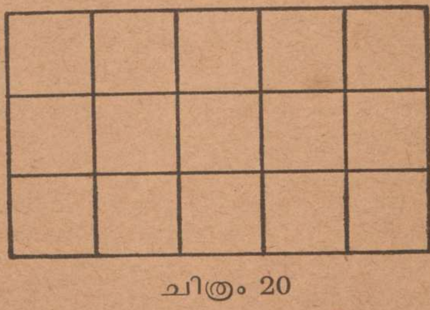
(10 periods)

നീളം, തൂക്കം, ഉള്ളളവ് തുടങ്ങിയവ അളക്കുന്നതിന് ഉപയോഗിക്കുന്ന വിവിധ ഏകകങ്ങളെപ്പററി കുട്ടികൾക്കറിയാം. അവ ഓർമ്മയിൽ കൊണ്ടുവരികയും ഓരോ പ്രത്യേക ജാതിയിലുള്ള അളവുകൾക്ക് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ഏകകങ്ങളാണ് വേണ്ടതെന്ന കാര്യം ഒരിക്കൽകൂടി ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയുമാണ് ആദ്യപടി.

വിസ്താരം, വിസ്തീർണ്ണം തുടങ്ങിയ പദങ്ങൾ അവക്ക് പരിചിതമായിരിക്കും. എങ്കിലും അതിൻെറ ശരിയായ അർത്ഥം അവക്ക് ഒരുപക്ഷേ കിട്ടിയിരിക്കയില്ല. നിർവചനംകൊണ്ട് ആ ആശയം വിശദമാക്കാൻ ശ്രമിക്കുന്നതു തെററാണ്. വലിപ്പ വ്യത്യാസമുള്ള രണ്ടു കട്ടിക്കടലാസ്സുകൾ കൊടുത്തിട്ട് അതിൻെറ ഉപരിതലത്തിൽക്കൂടി കൈ ഓടിക്കുകയും അതിൽ ഏതിനാണ് വിസ്താരക്കൂടുതലെന്നു പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുകയും ചെയ്യുക. അതുപോലെതന്നെ പ്രകടമായും വിസ്താരവ്യത്യാസം മനസ്സിലാക്കാവുന്ന മേശപ്പുറങ്ങൾ, മുറികൾ, പുരയിടങ്ങൾ എന്നിവയുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളും താരതമ്യം ചെയ്യുക. കഴിയുന്നിടങ്ങളിലെല്ലാം വിസ്തീർണ്ണമെന്നാൽ എന്താണുദ്ദേശിക്കുന്നതെന്നു സ്വയം വിശദമാകുമാറുള്ള സൂചനകൾ കൊടുക്കേണ്ടതാണ് (ഉപരിതലങ്ങളിൽ കൈ ഓടിച്ചും മററും).

അടുത്ത ഘട്ടത്തിൽ ഒന്നിനു പുറത്തു മറെറാന്നു വച്ചു നോക്കിയാൽ മാത്രം വിസ്തീർണ്ണവ്യത്യാസം മനസ്സിലാക്കാവുന്ന കടലാസ്സു കഷണങ്ങൾ കൊടുത്തു വിസ്തീർണ്ണങ്ങൾ താരതമ്യം ചെയ്യിക്കുക. ആദ്യപടിയായി കടലാസ്സു കഷണങ്ങൾ പല ആകൃതിയുള്ളതാകട്ടെ. അടുത്തപടിയായിട്ടേ ദീർഘ ചതുരാകൃതി എടുക്കേണ്ടതുള്ളു. (ദീർഘ ചതുരങ്ങളിൽ ഒന്നുകിൽ വീതി അല്ലെങ്കിൽ നീളം എന്നിവ തുല്യമായിരിക്കണം) അപ്പോൾ മാത്രമേ എളുപ്പത്തിൽ താരതമ്യം ചെയ്യാൻ പററുകയുള്ളു. അതിനുശേഷം ഒന്നിനുപുറത്തു മറെറാന്നു വച്ചു താരതമ്യം ചെയ്യാൻ വയ്യാത്ത രീതിയിലുള്ള തല

ങ്ങൾ അവതരിപ്പിക്കുക. ബോർഡിൽ വരച്ചിടുന്ന ചതുരങ്ങൾ തന്നെയാവട്ടെ. ഒററ നോട്ടത്തിൽ മനസ്സിലാക്കുക പ്രയാസം, ഒന്നിനു പുറത്തു ഒന്നുവച്ചു പരിശോധിക്കാനും പ്രയാസം. അപ്പോൾ മററന്തെങ്കിലും സമ്പ്രദായത്തിൻെറ ആവശ്യകത ബോദ്ധ്യപ്പെടുന്നു. രണ്ടു നേർവരകളുടെ നീളം താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ അവയുടെ നീളം സെൻറിമീററററായോ, മീററററായോ മററോ അളന്നുനോക്കുന്ന സമ്പ്രദായം ഓർമ്മപ്പെടുത്തുക. അങ്ങനെ ഇവിടെയും ഒരേകകത്തിൻെറ ആവശ്യകത ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്താം. ചതുരശ്ര സെൻറിമീററർ, ചതുരശ്ര ഡെസിമീററർ എന്നീ ഏകകങ്ങൾ പ്രദർശിപ്പിക്കുക. കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു ചതുരശ്ര സെൻറിമീററർ, ചതുരശ്ര ഡെസിമീററർ എന്നിവ കട്ടിക്കടലാസ്സിൽ വെട്ടി എടുപ്പിക്കുക. ഇവയുടെ അളവുകളും പേരുകളും ഈ ഘട്ടത്തിൽത്തന്നെ വിശദമാക്കണം. താരതമ്യം ചെയ്യേണ്ട ചതുരങ്ങളിൽ കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് സെൻറിമീററർ ചതുരങ്ങൾ നിരത്തിക്കുക. [ചിത്രം 20 നോക്കുക]. അതിൽനിന്നും ഓരോ ചതുരത്തിൻെറയും



ചിത്രം 20

വിസ്തീർണ്ണം എത്ര ചതുരശ്ര സെൻറിമീററർ എന്നു നിർണ്ണയിക്കാൻ പറയുക. ഇപ്രകാരം പല ചതുരങ്ങളും അളന്നു വിസ്താരം താരതമ്യം ചെയ്യട്ടെ. ചതുരങ്ങളുടെ വലിപ്പമനുസരിച്ചു് ഏകകങ്ങളുടെ വലിപ്പത്തിലും വ്യത്യാസം വരുത്തേണ്ടതിൻെറ ആവശ്യകത (കൂടുതൽ സൗകര്യമായിരിക്കുമെന്നതു്) ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക.

ക്രമേണ ചതുരങ്ങളുടെ നീളവശത്തേയും വീതിവശത്തേയും വിഭജിച്ച് സമചതുരഖണ്ഡങ്ങളാക്കി വിസ്തീർണ്ണം നിർണ്ണയിക്കാൻ പരിശീലനം കൊടുക്കുക. ഏതാനും ചതുരങ്ങളുടെ നീളം, വീതി, വിസ്തീർണ്ണം എന്നിവ കണ്ടുപിടിച്ച് ഒരു പട്ടികയായി എഴുതട്ടെ. ഒടുവിലത്തെ കോളത്തിലെ ഫലം പരിശോധിച്ച് നീളവും, വീതിയും, വിസ്തീർണ്ണവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം അവർ മനസ്സിലാക്കും. (അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ ഈ രീതിയിൽ ചതുരങ്ങൾ വിഭജിച്ചിട്ടുള്ളതു് ഓർമ്മപ്പെടുത്തുക).

ചതുരം	നീളം	വീതി	വിസ്തീർണ്ണം

ഒരു ചതുരത്തിൻെറ നീളവും വീതിയും കിട്ടിയാൽ അളന്നു നോക്കാതെ തന്നെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കു കൂട്ടുന്നതിനുള്ള സമ്പ്രദായം കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാം. A=lb എന്ന വാക്യം രൂപീകരിപ്പിക്കാം. ഈ ഘട്ടത്തിൽ വാക്യങ്ങൾ രൂപീകരിക്കുന്ന സമ്പ്രദായവും അതിൻെറ ആവശ്യകതയും 11, 13 എന്നീ ഇനങ്ങളിൽ വിവരിച്ചിട്ടുള്ളതു ശ്രദ്ധിക്കുക.

ഒരേകകത്തിൽനിന്നും മറ്റൊന്നിലേയ്ക്കു മാറുന്നതിനുള്ള പരിശീലനവും കൊടുക്കേണ്ടതാണു്. പാഠപുസ്തകത്തിലെ അഭ്യാസങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക.

ചെറിയ ഉപരിതലങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങൾ ഊഹിച്ചു പറയാനും, അളന്നു പരിശോധിക്കാനും പരിശീലനം കൊടുക്കണം.

ഇനം 15

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള പുരയിടങ്ങളുടെ അളവു്, ഇരുപതു മീററർ ചെയിൻ, ലിങ്കു്, ആർ, ഹെക്ടാർ തുടങ്ങിയ അളവുകൾ

(8 periods)

വിസ്തീർണ്ണം സാധാരണ ഏകകങ്ങളുപയോഗിച്ചു പറയാൻ കഴിഞ്ഞ ഇനത്തിൽ പഠിച്ചു. പുരയിടങ്ങളുടേയും മററും വിസ്തീർണ്ണങ്ങൾ ആ രീതിയിലല്ല പറയുന്ന തെന്നു ഒരു പക്ഷേ കുട്ടികൾ ഇതിനകം മനസ്സിലാക്കിയിരിക്കും. ചെറിയ ദൈർഘ്യമാനത്തോതുകൾ ഉപയോഗിച്ചു് വലിയ പുരയിടങ്ങളുടേയും മററും വശങ്ങൾ അളക്കുന്നതു ബുദ്ധിമുട്ടായിരിക്കും എന്ന കാര്യവും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാം. അതിനു സൗകര്യപ്രദമായി ഉപയോഗിക്കുന്ന ദൈർഘ്യമാനത്തോതു് എന്ന രീതിയിൽ 20 മീററർ ചെയിൻ അവതരിപ്പിക്കുക. ചെയിനിൻെറ ഒരു മാതൃക പ്രദർശിപ്പിക്കുന്നതു് അഭിലഷണീയമായിരിക്കും. ചങ്ങലയെ ലിങ്കുകളായി പിരിച്ചിരിക്കുന്നതു ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുകയും ഒരു ലിങ്കിൻെറ നീളം എത്രയായിരിക്കും എന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടുതന്നെ പറയിക്കുകയും വേണം. ഒരു ചെയിൻ നീളം ഒരു ചെയിൻ വീതിയുള്ള ഒരു സമചതുരത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണത്തെ ഒരു ചതുരശ്ര ചെയിൻ എന്നു പറയാൻ കഴിഞ്ഞ ഇനം ശരിക്കു പഠിച്ച വിദ്യാർത്ഥികൾക്കു പ്രയാസമുണ്ടാവുകയില്ല. അതു് എത്ര സ്ക്വയർ മീററർ എന്നു വിദ്യാത്ഥികൾ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. ഇങ്ങനെ സ്ക്വയർ ചെയിൻ, സ്ക്വയർ മീററർ എന്നിവയുടെ പരസ്പര ബന്ധം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടു് ആർ, ഹെക്ടാർ എന്നീ അളവുകൾ അവതരിപ്പിക്കുക. ആർ, ഹെക്ടാർ എന്നിവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധവും അവയിലോരോന്നിനും സ്ക്വയർ ചെയിൻ, സ്ക്വയർ മീററർ എന്നിവയോടുള്ള ബന്ധവും വേണ്ടത്ര ദൃഢപ്പെടുത്തേണ്ടതാണു്.

ഈ ഇനത്തിൽ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട മറെറാരു കാര്യമുണ്ട്. ആർ, ഹെക്ടാർ എന്നിവയുടെ മുമ്പിൽ സ്ക്വയർ എന്ന വിശേഷണപദം ഇല്ലാത്തതുകൊണ്ട്, ഈ അളവുകൾ വിസ്തീർണ്ണത്തിൻെറ അളവുകളായി പല കുട്ടികളും മനസ്സിലാക്കാറില്ല. അതുകൊണ്ട് അവക്ക് പരിചിതമായ സ്ക്വയർ അളവുകളുമായി വേണ്ടത്ര ബന്ധിപ്പിച്ച് ഈ അളവുകളുടെ ശരിയായ രൂപം വിദ്യാത്ഥികളുടെ മനസ്സിൽ ദൃഢപ്പെടുത്തേണ്ടതാണ്.

കുട്ടികൾക്ക്, പ്ലേ ഗ്രൗണ്ട് തുടങ്ങിയ ചതുരാകൃതിയിലുള്ള സ്ഥലങ്ങൾ അളന്ന വിസ്തീർണ്ണം ഹെക്ടാർ, ആർ ആയി പറയാനുള്ള പരിശീലനം നൽകുന്നതു് അഭിലഷണീയമായിരിക്കും.

ഇനം 16

L, T, E, H തുടങ്ങിയ ആകൃതികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം, ചതുരാകൃതിയിലുള്ള സ്ഥലത്തിനു ചുററുമുള്ള ഒരു പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണം, വാതിലുകളും ജനലുകളുമുൾപ്പെടെ ഒരു മുറിയുടെ നാലു ഭിത്തികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം

A=ph എന്ന വാക്യം

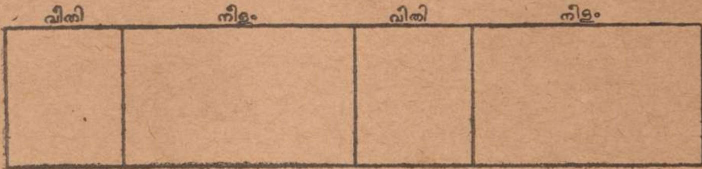
(6 periods)

ചതുരാകൃതികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണാൻ പഠിച്ചിട്ടുള്ളതുകൊണ്ട് മേൽപ്പറഞ്ഞ ആകൃതികളെ ചതുരങ്ങളായി ഭാഗിച്ച് എളുപ്പം വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടു പിടിക്കാമെന്ന കാര്യം കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കാവുന്നതാണ്. ആവശ്യാനുസരണം പരിശീലനം നൽകണമെന്നല്ലാതെ ഇവിടെ വലിയ പ്രയാസമില്ല.

ആദ്യഘട്ടത്തിൻെറ തുടർച്ചയെന്ന രീതിയിലാവുമ്പോൾ പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണവും അതുപോലെതന്നെ ചതുരങ്ങളായി തിരിച്ച് കണ്ടു പിടിക്കുന്നതായിരിക്കും

കുട്ടികൾക്ക് എളുപ്പം. എങ്കിലും പാതയുൾപ്പെടെയുള്ള വിസ്തീർണ്ണത്തിൽനിന്ന് പാത ഒഴിച്ചുള്ള സ്ഥലത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം കുറയ്ക്കുകയെന്ന മാർഗ്ഗവും ഒടുവിൽ ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു കൊടുക്കണം. ആ രീതിയിലും കുറേ അഭ്യാസങ്ങൾ ചെയ്യട്ടെ.

ഭിത്തികളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്നിടത്ത് രണ്ടു കാര്യങ്ങളിലാണ് അല്പം പ്രയാസം വരാവുന്നത്. ഒന്ന് ഭിത്തിയുടെ ഉയരമാണ് വീതിയായി കരുതേണ്ടത് എന്ന കാര്യം. ഒരു ഭിത്തി അടത്തി തറയിൽ കിടത്തിയാൽ ഉയരമാണ് വീതിയായി (ചിലപ്പോൾ നീളവുമാകാം) വരികയെന്ന് ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക. ഒരു കാർഡുബോർഡു പെട്ടിയുടെ ചുവടും അടപ്പും മാററിയിട്ട്, അതിൻെറ നാലു വശങ്ങളും ഒരു മുറിയുടെ നാലു ചുവരുകളായി സങ്കല്പിക്കാൻ പറയുക. ആ നാലു വശങ്ങളും നിവർത്ത് താഴെക്കാണുന്നതുപോലെ മേശപ്പുറത്തു വയ്ക്കുക.



ചിത്രം 21

നാലു ഭിത്തികളും ഒന്നു ചേർന്ന് ഒററഭിത്തിയായി, അതായത് നാലു ദീർഘചതുരങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്ന് ഒററ ദീർഘ ചതുരമായി സങ്കല്പിക്കാൻ കുട്ടികൾക്കിനി പ്രയാസം കാണുകയില്ല. രണ്ടു നീളവും രണ്ടു വീതിയും ചേരുന്നത്ര അഥവാ ചുററളവിൻെറയത്ര നീളം ഈ ദീർഘചതുരത്തിനു കാണുമെന്നും ഭിത്തിയുടെ ഉയരമാണ് ഈ ദീർഘചതുരത്തിൻെറ വീതി എന്നും കുട്ടികൾ നിഷ്പ്രയാസം മനസ്സിലാക്കുന്നു. ഇതിൽനിന്നും നാലു ചുവരുകളുടെ വിസ്തീർണ്ണം = ചുററളവ് × പൊക്കം ആയിരിക്കും എന്നു കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കുക.

A = ph എന്ന വാക്യവും അവരെക്കൊണ്ടുതന്നെ രൂപീകരിപ്പിക്കാവുന്നതേയുള്ളൂ.

ഇനം 17

ആംഗിൾസ് (കോണുകൾ)

(12 periods)

കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിലെ തകരാറുമൂലം കുട്ടികൾക്ക് ആശയം വേണ്ടത്ര വിശദമാകാത്ത ഒരു പാഠഭാഗമാണിതു്. അദ്ധ്യാപകർ എന്തെങ്കിലും അപൂർണ്ണമായ ഒരു നിർവചനം കൊടുത്തു് അതുകൊണ്ടുമാത്രം ആശയം വിശദമായി എന്നു വിചാരിച്ചു് തൃപ്തരാകരുതു്. ആശയം വ്യക്തമാക്കാതെ നിർവചനം മാത്രംകൊണ്ടു് യാതൊരു ഫലവുമില്ല. നിർവചനം കഴിയുന്നതും ഒഴിവാക്കുന്നതായിരിക്കും നല്ലതു്. നിർവചനം കൊടുക്കുന്നതിൽ ശ്രദ്ധിക്കാതെ—അതു് കൊടുക്കുകതന്നെ പ്രയാസമാണു്—കോൺ എന്ന ആശയം വ്യക്തമാകുമാറുള്ള അഭ്യാസങ്ങൾ കൊടുക്കുകയാണു് ഇതിനുള്ള ഉത്തമമാർഗ്ഗം.

ഉപകരണങ്ങൾ

വൃത്താകൃതിയായ ഏതാനും കാർഡുബോർഡുകൾ ഇതിനാവശ്യമായ ഉപകരണങ്ങളാണു്. ഇതിൽ ആദ്യത്തേതിൽ പരിധിയെ 4 സമഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിച്ചിരിക്കണം. അടുത്തതിൽ പരിധിയെ 12 സമഭാഗങ്ങളായും അതിനടുത്തതിൽ പരിധിയെ 360 സമഭാഗമായും ഭാഗിച്ചിരിക്കണം. ഈ ഓരോ ഇനത്തിലും വലിപ്പവ്യത്യാസമുള്ള ഡിസ്കുകൾ ഉണ്ടായിരിക്കുന്നതു കൊള്ളാം. ഓരോ ഡിസ്സിന്റേയും നടുവിൽ ഒരു ചെറിയ ആണിയിൽ കൊരുത്ത ഓരോ കാർഡുബോർഡു സൂചി കറക്കത്തക്കവിധം സജ്ജീകരിച്ചിരിക്കണം.

അവതരണം

നീളം, തൂക്കം, ഉള്ളളവു്, വിസ്തീർണ്ണം എന്നിവ അളക്കുന്നതിനുള്ള വ്യത്യസ്തമായ ഏകകങ്ങൾ വിദ്യാർത്ഥികൾക്കു പരിചിതമാണു്. ഓരോ പ്രത്യേക ജാതി

അളവിനും പ്രത്യേക ഏകകങ്ങൾ നിലവിലുണ്ട് എന്ന കാര്യം ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചുകൊണ്ട് ക്ലാസ്സ് ആരംഭിക്കുക. എന്നിട്ട് ഒരു ഡിസ്കിൽ ഒരു സൂചി കുറച്ചു ഭാഗം കറക്കിയിട്ട് സൂചി എത്രമാത്രം കറങ്ങി എന്നു പറയാനാവശ്യപ്പെടുക. ഉത്തരം അവക്കറിയാൻ പാടില്ലായിരിക്കും. ചിലപ്പോൾ ഇത്ര സെൻറിമീററർ കറങ്ങി എന്നു പറഞ്ഞെന്നുവരാം. അപ്പോൾ സൂചിയുടെ നീളം കൂട്ടുകയോ കുറയ്ക്കുകയോ ചെയ്ത് അതു് തെററാണെന്നു ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തണം. ആ കറക്കത്തിൻെറ അളവു രേഖപ്പെടുത്താനുള്ള മാർഗ്ഗം കണ്ടുപിടിക്കുകയെന്ന ഉദ്ദേശത്തെ മുൻനിറുത്തി പാഠം അവതരിപ്പിക്കണം.

ആദ്യം സൂചി ഒരു മുഴുവൻ കറക്കം പൂത്തിയാക്കുമാറു കറക്കിയിട്ട് എന്തുമാത്രം കറങ്ങി എന്നു ചോദിക്കുക. ഒരു കറക്കം കറങ്ങി എന്നു പറയിക്കാം. ക്രമേണ ആദ്യത്തെ കാർഡുബോർഡിൻെറ സഹായത്തോടെ ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം, $\frac{1}{2}$ ഭാഗം, $\frac{3}{4}$ ഭാഗം എന്നിവയും പറയിക്കാം. അതിൽത്തന്നെ ഇടത്തോട്ടും വലത്തോട്ടും മാറിമാറി കറക്കി അപ്പോഴെല്ലാം കറക്കത്തിൻെറ ലക്ഷ്യം മാറുന്നു എന്നല്ലാതെ കറക്കത്തിൻെറ അളവിനു വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല എന്ന കാര്യം അവരറിയാതെ തന്നെ അവരുടെ ശ്രദ്ധയിൽപ്പെടുത്താം. അതുപോലെ തന്നെ സൂചികൾ—വലുതും ചെറുതുമായവ—ഒരേ അളവിൽ കറക്കി സൂചിയുടെ നീളം കറക്കത്തിൻെറ അളവിനെ ബാധിക്കുകയില്ല എന്ന കാര്യവും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കാം. അതിനുശേഷം ശരിക്കും $\frac{1}{4}$ ഭാഗം കറങ്ങുന്നതിനു അല്പം മുമ്പ് സൂചി നിറുത്തി എത്രമാത്രം കറങ്ങി എന്നു പറയാൻ ആവശ്യപ്പെടുക. കൃത്യമായി പറയാൻ കഴിയില്ല. അപ്പോൾ സ്കെയിലുകളിലും മററും ചെറിയ ഏകകങ്ങൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ളതുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തി ഇവിടെയും കുറേക്കൂടി ചെറിയ ഭാഗങ്ങളായി ഭാഗിക്കേണ്ടതിൻെറ ആവശ്യകത ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്താം.' എന്നിട്ട് രണ്ടാമത്തെ ഡിസ്ക് അവതരിപ്പിക്കുക. (ക്ലോക്കിലെ അടയാളങ്ങൾ മനസ്സിൽ വച്ചു

കൊണ്ടാണ് 12 ആയിട്ട് ഭാഗിക്കണമെന്ന പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. ഒടുവിൽ പ്രായോഗികാഭ്യാസങ്ങരം കൊടുക്കുന്നതിനു് ഇതു് സഹായകമാവും). ക്ലാക്കുമായി ബന്ധപ്പെടുത്തിയാണു് ഈ വിഭജനം എന്നു് ഈ ഘട്ടത്തിൽ കുട്ടികളെ ധരിപ്പിക്കേണ്ടതില്ല.

ഇതിൻെറ സഹായത്തോടെ ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, .. തുടങ്ങിയ അംശങ്ങരം പറയിക്കുക. ഇവിടെയും ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം, $\frac{1}{2}$ ഭാഗം, $\frac{3}{4}$ ഭാഗം എന്നിവയ്ക്കു പ്രത്യേക പ്രാധാന്യം കൊടുക്കണം. മുൻപേ ചെയ്തതുപോലെ കുറേക്കൂടി സൂക്ഷ്മമായി അളവുകരം പറയുക എന്ന ആവശ്യത്തെ മുൻനിറുത്തി മൂന്നാമത്തെ ഡിസ്കു് അവതരിപ്പിക്കുക.

ആ ഡിസ്കു് ഉപയോഗിച്ച് ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{360}$, $\frac{2}{360}$, ... തുടങ്ങിയ അളവുകരം പറയിക്കുക. ഇവിടെയും ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{4}$ ഭാഗം ($\frac{90}{360}$), $\frac{1}{2}$ ഭാഗം ($\frac{180}{360}$), $\frac{3}{4}$ ഭാഗം ($\frac{270}{360}$) എന്നിവയ്ക്കു് കൂടുതൽ പ്രാധാന്യം കൊടുക്കണം. അതിനുശേഷം ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{360}$ ഭാഗം സൂചി കറക്കുക. എത്ര കറങ്ങിയെന്നു കുട്ടികരം പറയട്ടെ. ഒരു കറക്കത്തിൻെറ $\frac{1}{360}$ ഭാഗം കറങ്ങി എന്നു് അവർ പറയും. ഇതിനു സാധാരണയായി ഒരു ഡിഗ്രി കറങ്ങി എന്നാണു പറയുക എന്നു പറഞ്ഞു കൊടുക്കുക. ക്രമേണ ഒരു കറക്കത്തിൻെറ 360-ൽ ഇത്ര ഭാഗം എന്നതു് 'ഇത്ര ഡിഗ്രി' എന്ന രൂപത്തിൽ പറയാൻ ധാരാളം അഭ്യാസം കൊടുക്കുക. തിരിച്ച് ഒരു സൂചി ഇത്ര ഡിഗ്രി കറങ്ങി എന്നു പറഞ്ഞാൽ എന്താണു മനസ്സിലാക്കുക എന്നും അവർ പറയട്ടെ.

ഇത്രയും കഴിഞ്ഞാൽ 90 ഡിഗ്രി, 180 ഡിഗ്രി, 270 ഡിഗ്രി, 360 ഡിഗ്രി ഇവയ്ക്കു പ്രാധാന്യം കൊടുത്തു കൊണ്ടു് അഭ്യസനം നൽകുക. ഡിസ്കുകളിൽ സൂചി നിർദ്ദിഷ്ട അളവിൽ കറക്കുക. വലത്തോട്ടോ, ഇടത്തോട്ടോ 90°, 180°, 270°, 360° എന്നിങ്ങനെ കറങ്ങുക, ഒരു പ്രത്യേക ദിക്കിൽ നോക്കി നില്ക്കുന്ന ആൾ

മററൊരു ദിക്കിലേയ്ക്കു തിരിയുമ്പോഠം എത്ര ഡിഗ്രി കറങ്ങി എന്നു പറയുക, ക്ലോക്കിലെ സൂചികഠം ഒരു ക്ലിപ്തസമയത്തിനുള്ളിൽ എത്ര ഡിഗ്രി കറങ്ങിയെന്നു പറയുക തുടങ്ങിയ അഭ്യാസങ്ങഠം ധാരാളം കൊടുക്കണം.

ഇനി തുടർന്നുള്ള അഭ്യാസങ്ങഠം എളുപ്പമാണ്. കാരണം കോണിനെപ്പററിയുള്ള ശരിയായ ബോധം കുട്ടികഠംക്ക കിട്ടിക്കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. സൂചിയുടെ ആദ്യത്തെ നിലയെ OA എന്നും കുറേ കറങ്ങിയതിനുശേഷമുള്ള നിലയെ OB എന്നും കുറിച്ചാൽ സൂചിയുടെ കറക്കത്തെ ആംഗിഠം AOB എന്നു പറയുന്നു എന്ന രീതിയിൽ കോണുകളുടെ പേരു പറയുന്ന സമ്പ്രദായം അവതരിപ്പിക്കുക. ആംഗിഠം AOB ഇത്ര ഡിഗ്രി എന്നു പറയുമ്പോഠം ആ കറക്കത്തിൻെറ അളവ് എത്രയെന്നു പറയുന്നു എന്ന കാര്യവും ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. ഈ രൂപത്തിൽ വിവിധ കോണുകഠം പറയാനുള്ള കഴിവ് ഉണ്ടാക്കണം.

അടുത്ത ഘട്ടത്തിൽ ബ്ലാക്കുബോർഡിലോ മററൊ വരച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു കോണിൻെറ അളവ് എത്രയെന്നു കാണാനുള്ള മാർഗ്ഗമെന്ന നിലയിൽ പ്രൊട്രാക്റ്റർ അവതരിപ്പിക്കണം. ആദ്യം നാം ഉപയോഗിച്ച ഡിസ്ക്കുകളുടെ മാതൃകയിൽ നടുവു പൊള്ളയായ ഒരു പൂർണ്ണ വൃത്തം തന്നെ അവരെക്കൊണ്ടു നിർദ്ദേശിപ്പിക്കാവുന്നതേയുള്ളു. ക്രമേണ പൂർണ്ണവൃത്തത്തേക്കാഠം സൗകര്യപ്രദമായ ഒരുപകരണമെന്നനിലയിൽ സാധാരണ പ്രൊട്രാക്റ്റർ അവതരിപ്പിക്കാം. പ്രൊട്രാക്റ്റർ ഉപയോഗിക്കുന്ന സമ്പ്രദായത്തിൽ വേണ്ടത്ര പ്രായോഗിക പരിശീലനം കൊടുക്കണം. ഈ പാഠഭാഗം വിശദമായി പാഠപുസ്തകത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുണ്ട്.

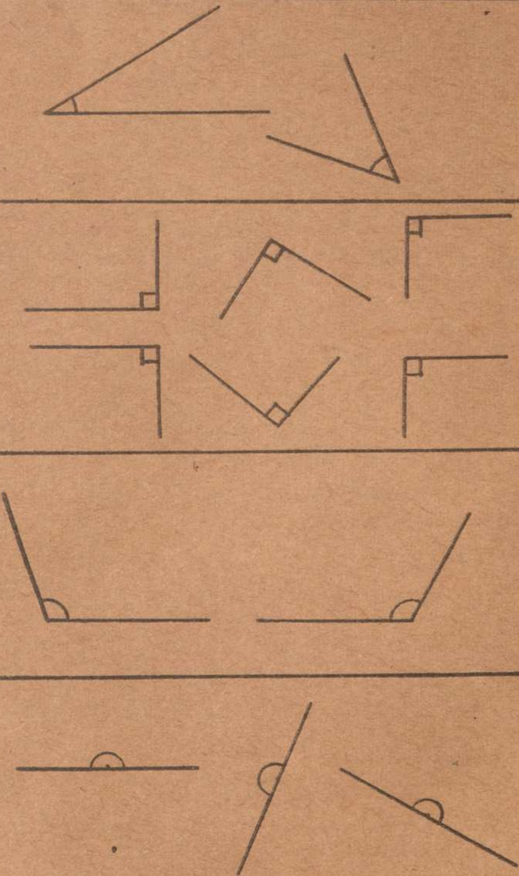
വലിപ്പത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കി വിവിധ കോണുകളെ ഇനം തിരിക്കുന്നതിലും പുസ്തകത്തിൽ ചർച്ച ചെയ്തിട്ടുള്ള സമ്പ്രദായംതന്നെ മതിയാകും. ഡിവൈഡേഴ്സ് ഉപയോഗിച്ച് പലതരം ആംഗിഠം പല സ്ഥാനങ്ങളിൽ വച്ചും കാണിച്ച് എവിടെ എങ്ങനെ

കണ്ടാലും കോണുകൾ തിരിച്ചറിയാനുള്ള പരിശീലനം നൽകുക. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ പട്ടികാരൂപത്തിൽ എഴുതിക്കുന്നതും നന്നായിരിക്കും.

കോണിന്റെ പേര്	അളവ്
(1)	(2)
1. അക്യൂട്ടാംഗിൾ	90° യിൽ കുറവ്
2. റൈററാംഗിൾ	90°
3. ഒബ്ട്യൂസാംഗിൾ	90° യിൽ കൂടുതൽ
4. സ്ട്രെയിററാംഗിൾ	180°

ചിത്രം

(3)



ഇനം 18

വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുക—കോമ്പസസ്സിൻെറ ഉപയോഗം—സെൻറർ, സർക്കംഫറൻസ്, ഡയമീററർ, റേഡിയസ്സ്, ആർക്ക്, വൃത്തങ്ങളുൾക്കൊള്ളുന്ന വിവിധ പാറേറണുകൾ വരയ്ക്കുക തുടങ്ങിയവ

(4 periods)

വൃത്താകൃതിയുമായി കുട്ടികൾ വളരെയധികം പരിചിതരായിരിക്കും. അവരുടെ കളികളിൽ വളരെ പ്രാധാന്യമർഹിക്കുന്ന ഒരു രൂപമത്രേ വൃത്തം. വൃത്താകൃതിയിൽ നമ്മുടെ നിത്യോപയോഗത്തിലും പരിചയത്തിലുമുള്ള ഏതാനും സാധനങ്ങളുടെ പേരു പറയിക്കുക. പർപ്പടകം, വള, വണ്ടിച്ചക്രം, രൂപാത്തുട്ട് എന്നിങ്ങനെ വിവിധ സാധനങ്ങൾ കുട്ടികൾ പറയും.

ആകൃതികളിൽ വച്ചേററവും കൗതുകകരമായതു് വൃത്താകൃതിയാണെന്നു കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. വളരെ പുരാതനകാലം മുതല്ക്കുതന്നെ വൃത്തത്തിനുള്ള പ്രാധാന്യവും ആകർഷകത്വവും പ്രകടമാക്കുന്ന ചില കാര്യങ്ങൾ കുട്ടികൾക്കു പറഞ്ഞു കൊടുക്കുന്നതു് രസാവഹമായിരിക്കും. പുരാതനകാലത്തു് മാന്ത്രികരും മററും രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചു് അതിലെ അന്തർ വൃത്തത്തിനുള്ളിലിരുന്നാണു് അവരുടെ മാന്ത്രിക കർമ്മങ്ങൾ ചെയ്തിരുന്നതു്. ദുർദ്ദേവതകൾക്കു് വൃത്തത്തിനുള്ളിൽ കടന്നു അവരെ ഉപദ്രവിക്കാൻ ശക്തി കാണുകയില്ലെന്നവർ വിശ്വസിക്കുന്നു. ഇംഗ്ലണ്ടു്, സ്കോട്ടലൻഡു്, ഫ്രാൻസ് എന്നീ രാജ്യങ്ങളിൽ വൃത്താകൃതിയിലുള്ള വലിയ വലിയ കല്ലുകൾ കുഴിച്ചെടുക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ളതും കുട്ടികൾക്കു പറഞ്ഞുകൊടുക്കാം.

കുട്ടികളുടെ നോട്ടു ബുക്കിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ അവരോടാവശ്യപ്പെടുക. ചിലർ വള ഉപയോഗിച്ചും, ചിലർ ഒരു പേപ്പർ വീതി കുറച്ചു മടക്കി രണ്ടറേറത്തും രണ്ടു

ദ്വാരങ്ങളിട്ടിട്ട് ഒരു ദ്വാരത്തിൽക്കൂടി പെൻസിൽ മുന കടത്തി അമർത്തിപ്പിടിച്ചശേഷം മറേറ ദ്വാരത്തിൽക്കൂടി വേറൊരു പെൻസിൽ കടത്തി അമർത്തിപ്പിടിച്ചിരിക്കുന്ന പെൻസിലിനു ചുററും കടലാസ്സിനെ ചുററിയും, മററു ചിലർ ഇതുപോലെതന്നെ കടലാസ്സിനുപകരം നൂലുപയോഗിച്ചും വൃത്തങ്ങൾ വരച്ചേക്കാം. കോമ്പസസ്സുപയോഗിച്ചും ചിലർ വരച്ചേക്കാനിടയുണ്ട്. കുട്ടികൾ മുററത്തു ചെറിയ വൃത്തങ്ങൾ വരച്ച് ചില കളികൾ കളിക്കാറുണ്ട്. ഉപ്പൂററി നിലത്തൂന്നി വട്ടംകറങ്ങി പെരുവിരൽ കൊണ്ടാണ് അവർ ഇത്തരം വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതു്. കൊത്തൻ, ആശാരി, തോട്ടക്കാരൻ എന്നിവരും മററും കയറും കുററികളുമുപയോഗിച്ച വലിയ വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കുന്നതു കുട്ടികൾ കണ്ടിരിക്കും. ഇതിലെല്ലാം ഒരററം ഉറപ്പിച്ചും മറേറ അററം ആ ഉറപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനു ചുററുമായി നീക്കിയുമാണ് വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതെന്നുള്ള കാര്യം കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽപ്പെടുത്തുക. അതായതു് വൃത്തം വരയ്ക്കാൻ ഒരു കേന്ദ്രത്തിൻെറയും റേഡിയസ്സിൻെറയും ആവശ്യം കുട്ടികൾക്കു ബോദ്ധ്യമാകുന്നു.

എളുപ്പത്തിലും ശരിയായും വൃത്തം വരയ്ക്കാനുള്ള ഉപകരണമെന്ന നിലയിൽ കോമ്പസസ്സ് അവതരിപ്പിക്കുക. കോമ്പസസ്സ് കുട്ടികൾ ഇതിനകം തന്നെ കൈകാര്യം ചെയ്തിരിക്കാം. അതുപയോഗിച്ച വൃത്തം വരയ്ക്കാനും അവർക്കറിയാമായിരിക്കും. എന്നാൽ അതു് ശരിയായരീതിയിൽ എങ്ങനെയാണുപയോഗിക്കേണ്ടതെന്ന് അവർക്ക് പരിശീലനം കൊടുക്കേണ്ടതത്യാവശ്യമാണ്. കോമ്പസസ്സിൻെറ ഒരു കാൽ കുത്തി, പെൻസിലുറപ്പിച്ചിട്ടുള്ള മറേറ കാലിൽ പിടിച്ചായിരിക്കും മിക്ക കുട്ടികളും വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതു്. ചില കുട്ടികൾ കോമ്പസസ്സിൻെറ കാൽ ചുററുന്നതിനുപകരം, പുസ്തകം കറക്കി വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതും നാം മിക്കപ്പോഴും കാണാറുണ്ട്. ശരിയായ രീതിയിൽ ഉപകരണം കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള പ്രാഥമിക നിർദ്ദേശങ്ങൾ നൽകാത്തതുകൊണ്ടാണ് ഇത്തരം തെററുകൾ വരുന്നതു്. അതുകൊണ്ട് ഇക്കാര്യത്തിൽ വേണ്ടത്ര ശ്രദ്ധ ചെലുത്തേണ്ടതാണ്.

നല്ല കൂർത്തമുനയുള്ള പെൻസിൽ മാത്രമേ വരയ്ക്കാനുപയോഗിക്കാവൂ എന്നു് നിർബന്ധമായി പറയേണ്ടതാണു്. കുട്ടികൾ അതനുസരിച്ചു പ്രവർത്തിക്കുന്നുണ്ടോ എന്നു ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതത്യാവശ്യമാകുന്നു. പെൻസിൽ കോമ്പസസ്സിൽ ഘടിപ്പിക്കുമ്പോൾ, പെൻസിൽ മുനയും കോമ്പസസ്സിൻെറ മുനയും ഒരേലെവലിൽത്തന്നെ നില്ക്കേണ്ടതാണു്. പെൻസിൽ മുന സ്വല്പം താഴ്ന്നിരുന്നാലും തരക്കേടില്ല. എന്നാൽ കോമ്പസസ്സിൻെറ മുനയേക്കാൾ ഒരിക്കലും ഉയർന്നിരിക്കരുതെന്ന കാര്യം ശ്രദ്ധിക്കണം. വരയ്ക്കാൻ തുടങ്ങുന്നതിനുമുമ്പു് ഉപകരണം ശരിപ്പെടുത്തുന്നതിൽ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങളാണു് മുകളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്.

ബോർഡിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി ആ ബിന്ദു കേന്ദ്രമാക്കി ഒരു വൃത്തം വരച്ചു കാണിക്കുക. വരയ്ക്കുമ്പോൾ കോമ്പസസ്സിൻെറ മുന എവിടെ കുത്തണം, കോമ്പസസ്സിൻെറ ഏതു ഭാഗത്തു പിടിച്ചാണു വരയ്ക്കേണ്ടതു്, എങ്ങനെയാണു വരയ്ക്കേണ്ടതു് എന്നിങ്ങനെയുള്ള കാര്യങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കണം.

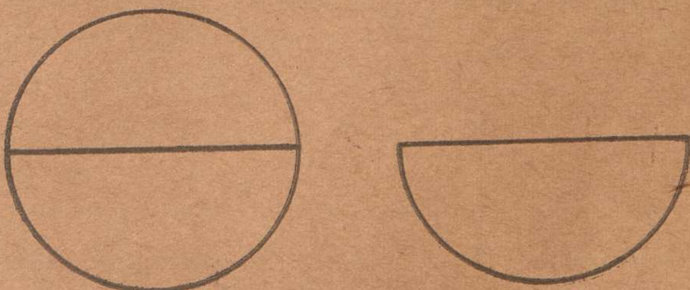
വൃത്തം വരയ്ക്കുമ്പോൾ ശ്രദ്ധിക്കേണ്ട കാര്യങ്ങൾ

1. കോമ്പസസ്സിൻെറ മുനയും പെൻസിലിൻെറ മുനയും ഒരേ ലവലിൽ വരത്തക്കവിധം നല്ല കൂർത്തമുനയുള്ള പെൻസിൽ കോമ്പസസ്സിൽ ഘടിപ്പിക്കുക.
2. കോമ്പസസ്സിൻെറ കാലുകളിൽ വിരലുകൾ തട്ടാതെ മുകളിൽ പിടിച്ചു വരയ്ക്കുക.
3. പെൻസിൽ മുന വളരെയധികം ഉറപ്പിക്കാതിരിക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കുക.
4. പെൻസിൽ നീങ്ങുന്ന വശത്തേയ്ക്കു് കോമ്പസസ്സ് കുറച്ചു ചരിച്ചു പിടിക്കുക.
5. എപ്പോഴും വലത്തുനിന്നു് ഇടത്തോട്ടു പെൻസിൽ ചുററി വൃത്തം വരയ്ക്കുക.

കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് അവരുടെ നോട്ടു ബുക്കിൽ അനേകം വൃത്തങ്ങൾ വരപ്പിച്ചു് കോമ്പസസ്സുപയോഗിക്കാനുള്ള പരിശീലനം നൽകുക.

സാധാരണയായി വൃത്തം എന്നുപറയുമ്പോഠം കുട്ടികഠം വൃത്തത്തിനു ചുററുമുള്ള വര അതായതു് പരിധി എന്നാണു മനസ്സിലാക്കുന്നതു്. കുട്ടിക്കടലാസ്സിൽ വെട്ടിയെടുത്ത വൃത്തങ്ങഠം, വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഡിസ്കുകഠം, വൃത്താകൃതിയിലുള്ള മററു സാധനങ്ങഠം എന്നിവ കാണിച്ചു് അതിൻെറ പരന്നതലത്തിൽ കൈ ഓടിച്ചു കാണിക്കുക. വൃത്തത്തെക്കുറിച്ചു പ്രസ്താവിക്കുമ്പോഴെല്ലാം ആദ്യമാദ്യം ഇങ്ങനെ കാണിച്ചു കൊടുത്താൽ വൃത്തം എന്താണെന്നുള്ള ശരിയായ വിശദീകരണം കുട്ടികൾക്കു് ലഭിച്ചുകൊള്ളും. അതുപോലെതന്നെ വൃത്തത്തിനു ചുററും കൈ ഓടിച്ചു കാണിച്ചും, കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് അപ്രകാരം ചെയ്യിച്ചും, വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു വളയത്തിൻെറ ചുററുമുള്ള കമ്പി കാണിച്ചു കൊടുത്തും പരിധി എന്താണെന്നു വ്യക്തമാക്കുക. ദീർഘചതുരം, സമചതുരം എന്നിവയുടെ ചുററളവു് പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞതുകൊണ്ടു് കുട്ടികഠംക്കു വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി എന്താണെന്നു മനസ്സിലാക്കാൻ വിഷമം കാണുകയില്ല.

കടലാസ്സിൽ ഒരു വൃത്തം വെട്ടിയെടുത്തു് അതിനെ രണ്ടു സമഭാഗമായി മടക്കുക. അപ്പോഠം ചിത്രത്തിൽ



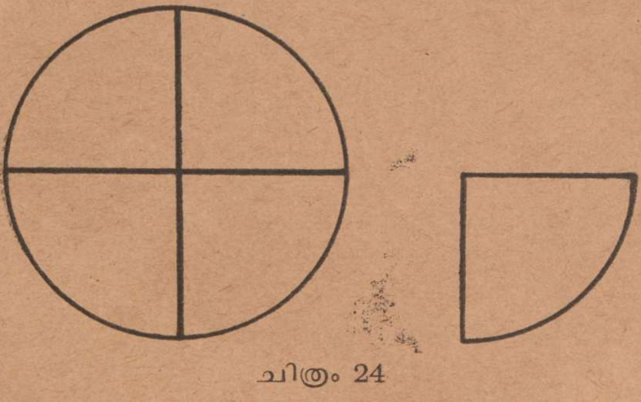
ചിത്രം 23

കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു പോലെ ഒരു നേർവക്കു കിട്ടും. ഈ നേർ രേഖയാണു് വൃത്തത്തിൻെറ ഡയമീററർ (വ്യാസം) എന്നു പറഞ്ഞു കൊടുക്കുക. ഒരു വൃത്തം

ബോർഡിൽ വരച്ച് കളർ ചോക്കുകൊണ്ടു് ഡയമീററർ വരച്ച് വ്യക്തമാക്കുക. വൃത്തം വരയ്ക്കുന്നതിനു് കോമ്പസസ്സിൻെറ മുന ഏതു ബിന്ദുവിൽ കുത്തുന്നോ ആ ബിന്ദുവാണു് കേന്ദ്രം. ഡയമീററർ കേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി കടന്നു പോകുമെന്നും കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ.

ആദ്യം മടക്കിയ കടലാസ്സു വൃത്തം നിവർത്തിയിട്ടു് വേറൊരു ഡയമീററർ കിട്ടത്തക്കവിധം രണ്ടു ഭാഗമായി മടക്കിക്കാണിക്കുക. ഇങ്ങനെ പല പ്രാവശ്യം പല ഡയമീററർ കിട്ടത്തക്കവിധം മടക്കിക്കാണിച്ചും ചിത്രത്തിൽ വരച്ചു കാണിച്ചും കേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി വൃത്തത്തിൻെറ പരിധിവരെ എത്തുന്ന ഒരു നേർവരയാണു് ഡയമീററർ എന്നും ഒരു വൃത്തത്തിനു് അനേകം ഡയമീററർ ഉണ്ടെന്നും കുട്ടികളെ മനസ്സിലാക്കുക. ഡയമീററർ വൃത്തത്തെ രണ്ടു സമഭാഗമായി ഭാഗിക്കുന്നു എന്നും കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കും.

രണ്ടു സമഭാഗമായി മടക്കിയ വൃത്തത്തെ വീണ്ടും രണ്ടു സമഭാഗമായി മടക്കുക. അപ്പോൾ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ രണ്ടു നേർ വക്കുകൾ കിട്ടും. അവ ഓരോന്നും റേഡിയസ്സ് (വ്യാസാർദ്ധം) ആണെന്നു പറഞ്ഞു കൊടുക്കുക. വളഞ്ഞവക്ക് പരിധിയുടെ ഒരു



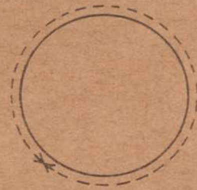
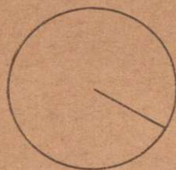
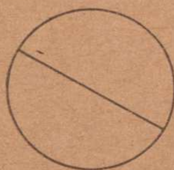
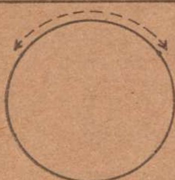
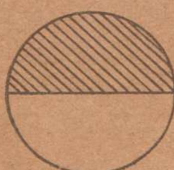
ചിത്രം 24

ഭാഗമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാൻ കുട്ടികൾക്കു വിഷമം കാണുകയില്ല. ഈ വക്ര രേഖയ്ക്കു് ആർക്ക് എന്നാണു് പേരു എന്നു പറഞ്ഞു കൊടുക്കാം. മടക്കുകൾ നോക്കി ഡയമീററിൻെറ പകുതിയാണു് റേഡിയസ്സ് എന്നു കുട്ടികൾ കണ്ടുപിടിക്കട്ടെ. വൃത്തത്തെ നാലു്, എട്ടു് എന്നിങ്ങനെ സമഭാഗങ്ങളാക്കി മടക്കിക്കാണിച്ചിട്ടു് നിവർത്താൽ അതിലെ അനേകം വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ വ്യക്തമാക്കാൻകഴിയും. ഈ റേഡിയൈ എല്ലാം അന്യോന്യം തുല്യമാണെന്നും അവർ കണ്ടുപിടിക്കും. ചിത്രം വരച്ചു് കളർ ചോക്കുപയോഗിച്ചു് അനേകം വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ വരച്ചു് ഈ അറിവു് കുറച്ചുകൂടി ദൃഢമാക്കുക. വണ്ടിച്ചക്രങ്ങളിലെ അക്ഷങ്ങൾ, സൈക്കിൾ ചക്രത്തിലെ കമ്പികൾ എന്നിവ വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾക്കു ഉദാഹരണങ്ങളായി പറയാം.

മേൽപ്പറഞ്ഞപ്രകാരം സാധനസംയുക്തമായും ചിത്രം വഴിയായും അർത്ഥം വിശദീകരിക്കുകയല്ലാതെ ഓരോന്നിൻെറയും നിർവചനം കൊടുക്കേണ്ടയാവശ്യമില്ല.

ക്ലിപ്തമായ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കാനെന്തൊക്കെയാണു് വേണ്ടതെന്നു് ചോദിക്കുക. കേന്ദ്രവും വ്യാസാർദ്ധവും അറിയാമെങ്കിൽ വൃത്തം വരയ്ക്കാമെന്നുള്ള ഉത്തരമാണു പ്രതീക്ഷിക്കുന്നതു്. ഒരു വൃത്തംവരച്ചു് വൃത്തത്തിൻെറ വിവിധഭാഗങ്ങൾ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം നിറമുള്ള ചോക്കു കൊണ്ടടയാളപ്പെടുത്തി കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് അവയുടെ പേരു് പറയിക്കുക. അതു കഴിഞ്ഞാൽ താഴെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്ന പോലെ കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു കട്ടിക്കടലാസ്സിലോ, അവരുടെ നോട്ടുബുക്കിലോ, വരച്ചെഴുതിക്കുക.

വൃത്തത്തിൻെറ ഭാഗങ്ങൾ

പേരു്	ചിത്രം
സക്കംഫറൻസ്	
റേഡിയസ്സു്	
ഡയമീററർ	
ആക്കു്	
അദ്ധ്വൃത്തം	

ചിത്രം 25

വൃത്തങ്ങൾ വരയ്ക്കാനും വൃത്തങ്ങളുൾക്കൊള്ളുന്ന വിവിധ പാറേറണുകൾ വരയ്ക്കാനും പാഠപുസ്തകത്തിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള അഭ്യാസങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുക. ഡ്രായിംഗ് പേപ്പറിൽ വലുതായി നല്ല ഭംഗിയുള്ള പാറേറണുകൾ വരച്ച് ചായമിട്ട ഭംഗി പിടിപ്പിക്കാൻ പറയുക. ഇവയിൽ നല്ല ചിത്രങ്ങൾ ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ ചുവരിൽ തൂക്കുക. കുട്ടികൾക്ക് പാറേറണുകൾ വരയ്ക്കുന്നതിനും പുതിയ പുതിയ പാറേറണുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിനും അതുവഴി ജ്യോമട്രിക്കൽ ഇൻസ്ട്രുമെൻറ്സ് ഉപയോഗിക്കുന്നതിലുള്ള പരിശീലനം ലഭിക്കുന്നതിനും ഇതൊരു പ്രചോദനമായിരിക്കും.

ഇനം 19

ത്രികോണനിർമ്മിതി

(12 periods)

ത്രികോണത്തെക്കുറിച്ച് പൊതുവായി കുട്ടികൾ അഞ്ചാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞല്ലോ. തന്നിട്ടുള്ള ചില ക്ലിപ്ത അളവുകളുപയോഗിച്ച് പലപ്പോഴും ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കേണ്ടിവരും. ലളിതമായ രീതിയിലുള്ള ചില നിർമ്മിതികൾ മാത്രം ഈ ഘട്ടത്തിൽ പഠിപ്പിച്ചാൽ മതിയാകും.

"രണ്ടു വശങ്ങൾ 6 സെൻറിമീററർ, 4 സെൻറിമീററർ വീതവും അവയ്ക്കിടയിലുള്ള കോൺ 60° വരുന്നതുമായ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക" എന്നൊരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിക്കുക. ഏതു ചിത്രം നിർമ്മിക്കുന്നതിനും ആദ്യമായി ഒരു റഫ് ഫിഗർ വരച്ച് തന്നിട്ടുള്ള അളവുകൾ അതിൽ അടയാളപ്പെടുത്തേണ്ടതിൻെറ ആവശ്യകത കുട്ടികളെ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തണം. ഇത്തരം റഫ് ഫിഗർ പലപ്പോഴും മാർഗ്ഗനിർമ്മിതിക്കുള്ള മാർഗ്ഗനിർദ്ദേശകമായിരിക്കുമെന്ന കാര്യം എപ്പോഴും ഓർമ്മിക്കേണ്ടതാണ്. മേല്പറഞ്ഞ അഭ്യാസം ചെയ്യുന്നതിന് ഒരു റഫ് ഫിഗർ ബോർഡിൽ വരച്ച് പേരെഴുതി അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. കുട്ടികളുടെ സഹകരണത്തോടുകൂടിവേണം ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാൻ.

കുട്ടികളോടു താഴെപ്പറയുന്ന രീതിയിൽ ചോദ്യങ്ങൾ ചോദിക്കുക.

(1) ആദ്യം എന്താണ് വരയ്ക്കേണ്ടതു് ?
ഈ ചോദ്യം അവ്യക്തമായി തോന്നാമെങ്കിലും പലപ്പോഴും ശരിയായ ഉത്തരം ലഭിക്കത്തക്ക ചോദ്യമായിട്ടാണ് കണ്ടുവരുന്നതു്. 6 സെൻറിമീററർ നീളത്തിൽ BC വരയ്ക്കുക അല്ലെങ്കിൽ 4 സെൻറിമീററർ നീളത്തിൽ AB വരയ്ക്കുക എന്ന ഉത്തരം ലഭിക്കും.

(2) അടുത്തതായി എന്താണു വരയ്ക്കേണ്ടതു് ?
B യിൽ BC യുമായി 60° ഉണ്ടാക്കുന്ന XB എന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക അഥവാ B യിൽ AB യുമായി 60° ഉണ്ടാക്കുന്ന BY എന്ന രേഖ വരയ്ക്കുക, എന്ന ഉത്തരം പ്രതീക്ഷിക്കാം.

(3) ത്രികോണം പൂർത്തിയാക്കാൻ ഇനി എന്താണു വേണ്ടതു് ?
A കണ്ടുപിടിക്കണം അഥവാ C കണ്ടുപിടിക്കണം. B-യിൽ നിന്നു് 4 സെ.മീ. അകലത്തിൽ A എന്ന ബിന്ദു BX-ൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക എന്നോ, B യിൽ നിന്നു് 6 സെ.മീ. അകലത്തിൽ C എന്ന ബിന്ദു BY-ൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക എന്നോ ഉള്ള ഉത്തരം കുട്ടികൾ നൽകും. AC യോജിപ്പിച്ചാൽ ത്രികോണം പൂർത്തിയാകും.

ഇപ്രകാരം കുട്ടികളുടെ പൂർണ്ണ സഹകരണത്തോടു കൂടി അവരുടെ നിർദ്ദേശാനുസരണം നിർമ്മിതിയുടെ ഓരോ പടിയും ചെയ്തിട്ടു് കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് ക്രിയാവിവരണം പറയിക്കുക. ഗണിതശാസ്ത്രത്തിലെ പദാവലി കൈകാര്യം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള പരിശീലനത്തിനാണ് ക്രിയാവിവരണം വേണമെന്നു പറയുന്നതു്.

ഈ രീതിയിൽത്തന്നെ ഒരു വശവും രണ്ടു കോണുകളും തന്നാലും, മൂന്നു വശങ്ങൾ തന്നാലും ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കേണ്ടതെങ്ങനെ എന്നു വിശദീകരിക്കാം. മൂന്നു വശ

ങ്ങളും തന്നാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്ന നിർമ്മിതി അഭ്യസി പ്പിക്കുമ്പോൾ ഒരു കാര്യം കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽപ്പെടുത്തേ ണ്ടതുണ്ട്. അതായത് ഏതെങ്കിലും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തേക്കാൾ കൂടുതലായിരുന്നാൽ മാത്രമേ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ സാദ്ധ്യമാകൂ എന്ന്. ഏതെങ്കിലും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തേ ക്കാൾ കുറഞ്ഞു വരുന്നതും, മൂന്നാമത്തെ വശത്തിനു തുല്യ മായി വരുന്നതുമായ ത്രികോണങ്ങൾ വരയ്ക്കാൻ ഏതാനും അഭ്യാസങ്ങൾ നൽകുക. ഉദാഹരണമായി 2 സെ.മീ., 3 സെ.മീ., 6 സെ.മീ. എന്നിങ്ങനെ വശങ്ങളുള്ള ഒരു ത്രികോണവും, 3 സെ മീ., 4 സെ.മീ., 7 സെ.മീ. വീതം വശങ്ങളുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണവും വരയ്ക്കാനുള്ള രണ്ടഭ്യാ സങ്ങൾ നൽകുക.

ആദ്യത്തെ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കുട്ടികൾ ABC എന്ന ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് അളവുകൾ അടയാളപ്പെടു ത്തട്ടെ. അടുത്തതായി അവർ 6 സെ.മീ. നീളത്തിൽ BC വരയ്ക്കും. B കേന്ദ്രമാക്കി 2 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധ ത്തിലും C കേന്ദ്രമാക്കി 3 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിലും രണ്ട് ആർക്കുകൾ വരയ്ക്കും. എന്നാൽ ഇവ കൂട്ടിമുട്ടുന്നില്ല എന്നും അതിനാൽ A കണ്ടുപിടിക്കാനൊക്കുന്നില്ലെന്നും കുട്ടികൾ പറയും. എന്തുചെയ്താൽ ആർക്കുകൾ കൂട്ടിമുട്ടു മെന്ന് ചോദിക്കുക. ആർക്കുകളുടെ വ്യാസാർദ്ധം വർദ്ധിപ്പി ച്ചാൽ ആർക്കുകൾ കൂട്ടിമുട്ടുമെന്ന് കുട്ടികൾ കണ്ടുപിടി ക്കട്ടെ. A കേന്ദ്രമാക്കി വരയ്ക്കുന്ന ആർക്കിൻെറ വ്യാസാർദ്ധം, മറേറ ആർക്കിനെ കൂട്ടിമുട്ടത്തക്കവിധം വർദ്ധിപ്പിച്ചു ആർക്കു വരയ്ക്കാൻ പറയുക. ആ വ്യാസാർദ്ധം അളന്നു നോക്കി യാൽ അതു് 3 സെൻറിമീററിൽ കൂടുതലായിരിക്കും. ഇതിനുപകരം B കേന്ദ്രമാക്കി വരയ്ക്കുന്ന ആർക്കിൻെറ വ്യാസാർദ്ധം വർദ്ധിപ്പിച്ച് വരച്ചുനോക്കാനാവശ്യപ്പെടുക. ആ വ്യാസാർദ്ധം അളന്നു നോക്കിയാൽ അതു് 4 സെൻറി മീററിൽ കൂടുതലായിരിക്കും.

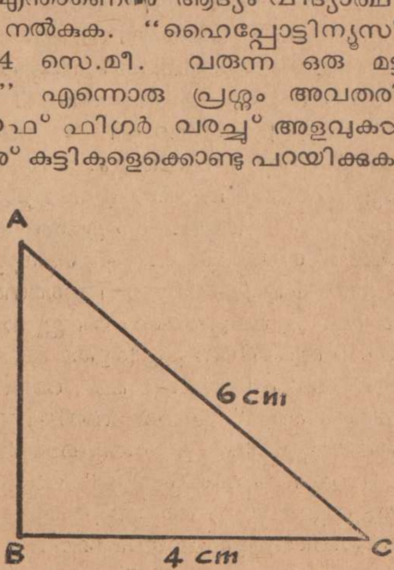
ഇതുപോലെതന്നെ രണ്ടാമത്തെ അഭ്യാസവും ചെയ്യി ക്കുക. ഈ രണ്ടഭ്യാസങ്ങളും വഴി ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ

ഏതെങ്കിലും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ വശത്തേക്കാഠ കൂടുതലായിരുന്നാൽ മാത്രമേ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാൻ സാദ്ധ്യമാകു എന്നു് കുട്ടികളെ ബോദ്ധ്യപ്പെടുത്തുക.

ഈ ഓരോ ഇനത്തിലും ധാരാളം അഭ്യാസങ്ങഠ ചെയ്യിക്കണം. ചിത്രങ്ങഠ എപ്പോഴും വൃത്തിയായും കൂർത്ത മുനയുള്ള പെൻസിൽകൊണ്ടും വരയ്ക്കാൻ ശ്രദ്ധിക്കണമെന്നു് കുട്ടികളെ ആദ്യമേതന്നെ ഉദ്ബോധിപ്പിക്കേണ്ടതാണു്. ത്രികോണങ്ങളുടെ മൂലകഠ വരയ്ക്കുമ്പോഠ വളഞ്ഞുപോകാതിരിക്കാൻ പ്രത്യേകം ശ്രദ്ധിക്കണമെന്നും ഒരിക്കൽ വരച്ച രേഖയുടെ പുറത്തുകൂടി വീണ്ടും വീണ്ടും വരയ്ക്കരുതെന്നും പറഞ്ഞുകൊടുക്കണം.

അടുത്തതായി മട്ടത്രികോണം അവതരിപ്പിക്കാം. മട്ടത്രികോണം, ഹൈപ്പോട്ടിന്യൂസ്, ന്യൂനകോണുകഠ, ന്യൂനവശങ്ങഠ എന്നിവ എന്താണെന്നു് ആദ്യം വിദ്യാർത്ഥികഠക്കു വിശദീകരണം നൽകുക. "ഹൈപ്പോട്ടിന്യൂസ് 6 സെ.മീ., ഒരുവശം 4 സെ.മീ. വരുന്ന ഒരു മട്ടത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക" എന്നൊരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിക്കുക. ആദ്യമായി റഫ് ഫിഗർ വരച്ചു് അളവുകഠ അടയാളപ്പെടുത്തണമെന്നു് കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു പറയിക്കുക,

ഈ റഫ് ഫിഗർ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി 4 സെ.മീ. നീളത്തിൽ BC വരയ്ക്കണമെന്നു് വിദ്യാർത്ഥികൾ പറയും. A എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാമെന്ന ചോദ്യത്തിനുത്തരമായി C കേന്ദ്രമാക്കി 6 സെ.മീ. വ്യാസാർദ്ധത്തിൽ ഒരാർക്ക് വരയ്ക്കണമെന്നു് കുട്ടികഠ



ചിത്രം 26

പറയും. ആക്ക മാത്രം വരച്ചതുകൊണ്ടു് A അടയാള പ്പെടുത്താൻ കഴിയുകയില്ല എന്നു കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ. ഇനി എന്തെങ്കിലും അളവുകൾ അതായതു് വശത്തിൻെറ നീളമോ കോണുകളുടെ അളവോ അറിയാമോ എന്നു ചോദിച്ചാൽ ചില കുട്ടികൾ ഒന്നുമറിയാൻ പാടില്ല എന്നു പറയും. കോൺ B 90° ആണെന്നു ചില കുട്ടികൾ പറഞ്ഞെന്നുവരും. പറഞ്ഞില്ലെങ്കിൽ ഇതൊരു മട്ട ത്രികോണം ആണെന്നുള്ള കാര്യം ഓമ്മപ്പെടുത്തുക. അപ്പോൾ B യിൽക്കൂടി BC-ക്കു ലംബം വരക്കണമെന്നു് കുട്ടികൾക്കു പറയാൻ വിഷമം കാണുകയില്ല. ഈ ലംബം ആദ്യത്തെ ആക്കിനെ ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുവിനു് A എന്ന പേരുകൊടുത്തു് AC യോജിപ്പിച്ചാൽ ത്രികോണം പൂത്തിയായി.

ത്രികോണനിമ്മിതിയിലെ ഓരോ ഇനത്തിലും വേണ്ടത്ര അഭ്യാസങ്ങൾ ചെയ്യിക്കണം.

ഇനം 20

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളുടെയും തുക

ഒരു വശവും രണ്ടു കോണുകളും അറിയാമെങ്കിൽ ത്രികോണം നിമ്മിക്കാൻ കുട്ടികൾ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. അതിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി ഒരു വശത്തിൻെറയും ആ വശത്തിന്മേലുള്ള രണ്ടു കോണുകളുടെയും അളവു കൊടുത്തു് ത്രികോണം വരപ്പിക്കുക. ത്രികോണത്തിൻെറ രണ്ടു കോണുകൾ വരക്കുമ്പോൾ മൂന്നാമത്തെ കോൺ ഉണ്ടാകുന്നതു കുട്ടികളുടെ ശ്രദ്ധയിൽപ്പെടുത്തുക. രണ്ടു കോണുകൾ വരച്ചു കഴിഞ്ഞാൽ ത്രികോണത്തിൻെറ മൂന്നാമത്തെ കോൺ നമ്മുടെ ഇഷ്ടപ്രകാരം എങ്ങനെയെങ്കിലും അഥവാ ഏതെങ്കിലും അളവിൽ വരക്കാനൊക്കുന്നില്ല; അതു് താനെ അവിടെ രൂപീകൃതമാകുകയാണു് എന്ന കാര്യം വിശദമാക്കുക. ഇതുപോലെ ഒന്നോ രണ്ടോ ത്രികോണങ്ങൾക്കൂടി കുട്ടികൾ വരച്ചുനോക്കട്ടെ. അവയിലും മൂന്നാമത്തെ കോണിനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഇതുതന്നെ

യാണ് കാണുന്നതു്. അങ്ങനെ ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ ഒരു കോണിൻെറ അളവ് മററു രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവിനെ ആശ്രയിച്ചിരിക്കുന്നു, അഥവാ മൂന്നു കോണുകളും തമ്മിൽ എന്തോ ഒരു ബന്ധമുണ്ടു് എന്നു കുട്ടികൾ മനസ്സിലാക്കട്ടെ.

ഈ ബന്ധമെന്താണെന്നു മനസ്സിലാക്കാൻ കുട്ടികളിൽ ജിജ്ഞാസ ഉയർത്തുക. ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച് കോണുകൾ അളന്നു നോക്കി ഈ ബന്ധമെന്താണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കാമെന്നു കുട്ടികൾ പറയും. രണ്ടോ മൂന്നോ ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച് കോണുകൾ അളക്കട്ടെ. പക്ഷേ അവയിൽനിന്നും ഒരു നിഗമനത്തിലുമെത്താൻ കുട്ടികൾ പ്രാപ്തരായെന്നു വരികയില്ല.

ഒരു കോണിൻെറ അളവു ക്ലിപ്തമാക്കിവച്ചുകൊണ്ടു് രണ്ടാമത്തെ കോണിൻെറ അളവ് കൂട്ടിക്കൂട്ടി, ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച്, മൂന്നാമത്തെ കോൺ അളക്കാൻ കുട്ടികളോടാവശ്യപ്പെടുക. ഉദാഹരണമായി ഒരു കോൺ 30° ആയിരിക്കട്ടെ. രണ്ടാമത്തെ കോൺ 30°, 45°, 50°, 90°, 120°, 140°, 148° എന്നിങ്ങനെ വലുതാക്കി വലുതാക്കി, ത്രികോണങ്ങൾ വരച്ച്, ഓരോന്നിലും മൂന്നാമത്തെ കോൺ അളന്നു്, താഴെ കാണുന്ന പട്ടികാരൂപത്തിലെഴുതട്ടെ.

ത്രികോണം	ഒന്നാമത്തെ കോൺ	രണ്ടാമത്തെ കോൺ	മൂന്നാമത്തെ കോൺ	നിഗമനം
1	30°	45°		
2	30°	50°		

കോണുകൾ തമ്മിലെന്തെങ്കിലും ബന്ധം കാണാൻ കഴിയു ന്നുണ്ടോ എന്നു കുട്ടികളോടു ചോദിക്കുക. രണ്ടാമത്തേയും മൂന്നാമത്തേയും കോണുകളുടെ തുക 150° യോടടുത്തതാ ണെന്നു് ചില കുട്ടികൾ പറഞ്ഞെന്നുവരും. രണ്ടാമത്തെ കോൺ വലുതായി വരുന്തോറും മൂന്നാമത്തെ കോൺ ചെറുതായി വരുന്നതായും, രണ്ടാമത്തേതു് 148° ആയ പ്പോൾ മൂന്നാമത്തെ കോൺ അളക്കാൻ കഴിയാത്തത്ര ചെറുതായിപ്പോയതായും വിദ്യാർത്ഥികൾ കണ്ടുപിടിക്കും. രണ്ടാമത്തെ കോൺ 150° ആയി വരയ്ക്കുക. അപ്പോൾ മൂന്നാമതൊരു കോണേ കിട്ടുന്നില്ല എന്നവർ കാണട്ടെ.

അടുത്തതായി ഒരു കോൺ 90° ആയി വച്ചുകൊണ്ടു് രണ്ടാമത്തെ കോൺ 25°, 50°, 60°, 80°, 85° എന്നി ങ്ങനെ കൂട്ടിക്കൂട്ടി അവസാനം 90° ആയും വരപ്പിക്കുക. ഇവിടെയും, രണ്ടാമത്തെ കോൺ കൂടിക്കൂടി വരുമ്പോൾ മൂന്നാമത്തെ കോൺ കുറഞ്ഞു കുറഞ്ഞു വരുന്നു എന്നു കുട്ടി കൾ പറയും. രണ്ടാമത്തെ കോൺ 90° ആയപ്പോൾ ത്രികോണമേ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നില്ല എന്നവർ മനസ്സി ലാക്കുന്നു. രണ്ടാമത്തേയും മൂന്നാമത്തേയും കോണുകളുടെ തുക 90° ആണെന്നും ചില കുട്ടികൾ കണ്ടുപിടിച്ചേക്കും.

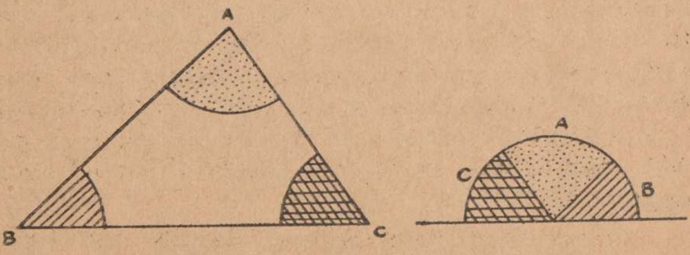
എപ്പോഴെല്ലാമാണു് ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയാ ത്തതു് എന്നു് ചോദിക്കുക. രണ്ടു കോണുകളുടെ തുക 180° ആയപ്പോഴാണു് ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയാത്തതു് എന്നു കുട്ടികൾ പറയും. രണ്ടു കോണുകളുടെ തുക 180° യിൽ കുറവായിരുന്നാൽ മാത്രമേ ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ കഴിയുന്നുള്ളു. ഈ അവസരത്തിൽ പല കുട്ടികളും, മൂന്നു കോണുകളും കൂട്ടിയാൽ 180° കിട്ടണമെന്നു കണ്ടുപിടിക്കാ തിരിക്കയില്ല. താഴെ പറയും പ്രകാരമുള്ള ഒരു പ്രവ ർത്തനം കൂടിയാകുമ്പോൾ തീർച്ചയായും ഭൂരിഭാഗം കുട്ടി കളും, ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ മൂന്നു കോണുകളുടെയും തുക 180° ആയിരിക്കും എന്ന നിഗമനത്തിലെത്താൻ കഴി വുള്ളവരാകും.

ഒന്നാമത്തെയും രണ്ടാമത്തെയും കോൺ 60° വീതം ആകത്തക്കവിധം ഒരു ത്രികോണം വരച്ചു് മൂന്നാമത്തെ

കോൺ അളക്കട്ടെ. വളരെ അധികംപേക്കും 60° എന്നു തന്നെ കിട്ടും. ചിലക്ക് 59° എന്നും മററു ചിലക്ക് 61° എന്നും കിട്ടിയെന്നു വരാം. ഒരു കോൺ 59°, രണ്ടാമത്തെ കോൺ 61° ആയി വേറൊരുത്രികോണം വരച്ച മൂന്നാമത്തെ കോണളക്കട്ടെ. ഇത്രയുമാകുമ്പോഠം കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്നു മിക്ക കുട്ടികളും കണ്ടുപിടിക്കാതിരിക്കയില്ല.

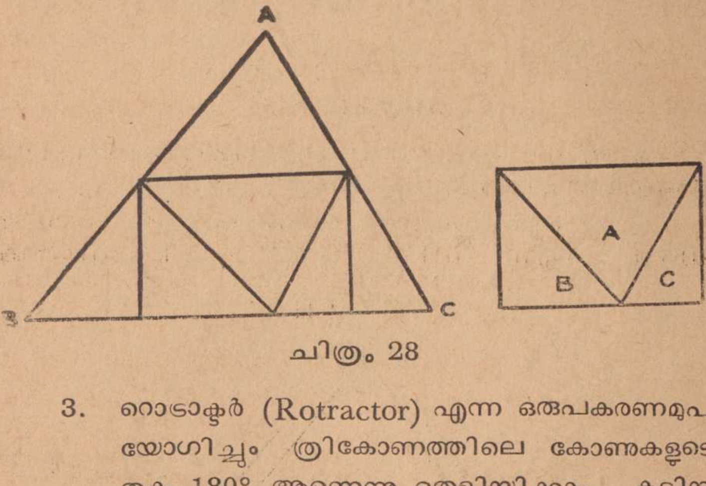
ഇനി ഈ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണോ എന്നു പരിശോധിച്ചാൽ മതിയാകും. അതു് താഴെ പറയും പ്രകാരമുള്ള ചില ഉപകരണങ്ങളും പ്രവത്തനങ്ങളുംവഴി ചെയ്യാവുന്നതാണു്.

1. പേപ്പറിൽ ഒരു ത്രികോണം വെട്ടിയെടുത്തു് മൂന്നു കോണുകളിലും മൂന്നുനിറം ചായമിടുക. രണ്ടു മൂലകളിലെ കോണുകഠം വെട്ടിയെടുത്തു് മൂന്നാമത്തെ മൂലയോടു ചേത്തുവയ്ക്കുക. മൂന്നും കൂടിച്ചേന്നു് ഒരു നേർ രേഖയിലെ കോണുണ്ടാകുന്നതായി കാണാം. നേർരേഖയിലെ കോൺ 180° ആണെന്നു വ്യക്തമാക്കിക്കൊടുക്കുക.



ചിത്രം 27

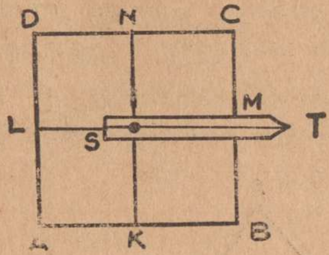
2. പേപ്പറിൽ ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് വെട്ടിയെടുക്കുക. മൂന്നു മൂലകളും, പാദത്തിൽ ഒരു ബിന്ദുവിൽ (ലംബം പാദത്തെ സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവായിരിക്കുമിതു്) കൂട്ടിമുട്ടത്തക്കവിധം മടക്കുക. മൂന്നു കോണുകളും ചേർത്തു് ഒരു ഋജുരേഖയിലെ കോണുണ്ടാകുന്നതായി കാണാം.



ചിത്രം 28

3. റൊട്രാക്ടർ (Rotractor) എന്ന ഒരുപകരണമുപയോഗിച്ചും ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ തുക 180° ആണെന്നു തെളിയിക്കാം. കട്ടിയുള്ളതും നേർമ്മയേറിയതുമായ ഒരു പ്ലാസ്റ്റിക്ക പേപ്പറിൽ ABCD എന്ന ഒരു ചെറിയ സമചതുരവും ST എന്ന ഒരു ഇൻഡക്സും വെട്ടിയെടുക്കുക. അടിവശം ഫൈൽ ചെയ്യാവുന്ന പിൻ ഉപയോഗിച്ചു ഇൻഡക്സ് സമചതുരത്തിന്റെ മദ്ധ്യത്തിൽ അങ്ങോട്ടുമിങ്ങോട്ടും കറക്കത്തക്കവിധത്തിൽ ഘടിപ്പിക്കുക. നല്ല മുനയുള്ള ഒരാണിയോ സൂചിയോ ഉപയോഗിച്ച് LOM, NOK എന്നീ

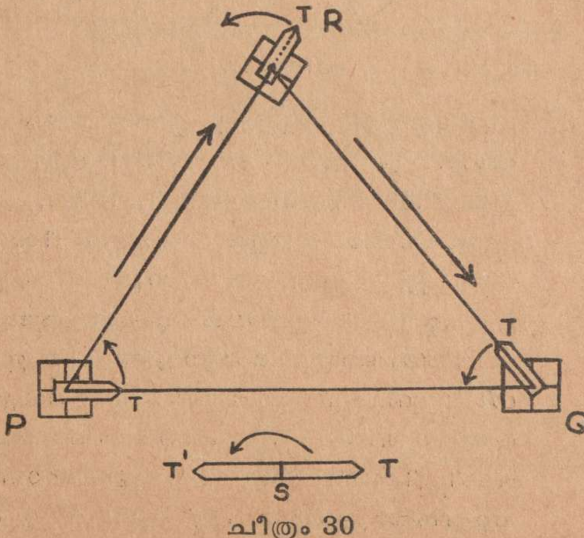
രേഖകൾ സമചതുരത്തിലും ST എന്ന രേഖ ഇൻഡക്സിലും വരയ്ക്കുക.



ചിത്രം 29

ഇനി ഈ ഉപകരണം ഉപയോഗിക്കേണ്ടതെങ്ങനെ യെന്നാണ് പറയാൻ പോകുന്നത്.

PQR എന്ന ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. റൊട്ടാക്ടറിലെ O എന്ന ബിന്ദു P യുടെ മുകളിൽ വരത്തക്ക



ചീത്രം 30

വിധവും ST രേഖ PQ രേഖമേൽ വരത്തക്ക വിധവും റൊട്ടാക്കൂർ ത്രികോണത്തിൻെറ പുറത്തു വയ്ക്കുക. ഇൻഡക്സ് കറക്കി PR രേഖമേൽ വരുത്തുക. ഇപ്പോഠം ഇൻഡക്സ് ഏതാംഗിളിനു തുല്യമായി കറങ്ങി എന്നു ചോദിച്ചാൽ $\angle RPQ$ നു തുല്യമായി എന്നു കുട്ടികഠം പറയും. റൊട്ടാക്കൂർ PR ൽക്കൂടി നിരക്കി, (ഇൻഡക്സിൻെറ സ്ഥാനം നീങ്ങരുതു്) O, R ൻെറ പുറത്തു വരുത്തുക. ഇൻഡക്സ് കറക്കി ST രേഖ QR രേഖയുടെ പുറത്തു വരുത്തുക. ഇപ്പോഠം ഇൻഡക്സ് $\angle PRQ$ നു് തുല്യമായ ഒരാംഗിളിൽ തിരിഞ്ഞു. അതായതു് അതിൻെറ ആദ്യത്തെ സ്ഥാനത്തുനിന്നും ആകെ $\angle RPQ + \angle PRQ$ നു തുല്യമായ ഒരാംഗിഠം ചുററി. ഇനി റൊട്ടാക്കൂർ RQ ൽ കൂടി നിരക്കി (ST രേഖ RQ ൽ തന്നെ ആയിരിക്കണം) O എന്ന ബിന്ദു Q ൽ പതിക്കത്തക്ക വിധം വയ്ക്കുക. ഇൻഡക്സ് കറക്കി ST രേഖ QP യുടെ മേൽ വരുത്തുക. ഇപ്പോഠം ഇൻഡക്സ് ആകെ കറങ്ങിയതു് $\angle RPQ + \angle PRQ + \angle PQR$ നു തുല്യമായ ഒരാംഗിഠം. ഇൻഡക്സിൻെറ ഇപ്പോഴത്തെ സ്ഥാനവും ആദ്യത്തെ സ്ഥാനവും തമ്മിൽ താരതമ്യം ചെയ്യുക. ഇൻഡക്സ് ഇപ്പോഠം ആദ്യത്തെ സ്ഥാനത്തുതന്നെയെങ്കിലും, ആദ്യത്തേതിൻെറ വിപരീതവശത്തേക്കു തിരിഞ്ഞിരിക്കുന്നു എന്ന കാര്യം ചൂണ്ടിക്കാണിക്കുക. ഒരു നേർവരയുടെ പുറത്തുള്ള ആംഗിളിനു തുല്യമായ ഒരാംഗിളിൽക്കൂടിയാണു് ഇൻഡക്സ് തിരിഞ്ഞിരിക്കുന്നതു്. നേർവരയുടെ പുറത്തുള്ള കോൺ 180° ആണല്ലോ. അങ്ങനെ $\angle P + \angle Q + \angle R = 180°$ എന്നു കുട്ടികഠംക്കു വ്യക്തമാകുന്നു.

ഇപ്രകാരം ഉപകരണങ്ങളുപയോഗിച്ചും, കുട്ടികളുടെ പ്രവത്തനങ്ങഠം വഴിയും, കുട്ടികളെ ഒരു നിഗമനത്തിലെ

ത്തിച്ചേരാനും, ആ നിഗമനം ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാനും നാം സഹായിക്കുകയാണു വേണ്ടതു്. അല്ലാതെ തത്വംമാത്രം പറഞ്ഞുകൊടുത്തു് അതു് കാണാതെ പഠിപ്പിച്ചതുകൊണ്ടു ശരിയാകുകയില്ല.

ഇനി മേൽപ്പറഞ്ഞ തത്വമുപയോഗിച്ചു് കുട്ടികളെക്കൊണ്ടു് ഏതാനും ലഘു പ്രശ്നങ്ങൾ ചെയ്യിക്കുക.

—

GUIDE BOOK FOR TEACHERS IN MATHEMATICS

STANDARD VI

Prepared in the
STATE INSTITUTE OF EDUCATION
KERALA
1967

Price : 60 P.

PRINTED BY THE S.G.P. AT THE GOVERNMENT PRESS,
ERNAKULAM, 1968