

ഗണിതശാസ്ത്രം

MATHEMATICS

7

1975

[redacted]

Class Text
Std VII C

അഭിനവഗണിതം

സ്റ്റാൻഡേർഡ് VII



MUNAVIRVL ISLAM HIGH SCHOOL.
Date.....
ERNAKULAM.

വില രൂപ.

1975

©
കേരളഗവണ്മെൻറ് പ്രസിദ്ധീകരണം
വിദ്യാഭ്യാസവകുപ്പ്
1975

ഉള്ളടക്കം

അദ്ധ്യായം			പുറം
1.		ആവർത്തനപോദ്യങ്ങൾ	8
2.		സാമൂഹ്യഗണിതം	19
	(a)	കാഹരികം	23
	(b)	കൂട്ടുപലിശ	38
3.		അംശബന്ധം	49
4.		അനുപാതം	76
5.		ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ചതുഷ്ക്രിയകൾ	96
6.		ലേഖ	131
		അനുബന്ധം	156
7.		കൃത്യങ്കങ്ങൾ	166
	(a)	കൃത്യങ്കനിയമങ്ങൾ	167
	(b)	വർഗവും വർഗമൂലവും	176
8.		വാചകങ്ങൾ (ചതുഷ്ക്രിയകൾ)	228
9.		വാക്യങ്ങൾ സദാസത്യവാക്യങ്ങൾ	251
10.		കോണുകൾ	273
11.		സമാന്തരരേഖകൾ	288
12.		ത്രികോണങ്ങൾ	313
13.		വൃത്തം	348
14.		പ്രതിസാമ്യത	358
15.		പാറേറൺ കണ്ടെത്തൽ (സംഖ്യാപരവും ക്ഷേത്രഗണിതപരവും)	377
		അനുബന്ധം	391

BHASKARA PRINTING WORKS
VAZHUTHACAUD, TRIVANDRUM-14.
PHONE: 62168

ആമുഖം

പരിഷ്ക്കരിച്ച പാഠപദ്ധതിയനുസരിച്ചുള്ളതാണ് ഈ പുസ്തകം. പാഠ്യപദ്ധതി നവീകരണത്തിൽ പങ്കെടുത്ത വിദഗ്ദ്ധരും പരിചയസമ്പന്നരും അഭിനവചിന്താഗതിക്കാരുമായ അദ്ധ്യാപകരുടെ വർക്കുഷാപ്പുകളിലാണ് ഈ പാഠപുസ്തകങ്ങൾ രൂപംകൊണ്ടത്. ഭാരതത്തിലെ പല സ്റ്റേറ്റുകളിലെയും, വിദ്യാഭ്യാസപരമായി മുന്നണിയിൽ നിൽക്കുന്ന ചില വിദേശരാജ്യങ്ങളിലെയും പാഠ്യപദ്ധതിയും പാഠപുസ്തകങ്ങളും സമഗ്രമായി പഠിക്കുക, ഗണിതശാസ്ത്രവിഷയകമായി രചിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള അത്യാധുനികമായ ഗ്രന്ഥങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക, ഓരോ പാഠഭാഗത്തിന്റെയും ഉള്ളടക്കം പ്രതിപാദനരീതി മുതലായവയെപ്പറ്റി ചിന്തിക്കുക ചർച്ചചെയ്യുക എന്നിങ്ങനെയുള്ള അനേകം പ്രക്രിയകൾക്കുശേഷം മാത്രമാണ് ഓരോ പാഠ്യവസ്തുതയ്ക്കും രൂപം നൽകിയിട്ടുള്ളത്. പ്രൊഫസർമാർവരെയുള്ളവർ ഈ ചർച്ചയിൽ പങ്കെടുത്തിട്ടുണ്ട്. കൂടാതെ പരിചയസമ്പന്നരായ അദ്ധ്യാപകരുടെയും വിദ്യാഭ്യാസവിചക്ഷണരുടെയും അഭിപ്രായങ്ങൾക്കും നിർദ്ദേശങ്ങൾക്കുമായി ഈ പുസ്തകം സമർപ്പിക്കുകയും, അദ്ധ്യാപകർ, അദ്ധ്യാപകസംഘടനാപ്രതിനിധികൾ തുടങ്ങിയവർ പങ്കെടുത്ത സെമിനാറുകളിൽ വച്ച് ഇതു ചർച്ച ചെയ്യപ്പെടുകയും ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്. അവരുടെയെല്ലാം അഭിപ്രായങ്ങളും ഈ പുസ്തകത്തിന് അവസാനരൂപം കൊടുക്കുന്നതിനു മുമ്പ് കണക്കിലെടുത്തിട്ടുണ്ട്.

ആധുനികചിന്താഗതിക്കനുസരണമായി ഗണിതശാസ്ത്രപഠനംകൊണ്ടു നേടേണ്ട ഉദ്ദേശ്യങ്ങൾ (objectives) പാഠ്യപദ്ധതിയിൽ നിർദ്ദേശിച്ചിട്ടുണ്ട്. (പാഠ്യപദ്ധതിയുടെ ആമുഖം നോക്കുക.) ആ ഉദ്ദേശ്യങ്ങളെല്ലാം കൈവരിക്കത്തക്കവിധമാണ്

ഈ പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ ഉള്ളടക്കം സംവിധാനം ചെയ്തിരിക്കുന്നത്. പുതിയ കാഴ്ചപ്പാടിലൂടെ പഴയ വിഷയങ്ങളോടുള്ള സമീപനം, പുതിയ വിഷയങ്ങളുടെ ലളിതമായ പ്രതിപാദനം എന്നിവ ഈ പാഠപുസ്തകങ്ങളുടെ ഒരു പ്രത്യേകതയാണ്.

ഗണിതപാഠപുസ്തകങ്ങൾ പരിഷ്ക്കരിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി സൂക്ഷ്മപരിശോധനയ്ക്കു വിധേയമാക്കുകയുണ്ടായി പുസ്തകം കൂടുതൽ ലളിതവും പ്രയോജനപ്രദവുമാക്കുന്നതിനുവേണ്ടി ചിലഭാഗങ്ങൾ ഉപേക്ഷിക്കുകയും ചിലതു പുതുക്കി എഴുതുകയും ചെയ്തു. ഈ ലഘൂകരണപ്രക്രിയ ഉള്ളടക്കത്തിന്റെ സമ്പൂർണ്ണതയ്ക്ക് കോട്ടം തട്ടാത്തവിധം ചെയ്യാൻ പ്രത്യേകം നിഷ്കർഷിച്ചിട്ടുണ്ട്. രണ്ടു വാല്യങ്ങളായി പ്രസിദ്ധീകരിച്ചിരുന്ന ഗ്രന്ഥം തൽഫലമായി ഒരു പുസ്തകമാക്കി ചുരുക്കുവാനും സാധിച്ചിരിക്കുന്നു. ഈ പരിഷ്ക്കരിച്ച പതിപ്പ്, അദ്ധ്യാപകർക്കും വിദ്യാർത്ഥികൾക്കും കൂടുതൽ ഉപയോഗപ്രദമായിത്തീരുമെന്നു പ്രത്യാശിക്കുന്നു.

അദ്ധ്യായം 1

ആവർത്തന ചോദ്യങ്ങൾ

അഭ്യാസം 1

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളാം നിങ്ങളം സ്വയം ചെയ്യാൻ ശ്രമിക്കുകയാണുവേണ്ടത്. ഏതെങ്കിലും ചോദ്യങ്ങൾക്കു പ്രയാസം തോന്നുന്നപക്ഷം അദ്ധ്യാപകന്റെ സഹായത്തോടുകൂടി പാഠഭാഗം വീണ്ടും പഠിച്ചതിനുശേഷം ആ ചോദ്യങ്ങൾ ചെയ്യുക.

A

1. ക്രിയചെയ്യുക.

   a) $\frac{4}{15} \times \frac{25}{21} \div \frac{12}{7}$ b) $(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}) \times \frac{3}{14}$

   c) $(3\frac{1}{2} \div \frac{2}{5} \times \frac{1}{5})$ d) $5\frac{1}{3} \times 7 + \frac{3}{4} \times 13 - 6\frac{3}{16} \times 4$

   e) $(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}) \div \frac{3}{4}+\frac{2}{3}+1\frac{1}{6})$

2. ലഘൂകരിക്കുക:—

   a) $5.792 \times 15 + .0765 \times 12 - 3.125 \times 9$

   b) $\frac{3.1 \times .156}{.72}$ c) $\frac{8.4 \times 5.7}{3.8}$

   d) $\frac{2.275}{.42 \times 3.25}$ e) $\frac{.0075}{.025}$

3. വലുതു തുടങ്ങി ക്രമത്തിലെഴുതുക:—

   $\frac{13}{16}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{19}{30}$

4. $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$ ഇവയുടെ തുകയെ $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ ഇവയുടെ തുക കൊണ്ടു ഹരിക്കുക.

5. $\frac{7}{8}$ ടൺ വിറകിന്റെ വില $59\frac{1}{2}$ രൂപയാണെങ്കിൽ $\frac{5}{4}$ ടൺ വിറകിന്റെ വിലയെന്ത്?

6. .67, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{16}$ ഇവയിൽ ഏറ്റവും വലുത് ഏത്? ഏറ്റവും ചെറുത് ഏതു?

7. a) ഒരാളിന്റെ വരവിൽ .7 ഭാഗം ചെലവായാൽ ബാക്കി എത്ര ഭാഗമുണ്ട്?
   b) 7 രൂ. 50 പ. യുടെ .3 ഭാഗം എത്ര?
   c) ഒരു സംഖ്യയുടെ .6 ഭാഗം 24 ആണെങ്കിൽ സംഖ്യ എത്ര?
   d) ഒരാളിന്റെ വരവിൽ .7 ഭാഗം ചെലവാക്കുന്നു. 63 രൂപ മിച്ചമുണ്ടെങ്കിൽ വരവ് എത്ര?

8. ഒരാളിന്റെ സ്വത്തിൽ .4 ഭാഗം പുത്രനും .45 ഭാഗം പുത്രിക്കും കൊടുത്തു. ബാക്കി 3750 രൂപയുണ്ടെങ്കിൽ ആകെ സ്വത്ത് എന്തായിരുന്നു? പുത്രിക്ക് എത്ര രൂപ കൊടുത്തു?

9. ഒരാൾ തന്റെ സ്വത്തു മുഴുവനും തന്റെ ഭാര്യയ്ക്കു രണ്ടു പുത്രൻമാർക്കുമായി ഭാഗിച്ചുകൊടുത്തു. പുത്രൻമാരിൽ ഓരോരുത്തർക്കും $\frac{2}{5}$ ഭാഗം വീതം കൊടുത്തപ്പോൾ അവർക്ക് അവരുടെ അമ്മയെക്കാൾ 1200 രൂപവീതം കൂടുതൽ കിട്ടി. എന്നാൽ ഓരോരുത്തരുടേയും വീതമെന്ത്?

10. ഒരാൾ തന്റെ സ്വത്തിൽ $\frac{5}{12}$ ഭാഗം ചെലവുചെയ്തുകയും ശേഷിച്ചതിന്റെ $\frac{4}{7}$ ഭാഗമായ 4500 രൂപയ്ക്ക് ഒരു തോപ്പു വാങ്ങിയ്ക്കുകയും ചെയ്തു. ആദ്യം അയാൾക്കുണ്ടായിരുന്ന സ്വത്തിന്റെ വിലയെന്ത്?

11. ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{15}{16}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $28\frac{1}{2}$ കിട്ടും. സംഖ്യ ഏത്?

12. താഴെ കൊടുത്തിരിയ്ക്കുന്ന സംഖ്യകളോട് ഏത് സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ തുക അതിനടുത്ത പൂർണ്ണസംഖ്യ ആകും?
   a) 5.78 b) 9.365 c) 11.065 d) 7.003
   e) .9879 f) 000039 g) 1000 9999

13. 3960645 ÷ 5345 = 741 എന്നതിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിന്റെ ഫലങ്ങൾ ക്രിയ ചെയ്യാതെ എഴുതുക.
   a) 396.0645 ÷ 53.45
   b) 39.60645 ÷ .005345
   c) 3960.645 ÷ 5.345
   d) 3.960645 ÷ 534.5

14. $96\frac{3}{4}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരു ചുരുൾ കമ്പിയിൽനിന്നും $7\frac{3}{4}$ മീറ്റർ നീളമുള്ള എത്ര കഷണങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കാം? ശേഷിക്കുന്ന ഭാഗത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?

15. ചില സംഖ്യകൾ തമ്മിൽ കൂട്ടുകയും കുറയ്ക്കുകയും ചെയ്തതിൽ 10.5327 എന്ന സംഖ്യ കൂട്ടിയപ്പോൾ അതിലുള്ള '2' എന്ന അക്കം കൂട്ടാൻ വിട്ടുപോയി. അവസാനഫലത്തോട് ഏതുസംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ ഉത്തരം ശരിയാക്കാം?

B

1. ശരാശരി കാണുക:-
   a) 7, 13, 17, 23, 25
   b) 11, 18, 0, 7
   c) 97, 1.09, 3.0 97.948
   d) 97.43, 97.45, 97.47, 97.49
   e) $3\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{8}$, $7\frac{2}{3}$, $9\frac{3}{4}$

2. ഒരു കുട്ടിക്ക് 4, 4.25, 3.75, 4.75, 5.25, 5.75, 5.75, 4.5 എന്നീ ക്രമത്തിനു മാർക്കുകൾ കിട്ടി. എന്നാൽ ശരാശരി മാർക്കെത്ര?

3. ഒരു സ്കൂളിൽ ഏഴാം സ്റ്റാൻഡേർഡിൽ 2 ഡിവിഷനുണ്ട്. A ഡിവിഷനിൽ 43 കുട്ടികളും B ഡിവിഷനിൽ 38 കുട്ടികളും ഉണ്ട്. കണക്കു പരീക്ഷയിൽ A ഡിവിഷനിലെ ശരാശരി മാർക്ക് 52-ഉം B ഡിവിഷനിലെ ശരാശരി മാർക്ക് 35-ഉം ആയാൽ ആ ക്ലാസിലെ മൊത്തം കുട്ടികളുടെ കണക്കു പരീക്ഷയുടെ ശരാശരി മാർക്ക് എന്ത്?

4. ഒരു തീവണ്ടി ആദ്യത്തെ 4 മണിക്കൂറിൽ 140 കിലോമീറ്ററും, പിന്നിട് 8 മണിക്കൂറിൽ 360 കിലോമീറ്ററും, അടുത്ത 6 മണിക്കൂറിൽ 220 കിലോമീറ്ററും ദൂരം പോയി. തീവണ്ടിയുടെ ശരാശരി വേഗത എത്ര?

5. A, B എന്ന രണ്ടു വിദ്യാലയങ്ങളിൽ നിന്ന് അഞ്ചു വർഷങ്ങളിൽ S. S. L. C. പാസായ കുട്ടികളുടെ എണ്ണ

വും, ശരാശരിയും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക ചുവടെ ചേർക്കുന്നു. അതിൽ വിട്ടുപോയ സംഖ്യ പൂരിപ്പിക്കുക:-

വർഷം	A	B
1964	87	165
1965	88	180
1966	75	—
1967	92	210
1968	98	325
ശരാശരി	—	205

6. ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 45 കുട്ടികളുണ്ട്. അതിൽ 17 പേർ പെൺകുട്ടികളാണ്. ഒരു പരീക്ഷയിൽ ആ ക്ലാസിലെ ശരാശരി മാർക്ക് 43.8 ആണ്. പെൺകുട്ടികളുടെ തന്നിലുള്ള ശരാശരി മാർക്ക് 41.5 ആണെങ്കിൽ, ആൺകുട്ടികളുടെ ശരാശരി മാർക്കെത്ര? (ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയാക്കിട്ട് ഉത്തരം കാണുക.)

7. ഒരു ക്ലാസ്സിലെ 55 കുട്ടികളുടെ ശരാശരി വയസ് 9 വർഷം 8 മാസം ആണ്. 11 വർഷം 2 മാസം പ്രായമുള്ള വേറൊരു കുട്ടി ക്ലാസ്സിൽ വന്നുചേർന്നാൽ പിന്നീടുള്ള ശരാശരി വയസ് എത്ര? (ഒരു മാസത്തിൽ കുറവു വരുന്ന തുക തള്ളിക്കളയണം).

8. 32 വിദ്യാർത്ഥികളുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സിലെ ശരാശരി മാർക്ക് 48 ആയിരുന്നു. അവരിൽ ഒരാൾക്ക് പൂജ്യവും, മറ്റൊരാൾക്ക് 12 മാർക്കുമാണു കിട്ടിയത്. അവർ രണ്ടു പേരും പരീക്ഷയ്ക്കു ചേരാതിരുന്നെങ്കിൽ, മാർക്കിന്റെ ശരാശരി എത്ര കൂടുമായിരുന്നു?

9. ഒരു തീവണ്ടി ആദ്യത്തെ 100 കിലോമീറ്റർ മണിക്കൂറിന് 25 കിലോമീറ്റർ വച്ചും, ബാക്കിയുള്ള 200 കിലോമീറ്റർ മണിക്കൂറിന് 40 കിലോമീറ്റർ വച്ചും സഞ്ചരിച്ചാൽ ആ യാത്രയിൽ തീവണ്ടിയുടെ ശരാശരി വേഗതയെന്ത്?

10. ഒരു കാർ മണിക്കൂർ ഒന്നിന് 35 കിലോമീറ്റർവച്ച് 2 മണിക്കൂറും, 40 കിലോമീറ്റർവച്ച് 3 മണിക്കൂറും സഞ്ചരിച്ചാൽ അതിന്റെ ശരാശരി വേഗത കാണുക.

11 a) കൊല്ലത്തുനിന്നു 7.50 നു തിരിക്കുന്ന ഒരു തീവണ്ടി 13.10 ന് എറണാകുളത്തെത്തുന്നു. ദൂരം 156 കി. മീറ്ററാ യാൽ വണ്ടിയുടെ ശരാശരി വേഗതയെന്ത്?

b) ഒരാൾ A യിൽനിന്നും B യിലേക്കു മണിക്കൂറിൽ 24 കി. മീറ്റർ വേഗതയിലും, തിരിച്ച് B യിൽനിന്ന് A യിലേക്ക് മണിക്കൂറിൽ 18 കിലോമീറ്റർ വേഗതയിലും സഞ്ചരിച്ചാൽ അയാളുടെ ശരാശരി വേഗത കാണുക.

12. ഒരു ഹൈസ്ക്കൂളിൽ 320 വിദ്യാർത്ഥികളുണ്ട്. അവരിൽ 180 പേർ 6 രൂപ വച്ചും, 112 പേർ 3 രൂപ വച്ചും ഫീസുകൊടുക്കുന്നു. ബാക്കിയുള്ളവർ മുഴുവൻ ഫീസ് സൗജന്യമുള്ളവരാണ്. സ്ക്കൂളിന് ഒരു കുട്ടിയിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന ശരാശരി ഫീസെന്ത്?

13. ഓരോ വിഷയത്തിനും ഏറ്റവും കൂടുതൽ 100 മാർക്ക് ഉള്ള ഒരു പരീക്ഷയിൽ ബാബുവിന് അഞ്ചു വിഷയങ്ങൾക്കും കൂടി ശരാശരി 57.5% മാർക്കു കിട്ടി, ആറാമത്തെ വിഷയത്തിന് എത്ര മാർക്കു വാങ്ങിയാൽ അയാളുടെ ശരാശരി മാർക്ക് 60% ആകും.

14. 10, 12, 13, 'x' എന്നീ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി 13 ആയാൽ 'x' എത്രയായിരിക്കും?

15 എന്റെ കൂട്ടുകാരന് 9 കെട്ടിടങ്ങളുടെ വാടക കിട്ടാനുണ്ട്. അയാളുടെ ഒരു മാസത്തെ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ ശരാശരി വാടകത്തുക കണക്കാക്കിയപ്പോൾ 80 രൂപ എന്നു കിട്ടി. പക്ഷേ തുകകൾ എഴുതിയപ്പോൾ ഒരു കെട്ടിടത്തിന്റെ വാടക 72 രൂപ എന്നെഴുതുന്നതിനു പകരം 27 രൂപ എന്നു തെറ്റിച്ചെഴുതിയാണു കൂട്ടിയത്. എന്നാൽ ശരിയായ ശരാശരി എന്തായിരിക്കും?

C

1. പൂരിപ്പിക്കുക:–

	ഭിന്നസംഖ്യ	ദശാംശസംഖ്യ	ശതമാനനിരക്ക്
a)	$\frac{1}{4}$	—	—
b)	—	0.625	—
c)	—	—	85
d)	$1\frac{3}{4}$	—	—
e)	—	2.7	—
f)	—	—	215
g)	—	—	.9
h)	—	.045	—

2. പൂരിപ്പിക്കുക:–

a) 25 ന്റെ 30% = —
b) 40 ന്റെ —% = 15
c) — ന്റെ 10% = 6
d) 186 ന്റെ $33\frac{1}{3}$% = —
e) 45 ന്റെ — % = 18
f) 60 ന്റെ 225% = —
g) — ന്റെ 60% = 12
h) 6 ന്റെ $2\frac{1}{2}$% = —
i) 18 ന്റെ —% = 12
j) —ന്റെ .1% = 10
k) Bയുടെ 20% = Cയുടെ—%

3. ഏതു സംഖ്യയുടെ 2% ആണ് 80 ന്റെ 5%?

4. ഒരു സാധനത്തിന്റെ വില 3.80 രൂപ ആയിരുന്നത് 5.70 രൂപ ആയി വർദ്ധിച്ചാൽ വർദ്ധനവു ശതമാനമെത്ര?

5. a) ഒരു സംഖ്യ 22% വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ 183 ആയി. സംഖ്യ എത്രയായിരുന്നു?

b) ഒരു സംഖ്യയെ $\frac{5}{4}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അതെത്ര ശതമാനം വർദ്ധിക്കും?

6. ഒരു വർഷം 180 സാദ്ധ്യായ ദിവസങ്ങളുണ്ടായിരുന്നതിൽ 29 ദിവസം ഒരു കുട്ടി ക്ലാസിൽ ഹാജരായില്ല. ക്ലാസ്സുകയറ്റം കിട്ടണമെങ്കിൽ 85% ഹാജർ വേണം. ഈ കുട്ടിക്ക് ഹാജർ തികയുമോ? ഇല്ലെങ്കിൽ എത്ര ദിവസത്തെ കുറവുണ്ട്?

7. ഒരു പരീക്ഷയിൽ എല്ലാ വിഷയങ്ങൾക്കും കൂടി ആകെ മാർക്ക് 550. അതിൽ 60 ശതമാനമോ അതിൽ കൂടുതലോ ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്കു കിട്ടിയാൽ അയാൾ ഒന്നാം ക്ലാസ്സോടുകൂടി ജയിക്കും. ഒരു വിദ്യാർത്ഥിക്ക് 325 മാർക്ക് കിട്ടിയെങ്കിൽ അയാൾക്ക് ഒന്നാം ക്ലാസു കിട്ടുമോ? കിട്ടുകയില്ലെങ്കിൽ എത്ര മാർക്ക് കുറവ് എന്നു കാണുക.

8. ഒരു തെരഞ്ഞെടുപ്പിൽ ഒരു നിയോജകമണ്ഡലത്തിലെ 65% വോട്ടർമാർ വോട്ടുരേഖപ്പെടുത്തി. വോട്ടുരേഖപ്പെടുത്താത്തവരുടെ എണ്ണം 4480 ആയാൽ ആ നിയോജകമണ്ഡലത്തിലെ ആകെ വോട്ടർമാരുടെ എണ്ണം കാണുക.

9. വെണ്ണ ഉരുക്കി നെയ്യാക്കുമ്പോൾ $37\frac{1}{2}\%$ തൂക്കം കുറയുന്നു. ഒരു ടിൻ വെണ്ണ ഉരുക്കിയപ്പോൾ $12\frac{1}{2}$ കിലോഗ്രാം നെയ്യു കിട്ടി. എന്നാൽ ടിന്നിൽ ഉണ്ടായിരുന്ന വെണ്ണയുടെ തൂക്കം കാണുക.

10. ഒരു പരീക്ഷക്കു ജയിക്കാൻ വേണ്ട കുറഞ്ഞ മാർക്ക് 30% ആണ്. രാജന് 55 മാർക്ക് കിട്ടി. അവൻ 17 മാർക്കിന്റെ കുറവു മൂലം തോറ്റുപോയി. എന്നാൽ എത്രയിലാണ് മാർക്കിട്ടിരിക്കുന്നത്?

11. ഒരു പരീക്ഷയിൽ 42% മാർക്കു കിട്ടിയ ഒരു കുട്ടിയ്ക്ക് ജയിക്കാൻ വേണ്ടതിനേക്കാൾ 10 മാർക്ക് കൂടുതലുണ്ട്. 35% മാർക്ക് കിട്ടിയ മറ്റൊരു കുട്ടി 25 മാർക്കിന്റെ കുറവുമൂലം തോറ്റുപോയി. ജയിക്കാൻ വേണ്ട മാർക്കെത്ര?

12. പാലിന്റെ വില 25 % വർദ്ധിക്കുമ്പോൾ ഒരു കുടുംബം പാലിനു വേണ്ടി ചെലവാക്കുന്ന തുകയിൽ മാറ്റം വരാതിരിക്കണമെങ്കിൽ പാലു വാങ്ങുന്നതിന്റെ അളവ് എത്ര ശതമാനം കുറയ്ക്കണം?

13. ഒരു സ്കൂളിലെ വിദ്യാർത്ഥികളിൽ 20 % പേർ കണക്കിനും 10% പേർ മലയാളത്തിനും തോറ്റു. 5% കുട്ടികൾ കണക്കിനും മലയാളത്തിനും തോറ്റു. രണ്ടിനും കൂടി ജയിച്ചവരുടെ ശതമാനമെത്ര? രണ്ടിനും ജയിച്ചവർ 450 പേരാണെങ്കിൽ സ്കൂളിലുള്ള മൊത്തം കുട്ടികൾ എത്ര?

14 സാധനങ്ങൾക്ക് 1953-ൽ നിലവിലുള്ള വിലയുടെ 150% ആയിരുന്നു 1958-ൽ. 1953-ലെ 70 രൂപ ശമ്പളമോ 1958-ലെ 133 രൂപ ശമ്പളമോ കൂടുതൽ പ്രയോജനകരമായിരുന്നത്?

15. ഒരു ഭാഗത്തിന്റെ നീളം മറ്റേഭാഗത്തിന്റെ നീളത്തേക്കാൾ 20% കൂടുതലായിരിക്കത്തക്കവണ്ണം 89.6 സെ.മീ. നീളമുള്ള ഒരു കമ്പിയെ രണ്ടായി മുറിച്ചാൽ ഓരോ ഭാഗത്തിന്റേയും നീളം എന്തായിരിക്കും?

D

1. ഒരു സാധനം 529 രൂപയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ എനിക്ക് 15% ലാഭം കിട്ടി. എന്തു വിലയ്ക്കാണ് ഞാൻ സാധനം വാങ്ങിയത്?

2. സൈക്കിൾ 250 രൂപാ വിലയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ ഒരു കച്ചവടക്കാരന് 25% ലാഭം കിട്ടി. അതിന്റെ വാങ്ങിയ വില എന്തായിരിക്കും? 50 % കൂടുതൽ വില കൊടുത്ത് അയാൾ സൈക്കിൾ വാങ്ങിയിരുന്നുവെങ്കിൽ 15% ലാഭം കിട്ടാൻ സൈക്കിൾ എന്തു വില വച്ച് വിൽക്കണം?

3. ഒരു റേഡിയോ 805 രൂപയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ 15% ലാഭം കിട്ടുന്നു. അതിന്റെ വാങ്ങിയ വിലയെത്ര? 7½% ലാഭം കിട്ടിയാൽ മതിയെങ്കിൽ അതെന്തു വിലയ്ക്കു വിൽക്കണം?

4. ഒരു കുതിരയെ 1995 രൂപയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ 5% നഷ്ടം ഉണ്ടായി. 5 % ലാഭം കിട്ടണമെങ്കിൽ അതിനെ എന്തു വിലയ്ക്കു വിൽക്കണം?

5. രൂപയ്ക്ക് 12 ഓറഞ്ചുവീതം വാങ്ങി, രൂപയ്ക്ക് 10 വീതം വിറ്റാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര ശതമാനം?

6. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ മൂന്നു വ്യാപാരങ്ങളിലായി 5400 രൂപ, 3000 രൂപ, 2200 രൂപാവീതം മുടക്കി. ഒന്നാമത്തേതിൽ നിന്ന് 10% ലാഭവും, രണ്ടാമത്തേതിൽനിന്ന് 8% നഷ്ടവും മൂന്നാമത്തേതിൽ 15% ലാഭവും ഉണ്ടായാൽ ആകെ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര ശതമാനം?

7. ഒരാൾ രണ്ടു സൈക്കിൾ 1980 രൂപാവീതം വിലയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ ഒന്നിൽ 10% ലാഭവും മറ്റേതിൽ 10% നഷ്ടവും ഉണ്ടായി. എന്നാൽ അയാളുടെ മൊത്തത്തിലുള്ള ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര ശതമാനം?

8. ഒരു സാധനത്തിന്റെ പരസ്യവില 200 രൂപ ആണ്. $12\frac{1}{2}\%$ ഡിസ്ക്കൗണ്ട് അനുവദിച്ചു വിറ്റാൽ വിറ്റവില എന്ത്?

9. ഒരു വ്യാപാരി പരസ്യവിലയുടെ 10% ഡിസ്ക്കൗണ്ട് അനുവദിച്ചു കഴിഞ്ഞ് $12\frac{1}{2}\%$ ലാഭമെടുക്കുന്നു. എന്നാൽ 250 രൂപ പരസ്യവിലയുള്ള ഒരു സാധനത്തിന്റെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്?

10. 500 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു റേഡിയോയുടെ വില 625 രൂപയായി കുറിക്കുന്നു. 5% ഡിസ്ക്കൗണ്ടിന് അത് വിറ്റാൽ ലാഭശതമാനം കാണുക.

11. ഒരു സൈക്കിൾ 10% ഡിസ്ക്കൗണ്ട് അനുവദിച്ച് 720 രൂപയ്ക്കു വിറ്റപ്പോൾ 20% ലാഭം കിട്ടിയാൽ അതിന്റെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്?

12. ഒരു കച്ചവടക്കാരൻ വാങ്ങിയ വിലയുടെ 10% കൂട്ടി വില പരസ്യപ്പെടുത്തി, 5% ഡിസ്ക്കൗണ്ടനുവദിച്ചു വിറ്റാൽ ലാഭം എത്രശതമാനം?

13. ഒരു വ്യാപാരി സാധനങ്ങൾക്ക് 20% ലാഭം പ്രതീക്ഷിക്കുന്നു. 400 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു സാധനം 20% ഡിസ്ക്കൗണ്ട് അനുവദിച്ചു വിൽക്കണമെങ്കിൽ അയാൾ അതിന് എന്തുവില പരസ്യപ്പെടുത്തണം?

E

1. താഴെ കാണുന്ന ചുറ്റളവുകളുള്ള സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

   a) 80 സെമീ. b) 100 സെമീ. c) 40 ചെയിൻ.

2. ഒരു സ്കൂൾകെട്ടിടം 30 മീ. നീളവും 7 മീ. വീതിയും ഉള്ളതാണ്. ഇതു കൂടാതെ അതിന്റെ രണ്ടറ്റത്തും അതേ വീതിയിൽ 12 മീ. നീളത്തിൽ രണ്ടു പോർട്ടിക്കോയും ഉണ്ട്. പോർട്ടിക്കോ ഉൾപ്പെടെ കെട്ടിടത്തിന്റെ തറ മുഴുവൻ കോൺക്രീറു ചെയ്യുവാൻ ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 10.50 രൂപ വച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

3. 80 മീറ്റർ നീളം 60 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു ചതുരത്തിന് ചുറ്റും പുറത്തായി 2 മീ. വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ട്. പാതയുടെ വിസ്തീർണ്ണമെന്ത്?

4. 120 മീ നീളം 30 മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും ഉള്ളിൽ 2 മീ. വീതിയിൽ ഒരു പാതയുണ്ടാക്കുവാൻ ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 75 പൈസവച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

5. 40 മീ. നീളം 25 മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു സർക്കസ് കളിസ്ഥലത്തിനു ചുറ്റും 5 മീ ഉയരത്തിൽ മറയ്ക്കുവാൻ വേണ്ട കാൻവാസിന്റെ വിസ്തീർണ്ണമെന്ത്?

6. 30 മീ. നീളം 12 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു പന്തലിന്റെ നാലു വശവും 1 മീ. ഉയരത്തിൽ മറയ്ക്കുന്നതിന് ഒരു ചതുരശ്ര മീറ്ററിന് 0.75 രൂപവച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

7. 57 മീ. നീളം 25 മീ വീതിയുള്ള ഒരു പന്തലിൽ വിരിക്കുന്നതിന് 5 മീ. നീളം 3 മീ. വീതിയുള്ള എത്ര പായ് വേണം?

8. 28 മീ. നീളം 12 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു ഹാളിൽ പാകുന്നതിന് 21 സെമീ. വശമുള്ള സമചതുര ഓടുകൾ എത്ര

വേണം? ആയിരത്തിന് 75 രൂപാവച്ച് ഇത്രയും ഓടുകൾക്ക് എന്തുവിലയാകും?

9. 52 സെമീ. × 36 സെമീ. × 20 സെമീ. പുറം അളവുകളുള്ള ഒരു അടപ്പുള്ള പെട്ടിയുടെ പുറവശമെല്ലാം ചായമടിക്കുവാൻ ച. മീറ്ററിന് 2.60 രൂപവച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

10. 1.5 മീ. നീളം 1 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു മേശപ്പുറത്തുവിരിച്ചിരിക്കുന്ന മേശവിരി എല്ലാവശങ്ങളിലേക്കും 20 സെ. മീ. വീതം ഇറങ്ങിക്കിടക്കുന്നു. മേശവിരിയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക?

11. ഒരു മുറിയുടെ നീളം 6 മീ. വീതി 3.5 മീ. ചുവരിന്റെ ഉയരം 3മീ. അതിന്റെ ജന്നലുകൾക്കും വാതലുകൾക്കും കൂടി 6 ചതുരശ്രമീറ്റർ വിസ്തീർണ്ണമുണ്ട്. മുറിയുടെ ചുവരിൽ ചായമിടുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 3 രൂപ വച്ച് ചെലവെന്ത്?

12. Y മീ. നീളം 5 മീ. വീതി 3 മീ. പൊക്കമുള്ള ഒരു മുറിക്ക് 2 മീ. പൊക്കം 1 മീ. വീതിയുള്ള 2 വാതലും 1.5 മീ. പൊക്കം 1 മീ. വീതിയുള്ള 6 ജന്നലുകളുമുണ്ട്. മുറിക്കകത്ത് ചുവരിൽ ചായമടിക്കുന്നതിന് ചതുരശ്രമീറ്ററിന് 2 രൂ. 50 പൈസ വച്ച് ചെലവെന്ത്?

13. ചതുരാകൃതിയായ ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ നീളം 250 മീ. ആണെങ്കിൽ, ചുറ്റും മറയ്ക്കുവാൻ മീറ്ററിന് 2.50 രൂപ വച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

14. 300 ച.മീ. വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു ഹാളിന്റെ വീതി 12 മീ. പൊക്കം 4 മീ. ആണ്. ഭിത്തികളുടെ അകത്തെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

15. ഒരു കളിസ്ഥലത്തിന്റെ നീളം വീതിയുടെ മൂന്നിരട്ടിയാണ്. അതിന്റെ ചുറ്റളവ് 120 മീ. ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക.

F

1. 20 മീ. നീളം, 3 സെ.മീ. വീതി, $\frac{1}{2}$ സെ.മീ. കനമുള്ള ഒരു ഇരുമ്പു പാളത്തിന്റെ തൂക്കമെന്ത്?

   (1 ഘന സെ.മീ. ഇരുമ്പിന് 7.9 ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ട്)

2. 40 മീ. നീളം, $2\frac{1}{2}$ മീ. വീതി, 6 മീ. ആഴത്തിൽ ഒരു കിടങ്ങു കുഴിക്കുവാൻ ഘനമീ.ന് 2 രൂപ 25 പൈസവച്ച് എന്തു ചെലവാകും?

3. 18.8 സെ.മീ. നീളം, 18.4 സെ.മീ. വീതി 10.6 സെ.മീ. ഉയരമുള്ള ഒരു ചതുരാകൃതിയായ തൊട്ടിയിൽ 6.2 സെ.മീ. ഉയരത്തിൽ വെള്ളമുണ്ട്. എത്ര ഘന സെ.മീ. വെള്ളംകൂടി ഒഴിച്ചാൽ തൊട്ടിനിറയും?

4. 80 സെ.മീ. നീളം 50 സെ.മീ. വീതി 30 സെ.മീ. പൊക്കമുള്ള ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു തൊട്ടിയിൽ എത്ര ലിറ്റർ വെള്ളം കൊള്ളും?

5. ഒരു അറയുടെ അകത്തെ അളവ് 3 മീ. × 2 മീ. × 2 മീ. ആണെങ്കിൽ അതിൽ എത്ര കിലോ ലിറ്റർ നെല്ലുകൊള്ളും?

   (1000 ലിറ്റർ = 1 കിലോ ലിറ്റർ)

6. 2.76 ആർ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ദീർഘചതുരമായ ഒരു പുരയിടം ശരാശരി 20 സെ.മീ. ഉയരത്തിൽ മണ്ണിട്ടാൽ ആകെ മണ്ണിന്റെ വ്യാപ്തമെന്ത്?

7. 1 മീ. 20 സെമീ. × 60 സെമീ. × 20 സെമീ. ഉള്ളളവുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ 20 സെമീ. × 12 സെമീ. × 2.5 സെ.മീ ഉള്ള എത്ര പുസ്തകങ്ങളാണ് അടുക്കാം?

8. ഒരു കുഴലിൽകൂടി ഒരു സെക്കൻറിൽ 50 ലിറ്റർ വെള്ളം വീതം ഒഴുകി 8 മീ. × 4 മീ. × 3 മീ. ഉള്ളളവുള്ള ഒരു തൊട്ടിയിൽ വീഴുന്നു. എത്ര സമയംകൊണ്ട് ആ തൊട്ടി നിറയും?

9. വെളിയിൽ 80 സെമീ. നീളം 60 സെമീ. വീതി 40 സെമീ. പൊക്കം ഉള്ള അടപ്പുള്ള ഒരു ഇരുമ്പുപെട്ടി ഉണ്ടാക്കിയിരി

ക്കുന്നത് 0.5 മീ. കനമുള്ള ഇരുമ്പുതകിടുകൊണ്ടാണ്. ആ പെട്ടിയുടെ ഭാരമെന്ത്?

(1 ഘന സെമീ. ഇരുമ്പിന് 7.2 ഗ്രാം ഭാരമുണ്ട്.)

10. 50 മീ. നീളം 40 മീ. വീതിയുള്ള ദീർഘചതുരാകൃതിയായ ഒരു പുരയിടത്തിനു ചുറ്റും ഉള്ളിൽ 2 മീ. ഉയരത്തിലും 0.5 മീ. കനത്തിലും മതിൽക്കെട്ടുണ്ട്. മതിൽക്കെട്ടിന്റെ വ്യാപ്തമെന്ത്?

11. a) ഒരാഴം 25 സെമീ. നീളം 15 സെമീ. വീതി 16 സെമീ. ആഴമുള്ള ഒരു പാത്രത്തിൽ വെള്ളം നിറച്ച് 1.5 മീ. നീളം 1 മീ. വീതി 1 മീ. ആഴമുള്ള ഒരു ടാങ്കിൽ ഒഴിക്കുന്നു. എത്ര പാത്രം വെള്ളം ഒഴിച്ചാൽ ടാങ്കു നിറയും?

b) ഒരു ചതുരക്കട്ടയുടെ വ്യാപ്തം 1800 ഘന സെ. മീ. നീളം 30 സെ. മീ. വീതി 15 സെ. മീറ്ററുമായാൽ അതിന് എന്തു പൊക്കമുണ്ട്?

12. ഉള്ളിൽ 150 സെ. മീ. നീളം 60 സെ. മീ. വീതിയുള്ള ഒരു പെട്ടിയിൽ 160 ലിറ്റർ അരി കൊള്ളുവാൻ എന്ത് ഉയരം വേണം?

13. ഒരു മുറിയുടെ വെളിയിൽ 8 മീ. നീളം 6 മീ. വീതി 3 മീ. ഉയരം ഉണ്ട്. ഭിത്തിക്ക് 40 സെ.മീ. കനമുണ്ടെങ്കിൽ ഭിത്തിയുടെ വ്യാപ്തമെന്ത്?

14. ദീർഘ ചതുരാകൃതിയായ അടപ്പുള്ള ഒരു പെട്ടിയുടെ വെളിയിലെ നീളം 30 സെമീ. വീതി 22 സെമീ. ഉയരം 12 സെമീ. ആണ്. പലകയുടെ കനം 1 സെമീ. ആണെങ്കിൽ അതുണ്ടാക്കുവാൻ വേണ്ട പലകയുടെ വ്യാപ്തമെന്ത്?

G

1. പ്രതിവർഷം 7% നിരക്കിന് 1400 രൂപയ്ക്ക് 2 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശ കാണുക.

2. 100 രൂപയ്ക്ക് 4% നിരക്കിന് 9 മാസത്തെ പലിശ കാണുക.

3. 432 രൂപയ്ക്ക് 5% നിരക്കിന് $1\frac{1}{2}$ വർഷത്തെ പലിശ കാണുക.

4. 365 രൂപയ്ക്ക് 6% നിരക്കിന് $1\frac{1}{2}$ വർഷത്തെ പലിശ കാണുക.

5. x രൂപയ്ക്ക് y% സാധാരണ പലിശ നിരക്കിന് 5 കൊല്ലത്തേക്ക് z രൂപ പലിശ കിട്ടിയാൽ x രൂപയ്ക്ക് y% നിരക്കിന് 10 കൊല്ലത്തേക്ക് എത്ര പലിശ കിട്ടും?

6. 500 രൂപ 8% നിരക്കിന് ഒരാൾക്ക് ഞാൻ കടം കൊടുത്തു. ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ അയാൾ എന്തു തുക തന്ന് കടം തീർക്കും? അടുത്തവർഷംകടം തീർക്കുകയാണെങ്കിൽ എന്തു തുക തന്നു കടം തീർക്കും? രണ്ടാം വർഷാവസാനം തിരിച്ചുതന്ന തുക മുഴുവനും കടമായി അയാൾക്കുതന്നെ കൊടുത്താൽ അടുത്ത കൊല്ലം എന്തു തന്നു കടം തീർക്കണം?

7. ലഘൂകരിക്കുക:–

i) 348.046 + 19.097
ii) 1045.943 + 210.347
iii) 3456.987 + 178.001
iv) 1056.784 – 970.52
v) 5634.009 – 718.09

8. താഴെ പറയുന്നവയെ രണ്ടു ശോംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി പറയുക.

a) 213.732 c) 35.012 e) 56.097
b) 150.001 d) 47.399 f) .099

9. താഴെ പറയുന്നവയെ രൂപയ്ക്കു ശരിയായി പറയുക:–

(i) 437 പ. (iii) 4374 പ.
(ii) 1001 പ. (iv) 70562 പ.

10. താഴെ പറയുന്നവയെ ഉപൈസയാക്കി എഴുതുക:–

a) 5 രൂ. 5 പ. c) 210 രൂ. 8 പ.
b) 15 രൂ. 10 പ. d) 312 രൂ. 40 പ.

11. താഴെ പറയുന്നവയെ ദശാംശരൂപത്തിൽ രൂപയാക്കി എഴുതുക:-

i) 17 രൂ. 6 പ. (iii) 391 രൂ. 4 പ.
ii) 25 രൂ. 14 പ. (iv) 526 രൂ. 10 പ.

12. താഴെ പറയുന്നവയെ രൂപ പൈസ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിച്ചെഴുതുക:-

a) 7.5 രൂ. (c) 4.09 രൂ. (e) 6.99 രൂ.
d) 3.05 രൂ. (b) 5.10 രൂ.

13. 843 രൂപയ്ക്ക് 4% നിരക്കിന് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ = 843 × .04 രൂ.

മേൽപറഞ്ഞ രീതിയിൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ പൂരിപ്പിക്കുക.

i) 428 രൂപയ്ക്ക് 5% നിരക്കിന് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ } =
ii) 716 രൂപയ്ക്ക് 7% നിരക്കിന് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ } =
iii) P രൂപയ്ക്ക് 1 % നിരക്കിൽ 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ } =
iv) M രൂപയ്ക്ക് 10% നിരക്കിൽ 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ } =

14. പൂരിപ്പിക്കുക:-

a) 4 % പ്രതിവർഷനിരക്കിന് 1 കൊല്ലത്തേക്കുള്ള പലിശ = ..% പ്രതിവർഷനിരക്കുവച്ച് $\frac{1}{2}$ കൊല്ലത്തെ പലിശ.

b) 2% പ്രതിവർഷനിരക്കിനു 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ = 8% പ്രതിവർഷനിരക്കിന് .. കൊല്ലത്തെ പലിശ.

c) 2a% പ്രതിവർഷനിരക്കിന് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ = ..% പ്രതിവർഷനിരക്കിന് $\frac{1}{2}$ കൊല്ലത്തെ പലിശ.

15. മനക്കണക്കായി ഗുണിക്കുക:-

i) 506.43 × .01 (iii) 348 × .05
ii) 430 × .4 (iv) 2567 × .02

16. a) 4864 രൂപയുടെ $7\frac{1}{2}\%$ എത്ര?
    b) 3425 രൂപയുടെ 5% എത്ര?

17. പൂരിപ്പിക്കുക:–
    a) 175 ന്റെ $33\frac{1}{2}\%$ = ...
    b) 80 ന്റെ 125% = ...
    c) 18 ന്റെ ..% = 12
    d) 250 ന്റെ ..% = 25
    e) .. ന്റെ 5% = 40

18. പൂരിപ്പിക്കുക:–
    a) 375 ന്റെ $6\frac{1}{4}\%$ = 375 ന്റെ..ഭാഗം.
    b) 750 ന്റെ $12\frac{1}{2}\%$ = 750 ന്റെ..ഭാഗം.
    c) 720 ന്റെ $11\frac{1}{9}\%$ = 720 ന്റെ..ഭാഗം
    d) P രൂപയുടെ $16\frac{2}{3}\%$ = P രൂപയുടെ..ഭാഗം.

19. ഒരു സംഖ്യ അതിന്റെ 25% വർദ്ധിച്ചപ്പോൾ 600 രൂപയായാൽ, സംഖ്യ എത്ര?

20. ഒരു സംഖ്യയുടെ a%, b ആയാൽ സംഖ്യ എത്ര?

21. ആറിന് 200 രൂപവീതം 12 ആർ സ്ഥലം വാങ്ങി. 24000 രൂപ ചെലവാക്കി കെട്ടിടം വച്ചു. ആകെ മുടക്കിയതെത്ര? 140 രൂപ വാടകയ്ക്ക് വീടു കൊടുക്കുന്നു. വാർഷികാദായ മുടക്കുമുതലിൽ എത്ര ഭാഗം? അററകുററപ്പണികൾക്ക് 200 രൂപ ആകെ ചെലവാക്കുന്നെങ്കിൽ ഒരാണ്ടത്തെ അററാദായമെത്ര? ആ ആണ്ടത്തെ അററാദായം മുടക്കുമുതലിന്റെ എത്ര? ശതമാനം ആണ്?

22. 5.46 ലക്ഷം എത്ര ആയിരം?

23. 2.3 കോടി എത്ര ലക്ഷം?

24. ഒരാൾക്കു മാസം 840 രൂപവീതം വരവുണ്ട്. അതിന്റെ 6% ഇൻഷുറൻസിനും 8% പ്രോവിഡണ്ടുഫണ്ടിനും കൊടുത്താൽ ബാക്കി ഒരു വർഷത്തെ ആദായം എന്തു കാണും?

25. ഒരാൾക്ക് മാസം 'a' രൂപവീതം വരവുണ്ട്. ഇൻഷുറൻസിനും പ്രോവിഡണ്ടുഫണ്ടിനുംകൂടി ആണ്ടത്തെ ആദായത്തിൽ 'x'% കൊടുത്താൽ ബാക്കി എന്ത്?

അദ്ധ്യായം 2

സാമൂഹ്യഗണിതം

ഓഹരികൾ.

നിങ്ങളുടെ സ്കൂളിലെ സഹകരണ സ്റ്റോറിൽനിന്ന് നിങ്ങൾക്ക് പുസ്തകങ്ങൾ, കടലാസ്, മഷി, പെൻസിൽ മുതലായവ കിട്ടുന്നുണ്ടല്ലോ. ആരാണ് ഈ വ്യാപാരം നടത്തുന്നത്, അതിനുള്ള മൂലധനം എവിടെ നിന്നുണ്ടായതാണ്, എന്നും മറ്റുമുള്ള വസ്തുതകളെപ്പറ്റി നിങ്ങൾ അന്വേഷിച്ചിട്ടുണ്ടോ? നിങ്ങളിൽ പലരും അതിലെ അംഗങ്ങളാണെന്ന് നിങ്ങൾ മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ടോ? സഹകരണ സംഘത്തിന്റെ നടത്തിപ്പിനു വേണ്ടി മുടക്കിയിട്ടുള്ള തുകയ്ക്ക് അതിന്റെ മൂലധനം എന്നുപറയുന്നു.

സ്കൂളുകളിൽ സഹകരണസ്റ്റോറുകൾ തുടങ്ങുന്നതിനു മുമ്പ് ആദ്യമായി സ്റ്റോറിന്റെ പ്രവർത്തനത്തിനുള്ള നിബന്ധനകൾ തയ്യാറാക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നത്. ഈ നിബന്ധനകൾ പരസ്യപ്പെടുത്തിയശേഷം അദ്ധ്യാപകരെയും വിദ്യാർത്ഥികളെയും സ്കൂളുമായി ബന്ധപ്പെട്ട മറ്റുള്ളവരെയും അതിന്റെ അംഗങ്ങളാക്കിക്കൊണ്ട് സഹകരണസംഘം രൂപീകരിക്കുന്നു. സഹകരണസംഘത്തിന് ഒരു ക്ലിപ്തമൂലധനം ഉണ്ടായിരിക്കണം. ഈ തുക ചെറിയ തുകകളുടെ ഓഹരികളായി അംഗങ്ങളിൽനിന്നു ശേഖരിക്കുന്നു. അംഗങ്ങൾക്ക് അവർ എടുത്തിട്ടുള്ള ഓഹരികളുടെ എണ്ണവും, ഒരു ഓഹരിയുടെ വിലയും രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ഓഹരി സർട്ടിഫിക്കറുകൾ കൊടുക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ സർട്ടിഫിക്കറിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ഓഹരിയുടെ വിലയ്ക്ക് അതിന്റെ മുഖവില എന്നു പറയുന്നു. ഈ അംഗങ്ങളിൽനിന്ന് സംഘത്തിന്റെ പ്രവർത്തനം നടത്തുവാൻ ഭരണസമിതി അംഗങ്ങളെ തെരഞ്ഞെടുക്കുന്നു. ഈ സമിതിയിലാണ് സ്റ്റോറിന്റെ പ്രവർത്തനം നിക്ഷിപ്തമായിരിക്കുന്നത്.

സ്റ്റോറിന്റെ മൂലധനം മുടക്കി വ്യാപാരം നടത്തിക്കിട്ടുന്ന ആദായം വർഷാവസാനത്തിൽ കണക്കാക്കി നിബന്ധന പ്രകാര

മുള്ള തുകകൾ നീക്കിവച്ചിട്ട് ബാക്കി തുക ഓഹരിക്കാർക്ക് അവരുടെ ഓഹരികൾക്കനുസരണമായി വീതിച്ചുകൊടുക്കുന്നു. ഇങ്ങനെ കൊടുക്കുന്ന ലാഭത്തിനു വീതാംശം ഡിവിഡണ്ട് എന്ന് പറയുന്നു.

ഖനികൾ, വലിയ കമ്പനികൾ മുതലായവയുടെ പ്രവർത്തനത്തിന് വമ്പിച്ച തുകകൾ മുടക്കേണ്ടതായിവരും. ഒന്നോ രണ്ടോ ആളുകൾ ചേർന്നു മുടക്കുവാൻ സാധിക്കുന്ന തുകയായിരിക്കുകയില്ല അത്. അത്തരം സന്ദർഭങ്ങളിൽ മൂലധനം ഓഹരികളായി പൊതുജനങ്ങളിൽനിന്നു ശേഖരിക്കുന്നു. ആയതിലേയ്ക്ക് കമ്പനിയുടെ ഉദ്ദേശം, പരിപാടി, വേണ്ട പ്രവർത്തന മൂലധനം, ഓഹരികളുടെ തുക, മറ്റു നിയമങ്ങൾ എല്ലാമടങ്ങിയ നിബന്ധന എഴുതി രജിസ്റ്റർ ചെയ്യുതശേഷം പരസ്യപ്പെടുത്തും. നിലവിലിരിക്കുന്ന കമ്പനി ആക്ടിന് വിധേയമായാണ് കമ്പനികൾ രജിസ്റ്റർ ചെയ്യുന്നത്. പെരുനിക്ഷേപങ്ങൾക്ക് സഹായമാകത്തക്കവണ്ണം ഓഹരികളുടെ മുഖവില ചെറിയ തുകകളായിരിക്കും. 5 രൂപ, 10 രൂപ, 20 രൂപ, 25 രൂപ, 50 രൂപ, 100 രൂപ എന്നിങ്ങനെയായിരിക്കും അവയുടെ മുഖവിലകൾ.

ക്രിപ്ത തുകയ്ക്ക് ഓഹരികൾ വാങ്ങുന്നവർ ഭരണസമിതി അംഗങ്ങളായിത്തീരും. അത് 5000 രൂപയുടെ ഓഹരി എന്നോ 10,000 രൂപയുടെ ഓഹരി എന്നോ വ്യവസ്ഥചെയ്തിരിക്കും. ഭരണസമിതിയിലെ ഒരാളെ കമ്പനിയുടെ പ്രവർത്തനത്തിന് പ്രത്യേകം ചുമതലയുള്ള മാനേജിംഗ് ഡയറക്ടറായി തെരഞ്ഞെടുക്കും. ഓഹരി വാങ്ങുന്നവരെല്ലാം അതിലെ അംഗങ്ങളായിത്തീരുന്നു. വർഷത്തിലൊരിക്കൽ ഓഹരിക്കാരുടെ പൊതുയോഗം കൂടും. കമ്പനിയുടെ അതാതുവർഷത്തെ പ്രവർത്തനത്തെപ്പറ്റിയുള്ള റിപ്പോർട്ടും, ഓഡിറ്റുചെയ്ത കണക്കുകളും പൊതുയോഗത്തിൽ സമർപ്പിക്കേണ്ടതാണ്. ഭരണസമിതിയിലെ അംഗങ്ങൾ വൻതുകകൾ മുടക്കിയവരായിരിക്കും. ഓഹരി വേണ്ടയാൾ അതിനുള്ള അപേക്ഷാഫാറം പൂരിപ്പിച്ച് തുകസഹിതം കമ്പനിക്ക് അയച്ചുകൊടുത്താൽ കമ്പനിയുടെ മുദ്ര അടിച്ച ഒരു ഓഹരി

സർട്ടിഫിക്കറ്റ് ഓഹരി ഉടമസ്ഥന് നൽകും. അങ്ങനെ ഒരാൾ ആ കമ്പനിയിലെ അംഗമായിത്തീരുന്നു.

ഒരു കമ്പനി രജിസ്റ്റർ ചെയ്യുമ്പോൾ പിരിച്ചെടുക്കുവാൻ അനുവദിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള മൊത്തം മൂലധനത്തിന് അധികൃതമൂലധനം എന്നു പറയുന്നു. ഒരു കമ്പനിയുടെ പ്രവർത്തനത്തിന് 5 ലക്ഷം രൂപ മൂലധനം ആവശ്യമാണെന്ന് വിചാരിക്കുക. ഇത് 100 രൂ, 50 രൂ, 25 രൂ ഇങ്ങനെ സൗകര്യമുള്ള തുകയ്ക്കുള്ള ഓഹരികളായി ഭാഗിക്കാം. ഇവിടെ 100 രൂപ വീതം വിലയുള്ള 5000 ഓഹരികളായി ഭാഗിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. ഒരു ഓഹരി ലഭിക്കുവാൻ 100 രൂപ കൊടുക്കണം. ചിലപ്പോൾ പ്രവർത്തനത്തിന് മുഴുവൻ മൂലധനവും ആവശ്യമില്ലെന്നുവരും. പ്രവർത്തനം ആരംഭിക്കുവാൻ $2\frac{1}{2}$ ലക്ഷം രൂപയേ ആവശ്യമുള്ളുവെങ്കിൽ ഓരോ നൂറു രൂപാ ഓഹരിക്കു, ആദ്യഗഡുവായി 50 രൂപ മാത്രമേ ഓഹരി ഉടമസ്ഥരിൽനിന്നു കമ്പനി സ്വീകരിക്കുകയുള്ളു. അപ്പോൾ ആകെ ലഭിക്കുന്ന $2\frac{1}{2}$ ലക്ഷം രൂപയ്ക്ക് 'അടച്ചുതീർത്ത മൂലധനം' എന്നു പറയുന്നു. അടച്ചുതീർത്ത സംഖ്യ ഓഹരി സർട്ടിഫിക്കറ്റിൽ രേഖപ്പെടുത്തിയിരിക്കും.

കമ്പനിയുടെ പ്രവർത്തനം കുറേക്കൂടി പുരോഗമിക്കുകയും കുറേക്കൂടി മൂലധനം വേണ്ടിവരികയും ചെയ്യുമ്പോൾ ഓഹരിക്കാരിൽനിന്നു വീണ്ടും സംഖ്യപിരിക്കുന്നു. മേല്പറഞ്ഞ കമ്പനിക്ക് 1 ലക്ഷം രൂപകൂടി ആവശ്യമുണ്ടെങ്കിൽ ഓഹരിയൊന്നിന് 20 രൂപവീതം അടച്ചുതീർക്കണമെന്ന് കമ്പനിയിൽനിന്ന് ഓഹരിക്കാർക്ക് അറിയിപ്പ് അയച്ചുകൊടുക്കാറുണ്ട്. ഈ തുകകൂടിയായാൽ അടച്ചുതീർത്ത തുക ഓരോ ഓഹരിയ്ക്കു 70 രൂപ ആകുന്നു. അങ്ങനെ വീണ്ടും തുക അടയ്ക്കുന്നതിന് 'തവണ അടയ്ക്കുക' എന്നാണ് പറയുന്നത്. അടച്ചുതീർത്ത സംഖ്യ പ്രത്യേകമായി പറഞ്ഞില്ലെങ്കിൽ ഓഹരിയുടമുഴുവനും അടച്ചുതീർത്തതായി കണക്കാക്കേണ്ടതാണ്.

'50 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 75 രൂപയുടെ 100 ഓഹരികൾ' എന്ന് പറഞ്ഞാൽ ഓഹരികളുടെ എണ്ണം = 100.

ഒരു ഓഹരിയുടെ മുഖവില = 75 രൂപ

,, ,, അടച്ചുതീർത്ത വില = 50 രൂപ

(അസൽ വില)

ഇത്രയും കാര്യങ്ങൾ വ്യക്തമാണ്.

1. ആകെ പിരിച്ചെടുക്കാൻ അനുവദിക്കപ്പെട്ടിട്ടുള്ള മൂലധനത്തിന് അധികൃതമൂലധനം എന്നു പറയുന്നു.

2. കമ്പനിക്ക് ആവശ്യമുള്ള പണംമാത്രം അടച്ചാൽ അത് അടച്ചുതീർത്ത മൂലധനമാണ്.

3. ഓഹരിക്കാരിൽനിന്ന് വീണ്ടും സംഖ്യ പിരിക്കുമ്പോൾ അങ്ങനെ അടയ്ക്കുന്നതിന് 'തവണയടക്കുക' എന്നു പറയുന്നു.

ഉദാ: 1. ഒരു ലക്ഷം രൂപ മൂലധനമുള്ള ഒരു കമ്പനിയിൽ 50 രൂപാ ഓഹരികളാണുള്ളതെങ്കിൽ ഓഹരികളുടെ എണ്ണമെത്ര? ആദ്യഗഡുവിൽ 20 രൂപയാണ് തവണയടച്ചതെങ്കിൽ പിരിഞ്ഞുകിട്ടിയ മൂലധനമെന്ത്?

ആകെ മൂലധനം = 1,00,000 രൂ

ഒരു ഓഹരിയുടെ അസൽ വില = 50 രൂ.

ഓഹരികളുടെ എണ്ണം $\frac{1,00,000}{50}$

= 2000

തവണയടച്ച സംഖ്യ = 20 രൂ.

പിരിഞ്ഞുകിട്ടിയ മൂലധനം = 40000 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (1)

1. ഒരു കമ്പനിയുടെ മൂലധനം 6 ലക്ഷം രൂപയാണ്. ഓരോ ഓഹരിയും 75 രൂപയുടേതാണെങ്കിൽ ആകെ ഓഹരികളുടെ എണ്ണമെത്ര?
2. 2 ലക്ഷം രൂപ മൂലധനമുള്ള ഒരു കമ്പനിയിൽ ഓരോ ഓഹരിയും 50 രൂപയുടേതാണ്. എന്നാൽ ആകെ ഓഹരികളുടെ മൂല്യം എത്ര? ആദ്യഗഡുവിൽ 35 രൂപയാണ് തവണ അടയ്ക്കേണ്ടതെങ്കിൽ പിരിഞ്ഞുകിട്ടുന്ന മൂലധനമെന്ത്?
3. 30,000 രൂപ മൂലധനത്തെ 600 ഓഹരികളായി ഭാഗിച്ചാൽ ഒരു ഓഹരിയുടെ വില എന്ത്? പ്രാരംഭപ്രവർത്തനത്തിന് 24,000 രൂപ മാത്രമേ ആവശ്യമുള്ളൂ എങ്കിൽ ഒരോഹരിക്ക് അടച്ചുതീർക്കേണ്ട തുക എന്ത്?
4. ഒരു കമ്പനിയിലെ 50 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 75 രൂപ ഓഹരികളും 8000 എണ്ണമാണുള്ളത്. കമ്പനിയുടെ അധികൃതമൂലധനമെന്ത്?
5. ഒരു കമ്പനിയിലെ 150 രൂ അടച്ചുതീർത്ത 200 രൂപ ഓഹരികളും 8000 ആണെങ്കിൽ അടച്ചുതീർത്ത മൂലധനമെന്ത്? അധികൃത മൂലധനമെന്ത്?

ഓഹരികളുടെ ക്രയവിക്രയം

തപാലാപ്പീസിലോ ബാങ്കുകളിലോ പണം നിക്ഷേപിച്ചാൽ 4% അല്ലെങ്കിൽ $4\frac{1}{2}$% പലിശയേ കിട്ടാറുള്ളൂ. എന്നാൽ ചില കമ്പനികളിൽ 5% മുതൽ 10% വരെ ലാഭവീതം നൽകുന്നത് സാധാരണയാണ്. ചുരുക്കം ചില കമ്പനികൾക്ക് 40% വരെ ലാഭവീതം കൊടുക്കുവാനും കഴിഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. ഇത്ര ലാഭകരമായ നിക്ഷേപങ്ങൾക്ക് അനവധി ആളുകൾ തയ്യാറാകും. ബാങ്കുകളിലെപ്പോലെ എപ്പോൾ വേണമെങ്കിലും പണം സ്വീകരിക്കുന്ന ഏർപ്പാട് കമ്പനികൾക്കില്ല പ്രാരംഭപ്രവർത്തനം തുടങ്ങുന്നതിനു മുമ്പുതന്നെ ഓഹരികൾ വിറ്റഴിയും. എന്നാൽ ചിലർ സാമ്പത്തിക വൈഷമ്യം മൂലമോ മറ്റു വല്ല കാരണങ്ങൾകൊണ്ടോ ഓഹരികൾ ചിലപ്പോൾ വിൽക്കാറുണ്ട്. എന്നാൽ ഓഹരികളുടെ ക്രയവിക്രയം 'സ്റ്റോക്ക് എക്സ്ചേഞ്ച്'

ഏർപ്പെടുന്ന സ്ഥാപനങ്ങൾമുഖേന മാത്രമേ നടക്കയുള്ളു.

100 രൂപ മുഖവിലയുള്ള ഓഹരി അതേവിലയ്ക്കുതന്നെ വില്ക്കാനോ വാങ്ങുവാനോ സാധിച്ചു എന്നു വരികയില്ല. വാങ്ങുവാനുള്ള ആളുകളുടെ സംഖ്യ വില്ക്കുവാനുള്ളവരുടെ സംഖ്യയേക്കാൾ കൂടിയിരിക്കുകയോ അല്ലെങ്കിൽ കമ്പനിയിൽ നിന്നു കിട്ടുന്ന ലാഭവീതം ആകർഷകമായിരിക്കുകയോ ആണെങ്കിൽ മുഖവിലയെക്കാൾ കൂടുതൽ കൊടുത്താലേ ഓഹരി ലഭിക്കുകയുള്ളു. കമ്പനിയിൽനിന്നു ലഭിക്കുന്ന ആദായം താരതമ്യേന നിസ്സാരമാണെങ്കിൽ ഓഹരികളുടെ വില മുഖവിലയേക്കാൾ കുറയുന്നു. ഓഹരികളുടെ അപ്പോഴപ്പോഴുള്ള വില എക്സ്ചേഞ്ച് ആഫീസിൽ പരസ്യപ്പെടുത്തിയിരിക്കും. ഇങ്ങനെ '100 രൂപ ഓഹരിക്ക് 120 രൂപ വില എന്നു പറയുമ്പോൾ 120 രൂപ എന്നത് ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവിലയാണ്'. മറെറാരു രീതിയിൽ പറയുകയാണെങ്കിൽ "ഓഹരി 20 രൂപ കയറ്റത്തിൽ" എന്നാവാം. '100 രൂപ ഓഹരിയുടെ വില 70 രൂപ'. ഇവിടെ 70 രൂപ എന്നത് ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവിലയാണ്. അതായത് 100 രൂപ ഓഹരികൾ 30 രൂപ ഇറക്കത്തിലാണ് എന്നു പറയാറുണ്ട്. സ്റ്റോക്ക് എക്സ്ചേഞ്ചു മുഖേന ഓഹരികൾ കൈമാറ്റം ചെയ്യുമ്പോഴുള്ള വിലയ്ക്ക് അതിന്റെ 'കമ്പോളവില' എന്നാണു പേര്. 100 രൂപാ ഓഹരികൾ 100 രൂപയ്ക്കു തന്നെ കൈമാറ്റം ചെയ്യപ്പെട്ടാൽ അസൽ വിലയ്ക്കു തന്നെ കൈമാറ്റം ചെയ്തു എന്നു പറയാം.

ഓഹരികളുടെ ക്രയവിക്രയത്തിൽ പൂർണ്ണമായ ഓഹരികൾ മാത്രമേ കൈമാറ്റം ചെയ്യാൻ സാധിക്കയുള്ളു. ഉദാഹരണമായി ഒന്നുകിൽ 5 അല്ലെങ്കിൽ 6 എന്നല്ലാതെ $5\frac{1}{2}$ ഓഹരികൾ വാങ്ങുവാൻ സാധ്യമല്ല.

75 രൂപ അടച്ചു തീർത്ത 100 രൂപ ഓഹരികൾ 120 രൂപ കമ്പോളവിലയ്ക്കു വാങ്ങി എന്നു പറയുമ്പോൾ ഓഹരിയുടെ അസൽ വില 75 രൂപയാണ്. കമ്പോളവില അസ്സൽ വിലയേക്കാൾ 45 രൂപ കൂടുതലാണ്.

1. ഓഹരി കൈമാറ്റം ചെയ്യുന്നതിനുള്ള വിലയ്ക്ക് അതിന്റെ കമ്പോളവില എന്നു പറയുന്നു.
2. കമ്പോളവില അസൽ വിലയിൽ കൂടിയോ, കുറഞ്ഞോ അതിനു തുല്യമോ ആവാം.
3. 5 രൂപ ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവില 8 രൂ. എന്നാൽ 'ഓഹരി 3 രൂപ കയറ്റത്തിൽ' എന്നു പറയുന്നു
4. 5 രൂപ ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവില 3 രൂപ എന്നാൽ 'ഓഹരി 2 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ' എന്നു പറയുന്നു.
5. അടച്ചു തീർത്ത സംഖ്യ മാത്രമേ ഓഹരിയുടെ അസ്സൽ വിലയായി പരിഗണിക്കയുള്ളു.
6. ഓഹരികൾ പൂർണ്ണമായി മാത്രമേ വാങ്ങുവാനോ, കൈമാറ്റം ചെയ്യുവാനോ സാധിക്കയുള്ളു.

ഉദാ: 1.20 രൂപ ഓഹരികൾ 5 രൂപ കയറ്റത്തിലാണ്. 100 ഓഹരികളുടെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്?

ഒരു ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവില $= (20+5)$ രൂ.
$= 25$ രൂ.
$\therefore$ 100 ,, ,, $= 25 \times 100$ രൂ.
$= 2500$ രൂ.

ഉദാ: 2. അമ്പതു രൂപ ഓഹരികൾ 10 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ 60 ഓഹരികൾ വാങ്ങാൻ എന്തു കൊടുക്കണം.

1 ഓഹരിയുടെ വാങ്ങിയ വില $= (50-10)$ രൂ $= 40$ രൂ.
$\therefore$ 60 ,, ,, $= 40 \times 60$ രൂ.
$= 2400$ രൂ.

ഉദാ: 3. പത്തുരൂപ ഓഹരികൾ (8 രൂപ അടച്ചുതീർത്തത്) $3\frac{1}{2}$ രൂപ കയറ്റത്തിൽ നില്ക്കുമ്പോൾ 60 ഓഹരികളുടെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്?

1 ഓഹരിയുടെ വാങ്ങിയ വില $= (8+3\frac{1}{2})$ രൂ $= 11\frac{1}{2}$ രൂപ.
$\therefore$ 60 ,, ,, $= 11\frac{1}{2} \times 60$
$= 690$ രൂ.

ഉദാ: 4. അറുപതു രൂപ ഓഹരികളും 10 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നില്ക്കുമ്പോൾ 5000 രൂപ മുടക്കിയാൽ എത്ര ഓഹരികൾ വാങ്ങാം?

ഒരു ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവില = (60—10) രൂ
= 50 രൂ

5000 രൂപ മുടക്കിയാൽ കിട്ടുന്ന ഓഹരികൾ = $\frac{5000}{50}$

= 100

ഉദാ: 5. അറുപതു രൂപ ഓഹരികൾ (40 രൂപ അടച്ചു തീർത്തത്) 5 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ 805 രൂപയ്ക്ക് എത്ര ഓഹരികൾ കിട്ടും?

1 ഓഹരിയുടെ വാങ്ങിയ വില = (40—5) രൂ.
= 35 രൂപ

∴ 805 രൂപയ്ക്ക് കിട്ടുന്ന ഓഹരികൾ = $\frac{805}{35}$

= 23

ഉദാ: 6. 20 രൂപ ഓഹരികൾ (10 രൂപ അടച്ചു തീർത്തത്) 5 രൂപ കയറ്റത്തിൽ 50 എണ്ണം വാങ്ങി 3 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ വിറ്റാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര?

1 ഓഹരിയുടെ വാങ്ങിയ വില = (10+5) രൂ = 15 രൂ.
1 ഓഹരിയുടെ വിറ്റ വില = (10—3) രൂ. = 7 രൂ.
1 ഓഹരിയിൽ നഷ്ടം = (15—7) രൂ.
= 8 രൂ.
∴ 50 ,, ,, = 50×8 രൂ.
= 400 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (2)

1. 20 രൂപ ഓഹരികൾ 3 രൂപ കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ 200 ഓഹരികളുടെ വാങ്ങിയ വില എന്ത്?
2. 65 രൂപ ഓഹരികൾ 5 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ 400 ഓഹരികൾ വാങ്ങുവാൻ എന്ത് തുക കൊടുക്കണം.

3. 70 രൂപ ഓഹരികളും 10 രൂപ കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ 170 ഓഹരികളും വിറ്റാൽ എന്തു വില കിട്ടും?

4. 45 രൂപ ഓഹരികളും 5രൂ. ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ 200 ഓഹരികളും വിറ്റാൽ എത്ര രൂപാ കിട്ടും?

5. 80 രൂപ ഓഹരികളും (60 രൂപ അടച്ചുതീർത്തത്) 15 രൂപ. കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. അത്തരം 150 ഓഹരികളും വാങ്ങാൻ എന്തു തുക കൊടുക്കണം?

6. 75 രൂ. ഓഹരികളും (50 രൂപ അടച്ചുതീർത്തത്) 5 രൂ. കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. 120 ഓഹരികളും വിറ്റാൽ എന്തു തുക കിട്ടും?

7. 150 രൂപ ഓഹരികളും (120 രൂപ അടച്ചു തീർത്തത്) 6 രൂ. കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. 80 ഓഹരികളും വിറ്റാൽ കിട്ടുന്ന തുക എന്ത്?

8. 80 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 125 രൂപ ഓഹരികളും 7 രൂ. ഇറക്കത്തിലാണ്. 120 ഓഹരികളും വാങ്ങുവാൻ എത്ര രൂപ മുടക്കണം?

9. 50 രൂപ ഓഹരികളും 5 രൂ. കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. 1100 രൂ. മുടക്കിയാൽ എത്ര ഓഹരികളും വാങ്ങാം?

10. 150 രൂ. ഓഹരി 8 രൂ. ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. എന്നാൽ എത്ര ഓഹരികളും വിറ്റാൽ 4260 രൂ. കിട്ടും?

11. 60 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 75 രൂ. ഓഹരികളുടെ കമ്പോള വില 5 രൂ. കയറ്റത്തിലാണ്. 5850 രൂപ മുടക്കിയാൽ എത്ര ഓഹരി കിട്ടും?

12. 120 രൂ. ഓഹരികളും (110 രൂ. അടച്ചുതീർത്തത്) 6 രൂ. ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുന്നു. 8320 രൂപ കിട്ടുവാൻ എത്ര ഓഹരികളും വിൽക്കണം?

13. 60 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 80 രൂപ ഓഹരികളും 30 എണ്ണം 5 രൂ. കയറ്റത്തിൽ വാങ്ങി. 3 രൂപ കയറ്റത്തിൽ വിലയായപ്പോൾ വിറ്റാൽ ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര?

14. 150 രൂപയുടെ 125 ഓഹരികൾ 30 രൂ. ഇറക്കത്തിൽ വാങ്ങി. 20 രൂ. ഇറക്കത്തിൽ കമ്പോളവില വന്നപ്പോൾ വിറ്റാൽ ഉണ്ടാകുന്ന ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര?

15. 125 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 200 രൂ. ഓഹരികൾ 125 എണ്ണം 25 രൂപ കയറ്റത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ വാങ്ങി 12 രൂപാ ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ വിറ്റാലുണ്ടാകുന്ന ലാഭമോ നഷ്ടമോ എത്ര?

16. 70 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 100 രൂ. ഓഹരികൾ 400 എണ്ണം 10 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ വാങ്ങി 5 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നിൽക്കുമ്പോൾ വിറ്റാൽ കിട്ടുന്ന ലാഭമെന്ത്?

ഓഹരികളിൽനിന്ന് കിട്ടുന്ന വീതാംശം

ബാങ്കിൽ നാം നിക്ഷേപിക്കുന്ന പണത്തിന് നമുക്ക് പലിശ ലഭിക്കുന്നതുപോലെ ഓഹരികളിൽ പണം മുടക്കിയാൽ കമ്പനി നമുക്ക് ലാഭവീതം തരുന്നു. ഇങ്ങനെ കിട്ടുന്ന ആദായത്തിന് 'വീതാംശം' എന്നു പറയുന്നു. കമ്പനിയുടെ ലാഭത്തിന്റെ ഒരു നിശ്ചിതഭാഗം അതിന്റെ സുസ്ഥിരതയ്ക്കുവേണ്ടി മാറ്റിവച്ചിട്ട് ബാക്കി തുക ഓഹരിക്കാർക്ക് വീതിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നത്. വീതാംശം എപ്പോഴും അസൽ വിലയുടെ ഒരു നിശ്ചിത ശതമാനമായിട്ടാണ് പറയാറുള്ളത്. 60 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 80 രൂ. ഓഹരിക്ക് 4% വീതാംശം കൊടുക്കുന്നു എങ്കിൽ ആ ഓഹരി വാങ്ങിയ ഒരാൾക്ക് 60 രൂപയുടെ 4% മാത്രമേ വീതാംശം കിട്ടുകയുള്ളൂ. എന്തു വില കൊടുത്ത് ഓഹരി വാങ്ങിയാലും കമ്പനി ഓഹരിക്കുള്ള അസൽ വില (അടച്ചുതീർത്ത സംഖ്യ) മാത്രമേ ലാഭം കണക്കാക്കുമ്പോൾ പരിഗണിക്കയുള്ളൂ. കമ്പോളവിലയും ലാഭവീതവുമായി ബന്ധമില്ല. 20 രൂ. ഓഹരിയുടെ കമ്പോളവില 30 രൂപയാണെങ്കിൽ ഒരു ഓഹരി വാങ്ങാൻ 30 രൂ. കൊടുത്തു എങ്കിലും കമ്പനി അതിന്റെ അസൽ വിലയായ 20 രൂപയ്ക്കു മാത്രമേ ലാഭവീതം കണക്കാക്കയുള്ളൂ.

ഓഹരികളെ രണ്ടുതരമായി തിരിച്ചിട്ടുണ്ട്. ക്യുമുലേറ്റീവ് ഓഹരികളും സാധാരണ ഓഹരികളും. ക്യുമുലേറ്റീവ് ഓഹരി

ക്കാർക്ക് കമ്പനിയുടെ ലാഭനഷ്ടങ്ങളെ പരിഗണിക്കാതെ അവരുടെ ഓഹരിത്തുകയുടെ ഒരു ക്ലിപ്ത ശതമാനം ലാഭവീതം കൊടുക്കണം. അതിനുവേണ്ടിവരുന്ന തുക വീതിക്കുവാനുള്ള ലാഭത്തുകയിൽനിന്ന് നീക്കിവച്ചശേഷം ബാക്കിയുള്ള ലാഭമാണ് സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് വീതിക്കുന്നത്. ചിലപ്പോൾ ക്ലിപ്താദായ ഓഹരിക്കാർക്ക് ലഭിക്കുന്നതിൽ കൂടുതൽ നിരക്കിൽ ലാഭവീതം സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് കിട്ടാറുണ്ട്. ഈ രണ്ടു തരത്തിലുള്ള ഓഹരികൾക്കുമുള്ള പ്രത്യേക ഗുണങ്ങൾ എന്തെല്ലാമെന്നു പറയാമോ?

1. അടച്ചുതീർത്ത സംഖ്യയിൻമേൽ മാത്രമേ കമ്പനി ആദായം കൊടുക്കുകയുള്ളു.
2. ക്ലിപ്താദായ ഓഹരികൾ, സാധാരണ ഓഹരികൾ എന്നിങ്ങനെ 2 തരം ഓഹരികളുണ്ട്.
3. ക്ലിപ്താദായ ഓഹരിക്കാർക്ക് ക്ലിപ്തശതമാനം ആദായം കിട്ടും. അവർക്ക് കിട്ടേണ്ട ആദായത്തിന് കമ്പനിയുടെ ലാഭനഷ്ടങ്ങൾ ബാധകമാകുകയില്ല.
4. കമ്പനിക്ക് വൻതുക ലാഭമായി കിട്ടുമ്പോൾ സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് അതനുസരിച്ചുള്ള ലാഭവീതം കൂടിയിരിക്കും.
5. കമ്പനിക്ക് നഷ്ടം വന്നാൽ അത് സഹിക്കേണ്ടിവരുന്നത് സാധാരണ ഓഹരിക്കാരാണ്.

ഉദാ: 1. 80 രൂ. അടച്ചു തീർത്ത 120 രൂ. ഓഹരികൾക്ക് 5% വീതാംശം കൊടുക്കുന്നുവെങ്കിൽ 60 ഓഹരികളിൽനിന്നുള്ള ആദായമെത്ര?

1 ഓഹരിയിൽ അടഞ്ഞ തുക = 80 രൂ.

60 ,, ,, = 60×80 രൂ.

∴ വീതാംശം = $60 \times 80 \times \frac{5}{100}$ രൂ.

= 240 രൂ.

ഉദാ: 2. ഒരു കമ്പനിയിലെ 7 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 10 രൂ. ഓഹരികളും 3 രൂപ കയറ്റത്തിലുള്ളപ്പോൾ ഒരാൾ 300 ഓഹരികളും വാങ്ങുന്നു. അയാൾക്കു കിട്ടുന്ന വീതാംശം എന്ത്? മുടക്കുമുതലിന് എന്തു പലിശ അടങ്ങും? കമ്പനി 6% വീതാംശം നൽകുന്നു.

1 ഓഹരിയിൽ അടഞ്ഞതുക = 7 രൂ.
∴ 300 ,, ,, = 7×300 രൂ.
∴ വീതാംശം = $300 \times 7 \times \frac{6}{100}$ രൂ.
= 126 രൂ.

ഒരോഹരിയുടെ കമ്പോളവില = (7+3) രൂ. = 10രൂ.
300 ഓഹരികളിൽ മുടക്കിയ സംഖ്യ = 300×10 രൂ.
= 3000 രൂ.
∴ മുടക്കുമുതലിന് പലിശ നിരക്ക് = $\frac{126 \times 100}{3000}$ %
= 4.2%

ഉദാ: 3. താഴെ പറയുന്ന ഏതോഹരി വാങ്ങാൻ പണം നിക്ഷേപിക്കുന്നതാണ് കൂടുതൽ ആദായകരം? 5% വീതാംശമുള്ളതും 60 രൂ. കമ്പോളവിലയുള്ളതുമായ 75 രൂ. ഓഹരികളും, 4% വീതാംശമുള്ളതും 105 രൂ. കമ്പോളവിലയുള്ളതുമായ 125 രൂ. ഓഹരികളും.

ആദ്യത്തെ ഓഹരിയിൽ വീതാംശം = $75 \times \frac{5}{100}$ രൂ.
= 3.75 രൂ.
∴ മുടക്കുമുതലിനു പലിശ = $\frac{3.75 \times 100}{60}$ %
= 6.25%

രണ്ടാമത്തെ കമ്പനിയിലെ ഒരോഹരിയിൽ വീതാംശം = $125 \times \frac{4}{100}$
= 5 രൂ.
∴ മുടക്കുമുതലിന് പലിശ = $\frac{5}{100} \times 100$ %
= 4.76%

∴ ആദ്യത്തെ കമ്പനിയിൽ മുടക്കുന്നതാണ് കൂടുതൽ ആദായകരം.

ഉദാ: 4. ഒരു കമ്പനിയിൽ 100 രൂപയുടെ 2000 ക്ലിപ്താ യ ഓഹരികളും 50 രൂപയുടെ 15000 സാധാരണ ഓഹരികളും ഉണ്ട്. ക്ലിപ്താദായ ഓഹരിക്കാർക്ക് $7\frac{1}{2}\%$ ലാഭവീതം നൽകുന്നു. ഒരു വർഷം 50000 രൂപ ലാഭമായി കിട്ടുന്നുവെങ്കിൽ സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്കു കിട്ടുന്ന ആദായനിരക്കെന്ത്?

ക്ലിപ്താദായ ഓഹരികളിലെ ആകെ

മൂലധനം $= 100 \times 2000$ രൂ.

,, ,, ആദായം $= 100 \times 2000 \times \frac{7\frac{1}{2}}{100}$ രൂ.

$= 15000$ രൂ.

ആകെ ആദായം $= 50000$ രൂ.

സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്കു കിട്ടുന്നത് $= 50000 - 15000$ രൂ.

$= 35000$ രൂ.

സാധാരണ ഓഹരിക്കാരുടെ മൂലധനം $= 50 \times 15000$ രൂ.

അവരുടെ ആദായം മൂലധനത്തിന്റെ ശതമാനത്തിൽ $= \frac{35000 \times 100}{50 \times 15000}\%$

$= 4\frac{2}{3}\%$

അഭ്യാസം 2 (3)

A

1. 5% വീതാംശം കൊടുക്കുന്ന ഒരു കമ്പനിയിൽ ഒരാൾക്ക് 100 രൂപ ഓഹരികളും 60 എണ്ണമുണ്ടെങ്കിൽ അയാൾക്കു കിട്ടുന്ന പ്രതിവർഷാദായമെന്ത്?

2. $6\frac{1}{2}\%$ വീതാംശം കൊടുക്കുന്ന ഒരു കമ്പനിയിൽ ഒരാൾക്ക് 75 രൂപ ഓഹരികളും 150 എണ്ണവും ഉണ്ടെങ്കിൽ അയാൾക്കു കിട്ടുന്ന പ്രതിവർഷാദായമെന്ത്?

3. 4% വീതാംശം കൊടുക്കുന്ന ഒരു കമ്പനിയിൽ ഒരാൾക്ക് 80 രൂപയുടെ 125 ഓഹരികളും ഉണ്ടെങ്കിൽ അയാൾക്കു കിട്ടുന്ന അർദ്ധവാർഷികാദായമെന്ത്?

4. 35 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 50 രൂപ ഓഹരികൾക്ക് $7\frac{1}{2}\%$

വീതാംശം ലഭിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 40 ഓഹരികൾക്ക് ലഭിക്കുന്ന വാർഷികാദായമെന്ത്?

5. 110 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 120 രൂപ ഓഹരികൾക്ക് 8% വീതാംശം ലഭിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 60 ഓഹരികൾക്കുള്ള അർദ്ധവാർഷികാദായമെന്ത്?

6. ഒരു കമ്പനിയിൽ 60 രൂപ ഓഹരികൾ 5 രൂപ ഇറക്കത്തിൽ നില്ക്കുന്നു. 80 ഓഹരികൾക്ക് 6% വീതാംശം വച്ച് അർദ്ധവാർഷികാദായമെന്ത്?

7. ഒരു സോപ്പു നിർമ്മാണശാലയിൽ 30 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 50 രൂപ ഓഹരികളുടെ കമ്പോളവില 5 രൂപ കയറ്റത്തിൽ ആണ്. അതിൽനിന്ന് 8% വീതാംശം ലഭിക്കുന്നുവെങ്കിൽ 80 ഓഹരികളിൽനിന്നു ലഭിച്ച വാർഷികാദായമെന്ത്?

8. ഒരു കമ്പനിയിലെ 45 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 60 രൂപ ഓഹരികൾ 5 രൂപ ഇറക്കത്തിലാണ്. 30 ഓഹരികളിൽനിന്ന് 6% നിരക്കിൽ ലഭിക്കുന്ന വാർഷികാദായമെന്ത്? മുടക്കുമുതലിന് എന്ത് പലിശയടങ്ങും?

9. 8 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 20 രൂപ ഓഹരികൾക്കു 8% വീതാംശം കിട്ടുന്നു. കമ്പോളവില 1 രൂ. 50 പ. കയറ്റത്തിലാണെങ്കിൽ അതിൽ പണം നിക്ഷേപിക്കുന്ന ഒരാൾക്ക് എത്ര ശതമാനം പലിശ അടങ്ങും?

10. 40 രൂ. കമ്പോളവിലയുള്ള 50 രൂ. ഓഹരികൾ ഒരാൾ 35 എണ്ണം വാങ്ങി. കമ്പനി 7% വീതാംശം കൊടുക്കുന്നുവെങ്കിൽ അയാളുടെ വാർഷികാദായമെന്ത്? അത് മുടക്കുമുതലിന് എത്ര ശതമാനം പലിശയാണ്?

B

11. ഒരാൾക്കു 6% വീതാംശമുള്ള 40 രൂ. ക്ലിപ്തദായ ഓഹരികൾ 60 എണ്ണവും 20 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 35 രൂപയുടെ 60 സാധാരണ ഓഹരികളും ഉണ്ട്. ആ കൊല്ലത്തെ അയാളുടെ ആകെ ആദായം 240 രൂപയാണെങ്കിൽ സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് കിട്ടുന്ന വീതാംശം എത്ര ശതമാനം?

12. 15 ലക്ഷം രൂപ അധികൃത മൂലധനമുള്ള ഒരു കമ്പനിയിൽ 5 ലക്ഷം രൂപയുടെ 6% വീതാംശമുള്ള ക്ലിപ്തമായ ഓഹരികളും ബാക്കി സാധാരണ ഓഹരികളുമാണ്. ഒരു വർഷം 72000 രൂ. ആദായം കിട്ടിയാൽ സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് കിട്ടുന്ന വീതാംശനിരക്ക് എന്ത്?

13. 2 ലക്ഷം രൂപ അധികൃത മൂലധനമുള്ള ഒരു കമ്പനിയിൽ 1 ലക്ഷം രൂപയുടെ 7% വീതാംശമുള്ള ക്ലിപ്തമായ ഓഹരികളും ബാക്കി സാധാരണ ഓഹരികളുമാണ്. ആ കമ്പനിയിൽ ഒരു വർഷം 30,000 രൂ. ആദായം കിട്ടിയാൽ സാധാരണ ഓഹരിക്കാർക്ക് എത്ര ശതമാനം വീതാംശം ലഭിക്കും?

14. ഒരു കമ്പനിയിലെ 80 രൂപ അടച്ചുതീർത്ത 100 രൂ. ഓഹരികളുടെ കമ്പോളവില 5½ രൂ. കയറ്റത്തിലാണ്. കമ്പനി 5% നിരക്കിൽ വീതാംശം കൊടുക്കുന്നു. പ്രതിവർഷം 104 രൂപ ആദായം കിട്ടുവാൻ മുടക്കേണ്ട സംഖ്യ എന്ത്?

15. ഒരു കമ്പനിയിലെ 8 രൂ. അടച്ചുതീർത്ത 10 രൂ. ഓഹരികളുടെ കമ്പോളവില 12 രൂപയാണ്. കമ്പനി 8% വീതാംശം കൊടുക്കുന്നു. പ്രതിവർഷം 96 രൂപ ആദായം കിട്ടുവാൻ മുടക്കേണ്ട തുക എന്ത്?

16. ഒരു കമ്പനിയിലെ മൂലധനം 5% വീതാംശമുള്ള 100 രൂപയുടെ 2000 ക്ലിപ്താംശ ഓഹരികളും, 20 രൂപയുടെ 7500 സാധാരണ ഓഹരികളുമാണ്. ഒരുവർഷം ഓഹരിക്കാർക്ക് വീതിക്കുവാനുള്ള ആദായം 20,000 രൂപയാണെങ്കിൽ സാധാരണ ഓഹരികളുടെ വീതാംശം എന്ത്? 50 ക്ലിപ്താംശ ഓഹരിയും 75 സാധാരണ ഓഹരിയുമുള്ള ഓഹരിക്കാർക്ക് ലഭിക്കുന്ന വാർഷികാദായമെന്ത്?

കൂട്ടുപലിശ

പലിശ എന്നാൽ എന്താണെന്നും സാധാരണ പലിശ കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയെന്നും നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. 5% പലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ സുസൻ 2000 രൂപ

തിക്ഷേപിച്ചു. 2 വർഷം കഴിഞ്ഞ് പണം തിരികെ വാങ്ങുമ്പോൾ സൂസന് ബാങ്കിൽനിന്ന് എത്ര രൂപ കിട്ടുമെന്ന് പറയാമോ? സാധാരണ പലിശ കണക്കു കൂട്ടി നിങ്ങൾ 2200 രൂപ എന്ന് പറഞ്ഞേക്കും. എന്നാൽ സൂസന് 2205 രൂപ ബാങ്കുകാർ കൊടുത്തു. സൂസനോടൊപ്പം അതേ ബാങ്കിൽ 2000 രൂപ തിക്ഷേപിച്ച ലിസിക്ക് ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞ് പണം തിരിച്ചെടുത്തപ്പോൾ 2100 രൂപയാണ് കിട്ടിയത്. നിങ്ങളുടെ കണക്കനുസരിച്ച് ലിസിക്ക് എത്ര രൂപ കിട്ടണം? 2100 രൂപ സൂസന് ഒരു വർഷം കഴിയുമ്പോൾ എത്ര രൂപ കിട്ടും? 2100 രൂപതന്നെ. അപ്പോൾ സൂസനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം മൃതുസേം വന്നത് എതു കൊല്ലത്തിലാണ്? രണ്ടാം കൊല്ലത്തിൽ. രണ്ടാം കൊല്ലത്തിൽ എത്ര രൂപ പലിശ കിട്ടി? 105 രൂപ. ഈ തുക എത്ര രൂപയുടെ പലിശയാണ്? 2100 രൂപയുടെ. അപ്പോൾ രണ്ടാം കൊല്ലത്തേക്ക് 2100 രൂപയ്ക്കാണ് പലിശ കണക്കാക്കിയിട്ടുള്ളത്. ഈ 2100 രൂപ എങ്ങനെ കിട്ടിയിരിക്കും? സൂസൻ 2000 രൂപ മാത്രമല്ലേ ബാങ്കിൽ തിക്ഷേപിച്ചിട്ടുള്ളൂ. ഈ 100 രൂപകൂടി എങ്ങനെ വന്നു? രണ്ടാം കൊല്ലത്തെ പലിശയായി 100 രൂപകൂടി മുതലിനോടുചേർത്ത് കിട്ടിയ തുകയായ 2100 രൂപ രണ്ടാം വർഷത്തേക്കുള്ള മുതലായി കണക്കാക്കി.

ഒരു വർഷം തികയുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പലിശ മുതലിനോടുചേർക്കുകയും അങ്ങനെ കിട്ടുന്ന തുകയ്ക്ക് അടുത്ത കൊല്ലം പലിശ കണക്കാക്കുകയും ചെയ്യുന്നു. രണ്ടാം കൊല്ലത്തിൽ മുതലിന് മാത്രമല്ല രണ്ടാം വർഷത്തെ പലിശയ്ക്കും കൂടി പലിശ കണക്കാക്കുന്നു. ഇപ്രകാരം പലിശയ്ക്ക് പലിശ കണക്കാക്കുന്നതിന് കൂട്ടുപലിശ (Compound Interest) എന്നാണു പറയുന്നത്. മുതലും പലിശയും കൂടിയുള്ള തുകയ്ക്ക് പലിശയാകാം മുതൽ എന്നു പറയുന്നു. ഇതിൽനിന്ന് ഒരു കാരും വ്യക്തമാകുന്നത് എന്താണ്? ഓരോ കൊല്ലവും പലിശ കണക്കാക്കുന്നത് ആ വർഷാരംഭത്തിലുള്ള മുതലിൻമേലാണ്. ആദ്യത്തെ മുതലിൻമേലല്ല. രണ്ടാം വർഷാവസാനത്തിലെ തുക

താണ് രണ്ടാം വർഷത്തെ മുതലായി കണക്കാക്കപ്പെടുന്നത്. 6 മാസം കഴിയുമ്പോഴോ, മൂന്നുമാസം കഴിയുമ്പോഴോ, മറുമാസം കഴിയുമ്പോഴോ നിശ്ചിതനിരക്കിൽ പലിശ കണക്കാക്കി മുതലിനോടു ചേർക്കുന്ന സമ്പ്രദായവുമുണ്ട്.

പലിശ കണക്കാക്കുമ്പോൾ പലിശക്കുള്ള പലിശകൂടി കണ്ടുപിടിച്ചു കൂട്ടിയാണ് കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നത്

100 രൂപയ്ക്ക് 10% നിരക്കിൽ ഉള്ള പലിശകൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

പലിശയുനം	ഒന്നാം വർഷം പലിശ	രണ്ടാം വർഷം പലിശ	മൂന്നാം വർഷം പലിശ
സാധാരണ പലിശ	10 രൂ.	10 രൂ.	10 രൂ.
കൂട്ടുപലിശ	10 രൂ	11 രൂ.	12.10 രൂ.

ഇവിടെ ഒന്നാം വർഷത്തിൽ സാധാരണ പലിശയും കൂട്ടുപലിശയും 10 രൂപതന്നെ. മററുകൊല്ലങ്ങളിൽ കൂട്ടുപലിശ സാധാരണ പലിശയെക്കാൾ കൂടുതലാണ്. അതെന്തുകൊണ്ടാണെന്നിപ്പോൾ വ്യക്തമായിരിക്കുമല്ലോ.

ഒരു വർഷത്തെ മുതലും പലിശയും ചേർന്ന തുക അടുത്ത വർഷത്തെ മുതലായി പരിഗണിക്കുകയാണ് കൂട്ടുപലിശ സമ്പ്രദായത്തിൽ ചെയ്യുന്നത്. മേൽപ്പറഞ്ഞ ഉത്തരണത്തിൽ

		രൂ.
ഒന്നാം വർഷത്തെ മുതൽ	=	100
,, പലിശ (10%)	=	10
ഒന്നാം വർഷത്തെ മുതൽ	=	110
,, പലിശ (10%)	=	11
മൂന്നാം വർഷത്തെ മുതൽ	=	121
,, പലിശ (10%)	=	12.10
തുക	=	133.10

ഇവിടെ കൂട്ടുപലിശയായി കിട്ടിയത് 133.10-100 രൂ-
= 33.10 രൂ. ആണ്. സാധാരണ പലിശയാണെങ്കിൽ 30 രൂപ
യേ കിട്ടുകയുള്ളു. ഏതെങ്കിലും ഒരു മുതലിന് നിശ്ചിത
നിരക്കനുസരിച്ച് ഒരു കൊല്ലത്തെ പലിശകാണാൻ നിങ്ങൾക്കറി
യാമല്ലോ. 1826 രൂപയ്ക്ക് 3% നിരക്കിൽ 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ
കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ നിങ്ങൾ എന്തുചെയ്യും? 1826-നെ $1\frac{3}{100}$
കൊണ്ട് ഗുണിക്കും, അല്ലെ? അതിനുള്ള എളുപ്പവഴിയെന്താണ്? 1826-നെ 3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചശേഷം 100 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ
കിട്ടുന്നതിന് ഗുണനഫലത്തിന്റെ കാരോ അക്കവും 2 സ്ഥാനം
വലത്തോട്ടുമാറ്റി എഴുതുകയാണല്ലോ വേണ്ടത്.

1826 നെയും $1\frac{3}{100}$ നെയും ഗുണനഫലം മറ്റൊരു രീതി
യിലും കിട്ടും. $1\frac{3}{100}$ എന്നാൽ .03 ആയതുകൊണ്ട് 1826-നെ .03
കൊണ്ടാണല്ലോ ഗുണിക്കേണ്ടത്. അപ്പോൾ ഗുണനഫലത്തിൽ
ഏത്ര ദശാംശസ്ഥാനം കാണും? 'രണ്ടു' സ്ഥാനം. ഇനി
ഗുണനഫലം കിട്ടാനെന്തുചെയ്യുമെന്നു പറയൂ. 1826 നെ
3 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഗുണനഫലത്തിന്റെ കാരോ അക്കവും
രണ്ടുസ്ഥാനം വലത്തോട്ട് മാറ്റി എഴുതും.

ഈ രീതിയിൽ ക്രിയ മനസ്സിൽ ചെയ്തു ഉത്തരം മാത്രം
എഴുതിയാൽമതി. 54.78 എന്നു കിട്ടുന്നില്ലേ? ഇതുപോലെ
എഴുതി ഗുണിക്കാതെ ഉത്തരം വേഗത്തിൽ എഴുതാനുള്ള പരി
ശീലനം നേടിയാൽ എന്തുസൗകര്യമായിരിക്കും? തന്നിരിക്കുന്ന
മുതലിന് അതാതു നിരക്കനുസരിച്ച് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ
കണ്ടുപിടിക്കുക.

മുതൽ (രൂപ)	നിരക്ക്
7532	3 %
2143	8%
2402	5 %
7356	2 %
8409	6 %

ഇനി മുതലിൽ പൈസയും ഉംപ്പെടുമ്പോൾ എങ്ങനെ ക്രിയ ചെയ്യുമെന്നു നോക്കാം. 2143 രൂപ 42 പൈസയ്ക്ക് 8% നിരക്കിൽ പലിശ ഒരുകൊല്ലത്തേക്ക് കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. 2143 രൂപയ്ക്ക് 8% പലിശ കാണുന്നതിന് നാം 8 കൊണ്ട് 2143-നെ ഗുണിച്ച് ഗുണനഫലത്തിലെ ഓരോ അക്കവും 2 സ്ഥാനം വലത്തോട്ട് മാറ്റുകയാണല്ലോ ചെയ്തത്. 2143 രൂപ 42 പൈസയ്ക്ക് 8% നിരക്കിൽ 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ അതുപോലെ എളുപ്പത്തിൽ കാണാൻ കഴിയുമോ എന്നു നോക്കാം. 2143 രൂപ 42 പൈസ തന്നെയാണ്. 2143.42 രൂപ. ഇതിന്റെ 8% ആണ് കാണേണ്ടത്. 2143.42-നെ $\frac{8}{100}$ കൊണ്ട്, അഥവാ .08 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം. അതിന് 2143.42-നെ 8 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് ഗുണനഫലത്തിലെ ഓരോ അക്കവും 2 സ്ഥാനം വലത്തോട്ട് മാറ്റി എഴുതിയാൽ പോരെ? അങ്ങനെ എഴുതുമ്പോൾ ആകെ 4 ദശാംശസ്ഥാനം വരുമല്ലോ.

ഗുണനഫലം എത്ര കിട്ടുമെന്നു നോക്കാം. 171.4736 ഇതു രൂപ പൈസയായി പറയണമെങ്കിൽ .4736 രൂപായെ പൈസയാക്കണം. അതിന് .4736 നെ 100 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുകയാണ് വേണ്ടത്.

അങ്ങനെ 47.36 പൈസ കിട്ടുന്നല്ലോ. ഇതിൽ 1 പൈസയിൽ കുറവുള്ള ഭാഗം തള്ളിക്കളയുമ്പോൾ 47 പൈസ എന്നു കിട്ടുമല്ലോ. അങ്ങനെ പലിശ 171 രൂപ 47 പൈസ അഥവാ 171.47 രൂപ എന്നു കിട്ടുന്നു. ഇതു കിട്ടുന്നതിന് ഗുണനഫലമായ 71.47 (36) എന്ന സംഖ്യയിലെ 4-ാമത്തെയും 3-ാമത്തെയും ദശാംശസ്ഥാനത്തുള്ള അക്കങ്ങൾ എഴുതാതിരുന്നാൽ മതിയല്ലോ. ഈ അക്കങ്ങൾ, മുതലിലെ ദശാംശസ്ഥാനത്തുള്ള അക്കങ്ങളെ നിരക്ക് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചുകിട്ടിയതാണല്ലോ. ഇവ എഴുതണമെന്നില്ലെങ്കിലും, മുതലിലെ ദശാംശസ്ഥാനങ്ങളിലെ അക്കങ്ങളെ നിരക്ക് കൊണ്ട് ഗുണിച്ചു, ശിഷ്ടം അടുത്തസ്ഥാനങ്ങളിലേയ്ക്ക് കൂട്ടിയാൽ മാത്രമേ മേൽ പറഞ്ഞരീതിയിൽ പലിശ കണക്കാക്കാൻ കഴിയൂ.

ഇനി 2143.42 രൂപയ്ക്ക് 7 % നിരക്കിൽ പലിശ എന്താണെന്നു നോക്കാം. നിരക്ക് കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോൾ 150.03(94) എന്നു കിട്ടുന്നു. ഇവിടെയും ഗുണനഫലത്തിലെ 4-ാമത്തെയും 5-ാമത്തെയും സ്ഥാനത്തെ അക്കങ്ങൾ കളയാം. അപ്പോൾ പലിശ 150.03 എന്നുകിട്ടും. രണ്ടുദശാംശസ്ഥാനത്തിന് ശരിയായി എഴുതുമ്പോൾ 150.04 എന്നാണു കിട്ടുന്നതെങ്കിലും, അവസാനത്തെ രണ്ട് അക്കങ്ങൾ പരിഗണിക്കാതെ 150.03 എന്ന് എഴുതുന്നതാണ് സൌകര്യം.

മുതൽ എത്ര എന്നെഴുതിയിട്ട് അതിനുനേരെ താഴെ പലിശ മേല്പറഞ്ഞ രീതിയിൽ എഴുതിപ്പോകുന്നതാണു നല്ലത്. ഇത്തരം മനസ്സിൽ ക്രിയചെയ്ത് ഉത്തരമെഴുതി നോക്കൂ.

2143.42

7 % നിരക്കിൽ ഒരുകൊല്ലത്തെ പലിശ } = 150.03

ഇവിടെ പലിശ 150.03 രൂപ എന്നു കിട്ടി. അതായത് 150 ചു 3 പൈസ എന്നർത്ഥം.

അതേ തുകയ്ക്ക് 8 % നിരക്കുവച്ച് ഇതുപോലെ കണ്ടുപിടിക്കൂ

2143.42

8 % നിരക്കുവച്ച് 1 കൊത്തെ പലിശ } 171.47

അതേ തുകയ്ക്ക് 2 % നിരക്കുവച്ച് എത്ര എന്നുനോക്കൂ. ഇവിടെ 42 പൈസയ്ക്കുള്ള പലിശ 1 പൈസയിൽ കുറവായി വരുന്നതുകൊണ്ട് ശിഷ്ടം കൂട്ടേണ്ടിവരുന്നില്ല. എന്നു കാണാം.

2143.42

2% നിരക്കുവച്ച് 1 കൊല്ലത്തെ പലിശ } 42.86

ഒന്നാം വർഷാരംഭത്തിലെ മുതൽ, രണ്ടാം വർഷാരംഭത്തിലെ മുതൽ, എന്നിവയെ P_1 ; P_2 എന്നിങ്ങനെയും, ഒന്നാം കൊല്ലത്തെ പലിശ, രണ്ടാം കൊല്ലത്തെ പലിശ, എന്നിവയെ I_1 , I_2 എന്നിങ്ങനെയും ചുരുക്കി എഴുതുന്നതു സൌകര്യമായിരിക്കും.

ഉദാ:— 825 രൂപയ്ക്ക് 8% നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുക.

ഒന്നാം വർഷത്തെ മുതൽ	(P_1)	= 825 രൂ.
പലിശ	(I_1)	= 66.00 (825 × .08)
രണ്ടാം വർഷത്തെ മുതൽ	(P_2)	= 891.00
.. പലിശ	(I_2)	= 71.28 (891 × .08)
തുക		= 962.28-
മുതൽ	(P_1)	= 825.00
∴ കൂട്ടുപലിശ		= 137.28
		= 137 രൂ. 28 നയാ.

കുറിപ്പ്:— തുക കാണാതെ കൂട്ടുപലിശ കണ്ടുപിടിക്കാം. രണ്ടുവർഷത്തെയും പലിശകൾ തമ്മിൽ കൂട്ടിയാൽമതി. മേൽപറഞ്ഞ ഉദാഹരണത്തിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ = (66 + 71.28) രൂ. = 137.28 രൂ.

ഉദാ. 1342.75 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 7% നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുകയാണെങ്കിൽ 4 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ തുക (പലിശയടക്കം മുതൽ) എന്തായിരിക്കും?

		രൂ.
P_1	=	1342.75
I_1	=	93.99
P_2	=	1436.74
I_2	=	100.57
P_3	=	1537.31
I_3	=	107.61
P_4	=	1644.92
I_4	=	115.14
4-ാം വർഷാവസാനത്തിൽ തുക	=	1760.06 രൂപ

അഭ്യാസം 2 (4)

1. 650 രൂപയ്ക്കു 4% നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശ കാണുക.

2. 4500 രൂപയ്ക്ക് 6% നിരക്കിൽ 3 വർഷത്തെ സാധാരണ പലിശ എത്ര? പലിശയടക്കം മുതൽ എത്ര?

3. 1000 രൂപ 10% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു നിക്ഷേപിച്ചാൽ എന്നാൽ

(a) ഒന്നാം വർഷത്തെ പലിശ എത്ര?
(b) രണ്ടാം വർഷത്തെ മുതൽ എത്ര?
(c) രണ്ടാം വർഷത്തെ പലിശ എത്ര?
(d) ഒന്നും രണ്ടും വർഷങ്ങളിലെ മുതൽ വ്യത്യാസം എത്ര?
(e) ഒന്നും രണ്ടും വർഷത്തെ പലിശയിൽ വല്ല വ്യത്യാസവുമുണ്ടോ?

4. (a) കൂട്ടുപലിശ $12\frac{1}{2}\%$ നിരക്കിലാണെങ്കിൽ ഓരോ വർഷവും മുതലിന്റെ എത്രഭാഗം പലിശയായി കിട്ടും?

(b) കൂട്ടുപലിശ $16\frac{2}{3}\%$ നിരക്കിലാണെങ്കിൽ ഓരോ വർഷവും മുതലിന്റെ എത്രഭാഗം പലിശയായി കിട്ടും?

5. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മുതലുകൾക്ക് അതാതിനോടു നേരെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന നിരക്കനുസരിച്ച് രണ്ടുവർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശയും പലിശയടക്കം മുതലും കാണുക.

	മുതൽ	നിരക്ക്
(i)	4500 രൂ.	4%
(ii)	5200 രൂ.	5%
(iii)	3850 രൂ.	8%
(iv)	775 രൂ.	4%
(v)	1200 രൂ.	3%
(vi)	2000 രൂ.	4%
(vii)	8250 രൂ.	6%
(viii)	600 രൂ.	7%

൪. 2543 രൂപയ്ക്ക് 2% നിരക്കിൽ 4 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ കാണുക. പലിശയടക്കം മുതൽ എത്ര?

൫. ക) 3615 രൂപയ്ക്ക് 3% നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കിയാൽ 3 വർഷം കഴിയുമ്പോഴത്തെ മുതലും പലിശയുംകൂടി എന്തു തുകയാകും?

ഖ) 3640 രൂപയ്ക്ക് 3% നിരക്കിൽ 3 വർഷം കഴിഞ്ഞാൽ കൂട്ടുപലിശ സഹിതം എന്തുകിട്ടും? കഴിഞ്ഞ ചോദ്യത്തിലെ മുതൽ ആയ 3615 രൂപയിൽ 25 രൂപ കൂടി അതുകൊണ്ട് 3 വർഷത്തെ പലിശ എത്ര കൂടി?

൬. 4000 രൂപയ്ക്ക് 5% നിരക്കിൽ 3 കൊല്ലത്തേയ്ക്കുള്ള സാധാരണ പലിശയും കൂട്ടുപലിശയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെത്ര?

൭. രഘു 5000 രൂപ 5% സാധാരണ പലിശക്കു ദിനേശനിൽ നിന്നു കടംവാങ്ങി. അതേദിവസം തന്നെ കൃഷ്ണൻ 5% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു കടം കൊടുത്തു. 2 വർഷം കഴിഞ്ഞ് കൃഷ്ണൻ രഘുവിനു കൊടുക്കേണ്ട സംഖ്യ എത്ര? രഘു ദിനേശനു എന്തുതുകകൊടുക്കണം? രഘുവിനു കിട്ടുന്ന ലാഭം എത്ര?

൮. മോസസ് രത്നത്തിൽനിന്നും 3000 രൂപ 10% പലിശക്കു കടം വാങ്ങി. 3 വർഷം കഴിഞ്ഞ് ഇടപാടു തീർക്കാൻ സമയത്ത് സാധാരണ പലിശയോ കൂട്ടുപലിശയോ കണക്കാക്കേണ്ടതെന്നു തർക്കമായി. തർക്കത്തിൽ പെട്ടത് എത്ര രൂപ?

൯. ദിനേശന്റെ 5000 രൂപ 5% സാധാരണ പലിശയ്ക്കു കടംവാങ്ങി. അതേദിവസം ഉപേന്ദ്രൻ 5000 രൂ. അതേ നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശയ്ക്കും കടംവാങ്ങി. $2\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിയുമ്പോഴത്തെ കണക്കു കൂട്ടുമ്പോൾ പലിശ കൊടുക്കേണ്ടത്? എത്ര രൂപ കൂടുതൽ?

൧൦. 1500 രൂപയ്ക്ക് 6% നിരക്കിൽ $2\frac{1}{2}$ വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ കാണുക.

അർദ്ധവാർഷികമായും പാദവാർഷികമായും കൂട്ടുപലിശ കാണുന്ന രീതി

ഓരോ വർഷാവസാനവും തന്നാണ്ടത്തെ പലിശ മുതലിനോടു ചേർക്കുന്ന സമ്പ്രദായമാണല്ലോ നാം ഇതുവരെ മനസ്സിലാക്കിയത്. എന്നാൽ മിക്ക ബാങ്കുകളിലും അർദ്ധവർഷത്തിൽ ഒരിക്കൽ പലിശ മുതലിനോടു ചേർക്കുകയാണു പതിവ്. മുതലും പലിശയും ചേർന്ന ഈ തുകയാണ് അടുത്ത അർദ്ധവർഷത്തേക്കുള്ള മുതലായി പരിഗണിക്കുന്നത്. ഈ സമ്പ്രദായത്തിനു "അർദ്ധവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി" എന്നാണു പറയുന്നത്.

മൂന്നുമാസം കൂടുമ്പോഴും പലിശ മുതലിനോടുചേർക്കുന്ന സമ്പ്രദായവുമുണ്ട്. ഇതിനെ "പാദവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്ന രീതി" എന്നാണ് പറയുന്നത്.

നിരക്ക് 6% എന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ 100 രൂപയ്ക്കു 1 വർഷത്തെ പലിശ 6 രൂപയാണ്. 6 മാസത്തേയ്ക്കുള്ള പലിശ 3 രൂപയാണ്. ഇത് 3% നിരക്കിലുള്ള ഒരുവർഷത്തെ പലിശയ്ക്കു തുല്യമാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 6 മാസത്തെ പലിശ കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിരക്കു പകുതിയാക്കി മുമ്പു കണ്ടുപിടിച്ചതുപോലെ പലിശ കണ്ടാൽമതി. മുന്നുമാസം കൂടുമ്പോഴാണ് പലിശ മുതലിനോട് കൂട്ടുന്നതെങ്കിൽ നിരക്ക് നാലിലൊന്നാക്കി ഇതുപോലെ ക്രിയ ചെയ്താൽ മതി.

ഉദാ:—1) ഞാൻ ഒരു ബാങ്കിൽ 1500 രൂപ 6% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു നിക്ഷേപിച്ചു. പലിശ അർദ്ധവാർഷികമായി മുതലിനോടു കൂട്ടുന്നുവെങ്കിൽ 1½ വർഷം കഴിയുമ്പോഴത്തെ പലിശയടക്കം മുതൽ എത്ര?

അർദ്ധവാർഷികനിരക്ക് 3%.		രൂപ
ഒന്നാം അർദ്ധവർഷത്തെ മുതൽ	=	1500
,, പലിശ	=	45.00
രണ്ടാം അർദ്ധവർഷത്തെ മുതൽ	=	1545.00
,, പലിശ	=	46.35
മൂന്നാം അർദ്ധവർഷത്തെ മുതൽ	=	1591.35
,, പലിശ	=	47.74
പലിശയടക്കം മുതൽ (തുക)	=	1639.00 രൂപ

ഉദാ:—2) 5000 രൂപയ്ക്ക് 8% നിരക്കിൽ പാദവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കിയാൽ ഒരു വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ എത്ര?

പാദവാർഷിക നിരക്ക് = 2%

P_1 , P_2 , P_3 .....എന്നിവ പാദവർഷാരംഭങ്ങളിലെ മുതലും, I_1 , I_2 , I_3 .....എന്നിവ പാദവർഷങ്ങളിലെ പലിശയും ആയിട്ടെഴുതിയാൽ

		രൂപ
P_1	=	5000
I_1	=	100.00
P_2	=	5100.00
I_2	=	102.00
P_3	=	5202.00
I_3	=	104.04
P_4	=	5306.04
I_4	=	106.12
തുക	=	5412.16
P_1	=	5000.00
∴ കൂട്ടുപലിശ	=	412.16 രൂ

അഭ്യാസം. 2 (5)

1. പ്രതിവർഷം 6% നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കണമെങ്കിൽ.

(a) അർദ്ധവാർഷിക ഗഡുവിന്റെ നിരക്ക് എത്രയായി കണക്കാക്കണം?

(b) മുമ്മൂന്നുമാസം കൂടുമ്പോൾ പലിശ മുതലിനോടു ചേർക്കണമെങ്കിൽ പലിശ എത്ര ശതമാനമായി കണക്കാക്കണം?

2. 4800 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 10% നിരക്കിൽ $1\frac{1}{2}$ വർഷത്തേക്കുള്ള കൂട്ടുപലിശ കാണുക. അർദ്ധവാർഷികമായി പലിശ കണക്കാക്കുന്നു.

3. പ്രതിവർഷം 4% നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി പലിശ കണക്കാക്കിയാൽ 6400 രൂപ $1\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിയുമ്പോൾ പലിശയുംപ്പെടെ എന്തു തുകയാകും?

4. കൂട്ടുപലിശ പാവോർഷികമായി കണക്കാക്കുമെന്നുള്ള കരാറിൽ രാമൻ 2500 രൂപ 8% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു കടം വാങ്ങി. 9 മാസം കഴിയുമ്പോൾ കടം തീർക്കാൻ അയാൾ എന്തു കൊടുക്കണം?

5. ഒരു ബാങ്കിൽ പ്രതിവർഷം 4% നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായിട്ടാണ് കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നത്. 1250 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചിട്ടുള്ള രാമന് $1\frac{1}{2}$ വർഷത്തിനുശേഷം എന്തു തുക കിട്ടും?

6. ഗോപി പ്രതിവർഷം 6% നിരക്കിൽ 5000 രൂപ കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു കടം വാങ്ങി. അന്നുതന്നെ രാമന് അതേ നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കാമെന്നുള്ള കരാറിൽ മറുകടംകൊടുത്തു. $1\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിയുമ്പോൾ രണ്ടുപേരും ഇടപാടുതീർത്തു. രാമൻ ഗോപിക്ക് എന്തു തുക കൊടുത്തു? ഗോപി കടം വീടാൻ എന്തു തുക കൊടുത്തിരിക്കും? ഗോപിയ്ക്കു ലാഭം എത്ര?

തവണകളായി പണം നിക്ഷേപിക്കുകയും പിൻവലിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന രീതി

സാധാരണയായി ആളുകൾ അവരുടെ സമ്പാദ്യം അപ്പോഴപ്പോൾ ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുകയും ആവശ്യാനുസരണം പിന്നീടു പിൻവലിക്കുകയുമാണല്ലോ പതിവ്. ഇങ്ങനെ പല തവണകളിലായി പണം അടയ്ക്കുകയും തിരിച്ചെടുക്കുകയും ചെയ്യുമ്പോൾ പലിശ കണക്കാക്കുന്നത് എങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ: 1. ഒരാൾ ഓരോ വർഷാരംഭത്തിലും 600 രൂപവീതം 5% കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കുന്ന ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. മൂന്നാം വർഷാവസാനം അയാൾക്ക് ബാങ്കിൽ എത്ര തുക കാണും?

	രൂപ
ഒന്നാം വർഷം മുതൽ	= 600
,, ,, പലിശ	= 30 00
തുക	= 630·00
രണ്ടാം വർഷാരംഭ നിക്ഷേപം	= 600·00
രണ്ടാം വർഷം മുതൽ	= 1230·00
,, ,, പലിശ	= 61·50
തുക	= 1291·50
മൂന്നാം വർഷാരംഭനിക്ഷേപം	= 600 00
മൂന്നാം വർഷം മുതൽ	= 1891·50
,, ,, പലിശ	= 94·57
തുക	= 1986·07
മൂന്നാം വർഷാവസാനം അയാൾക്ക് ബാങ്കിലുള്ളതുക	= 1986·07 രൂപ.

ഉദാ: 2. 6% കൂട്ടുപലിശക്ക് ഒരാൾ 500 രൂപ കടം വാങ്ങുന്നു. ഒന്നാംവർഷാവസാനം 200 രൂപ തിരിച്ചു കൊടുത്തു എങ്കിൽ രണ്ടാംവർഷാവസാനം എത്ര തുകകൂടി കൊടുത്താൽ കടം തീരും?

	രൂപ
ഒന്നാം വർഷത്തെ മുതൽ	= 500
,, ,, പലിശ	= 30 00
തുക	= 530·00
തിരിച്ചുകൊടുത്തത്	= 200 00
രണ്ടാം വർഷത്തെ മുതൽ	= 330·00
,, ,, പലിശ	= 19·80
തുക	= 349·80
∴ കടം തീർക്കാൻവേണ്ട തുക	= 349 80 രൂപ

അഭ്യാസം 2 (6)

1. ഒരാൾ ഓരോ വർഷാരംഭത്തിലും 500 രൂപവീതം 4% കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കുന്ന ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. മൂന്നാം വർഷാവസാനം ബാങ്കിൽനിന്നു കിട്ടുന്ന തുക എന്ത്?

2. ഒരാൾ മകളുടെ വിവാഹാവശ്യത്തിന് 4500 രൂപ 6% കൂട്ടുപലിശയ്ക്കു കടംവാങ്ങി. ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 2000 രൂപയും രണ്ടാം വർഷാവസാനത്തിൽ 1250 രൂപയും തിരിയെ കൊടുത്തു. മൂന്നാം വർഷാവസാനം കടം തീർക്കാൻ എന്തു തുകകൂടി കൊടുക്കണം?

3. ഒരു മോട്ടോർ ബൂപോരി കാർ വാങ്ങുന്നതിന് 8% കൂട്ടുപലിശയ്ക്ക് 10,000 രൂപ ഒരു ബാങ്കിൽനിന്നും കടം വാങ്ങി. ഒന്നാം വർഷാവസാനം 2000 രൂപയും രണ്ടാം വർഷാവസാനം 2500 രൂപയും മടക്കിക്കൊടുക്കുന്നുവെങ്കിൽ മൂന്നാം വർഷാവസാനം ബാക്കി എന്തു തുക കൊടുത്താൽ ഇടപാടുതീർക്കാം?

4. ഒരു വീടിന്റെ മതിപ്പുവില വർഷം തോറും അതതു വർഷാരംഭത്തിലുള്ളതിന്റെ 3% വീതം കുറയുന്നു. ഇപ്പോൾ മതിപ്പുവില 15,000 രൂപയുള്ള വീടിന് 10 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ എന്തു വില മതിക്കും?

5. 32500 രൂപ വിലയുള്ള ഒരു യന്ത്രത്തിന്റെ വില വർഷം തോറും അതതു വർഷാരംഭത്തിലുള്ളതിന്റെ 8% വീതം കുറയുന്നു എങ്കിൽ 3 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ അതിന്റെ വില എന്താകും?

അഭ്യാസം 2 (7)

A

1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മുതലുകൾക്ക് അതിന്റെ തോറ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന നിരക്കിൽ ഒരു വർഷത്തെ പലിശ മനക്കണക്കായി പറയുക.

	മുതൽ	പലിശനിരക്ക്
(1)	500 രൂ.	6 %
(2)	800 ,,	5%
(3)	1500 ,,	4%
(4)	2600 ,,	5 %
(5)	3000 ,,	3 %
(6)	4500 ,,	4 %
(7)	5000 ,,	6%
(8)	3600 ,,	5 %
(9)	4000 ,,	3 %
(10)	6000 ,,	5 %

MUNAVIRVL ISLAM HIGH SCHOOL. Date..... ERNAKULAM.

1. മൂകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന മുതലുകൾക്ക് ഓരോന്നിനേയുള്ള നിരക്കനുസരിച്ച് 2 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ തനിക്കണക്കായി പറയുക.
2. 6500 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 4 % നിരക്കിൽ 3 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ കാണുക.
3. 8000 രൂപയ്ക്ക് 7 % നിരക്കിൽ 3 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ എത്ര?
4. ഒരോ പ്രതിവർഷം 5% കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ 2000 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. രണ്ടുവർഷംകഴിയുമ്പോൾ പലിശയടക്കം മുതൽ എത്രകാണും?
5. പ്രതിവർഷം 4 % നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കിയാൽ 4500 രൂപയ്ക്ക് $1\frac{1}{2}$ വർഷത്തേക്ക് എന്തു തുക പലിശ കിട്ടും?
6. ഒരു ബാങ്കിൽ 8 % നിരക്കിൽ പാദവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നു. 1600 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്ന ഒരാൾക്ക് 9 മാസം കഴിയുമ്പോൾ എന്തു തുക കിട്ടും?
7. 5 % കൂട്ടുപലിശയ്ക്ക് 5000 രൂ. കടം വാങ്ങിയ ഒരാൾ ഒന്നാം വർഷാവസാനത്തിൽ 2000 രൂപയും രണ്ടാം വർഷ മവസാനം 2500 രൂപയും തിരിച്ചുകൊടുത്താൽ ഉടനടി

ഷാവസാനം ഇടപാടു തീർക്കുന്നതിന് എത്ര രൂപകൂടി കൊടുക്കണം?

9. 4800 രൂപയ്ക്ക് 6% നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെസാധാരണ പലിശയും കൂട്ടുപലിശയും തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസമെന്ത്?

10. എല്ലാവർഷവും ആരംഭത്തിൽ ഒരാൾ 1000 രൂപവീതം 6% കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. 3 വർഷം കഴിയുമ്പോൾ അയാളുടെ പേരിൽ ബാങ്കിൽ എന്തു തുക കാണും?

B

1. 1825 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 4% നിരക്കിൽ 2 വർഷത്തെ കൂട്ടുപലിശ കാണുക?

2. 8250 രൂപയ്ക്ക് പ്രതിവർഷം 6% നിരക്കിൽ കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കിയാൽ $2\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിയുമ്പോൾ മുതലും പലിശയുംകൂടി എന്തു തുകയാകും?

3. 2775 രൂപയ്ക്ക് 8% നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കണക്കാക്കുന്നു $1\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിയുമ്പോഴത്തെ തുകയെന്താകും?

4. ഒരാൾ 750 രൂപ 6% കൂട്ടുപലിശയ്ക്ക് ബാങ്കിൽ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ ബാങ്കുകാർ പലിശനിരക്ക് 7% ആയി വർദ്ധിപ്പിച്ചു. രണ്ടാം വർഷാവസാനം അയാൾക്ക് ബാങ്കിൽ എന്തു തുകയുണ്ടായിരിക്കും?

5. 5% കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കുന്ന ഒരു ബാങ്കിൽ ഒരാൾ 1800 രൂപ നിക്ഷേപിക്കുന്നു. ഒരു വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 2000 രൂപയും രണ്ടുവർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ 1200 രൂപയും വീണ്ടും നിക്ഷേപിക്കുന്നു. എന്നാൽ മൂന്നാം വർഷാവസാനം അയാൾക്ക് എന്തു തുക ബാങ്കിൽ നിന്നും കിട്ടാനുണ്ടായിരിക്കും?

6. ഒരാൾ 8% കൂട്ടുപലിശ ഈടാക്കുന്ന ബാങ്കിൽനിന്ന് 2500 രൂപ കടമെടുക്കുന്നു. ഉടൻതന്നെ ആ തുക മുഴു

വന്നും 8% നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി കൂട്ടുപലിശ കൊടുക്കണമെന്നുള്ള കരാറിൽ വേറൊരാൾക്ക് മറുകടം കൊടുക്കുന്നു. $1\frac{1}{2}$ വർഷം കഴിഞ്ഞപ്പോൾ രണ്ടു പേരും അവരവരുടെ കടം വീട്ടുന്നു. മന്നാമന് എത്ര രൂപ ലാഭം കിട്ടിയിരിക്കും?

അദ്ധ്യായം 3

അംശബന്ധം

നിദാനശോധകങ്ങൾ—1

1. A യുടെ കയ്യിൽ 30 മിട്ടായി ഉണ്ട്. B യുടെ കയ്യിൽ 20 മിട്ടായി ഉണ്ട്. A യുടെ കയ്യിലുള്ളത് B യുടെ കയ്യിലുള്ളതിന്റെ എത്രഭാഗം? B യുടെ കയ്യിലുള്ളത് A യുടെ കയ്യിലുള്ളതിന്റെ എത്രഭാഗം?

2. രമയുടെ കയ്യിൽ 5 രൂപയും ലീലയുടെ കയ്യിൽ 8 രൂപയും ഉണ്ട്. രമയുടെ കയ്യിൽ ലീലയുടെ കയ്യിലുള്ള തുകയുടെ എത്രഭാഗമാണുള്ളത്? ലീലയുടെ കയ്യിലുള്ള തുക രമയുടെ കയ്യിലുള്ളതിന്റെ എത്രഭാഗം?

3. $\frac{5}{6}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{10}{6}$, $\frac{20}{12}$ ഇവയിൽ തുല്യമായ ഭിന്നങ്ങളേവ?

4. ഉചിതമായി പൂരിപ്പിക്കുക:—

(i) $\frac{7}{\ldots} = \frac{14}{20}$ (iv) $\frac{7}{5} \times \frac{2}{\ldots} = \frac{\ldots}{15}$

(ii) $\frac{3}{11} = \frac{\ldots}{33}$ (v) $\frac{9}{5} \div \frac{5}{\ldots} = \frac{27}{\ldots}$

(iii) $\frac{8}{7} = \frac{16}{\ldots}$

5. $\frac{4}{5}$ നു തുല്യമായ മൂന്നു ഭിന്നങ്ങൾ എഴുതുക.

6. ഒരു സംഖ്യയുടെ $\frac{5}{8}$ ഭാഗം 300 രൂപയ്ക്കു തുല്യമായാൽ ബാക്കി ഭാഗത്തിന്റെ വിലയെന്ത്?

3 ഗോവിന്ദൻ കുറെ രൂപ മുടക്കി കച്ചവടം തുടങ്ങിയപ്പോൾ മുടക്കു മുതലിന്റെ $\frac{2}{11}$ ഭാഗം ലാഭം കിട്ടി. ലാഭം കിട്ടിയത് 400 രൂപയായാൽ മുടക്കു മുതലെന്ത്?

4 ഒരു നിയോജകമണ്ഡലത്തിൽ 3 സ്ഥാനാർത്ഥികൾ മത്സരിച്ചു. അവരിൽ ജോർജ്ജിന് ഭൂരിപക്ഷത്തിന്റെ പകുതിയും, ഭൂരിപക്ഷത്തിന് പ്രകാശിനു കിട്ടിയതിന്റെ പകുതിയും വോട്ടുകൾ കിട്ടി. ആ നിയോജകമണ്ഡലത്തിൽ 47000 വോട്ടർമാരുള്ളതിൽ 1500 പേർ വോട്ടു രേഖപ്പെടുത്തിയില്ല. എങ്കിൽ ഇവരിൽ ജയിച്ചത് ആര് രാമന്മാരുടെയും എത്ര വോട്ടുകൾ വീതം കിട്ടി?

ആഗസ്റ്റ് 15-ാംതീയതി ഒരു സ്കൂളിൽ എല്ലാ കുട്ടികൾക്കും മിട്ടായി വിതരണം ചെയ്തു. 7-ാം സ്റ്റാന്റേർഡിലെ ഗോപിക്ക് 5 മിട്ടായിയും രവിക്ക് 7 മിട്ടായിയും കിട്ടി. രണ്ടുപേർക്കു കിട്ടിയ എണ്ണത്തിലെ വ്യത്യാസം എങ്ങനെ താരതമ്യപ്പെടുത്തും? ഗോപിക്ക് രവിയെക്കാൾ 2 മിട്ടായി കുറവാണെന്നോ, രവിക്ക് ഗോപിയെക്കാൾ 2 മിട്ടായി കൂടുതലാണെന്നോ നിങ്ങൾ പറയുകയില്ലേ. വേറെ ഏതെങ്കിലും വിധത്തിൽ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം പറയാമോ?

ഗോപിക്കു കിട്ടിയത് രവിക്ക് കിട്ടിയതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്? $\frac{5}{7}$ ഭാഗം. ഇതുപോലെ രവിക്ക്, ഗോപിക്കു കിട്ടിയതിന്റെ $\frac{7}{5}$ മടങ്ങ് ആണും പറയാമല്ലോ.

വേറൊരു മോഹനനെ നോക്കാം. മോഹനൻ ഏക്സിബിഷനു പോയപ്പോൾ ഒരു കപ്പലിന്റെ മാതൃക ഉണ്ടാക്കിവച്ചിരിക്കുന്നതു കണ്ടു. അതിന്റെ നീളം 1 മീറ്ററാണെന്നു കേട്ടപ്പോൾ മോഹനൻ ഞെട്ടിപ്പോയി. 'കപ്പലിന് 1 മീറ്റർ നീളമേ ഉണ്ടായിരിക്കുകയുള്ളോ?' മോഹനൻ ചോദിച്ചു. യഥാർത്ഥ കപ്പലിന്റെ നീളം ഈ മാതൃകയിലെ നീളത്തേക്കാൾ 99 മീ. കൂടുതലാണ് എന്ന്. വിവരിച്ചുകൊടുക്കുന്ന ആൾ പറഞ്ഞു. ഇതിൽനിന്ന് കപ്പലിന്റെ യഥാർത്ഥ വലിപ്പത്തേയോ രൂപ

ഞ്ഞയോപറഞ്ഞി എന്തെങ്കിലും മോഹനനു് മനസിലാക്കാൻ കഴി ഞ്ഞിരിക്കുമോ? നേരെ മറിച്ചു് മാതൃകയുടെ വലിപ്പത്തിനേ 100 മടങ്ങാണു് യഥാർത്ഥ കപ്പലിന്റെ വലിപ്പം എന്നു പറ ഞ്ഞാലോ? ഇപ്പോൾ ആശയം എത്ര വ്യക്തമാണു്. അപ്പോൾ ഞ്ഞു മറ്റാന്നിനെക്കാൾ കൂടുതലെന്നോ കുറവെന്നോ പറയാതെ മറ്റൊരു രീതിയിലും താരതമ്യം ചെയ്യാമെന്നു മനസിലായല്ലൊ

ഒരു ക്ലാസ്സിൽ 40 ആൺകുട്ടികളും 8 പെൺകുട്ടികളു മുണ്ടെന്നിരിക്കട്ടെ. ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തേയും പെൺ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തേയും താരതമ്യപ്പെടുത്തി നിങ്ങൾ എങ്ങനെ പറയും? ആൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണ ത്തിന്റെ 5 മടങ്ങ് എന്നോ, പെൺകുട്ടികളുടെ എണ്ണം ആൺ കുട്ടികളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ $\frac{1}{5}$ ഭാഗം എന്നോ പറയാം.

ഭാര്യാം ഒരു പടി കെട്ടുവാൻവേണ്ടി കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കി കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കുന്നതു് മണലും കുമ്മായവും ചേർത്ത തെന്നു നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. അയ്യാം കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കി പടികെട്ടി. പക്ഷേ ഉണങ്ങിയപ്പോൾ പാന്തു പൊടിഞ്ഞു പടി ഇളകിപ്പോയി. അതെന്തുകൊണ്ടാണെന്നു പറയാമോ ആവശ്യത്തിൽ കൂടുതൽ മണൽ ചേർത്തിട്ടാണു്. അങ്ങനെയൊ രണം ഉണ്ടാക്കി പടിക്കെട്ടപ്പോൾ പൊട്ടലുണ്ടായി. എന്തു കൊ ണ്ടായിരിക്കും? ഇത്രയധികം കുമ്മായം കൂടിപ്പോയി. എത്ര മണലും എത്ര കുമ്മായവും ചേർത്താണു് കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കു ന്നതെന്നറിയാൻവേണ്ടി അയ്യാം ഒരു കെട്ടിടം പണിയുന്ന സ്ഥല ത്തുപോയി. അവിടെ പല പ്രാവശ്യം കുമ്മായച്ചാന്തു കൂട്ടുന്നതു് നോക്കിനിന്നു. ഇതു കണ്ടപ്പോൾ കുമ്മായവും മണലും ഏത് അളവിലാണു് ചേർക്കേണ്ടതെന്നു് അയ്യാംക്കു മനസ്സിലായി. 1 പട്ടി മണലിനോടുകൂടി ആവശ്യമുള്ള കുമ്മായം ചേർത്ത് അയ്യാം നല്ല കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കി. കെട്ടിടം പണിക്കാരന് ഓരോ പ്രാവശ്യവും എടുത്ത മണലിന്റെയും കുമ്മായത്തിന്റെയും അളവുകൾ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

	1-ാം തവണ	2-ാം തവണ	3-ാം തവണ	4-ാം തവണ
മണൽ (ചട്ടി)	24	9	30	6
കുമ്മായം (ചട്ടി)	8	3	10	?

ഇതു പരിശോധിച്ച് 6 ചട്ടി മണലിനോട് എത്ര ചട്ടി കുമ്മായമാണു ചേർക്കേണ്ടത് എന്നു പറയാമോ? ഇതിൽ മാത്രം നിലും മണലിന്റെ അളവിന്റെ എത്ര മാഗമാണു കുമ്മായ ത്തിന്റെത്? $\frac{1}{3}$ മാഗമല്ലേ? അതുകൊണ്ട് 6 ചട്ടി മണലിനോട് 2 ചട്ടി കുമ്മായമാണു ചേർക്കേണ്ടത്. 2 ചട്ടി കുമ്മായത്തിന്റെ കൂടെ എത്ര ചട്ടി മണൽചേർക്കണം? 6 ചട്ടി മണൽ. അതായത് കുമ്മായത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ്. 2 ടിൻ കുമ്മായമുപയോഗിച്ചു തല്ല കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കുവാൻ എത്ര മണൽചേർക്കണം? 6 ടിൻ കുമ്മായത്തിന്റെ 3 മടങ്ങ് മണൽ, മണലിന്റെ $\frac{1}{3}$ മാത്രമാണ് കുമ്മായം എന്ന് ഇതിൽനിന്നു ഗ്രഹിക്കാമല്ലോ.

3 ഒക മണലെടുക്കുമ്പോൾ എത്ര കുമ്മായമെടുത്താലാണ് നല്ല കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കുവാൻ കഴിയുന്നത്? 1 ഒക കുമ്മായം. അതായത് മണലിന്റെ $\frac{1}{3}$ മാഗമാണല്ലോ കുമ്മായം.

കുമ്മായം മണലിന്റെ $\frac{1}{3}$ എന്നു പറയുന്നതിനു പകരം അവ യുടെ അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം കുമ്മായം: മണൽ = 1:3 എന്നു പറയാം. $\frac{1}{3}$ എന്നത് $1 \div 3$ ആണല്ലോ

രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഈ രീതിയിൽ പറയുമ്പോൾ അതിന് അംശബന്ധം (ratio) എന്നു പറയുന്നു. അംശബന്ധം സാധാരണയായി എഴുതുന്നത് '÷' എന്ന ചിഹ്നത്തിന്റെ വരയിടാതെ ':' എന്ന ചിഹ്നമുപയോഗിച്ചാണ്. അതായത് 1.3 ഇവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എഴുതുന്നത് 1:3 എന്നാണ്. ഇതു വായിക്കുന്നത് 'ഒന്ന് ഈസ്ടു മൂന്ന്' എന്നോ 'ഒന്ന്, മൂന്നിന്' എന്നോ ആണ്.

$\frac{1}{50}$ എന്നതിനു സമാനമായ അംശബന്ധം 1:30 എന്ന് എഴുതാവുന്നതാണ്. $\frac{1}{5}$ എന്നത് എങ്ങനെ അംശബന്ധരൂപത്തിൽ എഴുതാം? 1:5

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ അംശബന്ധരൂപത്തിൽ എഴുതുക.

(1) $\frac{8}{9}$; (2) $\frac{4}{5}$; (3) $1\frac{8}{9}$; (4) $1\frac{8}{25}$; (5) $2\frac{9}{10}$;
(6) $\frac{a}{b}$ (7) $\frac{2k}{1}$

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിൽ എഴുതുക.
1) 8:9; (2) 1:4; (3) a:b.

കുമ്മായച്ചാന്തുണ്ടാക്കുവാൻ 1 ചട്ടി കുമ്മായത്തിന് 3 ചട്ടി മണൽ എന്ന രീതിയിലാണ് എടുക്കുന്നതെന്ന് നിങ്ങൾക്കു മനസ്സിലായല്ലോ. കുമ്മായവും മണലും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്താണ്? 1:3.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കൂ.

കുമ്മായം. (ചട്ടി)	1	2	3	4
മണൽ. (ചട്ടി)	3	6	9	12

കുമ്മായവും മണലും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 1:3 ആണല്ലോ. അതിനുപകരം അത് 3:1 എന്നു പറഞ്ഞാൽ ശരിയാണോ? തീർച്ചയായും അല്ല. എന്തുകൊണ്ട്? 1:3 ചട്ടി എന്നു പറയുമ്പോൾ 1 ചട്ടി കുമ്മായത്തിന് 3 ചട്ടി മണൽ എന്നല്ലേ അർത്ഥം? നേരെമറിച്ച് 3:1 എന്നു പറഞ്ഞാൽ 3 ചട്ടി കുമ്മായത്തിന് 1 ചട്ടി മണൽ എന്നാകും.

ഇതിൽനിന്ന് അംശബന്ധം പറയുമ്പോൾ അതിൽ താരതമ്യപ്പെടുത്തുന്ന കാര്യങ്ങളുടെ ക്രമത്തിന് പ്രാധാന്യം കൊടുക്കേണ്ടതാണെന്നു മനസിലായല്ലോ. ഇങ്ങനെ ക്രമത്തിനു പ്രാധാന്യം

കൊടുക്കേണ്ടിവരുന്ന ഒരു ജോടി സംഖ്യകളെ ക്രമജോടി എന്നാണ് പറയുന്നത്. 1:3 എന്നത്, (1,3) എന്ന ക്രമജോടിയായും 3:1 എന്നത് (3,1) എന്ന ക്രമജോടിയായും എഴുതാം.

2:3 എന്ന അംശബന്ധം 3:2 എന്ന അംശബന്ധത്തിനു തുല്യമല്ലല്ലോ. 2:3 എന്നതിന്റെ വിപരീത അംശബന്ധമാണ് 3:2, 3:2 ന്റെ വിപരീത അംശബന്ധമാണ് 2:3.

ഒരു ഭിന്നസംഖ്യക്ക് അംശവും ഛേദവും എന്ന 2 ഭാഗങ്ങൾ ഉള്ളതായി നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ. 1:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലെ 1, 3 എന്നിവയെ രാശികൾ എന്നു പറയുന്നു. 1 ആദ്യത്തെ രാശി, 3 രണ്ടാമത്തെ രാശി.

a:b എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ a, b ഇവയെ രാശികൾ എന്നു പറയുന്നു. a ആദ്യരാശി 'b' രണ്ടാം രാശി.

1 കപ്പ് അരികൊണ്ട് പാൽപ്പായസം ഉണ്ടാക്കുന്നതിന് 3 കപ്പു പഞ്ചസാരയും 6 കപ്പു പാലും ചേർക്കുന്നു. അരിയുടെ അളവിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണു പഞ്ചസാരയുടെത്? 2 മടങ്ങ്. പഞ്ചസാരയുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് പാൽ? 3 മടങ്ങ്. കുമ്മായവും മണലും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം നാം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലെഴുതി താരതമ്യപ്പെടുത്തി. അതുപോലെ അരി, പഞ്ചസാര, പാൽ ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലെഴുതി താരതമ്യം ചെയ്യാൻ അത്ര എളുപ്പമല്ല. ഇവിടെ നിങ്ങൾ എങ്ങനെ താരതമ്യം ചെയ്യും? അരിയും പഞ്ചസാരയും പാലും 1 : 2 : 6 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് എന്നു പറഞ്ഞാൽ കാര്യം വ്യക്തമാകുന്നില്ലെ? ഇതിൽനിന്ന് എന്തു മനസ്സിലാക്കാം? രണ്ട് അളവുകളെ താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ മാത്രമേ ഭിന്നംകൊണ്ടു സാധിക്കുകയുള്ളു. എന്നാൽ അംശബന്ധമുപയോഗിച്ച് എത്ര അളവുകളെയും താരതമ്യപ്പെടുത്താം.

പ്രായോഗിക ജീവിതത്തിൽ അംശബന്ധം സുലഭമായി കാണുന്ന സന്ദർഭങ്ങൾ നിങ്ങൾക്കു പറയാമോ? ഇഡ്ഡലിക്കു-

കറുപ്പുണ്ടാക്കുവാൻ അരിയും ഉഴുന്നും ചേർക്കേണ്ട അളവ്, വെടി മരുന്നുണ്ടാക്കുവാൻ വെടിയുപ്പ്, ഗന്ധകം, കരി എന്നിവയുടെ അളവ്, കൊയ്ത്തുമെതി കഴിഞ്ഞ് പതം കൊടുക്കുന്ന അളവ് ഇവിടെയൊക്കെ അംശബന്ധത്തിന്റെ ഉപയോഗം വരുന്നുണ്ട്.

അളവുകൾ താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ അവയെ ഏതെ യുണിറ്റു കളുടെ എണ്ണം അംശബന്ധത്തിലെഴുതാം. മീറ്റർ സെന്റിമീറ്റർ ഇവ താരതമ്യപ്പെടുത്തുന്നതിന് മീറ്ററിനെ സെന്റിമീറ്ററാക്കിയശേഷം എണ്ണങ്ങളുടെ അംശബന്ധം എഴുതാം.

മീറ്റർ : സെന്റിമീറ്റർ = 100:1

വ്യത്യസ്ത യൂണിറ്റിലുള്ളവ താരതമ്യപ്പെടുത്താനും അംശബന്ധം ഉപയോഗിക്കാം. 5 പുസ്തകത്തിനു 12 രൂപ എന്ന നിരക്കിലാണു വില എങ്കിൽ, പുസ്തകത്തിന്റെ എണ്ണം : അതിന്റെ വിലയായ രൂപയുടെ എണ്ണം = 5 : 12

മണിക്കൂറിൽ 20 കി. മീ വേഗതയിൽ ഒരു കാർ പോകുന്നു എന്നതിനെ കൊടുത്തിട്ടുള്ളത് നിരക്കാണ്. കിലോമീറ്ററുകളുടെ എണ്ണവും മണിക്കൂറുകളുടെ എണ്ണവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 20:1

രാമന്റെ കൈയിൽ 1 രൂപ നാണയമുണ്ട്. മറ്റൊരാളുടെ കൈയിൽ 100 ഒരുപൈസ തുട്ടുകളുണ്ട്. അവരുടെ കൈവശമുള്ള നാണയത്തുട്ടുകളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ അംശബന്ധം എത്രയാണ്? 1 : 100. അവരുടെ കയ്യിലുള്ള നാണയങ്ങളുടെ വിലതമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്താണ്? ആദ്യത്തെ ആളിന്റെ കയ്യിൽ 1 രൂ. രണ്ടാമത്തെ ആളിന്റെ കയ്യിൽ 100 പൈസ, അതായത് 1 രൂപ. അപ്പോഴും 1 : 1 ആണ് വിലകളുടെ അംശബന്ധം.

A യുടെ കയ്യിൽ 6 രൂ. B യുടെ കയ്യിൽ 7 രൂ. അപ്പോൾ അവരുടെ കൈയിലുള്ള തുകകളുടെ അംശബന്ധം എന്ത്? 6 രൂ: 7 രൂ എന്നല്ല പറയേണ്ടത് 6 : 7 എന്നാണ്. എന്തു കൊണ്ട്?

റഹീമിന് 2 രൂപയും അഹമ്മദിന് 19 പൈസയും കിട്ടി. അവർക്കു കിട്ടിയ തുകകളുടെ അംശബന്ധമെന്ത്?

അവരുടെ പക്കമുള്ള തുക 200 പൈസയും 19 പൈസയും ആണ്.

∴ അംശബന്ധം = 200:19

പുതിയ പദങ്ങൾ:—അംശബന്ധം, രാശി.
പുതിയ ചിഹ്നം:—

രണ്ടളവുകളെ താരതമ്യപ്പെടുത്താൻ അംശബന്ധം ഉപയോഗിക്കുന്നു. രണ്ടളവുകൾ താരതമ്യപ്പെടുത്തുന്നു അംശബന്ധം സംഖ്യകളുടെ ഒരു ക്രമജോടിയാണ്.

അഭ്യാസം. 3 (1)

1. താഴെപറയുന്ന എണ്ണങ്ങളുടെ അംശബന്ധമെഴുതുക.
   a) 8 കുട്ടികൾ, 3 കുട്ടികൾ.
   b) 7 പുസ്തകം, 5 പുസ്തകം
2. താഴെയുള്ള വിലകളുടെ അംശബന്ധം എഴുതുക.
   a) 4 രൂ., 7 രൂ. c) 5 രൂ., 200 പൈ.
   b) p രൂ., q രൂ. d) 8 രൂ., 41 പൈ.

അംശബന്ധങ്ങളുടെ ലഘുകരണം

1 : 3 = $\frac{1}{3}$ ആണല്ലോ.

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$, $\frac{1}{3} = \frac{3}{9}$, $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ ....അതുകൊണ്ട്

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$.....അതായത് 1 : 3 = 2 : 6 = 3 : 9 = 4 : 12.....

1 : 3 എന്നതിന്റെ രാശികളെ എന്തുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 2 : 6 കിട്ടും? 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ. 3 : 9 എന്നതു കിട്ടാനോ? 3 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം.

അംശബന്ധത്തിലെ രാശികളെ ഒരേസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണി ച്ചാൽ അംശബന്ധത്തിനു വ്യത്യാസം വരുന്നില്ലെന്നു മനസിലാ യല്ലോ. പൂജ്യംകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാലോ?

ഇനി 8 : 12 എന്നത് ഏതു അംശബന്ധത്തിനു തുല്യ മാണെന്നു നോക്കാം.

$$8 : 12 = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$
$$\therefore 8 : 12 = 2 : 3$$

8 : 9 ഏതിനു തുല്യമാണ്? 1 : 3 എന്ന അംശബന്ധ ത്തിന്.

8 : 12 - ലെ രാശി യെയും 4 കൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ 2 : 3 എന്നു കിട്ടും.

4 : 12 - നെ ഏതുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 : 3 കിട്ടും? 4 കൊണ്ട്.

8 : 9 - നെ ഏതുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ 1 : 3 കിട്ടും? 8 കൊണ്ട്.

ഇതിൽനിന്ന് എന്തനുമാനിക്കാം? മിന്നസംഖ്യയിലെ അം ത്തെയും ചേഷത്തെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് (പൂജ്യമൊഴികെ) ഹരിച്ചാൽ വ്യത്യാസം വരാത്തതുപോലെതന്നെ അംശബന്ധ ത്തിലെ എല്ലാരാശികളെയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ട് (പൂജ്യം ഒഴികെ) ഹരിച്ചാലും വ്യത്യാസം വരുന്നതല്ല.

മിന്നസംഖ്യകൾ എന്നപോലെ ഏതംശബന്ധവും സാധാ രണഭിന്നമായി അതിന്റെ ലഘുരൂപത്തിലാണ് എഴുതാറുള്ളത്. ഉദാ ഹരണമായി 21:28 എന്ന അംശബന്ധം ചുരുക്കി 3:4 എന്നെ ഴുതാം.

a : b = 2 : 3 എങ്കിൽ a, b ഇവ എത്രയാണെന്നു പറയാ മോ? a = 2, b = 3 എന്നു ഞിമാം പറഞ്ഞേക്കാം. എന്നാൽ a = 2 b = 3 തന്നെ ആകണമെന്നു നിർബന്ധമുണ്ടോ? a = 4, b = 6 ആയിക്കൂടെ? a = 8, b = 12 എന്നും ആയിക്കൂടെ? ഇതിൽനിന്ന് എന്തനുമാനിക്കാം?

a : b = 2 : 3 ആയാൽ a, 2-ന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഗുണിതവും b, 3-ന്റെ അതേ ഗുണിതവുമായിരിക്കും. a = 2x, b = 3x എന്നു പറയുന്നതാണ് ശരി. ഇവിടെ x ഏതു സംഖ്യയുമാകാം. (പൂജ്യം ഒഴികെ)

അംശബന്ധത്തിലെ എല്ലാ രാശികളേയും തന്നെ സംഖ്യകൊണ്ടു (പൂജ്യം ഒഴികെ) ഗുണിച്ചാൽ അംശബന്ധത്തിനു വ്യത്യാസം വരുന്നതല്ല.

അംശബന്ധത്തിലെ എല്ലാ രാശികളെയും തന്നെ സംഖ്യകൊണ്ടു (പൂജ്യം ഒഴികെ) ഹരിച്ചാലും അംശബന്ധത്തിനു വ്യത്യാസം വരുന്നതല്ല.

അംശബന്ധം അതിന്റെ ലഘുവായ രൂപത്തിൽ എഴുതണം.

---

2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തോടു തുല്യമായതും ആദ്യരാശി 6 വരുന്നതുമായ അംശബന്ധം ഏത്? തന്നിരിക്കുന്ന അംശബന്ധത്തോടു തുല്യവും രണ്ടാം രാശി 6 വരുന്നതുമായ അംശബന്ധം ഏത്?

4 : 5 = 72 : ? എന്നു കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ കഴിയുമല്ലോ അതുപോലെ

9 : 10 = 72 : — എന്നതിൽ ഏതു സംഖ്യയെഴുതിച്ചേർത്താൽ ശരിയാകും?

3% എന്നത് ഏതു നിരക്കാണ്? $\frac{3}{100}$. ഇതിനെ അംശബന്ധത്തിലെഴുതിയാൽ 3 : 100.

4% എന്നു പറഞ്ഞാൽ 4 : 100 അതായത് 1 : 25

a % എന്നാൽ a : 100.

5% എന്നതിനെ $\frac{5}{100}$, .05, 5 : 100 എന്നിങ്ങനെ ആവശ്യാനുസരണം വിവിധ രീതിയിലെഴുതാം.

ഇതിൽനിന്ന്, ദശാംശത്തിന്നും, മിന്നസംഖ്യ, ശതമാനം, അംശബന്ധം ഇവയെല്ലാം പരസ്പരം ബന്ധമുള്ള ആശയങ്ങളാണെന്നു മനസിലായല്ലോ.

a : b = 2 : 3 ആണെങ്കിൽ b : a എത്രയാണ്?

b : a = 3 : 2

ഏതാണു വലുത്? ഏതാണു ചെറുത്? b വലുതും a ചെറുതുമാണ്.

b > a
a < b

a : b = 2 : 3 എന്നത് മിന്നസംഖ്യരൂപത്തിലെഴുതുക. അപ്പോൾ $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

മറ്റു വല്ലവിധത്തിലും എഴുതാമോ? $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ എന്നും എഴുതാം.

$\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ആയതുകൊണ്ട് 3a = 2b. എങ്ങനെ കിട്ടി?

3a = 2b എന്നതിൽനിന്ന്

3a യിൽ നിന്ന് a കിട്ടുന്നതിന് 3-ന്റെ ഗുണകീയ വിപരീതമായ $\frac{1}{3}$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ പോരേ?

$3a = 2b$

$\frac{1}{3} \times 3a = \frac{1}{3} \times 2b$

അതായത് $a = \frac{2}{3} b$

3a = 2b എന്നതിൽ നിന്ന് a യുടെ 3 മടങ്ങാണ് 2b എന്നു കിട്ടുന്നു അതുകൊണ്ട് a, 2b യുടെ $\frac{1}{3}$ ആയിരിക്കും. അതായത് $a = \frac{2}{3} b$. 2b = 3a യിൽ നിന്ന് b കാണാമെന്നു പറയുന്നോ?

2b യിൽനിന്ന് b കിട്ടുന്നതിന് 2-ന്റെ ഗുണക വിപരീതമായ $\frac{1}{2}$ കൊണ്ടു ഇരുവശത്തെയും ഗുണിക്കണം.

അതായത് $\frac{1}{2} \times 2b = \frac{1}{2} \times 3a$

$b = \frac{3}{2}a$

ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് a എന്നു പറയാമോ?

a ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{2}{5}$ ഭാഗം.

b ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗം.

A : B = 2 : 5 ആകുമ്പോൾ

(i) A = 2k ആയാൽ B = 5k

(ii) B : A = 5 : 2

(iii) A < B, B > A

(iv) $\frac{A}{B} = \frac{2}{5}$

(v) $\frac{B}{A} = \frac{5}{2}$

(vi) $A = \frac{2}{5}B$

(vii) $B = \frac{5}{2}A$

(viii) 5A = 2B

(ix) A ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{2}{7}$ ഭാഗമാണ്.

(x) B ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{5}{7}$ ഭാഗമാണ്.

അഭ്യാസം 3 (2)

5. ഫൈസ് ക്രീം ഉണ്ടാക്കുമ്പോൾ പഞ്ചസാര : ക്രീം = 3 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ പഞ്ചസാരയും ക്രീമും കൂട്ടുകയും. എന്നാൽ

a) ക്രീമും പഞ്ചസാരയും ഏത് അംശബന്ധത്തിലാണ്?

b) ഏതാണ് കൂടുതൽ വേണ്ടത്?

c) പഞ്ചസാര ക്രീമിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

d) പഞ്ചസാര ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

e) ക്രീം പഞ്ചസാരയുടെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

f) ക്രീം ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്?

g) 9 കപ്പു പഞ്ചസാരയെടുക്കുമ്പോൾ എത്ര കപ്പ് ക്രീം വേണം?

h) 40 കപ്പു ക്രീമിനേറകൂടെ എത്രകപ്പു പഞ്ചസാര ചേർക്കണം?

8. സ്കൂൾ പ്യൂപ്പിൾ ലീഡർ തെരഞ്ഞെടുപ്പിൽ സ്ഥാനാർത്ഥികളായിനിന്ന 2 പേർക്കു കിട്ടിയ വോട്ടുകളുടെ എണ്ണം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

രാജൻ 828 വോട്ട്.

സോമൻ 936 വോട്ട്.

a) രാജനും സോമനും കിട്ടിയ വോട്ടുകളുടെ അംശബന്ധം കാണുക

b) സോമനും രാജനും കിട്ടിയ വോട്ടുകളുടെ അംശബന്ധം കാണുക.

c) രാജന് ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്രഭാഗം വോട്ടു കിട്ടി?

d) രാജന് സോമനു കിട്ടിയ വോട്ടിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് വോട്ടു കിട്ടിയത്?

e) സോമന് ആകെയുള്ള വോട്ടിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ് കിട്ടിയത്?

f) സോമനു കിട്ടിയ വോട്ട് രാജനു കിട്ടിയ വോട്ടിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്

താഴെപറയുന്ന അംശബന്ധം ലഘൂകരിച്ചെഴുതുക.

9. 45:60

45,60 ഈ രണ്ടുസംഖ്യകളെയും ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളേവ? 3 5,15 ഇതിൽ ഏതു സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ അവിഭാജ്യഘടകങ്ങളും കിട്ടും. 15കൊണ്ട്. 45,60 എന്നതിനെ 15 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 3 : 4 എന്നു കിട്ടുന്നു.

∴ 45:60 = 3:4

10. $\frac{2}{5} : \frac{7}{10}$ എന്ന അംശബന്ധത്തെ എങ്ങനെ പൂർണ്ണസംഖ്യകം കൊണ്ടുള്ള അംശബന്ധമാക്കാം?

അംശബന്ധം മാറാതിരിക്കാൻ രണ്ടു പദങ്ങളേയും ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടുവേണം ഗുണിക്കാൻ.

4 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ആദ്യത്തെ മാശി മാത്രമേ പൂർണ്ണസംഖ്യയാവൂ. 10 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ രണ്ടാമത്തേതു മാത്രമേ പൂർണ്ണസംഖ്യയാവൂ. 4 കൊണ്ടും 10 കൊണ്ടും ഗുണിച്ചാൽ രണ്ടു സംഖ്യകളും പൂർണ്ണസംഖ്യകളാകും. 40 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചുനോക്കാം. അപ്പോൾ $\frac{3}{4} : \frac{7}{10} = 30 : 28$ എന്നു ആകുന്നു. ഇതിനെ 2 കൊണ്ടു ഹരിക്കാവുന്നതാണു്. അപ്പോൾ 15 : 14 എന്നു കിട്ടുന്നു. ആദ്യംതന്നെ 20 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിരിന്നുവെങ്കിലോ? അംശബന്ധം 15 : 14 എന്നുതന്നെ കിട്ടുമായിരുന്നു. 20 എന്ന സംഖ്യയ്ക്കു് ഇവിടെ പ്രത്യേകത എന്താണു്?

4, 10 ഇവയുടെ ല. സാ: ഗു. ആണു് 20.

അംശബന്ധത്തിലെ രാശികളായി ഭിന്നസംഖ്യകൾ വന്നാൽ അംശബന്ധം ലഘുകരിക്കാൻ ഛേദങ്ങളുടെ ല: സാ: ഗു: കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതി.

9. $1\frac{1}{3} : 1\frac{3}{4}$

ആദ്യം ചെയ്യേണ്ടതെന്താണു്? വിഷമമില്ലാതാക്കുക.

$\frac{4}{3} ; \frac{7}{4}$

ഇനി എന്താണു് വേണ്ടതു്? ഛേദങ്ങളുടെ ല. സാ: ഗു. കൊണ്ടു് ഗുണിക്കണം.

ല. സാ. ഗു. എത്ര? 12

$\therefore \frac{4}{3} : \frac{7}{4} = 16 : 21$

4. 1 . 5 : 2 . 55

ആദ്യം എന്തുചെയ്യണം? പൂർണ്ണസംഖ്യകളാക്കുക. ഏതു സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ രണ്ടും പൂർണ്ണസംഖ്യകളാകും? 100.

1.5 : 2.55 = 150 : 255

= 30 : 71

അഭ്യാസം 8 (3)

1. താഴെ കാണുന്ന അംശബന്ധം ലഘുവാക്കി എഴുതുക:

(a) 8 : 12 (b) 18 : 81 (c) 90 : 150 : 145 (d) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5}$
(e) $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{2}$ (f) $\frac{1}{3} : \frac{1}{2}$ (g) $1 : \frac{3}{4}$ (h) $\frac{3}{5} : \frac{4}{7}$ (i) $7\frac{1}{2} : 2$
(j) $2 : 3\frac{1}{5}$ (k) $\frac{4}{7} : \frac{6}{7} : \frac{5}{7}$ (l) $\frac{2}{3} : \frac{1}{5} : \frac{3}{8}$ (m) 2.1 : 5.6
(n) 1.04 : 1.8 (o) 1.5 : 2.4 : 1.2 (p) 1 : 0.001
(q) 0.025 : 2 (r) $2m : 4n$ (s) $4a^2b : 6ab^2$

2. ഒരു ഹാളിന്റെ നീളം 10 മീ. വീതി 6 മീ. ഉയരം 8 മീ. എന്നാൽ നീളം, വീതി, ഉയരം ഇവയുടെ അംശബന്ധം എത്ര?

3. സൂസൻ മേശപ്പുറത്തിരുന്ന് 6 മണിക്കൂർ കണക്കു പഠിക്കുന്നതിനു ഉപയോഗിക്കുന്നു. നാൻസി മുറിയിൽ 4 മണിക്കൂർ കണക്കു പഠിക്കുവാൻ ഉപയോഗിക്കുന്നു. എന്നാൽ കണക്കു പഠിക്കുവാൻ സൂസനും നാൻസിയും വിനിയോഗിക്കുന്ന സമയം തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക?

4. ഒരു കുട്ടയിൽ 3 kg മധുരനാരങ്ങയും രണ്ടാമത്തെ കുട്ടയിൽ 6 kg ആപ്പിളും മൂന്നാമത്തെ കുട്ടയിൽ 9 kg സാത്തുക്കുടിയും ഉണ്ടെങ്കിൽ മധുരനാരങ്ങ, ആപ്പിൾ, സാത്തുക്കുടി ഇവയുടെ എണ്ണങ്ങൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

ഉദാ: $a : b = 9 : 10$; $a = 81$ ആയാൽ b എത്ര?

b, a യുടെ എത്ര മടങ്ങാണ്?

$b = a$ യുടെ $\frac{10}{9}$ മടങ്ങ്.

$b = \frac{10}{9} a = \frac{10}{9} \times 81 = \underline{90}$

രണ്ടാമതു വഴി.

$9 : 10 = 81 :$ — ഇതു പൂരിപ്പിച്ചാൽ മതിയല്ലോ. ഇതിൽ ആദ്യശിഷ്യന്റെ 9 മടങ്ങാണ് 81. അതുകൊണ്ട് പൂരിപ്പിക്കേണ്ട സംഖ്യ എന്തായിരിക്കണം?

ഉദാ: മാറുകുറഞ്ഞ സ്വർണ്ണത്തിൽ തങ്കവും അതിനോടു ചേർക്കുന്ന മറ്റു ലോഹങ്ങളും. $7 : 5$ എന്ന അംശബന്ധത്തി

ാണ്. (1) 63 ഗ്രാം തങ്കത്തിന്റെകൂടെ എത്ര ഗ്രാം മറ്റു ലോഹങ്ങളും ചേർക്കണം? (2) 80 ഗ്രാം മറ്റു ലോഹങ്ങളുടെ കൂടെ എത്ര ഗ്രാം തങ്കം ചേർക്കണം?

(1) ൽ എന്താണു കാണേണ്ടത്? എത്ര ഗ്രാം മറ്റു ലോഹങ്ങളും ചേർക്കണം എന്ന് കാണണം. മറ്റു ലോഹങ്ങളും തങ്കത്തിന്റെ ഏതു ഭാഗമാണ്? തങ്കത്തിന്റെ $\frac{5}{7}$ ഭാഗം.

∴ മറ്റു ലോഹങ്ങളുടെ തൂക്കം = തങ്കത്തിന്റെ $\frac{5}{7}$ ഭാഗം.
= $63 \times \frac{5}{7}$ ഗ്രാം.
= 45 ഗ്രാം.

അതുപോലെ (2) ൽ

80 ഗ്രാം മറ്റു ലോഹങ്ങളുടെ കൂടെ ചേർക്കേണ്ട തങ്കത്തിന്റെ തൂക്കം } = മറ്റുലോഹങ്ങളുടെ $\frac{5}{7}$ ഭാഗം
= $80 \times \frac{5}{7}$ ഗ്രാം.
= 112 ഗ്രാം.

മറ്റൊരുവഴി

7 : 5 = 63 : ? എന്നും

7 : 5 = ? : 80 എന്നും കണ്ടുപിടിച്ചാൽ മതി.

അഭ്യാസം 3 (4)

1. a, b ഇവ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധവും അവയിൽ ഒന്നിന്റെ വിലയും ചുവടെചേർക്കുന്നു. മറ്റേതിന്റെ വില കാണുക.

	a : b	a	b
a)	4 : 7	16	?
b)	3 : 5	?	15
c)	3 : 7	?	112
d)	25 : 42	?	420
e)	11 : 16	66	?

2. രണ്ടു സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം 10 : 11 ആണ്. അതിൽ ചെറിയ സംഖ്യ 120 എങ്കിൽ മറ്റേ സംഖ്യ എത്രയാണ്?

ക. ഒരു തുക സിനു്ധുവിനും ബിനു്ദുവിനും 3 : 4 എന്ന അംശബനു്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചുകൊടുത്തു. സിനു്ധുവിനു് 6 രൂപ കിട്ടിയാൽ ബിനു്ദുവിനു കിട്ടിയതെത്ര?

ഖ. ലതയു്ക്കും വാണിക്കും കണക്കിൽ കിട്ടിയ മാർക്കിന്റെ അംശബനു്ധം 6 : 7 ആണു്. വാണിക്കു് 84 മാർക്കാണു് കിട്ടിയതെങ്കിൽ ലതയു്ക്കു കിട്ടിയ മാർക്കെത്ര?

ഉദാ:— 120 രൂപയെ രവിക്കും ഹരിക്കും 2 : 3 എന്ന അംശബനു്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുക.

രവിക്കു് ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണു കിട്ടുന്നതു്? $\frac{2}{5}$. ഹരിക്കോ? ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{3}{5}$ ഭാഗം. ആകെ തുക യെത്ര? 120 രൂപ.

അപ്പോൾ രവിക്കു കിട്ടുന്നതു് $= 120 \times \frac{2}{5}$ രൂ.

$= 48$ രൂ.

ഹരിക്കു കിട്ടുന്നതു് $= 120 \times \frac{3}{5}$ രൂ.

$= 72$ രൂ.

ഉദാ:— റഹിം, കരിം, സഖിം എന്നിവർക്കു് 2600 രൂപ $\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ എന്ന അംശബനു്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുക.

അംശബനു്ധത്തിലെ രാശികളെ പൂർണ്ണസംഖ്യയായി പരിവർത്തനമെന്നു പഠിച്ചുവല്ലോ. അതിനിവിടെ എന്താണു ചെയ്യേണ്ടതു്?

ഛേദങ്ങളുടെ ല. സാ. ഗു. ആയ 12 കൊണ്ടു് രാശികളെയും ഗുണിക്കണം.

$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = 6 : 4 : 3.$

റഹിമിന്റെ വീതം $=$ ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{6}{13}$

$= 2600 \times \frac{6}{13}$ രൂ.

$= 1200$ രൂ.

കരീമിന്റെ വീതം $= 2600 \times \frac{4}{13}$ രൂ.

$= 800$ രൂ.

സഖിമിന്റെ വീതം $= 2600 \times \frac{3}{13}$ രൂ.

$= 600$ രൂ.

അഭ്യാസം 3 (5)

1. 1600 രൂപയെ 2:3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ രഘുവിനും ഉണ്ണിക്കും ഭാഗിക്കുക.

2. സത്യനും ഗംഗനും ഭാജനും 2:5:6 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ കിട്ടത്തക്കവിധം 5200 രൂപയെ ഭാഗിക്കുക.

3. ഒരു ദേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ നീളം 33 സെ:മീറ്ററാണ്. അതിനെ 2 : 4 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചാൽ ഓരോ ഭാഗവും എത്ര സെ:മീറ്ററുണ്ട്?

4. കൃഷ്ണൻ, ഗംഗൻ, ശിവൻ എന്നീ ക്രിക്കറ്റുകളിക്കാർ 3 പേരുംകൂടി 480 റൺസുനേടി. അവർ 5 : 7 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് റൺസു നേടിയതെങ്കിൽ ഓരോരുത്തരും നേടിയ റൺസ് എത്രയെന്നു കാണുക.

6. 37 ഭാഗം വെടിയുപ്പും, 8 ഭംഗം കരിയും, 5 ഭാഗം ഗന്ധകവും ചേർത്താണ് വെടിമരുന്നുണ്ടാക്കുന്നത്. ഏതാണ് 550 കി.ഗ്രാം. വെടിമരുന്നിൽ ഓരോന്നിന്റെയും തൂക്കമെത്ര?

5. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ കുത്തുകൾ 2 : $2\frac{1}{2}$: $3\frac{1}{2}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. ത്രികോണത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 560 സെ.മീ. ആണെങ്കിൽ ഓരോ വശത്തിന്റെയും നീളമെത്ര?

7. മഹേഷ്, പ്രകാശ്, സുരേഷ് എന്നിവർ ബാങ്കിൽ 74000 രൂപ നിക്ഷേപിച്ചിട്ടുണ്ട്. അവരുടെ നിക്ഷേപത്തിന്റെ അംശബന്ധം $\frac{1}{4}$: $\frac{1}{5}$: $\frac{1}{6}$ ആയാൽ അവർ ഓരോരുത്തരും നിക്ഷേപിച്ച തുകയെത്ര?

ഉദാ:— പാലും വെള്ളവും 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ചേർത്താണ് ഒരു കൊച്ചുകുഞ്ഞിനു കൊടുത്തുവന്നത്. ആ കലർപ്പിൽ പാല് എത്ര ശതമാനമുണ്ട്? എന്താണു കാണേണ്ടത്? പാൽ എത്രശതമാനം? പാല് ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്ര ഭാഗമാണ്? $\frac{2}{5}$

പാലിന്റെ അളവ് $= \frac{2}{5} \times 100\%$

$= 40\%$

അഭ്യാസം 3 (6)

1. തങ്കവും ചെമ്പും 11 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ചേർത്തുണ്ടാക്കിയ സ്വർണ്ണത്തിൽ എത്ര ശതമാനം ചെമ്പുണ്ട്?
2. ഒരു ലോഹസങ്കരത്തിൽ ചെമ്പും ഈയവും 7 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണെങ്കിൽ ഓരോന്നും സങ്കരത്തിന്റെ എത്ര ശതമാനം വീതമാണ്?

3. ഒരു ക്ലാസിലെ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം 7 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. ആൺകുട്ടികളും ആകെയുള്ളവരുടെ എത്രശതമാനമാണ്? പെൺകുട്ടികളും എത്ര ശതമാനമാണ്?

ഉദാ: 1. $3a = 5b$ എങ്കിൽ $a : b$ എത്ര?

$3a$, $5b$ ഇവ ഓരോന്നിനെയും വില k എന്നിരിക്കട്ടെ.

$$3a = k$$
$$\therefore a = \frac{k}{3}$$

അതുപോലെ $b = \frac{k}{5}$

$$\therefore a \div b = \frac{k}{3} \times \frac{5}{k}$$
$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{5}{3}$$
$$\therefore a : b = 5 : 3$$

ഉദാ:- 2. $\frac{a}{5} = \frac{b}{6}$ എങ്കിൽ $a : b$ എത്ര?

ഈ ഭിന്നസംഖ്യകളുടെ വില k എന്നിരിക്കട്ടെ

$$\therefore \frac{a}{5} = k : \frac{b}{6} = k$$

അതുകൊണ്ട് $a = 5k$
$b = 6k$
$\therefore a : b = 5k : 6k$
$= 5 : 6$

ഉദാ:– 3. $a : b = 4 : 5$
$b : c = 5 : 6$
$a : b : c$ കാണുക.
$a : b = 4 : 5$
$b : c = 5 : 6$

b യുടെ വില രണ്ട് അംശബന്ധത്തിലും തുല്യമാണല്ലോ. അതിനാൽ $a : b : c$ എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിച്ചുകൂടെ? 'a' 4 ആയാൽ 'b' 5. 'b' 5 ആയാൽ 'c' 6.

അതായത് $a : b : c = 4 : 5 : 6$

ഉദാ:– 4. $a : b = 4 : 5$
$b : c = 10 : 11$. $a : b : c$ കാണുക.

രണ്ട് അംശബന്ധത്തിലുമുള്ള പൊതുരാശി ഏത്? b. അതിനെ വില തുല്യമാണോ? അല്ല. 5, 10 എന്നിവയാണ് വില കൂടം. തുല്യമാക്കാൻ എന്തു ചെയ്യണം? 5-നെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. തുല്യമായ അംശബന്ധം കിട്ടുന്നതിന് ഒരു രാശിയെ മാത്രം ഗുണിച്ചാൽ പോരാ. രണ്ടു രാശികളേയും ഗുണിക്കണം. അപ്പോൾ ആദ്യത്തെ അംശബന്ധത്തെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിക്കണം. അല്ലെ?

$a : b = 4 : 5 = 8 . 10$
$b : c \quad = 10 : 11$
$\therefore a : b : c = 8 : 10 : 11$

ഉദാ:– 5. $a : b = 4 : 5$
$b : c = 3 : 4$
$a : b : c$ എത്ര?

പൊതുരാശിയുടെ വില തുല്യമാണോ? തുല്യമാക്കാൻ എന്തു ചെയ്യണം? 5, 3 ഇവയെ ഏതു സംഖ്യയായി മാറ്റാം? അവയുടെ പൊതു ഗുണിതങ്ങളാണ് 15, 30, 45, ... ഇതിൽ 15. ആക്കുന്നതാണ് സൗകര്യം. 15 എന്നത് 5, 3 ഇവയുടെ ഘ. സാ. ഗു. ആണ്. അപ്പോൾ 5, 3 ഇവയെ 15 ആയി മാറ്റണം.

അതിനെന്താണു ചെയ്യേണ്ടത്? ആദ്യത്തെ അംശബന്ധത്തെ 3 കൊണ്ടും രണ്ടാമത്തെ അംശബന്ധത്തെ 5 കൊണ്ടും ഗുണിക്കണം അല്ലെ?

$$a : b = 4 : 5 = 12 : 15$$
$$b : c = 3 : 4 = 15 : 20$$
$$\therefore a : b : c = 12 : 15 : 20$$

ഉദാ:–6. $a : b = 2 : 3$
$a : c = 3 : 4$

പൊതുരാശി a ആയതുകൊണ്ട് a യുടെ വിലയാണല്ലോ തുല്യമാക്കേണ്ടത്.

$$\therefore a : b = 2 : 3 = 6 : 9$$
$$a : c = 3 : 4 = 6 : 8$$
$$\therefore a : b : c = 6 : 9 : 8$$

ഉദാ:– 7. $a = \frac{1}{2} b$, $b = \frac{1}{3} c$ എങ്കിൽ $a : b : c$ എത്ര?

$a = \frac{1}{2} b$ എന്നു പറയുമ്പോൾ a യും b യും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത്?

$$a : b = 1 : 2$$

ഇതുപോലെ $b = \frac{1}{3} c \quad \therefore b : c = 1 : 3$
ഇനി $a : b : c$ കാണാമല്ലോ

അഭ്യാസം 3 (7)

1. താഴെ കൊടുത്തവയിൽ നിന്ന് $A : B$ കാണുക.
   a) $8A = 11B$
   b) $6A = 14B$
   c) $21B = 7A$

2. a) $\frac{P}{11} = \frac{Q}{13}$ ആയാൽ $P : Q$ എത്ര?
   b) $\frac{A}{3} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5}$ ആയാൽ $A : B : C$ എത്ര?
   c) $\frac{M}{4} = \frac{N}{7} = P$ ആയാൽ $M : N : P$ കാണുക.

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അംശബന്ധങ്ങളിൽ നിന്ന് a : b : c കാണുക.

a) a : b = 2 : 7
   b : c = 7 : 4
b) a : b = 3 : 4
   b : c = 12 : 13
c) a : b = 5 : 8
   b : c = 6 : 7
d) a : b = 3 : 5
   b : c = 6 : 9
e) a : b = 8 : 9
   a : c = 4 : 5
f) a : b = 5 : 6
   a : c = 7 : 8
g) a : b = 6 : 7
   c : b = 4 : 9

4. a : b = 1 : 2, b : c = 2 : 3, c : d = 3 : 4 ആയാൽ a : b : c : d എത്ര?

5. $P : Q = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; $Q : R = \frac{1}{4} : \frac{1}{5}$ എന്നാൽ P : Q : R എത്രയാണെന്നു കാണുക.

6. $P = \frac{3}{4} Q$, $Q = \frac{5}{6} R$ എന്നാൽ P : Q : R കാണുക.

7. $A = B$, $B = \frac{1}{6} C$ എന്നാൽ A : B : C എത്ര?

8. $A = \frac{3}{10} B$, $A = \frac{4}{5} C$ എങ്കിൽ A : B : C കാണുക.

9. ഒരു സ്കൂളിൽ 6, 7, 8 എന്നീ സ്റ്റാൻഡേർഡുകളിൽ 590 കുട്ടികളുണ്ട്. 6-ാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെയും 7-ാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെയും കുട്ടികളുടെ എണ്ണം 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും 7-ാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെയും 8-ാം സ്റ്റാൻഡേർഡിലെയും കുട്ടികളുടെ എണ്ണം 5 : 6

എന്ന അംശബന്ധത്തിലും ആയാൽ ഓരോ ക്ലാസ്സിലും എത്ര കുട്ടികളുണ്ട്?

10. ജയനും കൃഷ്ണനും 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും കൃഷ്ണനും ചന്ദ്രനും 4 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും കിട്ടത്തക്കവണ്ണം 8750 രൂപയെ മൂന്നുപേർക്കും ഭാഗിച്ചു കൊടുത്താൽ ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടുന്ന വീതമെത്ര?

11. ഒരാൾ ഒരു മരണപത്രമെഴുതിവച്ചു. സ്വത്ത് എങ്ങനെ വീതിക്കണമെന്ന അതിൽ പ്രസ്താവിച്ചിട്ടുണ്ടായിരുന്നു. അയാളുടെ ഭാര്യ അപ്പോൾ ഗർഭിണിയായിരുന്നു. മരണം കുട്ടിയാണ് ജനിക്കുന്നതെങ്കിൽ സ്വത്ത് അമ്മയ്ക്കും മകനും 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും പെൺകുട്ടിയാണു ജനിക്കുന്നതെങ്കിൽ സ്വത്ത് അമ്മയ്ക്കും മകൾക്കും 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും ഭാഗിക്കണമെന്ന് മരണപത്രത്തിൽ നിർദ്ദേശിച്ചിരുന്നു. ഭാര്യ പ്രസവിക്കുന്നതിനു മുമ്പ് അയാൾ മരിച്ചുപോയി. ആ സ്ത്രീ ഇരട്ടപ്രസവിച്ചു. അതിൽ ഒന്ന് ആൺകുട്ടിയും മറ്റേതു പെൺകുട്ടിയും ആയിരുന്നു. മൂന്നുപേർക്കും സ്വത്തുവീതിക്കേണ്ടത് ഏത് അംശബന്ധത്തിലാണ് എന്ന കാര്യത്തിൽ തർക്കമുണ്ടായി. അവസാനം മരണപത്രത്തിൽ ആവശ്യപ്പെട്ടിരുന്നതിനനുസരിച്ചു തന്നെ മൂന്നു പേർക്കും വീതിക്കാൻ കോടതി തീരുമാനിച്ചു. കോടതിയുടെ തീരുമാനം എന്തായിരുന്നിരിക്കണം?

ഉദാ:— മധുവിനും രാജനും ഒരു തുക 2 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചപ്പോൾ രാജന് മധുവിനേക്കാൾ 30 രൂപ കൂടുതൽ കിട്ടി. എന്നാൽ ആകെ എത്ര രൂപയാണു ഭാഗിച്ചത്? മധുവിനു കിട്ടിയതെത്ര?

എന്താണു കാണേണ്ടത്? ആകെ ഭാഗിച്ചതുക. മധുവിനു് ഏതു ഭാഗമാണ് കിട്ടിയത്?
ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{2}{7}$. രാജനോ?

അവർക്കു കിട്ടിയ തുകയുടെ വ്യത്യാസം ആകെയുള്ളതിന്റെ ഏതുഭാഗമാണ്? $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$

$\therefore$ ആകെയുള്ളതിന്റെ $\frac{3}{7}$ ഭാഗം = 30 രൂ.

ആകെ = $30 \div \frac{3}{7}$ രൂ. = $30 \times \frac{7}{3}$ രൂ. = 70 രൂ.

മധുവിനു കിട്ടിയത് = $70 \times \frac{2}{7}$ രൂ. = 20 രൂ.

അഭ്യാസം 3 (8)

1. സോമനും പ്രഭയ്ക്കും ഒരു തുക 5 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചപ്പോൾ സോമന് 40 രൂപ കൂടുതൽ കിട്ടി. എന്നാൽ ആകെ ഭാഗിച്ച തുക എത്ര? ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടിയതെത്ര?

2. ഗീതയ്ക്കും ലീലയ്ക്കും ഒരുതുക 5 : 7 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിച്ചപ്പോൾ ഗീതയ്ക്ക് ലീലയെക്കാൾ 48 രൂപ കുറവാണു കിട്ടിയത്. എന്നാൽ ആകെ എത്ര രൂപയാണ് രണ്ടുപേർക്കും കൂടി കൊടുത്തത്? ഓരോരുത്തർക്കും ലഭിച്ച തുകയെന്ത്?

ഒരു നിശ്ചിത അംശബന്ധത്തിൽ ഒരു സംഖ്യയുടെ മാറ്റം.

10 എന്ന സംഖ്യ അതിന്റെ $\frac{1}{5}$ ആയി മാറി. മാറിയതിനു ശേഷം സംഖ്യ എത്ര? $10 \times \frac{1}{5} = 2$.

10 എന്ന സംഖ്യ അതിന്റെ $\frac{2}{10}$ ആയി മാറി, മാറിയതിനു ശേഷം സംഖ്യ എത്ര? $10 \times \frac{2}{10} = 2$

$\frac{2}{10}$ എന്നതിനു സമാനമായ അംശബന്ധം 2 : 10. അതായത് 1 : 5 ആണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് 10, $\frac{2}{10}$ ഭാഗമായി മാറി എന്നതിനെ 10, 2 : 10 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി എന്നോ, 10, 1 : 5 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി എന്നോ പറയാം.

10, 2 ആയി മാറുമ്പോൾ, 10 അതിന്റെ $\frac{2}{10}$ ഭാഗമാകുകയാണല്ലോ ചെയ്യുന്നത്. അതായത് 10, 2 : 10 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണു മാറുന്നത്,

8, 7 ആകുമ്പോഴോ? 8, അതിന്റെ $\frac{7}{8}$ ഭാഗമാകുമ്പോഴല്ലേ 7 കിട്ടുന്നത്? അതായത് 8, 7 : 8 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.

35, 50 ആയാൽ 50 : 35 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ് 35 മാറിയത് എന്നു പറയാം.

ഒരുസംഖ്യ മുമ്പുണ്ടായിരുന്നതിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങായി എന്നു പറഞ്ഞാൽ അത് 2 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലും, പകുതിയായി എന്നു പറഞ്ഞാൽ 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിലുമാണ് മാറിയത്.

അഭ്യാസം 3 (9)

1. ചില സംഖ്യകൾക്ക് മാറ്റംവന്ന അംശബന്ധം താഴെ കൊടുക്കുന്നു. സംഖ്യ വർദ്ധിക്കുകയാണോ. അതോ കുറയുകയാണോ ചെയ്തത് എന്ന് പറയുക.

8 : 9 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി.
10 : 13 ,, ,, ,,
7 : 5 ,, ,, ,,
20 : 13 ,, ,, ,,
12 : 11 ,, ,, ,,
1 : 2 ,, ,, ,,
a : b എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി (a > b
p : q എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി (q> p)

2. ഒരാളുടെ കഴിഞ്ഞമാസത്തെ ശമ്പളം 420 രൂപയാണ്. അത് ഇപ്പോൾ 3 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറിയാൽ ഇപ്പോഴത്തെ ശമ്പളമെത്ര?

3. പഞ്ചസാരയുടെ വില 6 : 5 എന്ന തോതിൽ മാറി. ഇപ്പോഴത്തെ വില 1 കി. ഗ്രാമിന് 3 രൂപയെങ്കിൽ മുമ്പുണ്ടായിരുന്നതെത്ര?

4. പല്ലുപ്പുവ് കൊടുക്കുമ്പോൾ ഒരു പശു ദിവസേന 12 ലിറ്റർ പാലു തരുന്നു. എന്നാൽ വൈക്കോൽ മാത്രം

കൊടുക്കുമ്പോഴും കിട്ടുന്ന പാലിന്റെ അളവ് 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു. പൈക്കോൽ മാത്രം കൊടുക്കുമ്പോഴും എത്ര ലിറ്റർ പാല് ഒരുദിവസം കിട്ടുന്നു?

ഉദാ: പ്രേമൻ, കൃഷ്ണപാൽ, രാമൻ എന്നീ മൂന്നാളുകൾ 15000രൂ 18000 രൂ. 25000 രൂ. വീതം മുടക്കി ഒരു കച്ചവടം നടത്തി. ഒരു വർഷത്തെ ആദായം 17400 രൂപയാണെങ്കിൽ അവർ ഓരോരുത്തരുടെയും ആദായവീതമെന്ത്?

ഇവിടെ എത്രപേർകൂടിയാണ് കച്ചവടം നടത്തുന്നത്? 3 പേർ. ഇങ്ങനെ ഒന്നിലധികംപേർ കൂട്ടുപേർന്നു നടത്തുന്നതിന് സാധാരണയായി കൂട്ടുകച്ചവടം എന്നു പറയാറുണ്ട്. മൂന്നുപേരും ഒരേ തുകയാണോ നിക്ഷേപിച്ചത്? വ്യത്യസ്തമായ തുക നിക്ഷേപിക്കുമ്പോഴും ആദായം എങ്ങിനെ വീതിക്കുമെന്നു നിങ്ങൾക്കറിയാമോ? അവർ മുടക്കുന്ന മൂലധനത്തിനനുസരിച്ചാണ്, അതായത് മൂലധനത്തിന്റെ അംശബന്ധത്തിലാണ് ലാഭം വീതിക്കേണ്ടത്.

അവരുടെ മുടക്കുമുതലിന്റെ അംശബന്ധം = 15000 : 18000 : 25000
= 15 : 18 : 25.

ഓരോരുത്തർക്കും ആകെയുള്ളതിന്റെ എത്രഭാഗമാണ്?

$\frac{15}{58}$, $\frac{18}{58}$, $\frac{25}{58}$

∴ പ്രേമന് കിട്ടിയത് = $17400 \times \frac{15}{58}$ രൂ. = 4500 രൂ.

കൃഷ്ണപാലിനു കിട്ടിയത് = $17400 \times \frac{18}{58}$ രൂ. = 5400 രൂ.

രാമനു കിട്ടിയത് = $17400 \times \frac{25}{58}$ രൂ. = 7500 രൂ.

ഉദാ:— ഹരിലാൽ, മോഹൻലാൽ, പ്യാരിലാൽ എന്നിവർ 8000 രൂ. 4500 രൂ. 4000 രൂ. മുടക്കി ഒരു കച്ചവടം തുടങ്ങി. ഹരിലാലിന് മാനേജർ എന്ന നിലയ്ക്ക് ലാഭത്തിന്റെ 20% കൊടുക്കുവാനും, ബാക്കി തുകയെ സാധാരണപോലെ മുടക്കുമുതലിന്റെ അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുവാനും ആണ് നിശ്ച

ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. ഒരു വർഷത്തെ ആകെ ആദായം 8625 രൂപയാണെങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടുന്ന തുക എന്ത്?

ആകെ ആദായം = 8625 രൂ.

മാനേജർ എന്ന നിലയ്ക്ക് ഹരിലാലിന് കിട്ടിയത് = $8625 \times \frac{20}{100}$

= 1725 രൂ.

ബാക്കി ആദായം = (8625—1725) രൂ.

= 6900 രൂ.

അവരുടെ മുടക്കുമുതലിന്റെ അംശബന്ധം = 3000 : 4500 : 4000

= 6 : 9 : 8

∴ ഹരിലാലിന്റെ വീതം = $6900 \times \frac{6}{23}$ രൂ.

= 1800 രൂ.

മോഹൻലാലിന്റെ വീതം = $6900 \times \frac{8}{23}$ രൂ.

= 2700 രൂ.

പ്യാരിലാലിന്റെ വീതം = $6900 \times \frac{9}{23}$ രൂ.

= 2400 രൂ.

ഹരിലാലിനു ആകെ കിട്ടിയത് = (1800+1725) രൂ.

= 3525 രൂ.

അഭ്യാസം 3 (10)

1. പ്രകാശ്, പ്രമോദ് എന്നീ കുട്ടികളുടെ കൈയിൽ യഥാക്രമം 25 രൂ. 30 രൂ. വിലയുള്ള കളിപ്പാട്ടങ്ങളുണ്ട്. അവർ അത് മുഴുവനും കൂടി 66 രൂപയ്ക്ക് വിറ്റാൽ അവർക്ക് കിട്ടിയ തുക എങ്ങനെ വീതിക്കും?

2. കാദർ, അഹമ്മദ്, റഹിമാൻ എന്നിവർ 35 രൂ. 40 രൂ 30 രൂ. യഥാക്രമം മുടക്കി മുന്തിരിങ്ങാ വാങ്ങി. അവർ അത് മുഴുവനും 126 രൂപയ്ക്ക് വിറ്റാൽ അവർക്ക് കിട്ടിയ തുക എങ്ങനെ വീതിക്കും?

3. അശോകൻ, അനിൽ, രാജൻ എന്നിവർ 8000 രൂ. 6500 രൂ. 6000 രൂ. മുടക്കി ഒരു വ്യാപാരം തുടങ്ങി. വർഷാവസാനത്തിൽ 5740 രൂപ ആദായം കിട്ടിയെങ്കിൽ ഓരോരുത്തർക്കും കിട്ടിയ ആദായമെത്ര?

4. വീരേന്ദ്രൻ, സുരേന്ദ്രൻ, ഹരീന്ദ്രൻ എന്നിവർ ആകെ 1,00,000 രൂപ മുടക്കി ഒരു കൂട്ടുകച്ചവടം തുടങ്ങി. വീരേന്ദ്രൻ 30000 രൂപയും സുരേന്ദ്രൻ വീരേന്ദ്രനേക്കാൾ 6000 രൂപ കൂടുതലും മുടക്കി. ബാക്കി സംഖ്യ ഹരീന്ദ്രനാണ് മുടക്കിയത്. വർഷാവസാനത്തിൽ 25000 രൂപ ലാഭം കിട്ടിയാൽ ഓരോരുത്തരുടേയും ലാഭവീതമെന്ത്?

5. വിപിൻ, മുരാരി എന്നിവർ 10000 രൂപ, 40000 രൂപ മുടക്കി ഒരു കൂട്ടുകച്ചവടം തുടങ്ങി. ആകെ ലാഭത്തിന്റെ 25% കാര്യങ്ങളം നടത്തുന്നതിന് വിപിന് കൊടുക്കാനും ബാക്കിയുള്ളത് മുതലിന്റെ വീതമനുസരിച്ച് ഭാഗിക്കാനും തീരുമാനിച്ചു. ഒരു കൊല്ലത്തെ ആകെ ലാഭം 8000 രൂപയാണെങ്കിൽ അതിൽനിന്ന് വിപിന് ആകെ എന്തു കിട്ടും?

6. പ്രകാശ് 24000 രൂപയും മുകേശ് 40000 രൂപയും മുടക്കി തുണിക്കച്ചവടം തുടങ്ങി. പ്രകാശന് ആദായത്തിന്റെ 8% കാര്യങ്ങളം നടത്തുന്നതിനു കൊടുക്കുന്നു. ഒരു കൊല്ലത്തെ ആകെ ആദായം 16000 രൂപയായാൽ ഓരോരുത്തരുടേയും വീതമെന്ത്?

അദ്ധ്യായം 4

അനുപാതം

നിദാനശോധകങ്ങളം—2

1. $\frac{6}{45} = \frac{x}{105}$ ആയാൽ x എത്ര?

2. $\frac{x}{20} = \frac{3}{12}$ ആയാൽ x എത്ര?

3. $\frac{4}{7} = \frac{24}{x}$ ആയാൽ x എത്ര?

4. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ $\therefore a = $ — (പൂരിപ്പിക്കുക).

5. 15 എന്ന സംഖ്യ അതിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം വർദ്ധിച്ചു. ഇപ്പോൾ സംഖ്യ ആദ്യത്തേതിന്റെ എത്ര ഭാഗമായി? ഇപ്പോഴത്തെ സംഖ്യ എത്ര?

6. 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തോട് തുല്യമായ മൂന്ന് അംശബന്ധങ്ങളെഴുതുക.

7. a : b എന്ന അംശബന്ധത്തിനു തുല്യമായ മൂന്ന് അംശബന്ധങ്ങളെഴുതുക.

8. A : B = 5 : 7 ആയാൽ A, B യുടെ എത്ര ഭാഗം? A യുടെ എത്ര ഭാഗമാണ് B?

9. 3% എന്നതിനെ അംശബന്ധത്തിൽ എഴുതുക.

10. a : b = 3 : 5, b : c = 5 : 4 എന്നാൽ a : b : c എത്ര?

11. ലഘൂകരിക്കുക:—

(i) (a) 8 : 12 (c) $\frac{2}{3} : \frac{3}{5}$ (e) $\frac{15}{4} : \frac{5}{7}$
(b) 18 : 31 (d) $\frac{7}{6} : \frac{11}{6}$ (f) $\frac{7}{2} : 2$

(ii) (a) 2.5 : 3.5 (c) 1.04 : 1.8
(b) 2.0 : .15 (d) 3.6 : .12

(iii) a) 90:150:145 e) 4x:2x:24x
b) 120:84:72 f) 1.5:3:15
c) $\frac{3}{7} : \frac{2}{5} : \frac{7}{10}$ g) 15:15:15
d) $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$

12. a:b = 7:4, b:c = 8:5 ആയാൽ a:b:c എത്ര?

13. x:y = 5:8, y:z = 12:7 ആയാൽ x:y:z എത്ര?

14. a:b = 9:5, a:c = 6:7 ആയാൽ a:b:c എത്ര?

15. a:b = 6:7, c:b = 4:9 ആയാൽ a:b:c എത്ര?

16. $\frac{A}{3} = \frac{B}{6} = \frac{C}{5}$ ആയാൽ A:B:C എത്ര?

17. $\frac{m}{4} = \frac{n}{5} = \frac{p}{7}$ ആയാൽ m:n:p എത്ര?

18. $p = \frac{2}{5} q$, $q = \frac{1}{3} r$ ആയാൽ p:q:r എത്ര?

19. 3380 രൂപയെ $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{1}{7}$ എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ഭാഗിക്കുക.

20. A:B = 4:7, A = 48 ആയാൽ B എത്ര?

21. A, B യുടെ $\frac{2}{5}$ ആയാൽ A:B എത്ര?

22. $x = \frac{4}{5} y$ ആയാൽ x:y എത്ര?

23. $x+y = 48$, $x:y = 1:3$ ആയാൽ x എത്ര? y എത്ര?

24. B യെ A കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ $\frac{5}{7}$ കിട്ടും. എന്നാൽ B : A എത്ര?

25. A, B യുടെ $3\frac{1}{2}$ മടങ്ങായാൽ A:B എത്ര?

26. $A = 5x$, $B = 3x$ ആയാൽ A:B എത്ര?

27. $\frac{4}{A} = \frac{7}{B}$ ആയാൽ A:B എത്ര?

28. A:B = 5:7. B യ്ക്കും A യെക്കാളും 20 കൂടുതലുകിൽ A എത്ര? B എത്ര?

29. A യുടെ 3 ഇരട്ടി B യുടെ 2 ഇരട്ടിക്കു തുല്യമായാൽ A:B എത്ര?

30. ഒരു തീവണ്ടി 14 മണിക്കൂറിൽ 560 കി.മീറ്റർ പോകുമെങ്കിൽ 8 മണിക്കൂറിൽ എന്തു ദൂരം പോകും?

31. 8 ഭാഗം ചെമ്പിന്റെ കൂടെ 3 ഭാഗം ഇരുമ്പു ചേർക്കണമെങ്കിൽ അതേതോതിൽ 12 ഭാഗം ചെമ്പിന്റെ കൂടെ എത്ര ഭാഗം ഇരുമ്പു ചേർക്കണം?

32. ഒരു ക്ലാസിലുള്ള 36 കുട്ടികളിൽ 24 ആൺകുട്ടികളും ബാക്കി പെൺകുട്ടികളുമാണ്. പുതിയതായി 4 ആൺകുട്ടികളും 3 പെൺകുട്ടികളും വന്നു ചേർന്നു. എന്നാൽ ആൺകുട്ടികളുടെ, പെൺകുട്ടികളുടെ, ആകെ കുട്ടികളുടെ വർദ്ധനവിന്റെ നിരക്കുകൾ കാണുക.

അനുപാതം

ബോബനും മോളിയും ഒരു ദിവസം ഉച്ചതിരിഞ്ഞപ്പോൾ ഒരു ടേപ്പും എടുത്തുകൊണ്ട് മുറ്റത്ത് കളിക്കാനിറങ്ങി. അവർ പലതിന്റെയും നീളവും ഉയരവും അളന്നുനോക്കിക്കൊണ്ടിരുന്നു. മുറ്റത്തുള്ള ഒരു തൂണിന്റെ ഉയരം, ബോബന്റെയും മോളിയുടെയും പൊക്കം ഇതെല്ലാം ടേപ്പ് ഉപയോഗിച്ച് അളന്നു മുറ്റത്തു നാട്ടിയിരിക്കുന്ന തൂണിന്റെ നിഴൽ അവർ വളരെ നീളത്തിൽ കണ്ടു. അവരുടെ നിഴലിന്റെ നീളവും അളക്കാൻ ഒരു പ്രയാസംതോന്നി. എന്നാൽ ബോബന്റെ അളന്നു കഴിഞ്ഞതിനു ശേഷം മോളിയുടെ നിഴൽ അളന്നാൽ വ്യത്യാസം ഇല്ലെന്ന് അവർക്കറിയാം. അതുകൊണ്ടു മേളിയുടെ അനുജത്തി സുസന്റെ സഹായത്തോടുകൂടി ഒരേസമയത്ത് അവരുടെ നിഴലിന്റെ 2 അഗ്രങ്ങളിലും കല്ലുകൊണ്ട് അടയാളം വച്ചു. ഇതുപോലെ മുറ്റത്തെ തൂണിന്റെ നിഴലിന്റെ അഗ്രങ്ങളിലും മുറ്റത്തുള്ള മാവിന്റെ നിഴലിന്റെ അഗ്രങ്ങളിലും അവർ അടയാളപ്പെടുത്തി. പിന്നീട് ആ നീളങ്ങൾ ബോബനും മേളിയും കൂടി അളന്നു. ഈ അളവുകൾ ബോബൻ ഒരു പട്ടികയായി എഴുതി.

	ഉയരം (സെമീ.)		നിഴലിന്റെ നീളം (സെമീ.)	
തൂണ്	150	,,	300	,,
ബോബൻ	120	,,	240	,,
മോളി	90	,,	180	,,
മാവ്	—	,,	500	,,

മാവിന്റെ ഉയരം അളക്കണമെങ്കിൽ അതിൻകേറി കയറണോ. ബോബനും മോളിക്കും അതു സാധ്യമല്ല. ബോബന് ഉടനെ ഒരു യുക്തി തോന്നി. മാവിൽ കയറാതെതന്നെ ബോബൻ മാവിന്റെ ഉയരം കണ്ടുപിടിച്ചു. എങ്ങനെയാണെന്നു പറയാമോ?

ഓരോന്നിലും ഉയരവും, അതിന്റെ നിഴലിന്റെ നീളവും തമ്മിലുള്ള ബന്ധമെന്ത്?

ഉയരത്തിന്റെ 2 മടങ്ങാണ് നിഴൽ എന്നു കാണാം.

അതായത് ഉയരം h-ഉം നിഴലിന്റെ നീളം s-ഉം ആണെങ്കിൽ $s = 2h$ ആയിരിക്കും.

ഒരേ സമയത്ത് അളന്ന നിഴലുകളുടെ നീളം എല്ലാം ശരിയായ പൊക്കത്തിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങായി കണ്ടു. അതിൽനിന്ന് ഞങ്ങൾക്ക് എന്തനുമാനിച്ചു? മരത്തിന്റെ ഉയരത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണ് നിഴലിന്റെനീളം. അഥവാ നിഴലിന്റെ നീളത്തിന്റെ പകുതിയാണ് മരത്തിന്റെ ഉയരം. ഇനി നിങ്ങൾക്ക് മരത്തിന്റെ ഉയരം പറഞ്ഞുതരാമോ?

തന്നെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികകളും പരിശോധിക്കുക.

പട്ടിക 1)

യാത്രചെയ്ത (x) സമയം (മണിക്കൂർ)	1	2	3
പോയദൂരം (y) കി. മീ.	80	60	150

പട്ടിക 2)

വാങ്ങിയ ഗ്ലാസ് (x)	1	2	5	6	10
വില രൂപ (y)	$1\frac{1}{2}$	3	$7\frac{1}{2}$	9	15

പട്ടിക 3)

ആളുകളുടെ എണ്ണം (x)	2	4	5
കൂലി (y)	10	20	25

പട്ടിക 4)

കുടയുടെ എണ്ണം (x)	1	3	7	8	9	4	2
വില (y)	10	30	70	80	90	40	20

ഒന്നാമത്തെ പട്ടികയിൽ x-ഉം, y-യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം $y = 30x$ എന്നാണല്ലോ.

അതുപോലെ മറ്റുള്ള പട്ടികകളിൽ x-ഉം y-യും തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഈ രീതിയിൽ എഴുതിനോക്കൂ.

രണ്ടാമത്തേതിൽ $y = 1\frac{1}{2}x$ എന്നും

അടുത്തതിൽ $y = 5x$ എന്നും

അവസാനത്തേതിൽ $y = 10x$ എന്നും കിട്ടുന്നില്ലേ?

4-ാം പട്ടികയിൽ

3 കുടയുടെ വില 30 രൂപ. 9 കുടയുടെ വില 90 രൂപ.

അതായത് കുടയുടെ എണ്ണം 3 മടങ്ങായപ്പോൾ വിലയും 3 മടങ്ങാകുന്നു.

കുടയുടെ എണ്ണം 3 : 1 എന്ന റേഷ്യോയിൽ മാറിയപ്പോൾ വിലയും 3 : 1 എന്ന റേഷ്യോയിൽ മാറി.

1 കുടയുടെ വില 10 രൂ.

7 കുടയുടെ വില 70 രൂ.

കുടയുടെ എണ്ണം 7 മടങ്ങായപ്പോൾ വിലയും 7 മടങ്ങായി.

അതായത് കുടയുടെ എണ്ണം 7 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറിയപ്പോൾ വിലയും 7 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി.

8 കുടയ്ക്ക് 80 രൂപ.

4 കുടയ്ക്ക് 40 രൂപ

എണ്ണം പകുതിയായപ്പോൾ വിലയും പകുതിയായി. കുടയുടെ എണ്ണം 4 : 8 (അതായത് 1 : 2) എന്ന അംശബന്ധ

ത്തിൽ മാറിയപ്പോഴും വില 40 : 80 (അതായത് 1 : 2) എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.

8 കുടയ്ക്ക് 80 രൂപ

2 കുടയ്ക്ക് 20 രൂപ

എണ്ണം $\frac{1}{4}$ ആയപ്പോഴും, വില $\frac{1}{4}$ ആയി.

ഇവിടെ കുടയുടെ എണ്ണം ഏതംശബന്ധത്തിൽ മാറിയോ അതേ അംശബന്ധത്തിൽതന്നെ അതിന്റെ വിലയും വ്യത്യാസപ്പെടും എന്നു കാണാം. മേൽകൊടുത്ത എല്ലാ പട്ടികകളിലും രണ്ടു മിതികളും (അളവുകളും) വീതം താരതമ്യപ്പെടുത്തിനോക്കിയല്ലോ.

അവയിൽ ഒന്ന് ഏത് അംശബന്ധത്തിൽ മാറുമ്പോഴും മറ്റേതും അതേ അംശബന്ധത്തിൽത്തന്നെ മാറുന്നു.

ഈ വിധത്തിൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുന്ന രണ്ടു വസ്തുതകളും ക്രമാനുപാതത്തിലാണ് എന്നു പറയുന്നു.

x, y എന്നിവ ക്രമാനുപാതത്തിലാണെങ്കിൽ x ഏതംശബന്ധത്തിൽ വർദ്ധിക്കുന്നോ അതേ അംശബന്ധത്തിൽതന്നെ y വർദ്ധിക്കുന്നു.

x ഏത് അംശബന്ധത്തിൽ കുറയുന്നോ അതേ അംശബന്ധത്തിൽ y കുറയുകയും ചെയ്യുന്നു.

ജോണിന്റെ പല വയസ്സിലുള്ള തൂക്കം കുറിച്ചിട്ടുള്ള പട്ടികയാണ് താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. അത് പരിശോധിച്ച് അയാളുടെ വയസ്സും തൂക്കവും ക്രമാനുപാതത്തിലാണോ എന്നു നോക്കൂ.

പട്ടിക 5)

വയസ്സ്	10	15	20	30	40
തൂക്കം (കി.ഗ്രാം)	25	43	55	60	64

മുകളിലത്തെ പട്ടികയിൽ വയസ്സു വർദ്ധിക്കുമ്പോഴും തൂക്കവും വർദ്ധിക്കുന്നുണ്ടല്ലോ. വയസ്സ് 10-ൽ നിന്ന് 20 ആകുമ്പോഴും ഏതംശബന്ധത്തിൽ ആണ് മാറിയത്?

2:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ. 10 വയസ്സിലെ തൂക്കവും 20 വയസ്സിലെ തൂക്കവും പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ. 2:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽത്തന്നെയാണോ മാറിയത്? അല്ല. 11.5 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് ജോണിന്റെ വയസ്സും തൂക്കവും അനുപാതത്തിലല്ല.

120 ചോക്കലോറ് കൂടെ കൂട്ടികൾക്ക് വീതിക്കുന്നു

പട്ടിക 6)

ഓരോരുത്തർക്കും കൊടുക്കുന്നത് (p)	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	24
കൊടുത്ത കുട്ടികളുടെ എണ്ണം (q)	60	40	30	24	20	15	12	10	8	6	5

300 കിലോമീറ്റർ ദൂരം യാത്ര ചെയ്യണമെന്നിരിക്കട്ടെ. വേഗതമാറുന്നതിനനുസരിച്ച് സഞ്ചരിക്കാൻ വേണ്ടിവന്ന സമയം മാറുന്നു. പട്ടികനോക്കൂ.

പട്ടിക 7)

വേഗത (മണിക്കൂറിലെ) (p)	2	3	4	5	6	10	12	15	16	20	24	25	30	60
സമയം (മണിക്കൂർ) (q)	150	100	75	60	50	30	25	20	$18\frac{3}{4}$	15	$12\frac{1}{2}$	12	10	5

1500 സെമീ. നീളമുള്ള ഒരു ചരടിൽനിന്നു തുല്യനീളമുള്ള കഷണങ്ങൾ മുറിച്ചെടുക്കുന്നു. പട്ടിക നോക്കുക.

പട്ടിക 8)

കഷണത്തിന്റെ നീളം (p)	300	250	150	100	50
കഷണത്തിന്റെ എണ്ണം (q)	5	6	10	15	30

ഓരോ പട്ടികയിലുമുള്ള രണ്ട് അളവുകളും തമ്മിൽ താരതമ്യപ്പെടുത്തിനോക്കൂ. എന്താണ് അവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം.

പട്ടിക (6) ൽ p, q ഇവയുടെ ഗുണനഫലം എല്ലാ കാളത്തിലും 120 ആണ്.

അതായത് $p \times q = 120$.

പട്ടിക (7) ൽ ആകട്ടെ $p q = 300$—ഉം

പട്ടിക (8) ൽ $p q = 1500$-ഉം ആണ്.

ഓരോ പട്ടികയിലും p മാറുമ്പോഴും q മാറുന്നത് pq ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ ആകത്തക്കവണ്ണമാണെന്നു കാണാമല്ലോ.

അതായത് ഓരോ പട്ടികയിലും $p q = k$ (k സ്ഥിര സംഖ്യ) എന്ന രൂപത്തിലുള്ള ബന്ധം കാണാം.

(6) (7) എന്നീ പട്ടികകളിൽ p വർദ്ധിക്കുമ്പോഴും q കുറയുന്നു. അവസാനത്തേതിൽ p കുറയുമ്പോഴും q കൂടുന്നു.

മാത്രവുമല്ല ഒരാളിന്റെ വീതം 3-ൽ നിന്ന് 6 ആകുമ്പോഴും ആളുകളുടെ എണ്ണം 40-ൽ നിന്ന് 20 ആയി.

ചോക്കുറിന്റെ വീതം 2 മടങ്ങായപ്പോഴും ആളുകളുടെ എണ്ണം പകുതിയായി.

ചോക്കുറിന്റെ വീതം 2:1 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറിയപ്പോഴും ആളുകളുടെ എണ്ണം 1 : 2 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറി.

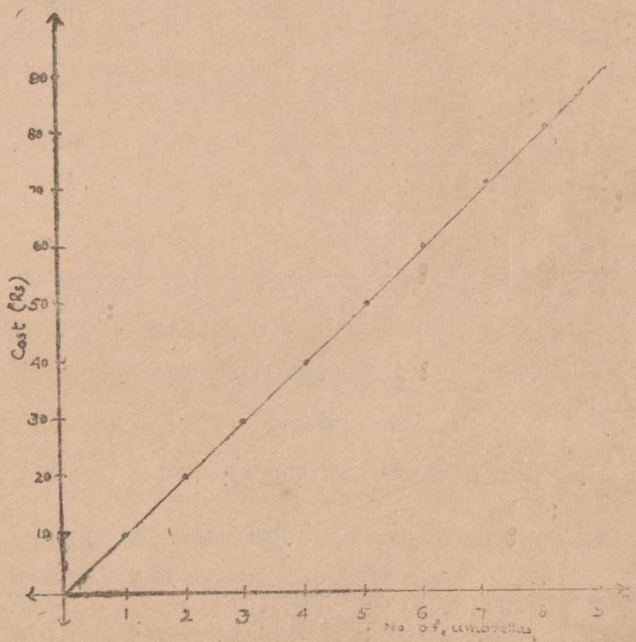
വീതം 3-ൽനിന്നും $3\frac{1}{3}$ ആകുമ്പോഴും, അതായത് 10:$3\frac{1}{3}$ എന്ന രേഷ്യോയിൽ മാറിയപ്പോഴും, ആളുകളുടെ എണ്ണം 12 : 40 (അതായത് 3 : 10) എന്ന രേഷ്യോയിൽ ആണ് മാറുന്നത്. ഇവിടെ p ഏതു രേഷ്യോയിൽ മാറുന്നുവോ അതിന്റെ വിപരീത രേഷ്യോയിൽ ആണ് q മാറുന്നത്.

ഇപ്രകാരം ബന്ധപ്പെട്ടിരുക്കുന്ന അളവുകൾ വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ്.

x, a : b എന്ന രേഷ്യോയിൽ മാറുമ്പോൾ y യും a : b എന്ന രേഷ്യോയിൽ മാറുന്നു എങ്കിൽ x, y എന്നിവ വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ്.

എന്നാൽ x, a : b എന്ന രേഷ്യോയിൽ മാറുമ്പോൾ y, b : a എന്ന വിപരീത രേഷ്യോയിൽ മാറിയാൽ x, y എന്നിവ വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ്.

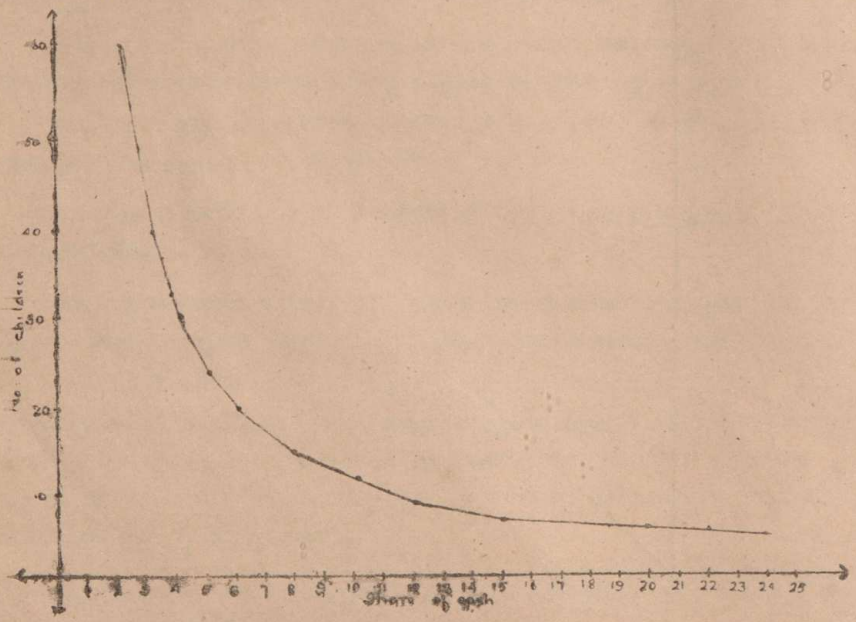
പട്ടിക 4-ൽ ക്രമാനുപാതത്തിലുള്ള രണ്ട് അളവുകൾ ആണ് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. പട്ടിക 6-ൽ വിപരീതാനുപാതത്തിലുള്ള രണ്ട് അളവുകളും, പട്ടിക 5-ൽ അനുപാതബന്ധമില്ലാത്ത അളവുകളും കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ഇവയുടെ ഗ്രാഫ് വരച്ചു നോക്കുക.



ചിത്രം 4 (1)

പട്ടിക 4 ന്റെ ഗ്രാഫ്

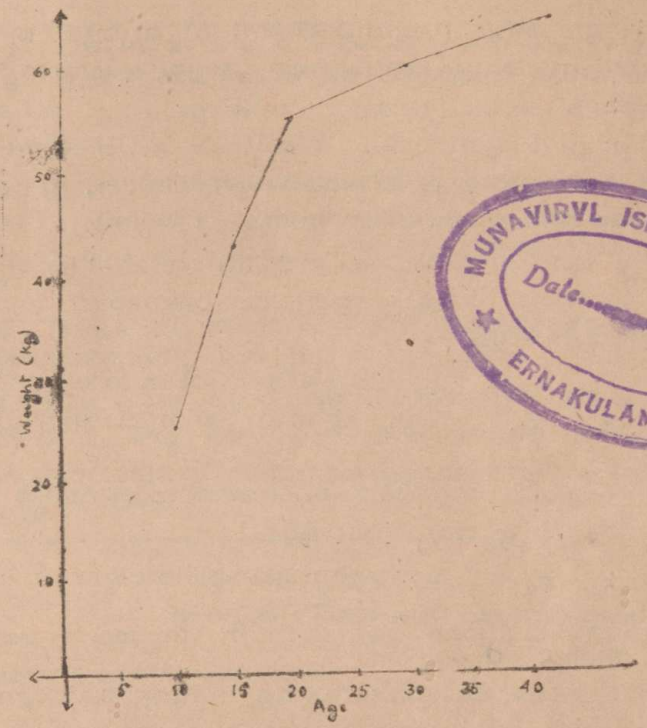
(ക്രമാനുപാതം)



ചിത്രം 4 (ii)

പട്ടിക 6 നിന്നും ഗ്രാഫ്

(വിപരീതാനുപാതം)



MUNAVIRVL ISLAM HIGH SCHOOL
Date.....
ERNAKULAM.

ചിത്രം 4 (3)

പട്ടിക 5 ന്റെ ഗ്രാഫ്

(അനുപാതമില്ലാത്തത്)

മറ്റു പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അളവുകളും ഉപയോഗിച്ചും ഇതുപോലെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കാം.

ക്രമാനുപാതബന്ധമുള്ള അളവുകളുടെ ഗ്രാഫ് മൂലബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന ഒരു നേർവരയായിരിക്കും.

വിപരീതാനുപാതബന്ധമുള്ള അളവുകളുടെ ഗ്രാഫ് ഒരു യക്രമരേഖയാണ്. അതിന്റെ പ്രത്യേക ആകൃതി ശ്രദ്ധിച്ചു

നോക്കൂ. ഈ രണ്ടു ഗ്രാഫുകളിൽനിന്ന് വ്യത്യസ്തരൂപമുള്ള ഏതു ഗ്രാഫും അനുപാതമില്ലാത്ത അളവുകളെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

a, b, c, d എന്ന നാലു സംഖ്യകൾ $a : b = c : d$ എന്ന രീതിയിൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കുകയാണെങ്കിൽ, a, b, c, d എന്നീ സംഖ്യകൾ അനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയുന്നു.

x, y എന്നിവ ക്രമാനുപാതത്തിലാണെന്നിരിക്കട്ടെ, x ന്റെ x_1, x_2 എന്നീ വിലകളും അതിനനുസരണമായി y യുടെ y_1, y_2 എന്നീ വിലകളും

$x_1 : x_2 = y_1 : y_2$ എന്ന രീതിയിൽ ബന്ധപ്പെട്ടിരിക്കും. ഇവിടെ x_1, x_2, y_1, y_2 എന്നിവ അനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയാം.

x, y എന്നിവ വിപരീതാനുപാതത്തിലാണെങ്കിൽ

$x_1 : x_2 = y_2 : y_1$ ആണല്ലോ.

ഇവിടെ x_1, x_2, y_2, y_1 എന്ന ക്രമത്തിത്തിലാണ് ഈ നാലു സംഖ്യകളും ആനുപാതികമായിരിക്കുന്നത്.

$a : b = c : d$

ഇവിടെ രണ്ട് അംശബന്ധങ്ങളുടെ സമതയെയാണ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. രണ്ടു വ്യത്യായുടെ സമതയെ കാണിക്കാനുള്ള ചിഹ്നം ':: :' ആണെങ്കിലും സൗകര്യത്തിനുവേണ്ടി = ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുകയാണു ചെയ്യുന്നത്.

$a : b = c : d$ ആയാൽ

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$ad = bc$$

$a : b :: c : d$ എന്ന അനുപാതത്തിൽ b, c എന്നിവയെ മധ്യരാശികൾ എന്നും a, d എന്നിവയെ അന്ത്യരാശികൾ എന്നും പറയുന്നു.

$ad = bc$ എന്നത് ഒരു അനുപാതത്തിലുള്ള അന്ത്യരാശികളുടെ ഗുണനഫലം = മദ്ധ്യരാശികളുടെ ഗുണനഫലം എന്ന രീതിയിലും കാണാം.

1. a : b എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ x മാറുമ്പോൾ y-യും a : b എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ തന്നെ മാറുകയാണെങ്കിൽ x, y എന്നിവ ക്രമാനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയുന്നു.
2. a : b എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ x മാറുമ്പോൾ b : a എന്ന വിപരീതാംശബന്ധത്തിൽ y മാറുകയാണെങ്കിൽ, x, y എന്നിവ വിപരീതാനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയുന്നു.
3. a : b = c : d ആണെങ്കിൽ a, b, c, d ഇവ അനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയുന്നു.
4. a : b = c : d എന്ന അനുപാതത്തിൽ ad = bc. അഥവാ, ഒരു അനുപാതത്തിൽ മദ്ധ്യരാശികളുടെ ഗുണനഫലവും അന്ത്യരാശികളുടെ ഗുണനഫലവും തുല്യമായിരിക്കും.

അഭ്യാസം 4 (1)

1. താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളിൽ അനുപാതത്തിലുള്ളത് ഏതെന്നു പരിശോധിക്കുക.
   a) 3, 6 18, 36
   b) 2, 5 6, 30
   c) 4, 6 12, 15
   d) 5, 10 15, 20
2. താഴെ പറയുന്ന അളവുകളെ അനുപാതത്തിൽ എഴുതുക.
   a) 3 പുസ്തകം, 8 പുസ്തകം, 15 രൂ. 40 രൂ.
   b) 8 കി. മീ. 12 കി. മീ. 27 രൂ. 18 രൂ.
   c) 112 നാരങ്ങ, 16 രൂ. 35 നാരങ്ങ, 5 രൂപ.

10 വയസ്സുള്ള ഒരു കുട്ടിയുടെ ഉയരം 1 മീറ്ററാണെങ്കിൽ 20 വയസ്സിൽ ഇതേ നിരക്കിൽ വർദ്ധിച്ചാൽ 2 മീറ്ററും, 30 വയസ്സിൽ 3 മീറ്ററും എന്നിങ്ങനെ വർദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കണമല്ലോ. ഇതു സംഭവ്യമല്ല. അതിനാൽ വയസ്സും ഉയരവും ആനുപാതികമല്ല.

1 മുട്ട വേവിക്കാൻ 8 മിനുട്ട് എടുക്കുമെങ്കിൽ 10 മുട്ട ഒരുമിച്ചു വേവിക്കാൻ എത്ര സമയം എടുക്കും? ഇവിടെയും അനുപാതമുണ്ടെന്നു തോന്നുന്നുവെങ്കിലും അനുപാതമില്ല. ഒരു കിണറ്റിൽ നിന്ന് ഒരു തൊട്ടി വെള്ളം എടുക്കുവാൻ 4 മീറ്റർ നീളമുള്ള കയറുവേണമെങ്കിൽ 5 തൊട്ടി വെള്ളം എടുക്കാൻ എത്ര മീറ്റർ കയർവേണം?

ഒരു കെട്ടിടം പണിചെയ്യുവാൻ 20 ആളുകളും 6 മാസം എടുത്തു. എന്നാൽ 1 മിനുട്ടിൽ ആ കെട്ടിടത്തിന്റെ പണി തീർക്കാൻ എത്ര ആളുകളും വേണം എന്ന ചോദ്യം നോക്കുക. ഇവിടെ അനുപാതമുണ്ടെന്നു തോന്നുന്നുണ്ട്. ഇല്ലേ? എന്നാൽ എത്ര തന്നെ ആളുകളുണ്ടെങ്കിലും കെട്ടിടം ഒരു മിനിട്ടിൽ തീർക്കാൻ ഒക്കുമോ?

താഴെ പറയുന്ന ഓരോ ജോടി അളവുകളെയും ക്രമാനുപാത ബന്ധമുള്ളവ, വിപരീതാനുപാതബന്ധമുള്ളവ, ആനുപാതിക ബന്ധമില്ലാത്തവ എന്നു മൂന്നായി തരംതിരിക്കുക.

1. സമചതുരങ്ങളുടെ വശവും, വിസ്തീർണ്ണവും തമ്മിൽ.
2. ഒരിനം ധാന്യത്തിന്റെ വ്യാപ്തവും തൂക്കവും തമ്മിൽ.
3. ക്ലിപ്തദൂരമുള്ള ഒരു സാധനത്തിന്റെ വ്യാപ്തവും സാന്ദ്രതയും തമ്മിൽ.
4. ക്ലിപ്തമായ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ചതുരത്തിന്റെ നീളവും വീതിയും തമ്മിൽ.
5. ഒരു നിശ്ചിത ദൂരം യാത്ര ചെയ്യുന്നതിനുള്ള സമയവും വേഗതയും തമ്മിൽ.
6. ഒരു നിശ്ചിതനിരക്കിൽ സാധാരണ പലിശയ്ക്ക് നിക്ഷേപിച്ചിരിക്കുന്ന മുതലിനു കിട്ടുന്ന (a) പലിശയും കാലവും തമ്മിൽ (b) തുകയും കാലവും തമ്മിൽ.
7. കൂട്ടുപലിശ ക്രമത്തിൽ ഒരു നിശ്ചിത നിരക്കിന് നിക്ഷേപിച്ച മുതലിനു കിട്ടുന്ന പലിശയും കാലവും തമ്മിൽ
8. പശുവിനു കൊടുക്കുന്ന തീറ്റിയുടെ അളവും കിട്ടുന്ന പാലിന്റെ അളവും.
9. ജോലിക്കാരുടെ എണ്ണവും ആകെ കൂലിയും

10. ഒരാൾ ദിവസേന ജോലി ചെയ്യുന്ന സമയവും അയാൾ ക്ക് മുഴുവൻ ജോലി തീർക്കാൻ വേണ്ട ദിവസവും.

ഉദാ:- താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യത്തിലെ അജ്ഞാതരാശി കാണുക.

$7 : 5 = 21 : ?$

അജ്ഞാതരാശി x എന്നു സങ്കല്പിക്കാം.

$7 : 5 = 21 : x$

ഇവിടെ അന്ത്യരാശികളേതെല്ലാം? 7, x. മദ്ധ്യരാശികളോ? 5, 21.

ഇവയെപ്പറ്റി നിങ്ങൾ എന്തു പഠിച്ചു?

$7 \times x = 5 \times 21$

$\therefore 7x = 5 \times 21$

$x = \frac{5 \times 21}{7} = 15$

അഭ്യാസം 4 (2)

1 താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള അനുപാതത്തിൽ x ന്റെ വില കാണുക

a) $3 : 12 = x : 12$

b) $18 : 9 = x : 52$

c) $x : 15 = 15 : 5$

d) $x : 9 = 7 : 3$

e) $\frac{x}{6} = \frac{10}{3}$

f) $\frac{36}{108} = \frac{x}{32}$

g) $4.6 : x = 9\ 2 : 3.5$

h) $9 : x = x : 51$

2 രാമന്റെയും കൃഷ്ണന്റെയും സമ്പാദ്യം 11 : 12 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. കൃഷ്ണന്റെ സമ്പാദ്യം 1920 രൂപയാണ്. എങ്കിൽ രാമന്റെ സമ്പാദ്യം എത്രയാണെന്നു കാണുക.

ഉദാഹരണം.

30 ആടുകളുടെ വില 1800 രൂപയാണെങ്കിൽ 40 ആടുകളുടെ വില കാണുക.

ഒന്നിന്റെ വില കണ്ടുപിടിച്ചശേഷം 40 എണ്ണത്തിന്റെ വില കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. അനുപാതമുപയോഗിച്ച് ഇത് എങ്ങനെ ചെയ്യാമെന്നു നോക്കാം.

ആടുകളുടെ എണ്ണം മാറുന്ന അംശബന്ധത്തിൽതന്നെ ആകെ വിലയും മാറും.

അതുകൊണ്ട് ക്രമാനുപാതമാണ്.

ആടുകളുടെ എണ്ണം 30 ൽ നിന്ന് 40 ആയി മാറുമ്പോൾ ഏതംശബന്ധത്തിലാണു മാറിയത്?

40 : 30

∴ അവയുടെ വിലയും ഏതംശബന്ധത്തിൽ മാറണം?

40 : 30

∴ 1800 എന്ന വില 40 : 30 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറണം.

30 ആടുകളുടെ വില = 1800 രൂപ

40 ആടുകളുടെ വില = $1800 \times \frac{40}{30}$ രൂ.

= 2400 രൂ.

ഉദാ: 40 ആളുകൾ ഒരു ജോലി 15 ദിവസംകൊണ്ടു ചെയ്യുന്നു. എങ്കിൽ 8 ആളുകൾ ആ ജോലി എത്ര ദിവസംകൊണ്ടു ചെയ്തുതീർക്കും?

ഇവിടെ ആളുകളുടെ എണ്ണവും സമയവും വിപരീതാനുപാതത്തിലാണ്. എന്തുകൊണ്ട്?

ആളുകളുടെ എണ്ണം ഏതംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നുവോ അതിന്റെ വിപരീത അംശബന ധത്തിലാണ് സമയം മാറുന്നത്.

ആളുകളുടെ എണ്ണം 8 : 40 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറുമ്പോൾ ദിവസങ്ങളുടെ എണ്ണം 40 : 8 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ മാറുന്നു.

40 ആളുകൾക്കുവേണ്ട ദിവസം = 15

8 ആളുകൾക്കുവേണ്ട ദിവസം = $15 \times \frac{40}{8}$

= 75

അഭ്യാസം 4 (3)

A

1. ഉഷ 15 ദിവസംകൊണ്ട് 4 ജോടി സോക്സ് തയ്ക്കുന്നു. എന്നാൽ അവൾ എത്ര ദിവസംകൊണ്ട് 16 ജോടി സോക്സ് തയ്ക്കും?
2. 6 മീ. നീളമുള്ള ഒരു മുളയുടെ നിഴലിന്റെ നീളം 1.2 മീറ്ററാണെങ്കിൽ 5 മീ. നീളമുള്ള മറ്റൊരു മുളയുടെ അതേ സമയത്തുള്ള നിഴലിന്റെ നീളം എന്തായിരിക്കും?
3. $2\frac{1}{2}$ മണിക്കൂറിൽ ഒരു ഗ്ലാസ് ഫാക്ടറിയിൽ 850 ഗ്ലാസുകൾ ഉണ്ടാക്കുന്നു എന്നു വരികിൽ എത്ര മണിക്കൂർ കൊണ്ട് 1870 ഗ്ലാസുകൾ അതേ തോതിൽ ഉണ്ടാക്കാം?
4. ഒരു തരം ഇരുമ്പുകമ്പിയ്ക്ക് 100 മീറ്ററിന് 2 കി.ഗ്രാം തൂക്കമുണ്ടെങ്കിൽ 75 മീ. കമ്പിയുടെ തൂക്കമെന്ത്?
5. a രൂപയ്ക്കു b പേനകൾ കിട്ടുമെങ്കിൽ c രൂപയ്ക്കു എത്ര പേനകൾ കിട്ടും ?
6. a പേനയ്ക്ക് b രൂപ വിലയെങ്കിൽ p പേനകളുടെ വിലയെന്ത്?
7. 16 ആളുകൾ ഒരു ജോലി 30 ദിവസത്തിൽ ചെയ്തു തീർക്കുന്നു. എന്നാൽ 24 ആളുകൾ ആ പണി എത്ര ദിവസംകൊണ്ട് ചെയ്തു തീർക്കും?
8. 15 പേർക്ക് 15 ദിവസത്തേയ്ക്കുള്ള കേഷണത്തിന്നാവശ്യമായ റേഷൻ ഒരു ഹോസ്റ്റലിന് ലഭിക്കുന്നുണ്ട്. അതേ റേഷൻ ഇപ്പോൾ 25 ദിവസത്തേയ്ക്ക് മതിയാകുന്നുവെങ്കിൽ ആ ഹോസ്റ്റലിൽനിന്ന് പിരിഞ്ഞുപോയ പരെത്ര?
9. ഒരു വീടു വൈദ്യുതീകരിക്കുന്നതിന് നിയോഗിച്ച 20 ആളുകൾക്കു 24 ദിവസംവേണം. എന്നാൽ ജോലി തുടങ്ങുന്നതിനുമുമ്പ്, 4 ആളുകൾക്ക് സുഖമില്ലാതെ വന്നു. അതേ നിരക്കിൽ ജോലി ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ ബാക്കിയുള്ളവർക്ക് എത്ര ദിവസംകൊണ്ട് ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കാൻ കഴിയും?

10. കല്യാണസാരികളിൻമേൽ എംബ്രോയിഡറി ചെയ്യുന്നതിന് 24 സ്ത്രീകൾ 14 ദിവസം എടുക്കുന്നു. അവരിൽ 3 പേർ ജോലി തുടങ്ങുന്നതിനു മുമ്പ് പിരിഞ്ഞുപോയി. എന്നാൽ ബാക്കിയുള്ളവർ ആ ജോലി പൂർത്തിയാക്കുവാൻ എത്ര ദിവസം എടുത്തു?

11. 70 കുതിരകൾക്ക് 80 ദിവസത്തേയ്ക്ക് ആവശ്യമായ പുല്ല് 112 കുതിരകൾക്ക് എത്ര ദിവസത്തേയ്ക്ക് മതിയാകും?

12. p ആളുകൾ ഒരു പണി b ദിവസത്തിൽ ചെയ്തുതീർക്കും. എന്നാൽ q ആളുകൾ അതേപണി എത്ര ദിവസം കൊണ്ടു ചെയ്തു തീർക്കും?

13. ഒരു ജറ്റു പ്ലെയിനിന്റെ വേഗത പൈലറ്റുണ്ടു പ്ലെയിനിന്റെ വേഗതയെക്കാൾ 180 കി. മീറ്റർ കൂടുതലാണ്. ജറ്റു പ്ലെയിനിന്റെ വേഗത മണിക്കൂറിൽ 720 കി മീ. ആണെങ്കിൽ അവയുടെ വേഗതകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധമെന്ത്?

14. പായസം ഉണ്ടാക്കുവാൻ അരിയും ശർക്കരയും 2 : 3 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ ചേർക്കണം. 4 കി. ഗ്രാം അരികൊണ്ടു പായസം ഉണ്ടാക്കുവാൻ എത്ര കി. ഗ്രാം ശർക്കര വേണം?

15. 8 സെമീ. നീളവും 5 സെമീ. വീതിയുമുള്ള ഒരു പടം 12 സെ. മീ. വീതി വരത്തക്കവണ്ണം വലിപ്പപ്പെടുത്തണമെങ്കിൽ അതിന്റെ നീളം എന്തായിരിക്കണം?

16. 21 പെൺകുട്ടികൾ 4 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് 200 പൂമാലകൾ കെട്ടുന്നു. എന്നാൽ അതേ ജോലി 3 മണിക്കൂർ കൊണ്ടു പൂർത്തിയാക്കണമെങ്കിൽ എത്ര കുട്ടികൾ വേണം?

17. ദിവസം 8 മണിക്കൂർ വീതം ജോലിചെയ്തു 15 ദിവസം കൊണ്ടു തീർക്കുന്ന ജോലി ദിവസം 10 മണിക്കൂർ അതേ ക്രമത്തിനു ജോലിചെയ്താൽ എത്ര ദിവസംകൊണ്ടു തീരും?

B

18. 1160 വിദ്യാർത്ഥികളുള്ള ഒരു വിദ്യാലയത്തിൽ ആൺകുട്ടികളുടെയും പെൺകുട്ടികളുടെയും എണ്ണം 3 : 1 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാകുന്നു. കൂടുതലായി കുറെ പെൺകുട്ടികളെ ചേർത്തപ്പോൾ അംശബന്ധം 3 : 2 എന്നായിത്തീർന്നു. എന്നാൽ പുതുതായി ചേർത്ത പെൺകുട്ടികൾ എത്ര?

19. ഗോകുൽ, സന്തോഷ് എന്നീ രണ്ടാളുകൾ കൂടി 30,000 രൂ. മുടക്കി ഒരു വ്യാപാരം തുടങ്ങി. ഒരു വർഷത്തെ ആദായമായ 5000 രൂപ വീതിച്ചപ്പോൾ ഗോകുലിന് സന്തോഷിനേക്കാൾ 1800 രൂപ അധികം കിട്ടി. സന്തോഷിന്റെ മുടക്കു മുതൽ എത്രയെന്നു കാണുക.

20. 20 പുരുഷൻമാർക്കോ 45 കുട്ടികൾക്കോ ഒരു കെട്ടിടം പെയിന്റ് ചെയ്യുന്നതിന് 12 ദിവസം വേണം. എന്നാൽ എത്ര ദിവസം കൊണ്ട് 8 പുരുഷൻമാരും 9 കുട്ടികളും കൂടി അതേ കെട്ടിടം പെയിന്റു ചെയ്യും?

[20 പുരുഷൻമാർ ചെയ്യുന്ന ജോലിയും 45 കുട്ടികൾ ചെയ്യുന്ന ജോലിയും തുല്യമാണ്. അതിനാൽ 9 കുട്ടികൾ (45 ന്റെ $\frac{1}{5}$) ചെയ്യുന്ന ജോലി $20 \times \frac{1}{5}$ പുരുഷൻമാർ ചെയ്യുന്ന ജോലിക്കു തുല്യമായിരിക്കും. അതായത് 4 പുരുഷൻമാർ, 9 കുട്ടികൾ ചെയ്യുന്ന ജോലി, ചെയ്യുന്നതാണ്. ∴ 8 പുരുഷൻമാരും 9 കുട്ടികളും ചെയ്യുന്ന ജോലി എന്നു പറയുന്നതിനുപകരം $8 + 4 = 12$ പുരുഷൻമാർ ചെയ്യുന്ന ജോലി എന്നു കണക്കാക്കിയാൽ മതി.]

21. 18 പുരുഷൻമാർക്കോ 30 ആൺകുട്ടികൾക്കോ 5 മണിക്കൂർ കൊണ്ട് ഒരു തോട്ടത്തിനു കമ്പിവേലിയിടാൻ കഴിയുന്നു. എന്നാൽ 12 പുരുഷൻമാരും 5 ആൺകുട്ടികളും കൂടി എത്ര മണിക്കൂർകൊണ്ട് കമ്പിവേലി ഇടും?

C

22. രണ്ടുതരം ആപ്പിളുകളുടെ വില 5 : 6 എന്ന അംശബന്ധത്തിലാണ്. അവ 3 : 4 എന്ന അംശബന്ധത്തിൽ വാങ്ങുന്നു. എന്നാൽ അവയുടെ ആകെ വിലകൾ തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം എന്ത്?

23. ഒരു പാത്രത്തിൽ പകുതിവരെ വെള്ളമുണ്ട്. അതിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങു വലിപ്പമുള്ള മറ്റൊരു പാത്രത്തിൽ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം വെറോളം ഉണ്ട്. ആദ്യത്തെ പാത്രത്തിലെ വെള്ളം രണ്ടാമത്തെ പാത്രത്തിലൊഴിച്ചാൽ ഡെറോളും വെള്ളവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം കാണുക.

24. ഒരു കൂട്ടയിൽ തക്കാളി, ആപ്പിൾ, മധുരനാരങ്ങ ഇവ എല്ലാം കൂടി 900 എണ്ണമുണ്ട്. തക്കാളിയുടെ എണ്ണത്തിന്റെ പകുതി ഓറഞ്ചും, ആപ്പിളിന്റെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗവും, മധുരനാരങ്ങയുടെ $\frac{1}{4}$ ഭാഗവും തുല്യമായാൽ ഓരോ തരവും എത്ര വീതമുണ്ട്?

25. 10 ആളുകൾ ഒരു ജോലിയുടെ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം കുറെ ദിവസം കൊണ്ട് ചെയ്തുതീർത്തു. അതിനുശേഷം 4 ആളുകൾ കൂടി പണിയിൽചേർന്ന് 30 ദിവസംകൂടി പണിയെടുത്ത് അതു തീർത്തു. എന്നാൽ ആദ്യത്തെ 10 ആളുകൾ $\frac{1}{3}$ ഭാഗം പണി എത്ര ദിവസംകൊണ്ടാണു ചെയ്തത്?

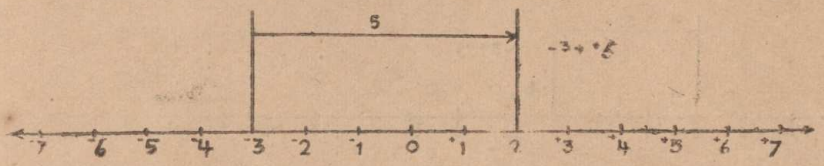
അദ്ധ്യായം 5

ചിഹ്ന സംഖ്യകളുടെ ചതുഷ്ക്രിയകൾ

അങ്കഗണിതത്തിൽ നാം സംഖ്യകൾ ഉപയോഗിച്ച് സങ്കലനം, വ്യവകലനം, ഗുണനം, ഹരണം എന്നീ ക്രിയകൾ ചെയ്യുന്നുണ്ട്. ഇപ്പോൾ നമുക്ക് ചിഹ്ന സംഖ്യകളെപ്പറ്റിയും അറിയാം. അങ്ങനെ സംഖ്യകളുടെ വ്യാപ്തി വർദ്ധിച്ചതോടെ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടേയും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടേയും ചതുഷ് ക്രിയകളും പഠിക്കേണ്ടതായിട്ടുണ്ട്.

സങ്കലനം

പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെയും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെയും സങ്കലനം സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് എളുപ്പത്തിൽ മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്



[ചിത്രം 5 (1)]

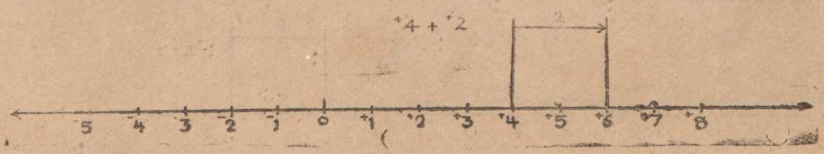
നമുക്ക് ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യയോട് ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യ കൂട്ടണമെന്നിരിക്കട്ടെ.

ഉദാഹരണമായി $-3 + +5$

അതായത് -3 നോട് $+5$ കൂട്ടണം. സംഖ്യാരേഖ നോക്കുക. വലത്തോട്ടു പോകുന്തോറും സംഖ്യകൾ കൂടുകയും ഇടത്തോട്ടു പോകുന്തോറും കുറഞ്ഞു വരികയും ചെയ്യുന്നു. വലത്തോട്ടുള്ള നീക്കത്തെ പോസിറ്റീവായും ഇടത്തോട്ടുള്ള നീക്കത്തെ നെഗറ്റീവ് ആയും പരിഗണിക്കാം. അപ്പോൾ $+5$ കൂട്ടുന്നതിന് വലത്തോട്ട് 5 യൂണിറ്റ് നീങ്ങണം. -3 നോട് $+5$ കൂട്ടുന്നതിന് സംഖ്യാരേഖയിൽ -3 മുതൽ 5 യൂണിറ്റ് വലത്തോട്ടു നീങ്ങുക. അപ്പോൾ നാം എത്തുന്നത് എവിടെയാണ്? $+2$ ലാണ് നാം ചെന്നു ചേരുന്നത്.

അതിൽനിന്നും $-3 + +5 = +2$ എന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

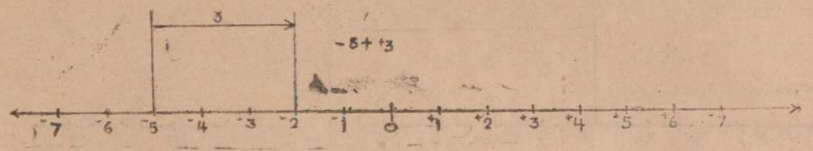
ഉദാ: 2. $+4 + +2$



[ചിത്രം 5 (2)]

+4 ൽ തുടങ്ങി 2 യൂണിററുകളം വലത്തോട്ടു നീങ്ങുക. +6-ൽ വന്നെത്തുന്നു. അതുകൊണ്ട് $+4 + +2 = +6$

ഉദാ: 3. $-5 + +3$



ചിത്രം 5 (3)

−5−ൽ നിന്നു വലത്തോട്ടു 3 യൂണിററു മാററിയാൽ −2 ൽ വന്നെത്തുന്നു. അതുകൊണ്ട്

$$-5 + +3 = -2$$

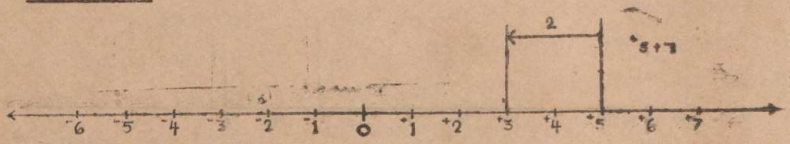
അഭ്യാസം 5 (1)

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് തുക കാണുക:−

(1)	$+3 + +4$	(7)	$-7 + +3$
(2)	$+2 + +5$	(8)	$-8 + +5$
(3)	$+1 + +3$	(9)	$-4 + +1$
(4)	$-2 + +5$	(10)	$-8 + +5$
(5)	$-1 + +6$	(11)	$-6 + +6$
(6)	$-5 + +9$	(12)	$0 + +5$

ഇനി നമുക്ക് ഏതെങ്കിലും സംഖ്യയോടു നെഗററീവ് സംഖ്യ കൂട്ടുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ:- 1. $+5 + -2$

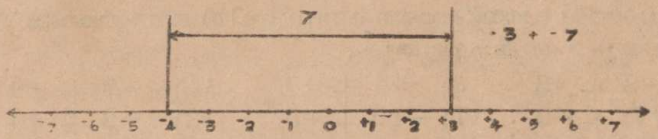


[ചിത്രം 5 (4)]

$^{-}2$ കൂട്ടുന്നതിന് +5-ൽ നിന്ന് 2 യൂണിറ്റ് ഇടത്തോട്ട് നീങ്ങണം. (ഇടത്തോട്ടുള്ള നീക്കം നെഗറ്റീവായും വലത്തോട്ടുള്ള നീക്കം പോസിറ്റീവായും ആണല്ലോ നാം കണക്കാക്കുന്നത്.) അങ്ങനെ നീങ്ങിക്കഴിയുമ്പോൾ എത്തുന്നത് +3-ൽ ആണ്

അതുകൊണ്ട് $+5 + {}^{-}2 = +3$

ഉദാ: $-2. \quad +3 + {}^{-}7$

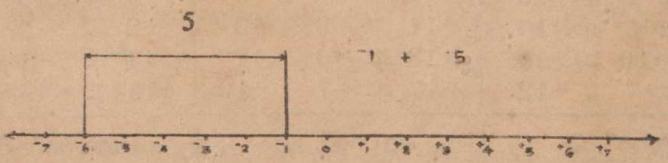


[ചിത്രം 5 (5)]

+3-ൽ നിന്ന് 7 യൂണിറ്റുകൾ ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങുക. -4 ൽ ചെന്നു ചേരുന്നു.

$\therefore +3 + {}^{-}7 = {}^{-}4$

ഉദാ: 3. $-1 + -5$



[ചിത്രം 5 (6)]

-1-ൽ നിന്ന് 5 യൂണിറ്റ് ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങുമ്പോൾ -6ൽ എത്തുന്നു.

അതുകൊണ്ട് $-1 + -5 = -6$

അഭ്യാസം 5 (2)

A

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് തുക കാണുക.

1) $+5 + -2$
2) $+8 + -3$
3) $+2 + -1$
4) $+7 + -8$
5) $+4 + -6$
6) $+6 + -9$
7) $-2 + -3$
8) $-1 + -7$
9) $-4 + -4$
10) $+5 + -5$
11) $0 + -7$
12) $0 + -2$

B

സംഖ്യാരേഖ വരയ്ക്കാതെ മനസ്സിൽ കണ്ടുകൊണ്ട് താഴെ കാണുന്നവയുടെ തുക എഴുതുക,

1) $-2 + +3$
2) $+7 + -3$
3) $+3 + -7$
4) $-4 + -3$
5) $-4 + +3$
6) $+4 + +3$
7) $-10 + -5$
8) $+10 + -5$
9) $-10 + +5$
10) $+10 + +5$
11) $-2 + -8$
12) $-2 + +8$
13) $-6 + -9$
14) $-8 + 0$
15) $-8 + +8$

നാം കണക്കാക്കിയ ചില തുകകളെ താഴെ കാണുന്നതു പോലെ പട്ടിക രൂപത്തിൽ തയ്യാറാക്കാം. ഈപട്ടികയിൽ നിന്നും സങ്കലനത്തിൽ കാണുന്ന ചില പ്രത്യേകതകളും മനസിലാക്കാം.

സെറ്റ്. 1	സെറ്റ്. 3	സെറ്റ്. 5
$+3 + +2 = +5$	$+3 + -1 = +2$	$+5 + -5 = 0$
$+4 + +7 = +11$	$+5 + -4 = +1$	$+7 + -7 = 0$
$+10 + +5 = +15$	$+7 + -2 = +5$	$+10 + -10 = 0$
$+6 + +8 = +14$	$+11 + -8 = +3$	$+2 + -2 = 0$
$+1 + +10 = +11$	$+13 + -6 = +7$	$+1 + -1 = 0$
$+5 + +7 = +12$	$+17 + -7 = +10$	$+15 + -15 = 0$

സെറ്റ്. 2	സെറ്റ്. 4	സെറ്റ്. 6
$-3 + -2 = -5$	$-3 + +1 = -2$	$+5 + 0 = +5$
$-7 + -4 = -11$	$+7 + -10 = -3$	$-6 + 0 = -6$
$-5 + -3 = -8$	$-15 + +10 = -5$	$0 + +7 = +7$
$-10 + -20 = -30$	$-6 + +4 = -2$	$-3 + 0 = -3$
$-14 + -6 = -20$	$-13 + +7 = -6$	$+13 + 0 = +13$
$-21 + -7 = -28$	$+1 + -6 = -5$	$-19 + 0 = -19$

സെറ്റ് 1–ലെ സംഖ്യകളും തുകകളും പരിശോധിക്കാം. കൂട്ടിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളും പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളാണല്ലോ. തുകയോ?

സെറ്റ് 2–ൽ രണ്ടു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ തുകയാണു കണ്ടുപിടിച്ചിരിക്കുന്നത്. ഓരോന്നിലും എന്തുതരം സംഖ്യയാണു കിട്ടിയിരിക്കുന്നതെന്നുനോക്കൂ. നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ അല്ലേ?

സെറ്റ് 3, സെറ്റ് 4 എന്നിവയിൽ ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയും ഒരു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയും തമ്മിലുള്ള തുകയാണ് കണ്ടിരിക്കുന്നത്. കിട്ടിയിരിക്കുന്ന ഉത്തരങ്ങളിൽനിന്ന് തുക പോസിറ്റീവോ നെഗറ്റീവോ ആകാമെന്നു കിട്ടുന്നു. എപ്പോഴാണു പോസിറ്റീവായി കിട്ടുന്നത്, എപ്പോഴാണ് നെഗറ്റീവ് ആയി കിട്ടുന്നത് എന്നു നോക്കൂ. തുക കാണേണ്ട സംഖ്യകളിൽ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയുടെ കേവലവില കൂടുതലായി വരുമ്പോൾ തുക പോസിറ്റീവും, നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയുടെ കേവലവില കൂടുതലായിവരുമ്പോൾ നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയും കിട്ടുന്നു എന്നു കാണാം.

ഇനി ഓരോന്നിലും തുകയുടെ കേവലവില എങ്ങനെ കിട്ടിയിരിക്കുന്നു എന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ.

പ്രത്യേകതകൾ

1. രണ്ടു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയായിരിക്കും. തുക കാണുന്നതിനു സംഖ്യകളുടെ കേവലവിലകൾ കൂട്ടി '+' ചിഹ്നം കൊടുത്താൽ മതി.

2. രണ്ടു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ തുക ഒരു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയായിരിക്കും. തുക കാണുന്നതിന് സംഖ്യകളുടെ കേവലവില കൂട്ടി '—' ചിഹ്നം കൊടുത്താൽമതി.

3. ഒരു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയുടെയും ഒരു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയുടെയും തുകയുടെ കേവലവില ആ സംഖ്യകളുടെ കേവലവിലയുടെ വ്യത്യാസമായിരിക്കും. പോസിറ്റീവ്സംഖ്യയുടെ കേവലവില നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയുടെ കേവലവിലയേക്കാൾ കൂടുതലാണെങ്കിൽ തുക പോസിറ്റീവും, മറിച്ചാണെങ്കിൽ തുക നെഗറ്റീവും ആയിരിക്കും.

4. രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ കേവലവില തുല്യവും ഒന്ന് പോസിറ്റീവ്സംഖ്യയും മറ്റത് നെഗറ്റീവ്സംഖ്യയുമായാൽ (രണ്ടു സംഖ്യകളും വിപരീതങ്ങളായാൽ) തുക പൂജ്യം. ഇങ്ങനെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുക പൂജ്യം ആയാൽ ആ സംഖ്യകളെ സങ്കലന വിപരീതങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

$+5 + -5 = 0$; $+5$ ന്റെ സങ്കലനവിപരീതം -5
അതുപോലെ -5 ന്റെ സങ്കലനവിപരീതം $+5$

5. ഏതു സംഖ്യയോട് പൂജ്യം കൂട്ടിയാലും തുക അതേ സംഖ്യതന്നെയെന്നുപഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. സങ്കലനത്തിന്റെ അനന്യഭനിയമം ഇവിടെയും ശരിയാണെന്നു കാണാം. പൂജ്യത്തിനെ സങ്കലനത്തിന്റെ അനന്യഭം എന്നു പറയുന്നു.

6. പൂജ്യം, പോസിറ്റീവുസംഖ്യകളും, നെഗറ്റീവ്സംഖ്യകളും എന്നിവ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന സംഖ്യകളുടെ സെറ്റിൽ ഉള്ള ഏതെങ്കിലും രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുക എപ്പോഴും ആ സെറ്റിലെതന്നെ ഒരു സംഖ്യയായിരിക്കുമെന്നാണു നാം കണ്ടത്. അതുകൊണ്ട് സങ്കലനത്തെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം ഈ സംഖ്യാസെറ്റ് സംവൃതിനിയമം പാലിക്കുന്നു എന്നു പറയാം.

മുകളിൽ പഠിച്ച കാര്യങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് താഴെപ്പറയുന്നവ കാണുന്നത് എങ്ങിനെയെന്നു നോക്കാം.

$^{+}5a + {}^{+}3a = (^{+}5 + {}^{+}3)a$ — വിതരണനിയമം - അനുസിദ്ധാന്തം

$= {}^{+}8a$ — സംവൃതിനിയമം

$^{+}10x + {}^{-}6x = (^{+}10 + {}^{-}6)x$ — വിതരണനിയമം - അനുസിദ്ധാന്തം

$= {}^{+}4x$ — സംവൃതിനിയമം

$^{-}4b + {}^{-}9b \quad (^{+}4 + {}^{-}3)b$ —

$= {}^{-}5$

$^{-}7p + {}^{-}3p = (^{-}7 + {}^{-}3)p$

$= {}^{-}13p$

രണ്ടു പദങ്ങളിലും ചരഭാഗം ഒരുപോലെവന്നാൽ മാത്രമെ ഇപ്രകാരം വിതരണനിയമം ഉപയോഗിക്കാൻ കഴിയുകയുള്ളു.

അഭ്യാസം 5 (3)

താഴെ കാണുന്നവയുടെ സങ്കലനവിപരീതം എഴുതുക.

1) $^{+}3$
2) -5
3) $^{+}10$
4) -200
5) $^{+}15$
6) -1000
7) -25
8) $^{+}13$
9) ^{+}x
10) $-y$

ക്രിയചെയ്യുക.

11) $^{+}3 + {}^{-}2$
12) $^{-}5 + {}^{+}5$
13) $^{+}7 + {}^{-}3$
14) $^{-}10 + {}^{+}8$
15) $^{-}3 + {}^{-}5$
16) $^{-}12 + {}^{-}5$
17) $^{+}17 + {}^{-}7$
18) $^{+}20 + {}^{-}12$
19) $^{-}15 + {}^{+}8$
20) $^{+}16 + {}^{-}12$
21) $^{+}4a + {}^{+}9a$
22) $^{-}5x + {}^{+}8x$
23) $^{-}17b + {}^{-}13b$
24) $^{+}15c + {}^{-}35c$
25) $^{-}30p + {}^{+}20p$

പൂരിപ്പിക്കുക:

26) $^{+}10 + (\quad) = {}^{+}7$
27) $(\quad) + {}^{-}7 = {}^{+}2$
28) $(\quad) + {}^{+}2 = {}^{-}5$
29) $^{-}8 + {}^{+}3 = (\quad)$
30) $(\quad) + {}^{-}1 = {}^{-}3$
31) $(\quad) + {}^{-}10m = {}^{-}7m$

32) $^{-}7n + {}^{+}3n = (\ )$

33) $^{+}8a + {}^{-}6a = (\ )$

34) $^{-}17b + (\ ) = {}^{-}10b$

35) $^{+}21p + {}^{-}17p = (\ )$

നാം സങ്കലനത്തിലെ ചില നിയമങ്ങളെല്ലാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. അവ പോസിറ്റീവു സംഖ്യകളുടെയും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെയും സങ്കലനത്തിലും ശരിയാകുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കാം.

$^{+}5 + {}^{-}2 = {}^{+}3$

$^{-}2 + {}^{+}5 = {}^{+}3$

അതായത് $^{+}5 + {}^{-}2 = {}^{-}2 + {}^{+}5$

ഇതുപോലെ $^{+}7 + {}^{-}5 = {}^{-}5 + {}^{+}7$

$^{-}11 + {}^{+}6 = {}^{+}6 + {}^{-}11$ എന്നിങ്ങനെ കാണാവുന്നതാണ്.

ഇങ്ങനെ സങ്കലനക്രമനിയമം ചിഹ്നസംഖ്യകളിലും ശരിയാകുന്നു എന്ന് കാണാം.

ഇനി സംയോജനനിയമം ചിഹ്നസംഖ്യകളിൽ ശരിയാകുന്നുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി

1) $(^{+}5 + {}^{-}2) + {}^{-}7 = {}^{+}3 + {}^{-}7 = {}^{-}4$

$^{+}5 + ({}^{-}2 + {}^{-}7) = {}^{+}5 + {}^{-}9 = {}^{-}4$

$\therefore (^{+}5 + {}^{-}2) + {}^{-}7 = {}^{+}5 + ({}^{-}2 + {}^{-}7)$

2) $(^{+}8 + {}^{-}3) + {}^{+}2 = {}^{+}5 + {}^{+}2 = {}^{+}7$

$^{+}8 + ({}^{-}3 + {}^{+}2) = {}^{+}8 + {}^{-}1 = {}^{+}7$

$\therefore (^{+}8 + {}^{-}3) + {}^{+}2 = {}^{+}8 + ({}^{-}3 + {}^{+}2)$

ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ സങ്കലനത്തിലും സംയോജനനിയമം ശരിയാകുന്നുണ്ടെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ സങ്കലനവിപരീതവും കൂട്ടിയാൽ പൂജ്യം കിട്ടുമെന്ന സങ്കലനവിപരീതനിയമവും ശരിയാകുന്നു എന്നു കണ്ടു.

ഉദാ $^{+}8 + {}^{-}8 = 0$

x ഒരു ചിഹ്നസംഖ്യയാണെങ്കിൽ അതിന്റെ സങ്കലനവിപരീതം x′ എന്നു സൂചിപ്പിക്കാം.

x ഉം x′ ഉം തമ്മിലുള്ള ബന്ധം എങ്ങനെ കുറിക്കാം?

$x + x' = 0$

x ഒരു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയാണെന്നിരിക്കട്ടെ.

ഉദാഹരണമായി

$x = {}^{-}b$ ആയാൽ x′ എന്തായിരിക്കും?

$x + x' = {}^{-}b + x' = 0$

എന്നാൽ ${}^{-}b + {}^{+}b = 0$ ആണല്ലോ

$\therefore x' = {}^{+}b$

x പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയാണെങ്കിൽ x′ എന്താണെന്നു നോക്കാം.

$x = {}^{+}a$ ആണെങ്കിൽ $x + x' = {}^{+}a + x' = 0$

എന്നാൽ ${}^{+}a + {}^{-}a = 0$ ആണെന്നറിയാം

$\therefore x' = {}^{-}a$

x ഒരു ചിഹ്നസംഖ്യയാണെങ്കിൽ $x + x' = 0$

x, ${}^{-}a$ എന്ന പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയാണെങ്കിൽ

x′, ${}^{-}a$ ആയിരിക്കും.

x, ${}^{-}b$ എന്ന നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയാണെങ്കിൽ x′ ${}^{+}b$ ആയിരിക്കും.

വാചകങ്ങളെ ലഘൂകരിക്കുമ്പോൾ മേൽപറഞ്ഞ നിയമങ്ങൾ നാം എങ്ങനെ ഉപയോഗപ്പെടുത്തുമെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ: 1

താഴെ കാണുന്നവ ഏതു നിയമത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

1. $+5 + {}^{-}2 = {}^{-}2 + {}^{+}5$—ഇത് സങ്കലനക്രമനിയമത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
2. $+5 + {}^{-}2 = +3$ ഇത് സങ്കലനസംവൃതിനിയമത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
3. $+5 \quad (+3 + {}^{-}1) = (+5 + +3) + {}^{-}1$ ഇത് സങ്കലനത്തിന്റെ സംയോജനനിയമത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.
4. $+5 + (+3 + {}^{-}1) = +5 + ({}^{-}1 + +3)$ ഇവിടെ ബ്രാക്കറ്റിനകത്തുള്ള സംഖ്യകളുടെ ക്രമം മാറിയിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഇത് സങ്കലനക്രമനിയമത്തെ കുറിക്കുന്നു.

ഉദാ:—2

താഴെ കാണുന്നവയെ ക്രിയചെയ്തു ലഘൂകരിക്കുക. ഏതെല്ലാം നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചു എന്നു സൂചിപ്പിക്കുക.

$^{-}5 + {}^{-}2 \cdot {}^{+}8 \quad ({}^{-}5 + {}^{-}2) + {}^{+}8$ സങ്കലന സംയോജനനിയമം

$= {}^{-}7 + {}^{+}8$ സംവൃതിനിയമം

$= {}^{+}1$ സംവൃതിനിയമം.

ഉദാ:—3

$^{+}25 + {}^{-}5 = ({}^{+}20 + {}^{+}5) + {}^{-}5$

$= {}^{+}20 + ({}^{+}5 + {}^{-}5)$

$= {}^{+}20 + 0$

$= {}^{+}20$

മേൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ക്രിയയിൽ ഏതെല്ലാം നിയമം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു?

$^{+}25 + {}^{-}5 = ({}^{+}20 + {}^{+}5) + {}^{-}5$ സങ്കലനസംവൃതി നിയമം—അനുസിദ്ധാന്തം

$= {}^{+}20 + ({}^{+}5 + {}^{-}5)$,, സംയോജന നിയമം

$= {}^{+}20 + 0$ സങ്കലന വിപരീത നിയമം

$= {}^{+}20$ സങ്കലനത്തിന്റെ അനന്യഭ നിയമം.

അഭ്യാസം 5 (4)

താഴെ കാണുന്നവ ഏത് നിയമത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു എന്നെഴുതുക.

1) $^{+}5 + {}^{-}2 = {}^{-}2 + {}^{+}5$
2) $^{+}3 + {}^{-}3 = 0$
3) $^{-}3 + {}^{+}7 = {}^{+}4$
4) $^{-}2 + ({}^{+}3 + {}^{-}1) = ({}^{-}2 + {}^{+}3) + {}^{-}1$
5) $({}^{-}2 + {}^{+}5) + {}^{-}7 = {}^{+}3 + {}^{-}7$
6) $({}^{-}3 + {}^{+}8) + {}^{+}5 = ({}^{+}8 + {}^{-}3) + {}^{+}5$

7) $(10 + {}^{+}3) + {}^{-}2 = {}^{-}7 + 2$

8) $^{+}27 + {}^{-}7 = (^{+}20 + {}^{+}7) + {}^{-}7$

9) $(^{+}3 + {}^{-}4) + {}^{+}4 = {}^{+}3 + (4 + {}^{+}4)$

10) $(^{-}7 + {}^{+}7) + {}^{+}11 = 0 + {}^{+}11$

11) $(^{-}7 + {}^{+}7) + {}^{+}11 = {}^{-}7 + (^{+}7 + {}^{+}11)$

12) $(^{+}2 + {}^{+}5) + {}^{-}7 = {}^{+}7 + {}^{-}7$

താഴെ കാണുന്ന ക്രിയകളിൽ ഏതെല്ലാം നിയമങ്ങളാം ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു.

13) $^{+}23 + {}^{-}7 = (^{+}16 + {}^{+}7) + {}^{-}7$

$= {}^{+}16 + (^{+}7 + {}^{-}7)$

$= {}^{+}16 + 0$

$= {}^{+}16$

14 $^{-}17 + {}^{-}13 = (^{-}10 + {}^{-}7) + {}^{-}13$

$= {}^{-}10 + (^{-}7 + {}^{-}13)$

$= {}^{-}10 + {}^{-}20$

$= 30$

(15) താഴെ കാണുന്ന സങ്കലനപട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

+n	+6	+5	+4	+3	+2	+1	+0	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7
+6	+12	+11	+10	+9	+8	+7	+6	+5	+4	+3	+2	+1	0	−1
+5	+11	+10	+9	+8	+7	+6	+5	+4	+3	+2	+1	0	−1	−2
+4	+10	+9	+8	+7	+6	+5								
+3	+9	+8	+7	+6	+5									
+2	+8	+7	+6	+5										
+1	+7	+6	+5											
0	+6	+5												
−1	+5	+4												
−2	+4	+3												
−3	+3	+2												
−4	+2	+1												
−5	+1	0												
−6	0	−1												

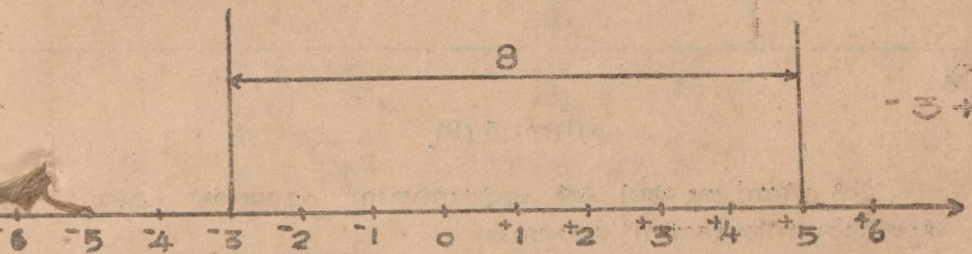
ഇതുപോലെ കൂടുതൽ സംഖ്യകൾ മുറയ്ക്ക് എഴുതി പട്ടികകൾ നിർമ്മിക്കാവുന്നതാണ്.

വ്യവകലനം

ഉദാഹരണം 1.

⁻3 നോട് ഏതു സംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ +5 കിട്ടും?

ഇതു സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് മനസ്സിലാക്കാവുന്നതാണ്.



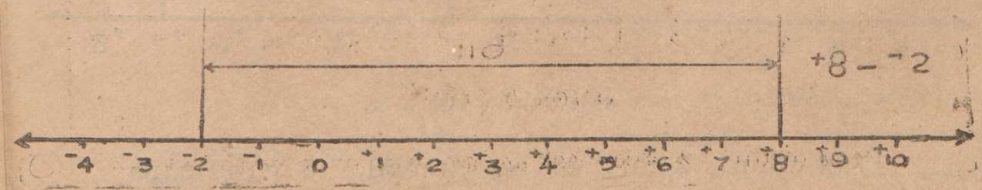
ചിത്രം 5 (7)

സംഖ്യാരേഖയിൽ ⁻3 എവിടെയെന്ന് നോക്കുക. ⁻3ൽ നിന്ന് +5ൽ എത്തുന്നതിന് എത്ര യൂണിറ്റുകൾ എങ്ങോട്ടു നീങ്ങണം?

വലത്തോട്ട് 8 യൂണിറ്റുകൾ നീക്കണം. അത് എങ്ങനെ കുറിക്കാം? +8

നമുക്കിനി ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ വ്യവകലനം എങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

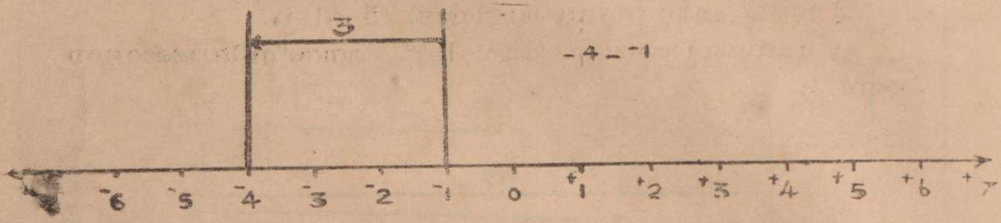
ഉദാ: 1. +8 − ⁻2



ചിത്രം 5 (8)

$^{-}2$ ൽനിന്ന് $^{+}8$ ലേയ്ക്ക് എത്താൻ 10 യൂണിറ്റുകളം വലത്തോട്ട് നീങ്ങണം. അതുകൊണ്ട് $^{+}8 - ^{-}2 = ^{+}10$

ഉദാ:—2. $^{-}4 - ^{-}1$



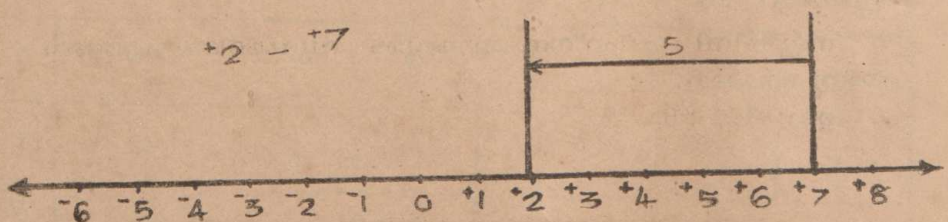
ചിത്രം 5 (9)

$^{-}1$ൽ നിന്ന് തുടങ്ങി $^{-}4$ൽ എത്തുന്നതിന് എങ്ങോട്ട് എത്ര യൂണിറ്റു നീങ്ങിയെന്ന് നോക്കുക.

ഇടത്തോട്ടു മൂന്നു യൂണിറ്റു നീങ്ങി. അതെങ്ങിനെ കുറിക്കാം. $^{-}3$ എന്ന് കുറിക്കാം.

$\therefore\ ^{-}4 - ^{-}1 = ^{-}3.$

ഉദാ:—3. $^{+}2 - ^{+}7$ എത്ര?



ചിത്രം 5 (10)

$^{+}7$ ൽ നിന്ന് $^{+}2$ ലേയ്ക്ക് എത്തുന്നതിന് 5 യൂണിറ്റുകളം ഇടത്തോട്ടു നീങ്ങണം, $\therefore\ ^{+}2 - ^{+}7 = ^{-}5$

കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യയിൽനിന്നു തുടങ്ങി ഏതു സംഖ്യയിൽ നിന്നാണോ കുറയ്ക്കേണ്ടത് അവിടെ എത്തുന്നതിന് ഏങ്ങോട്ട് എത്ര യൂണിറ്റ് നീങ്ങണമെന്ന് നോക്കുക.

അഭ്യാസം 5 (5)

സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് കുറയ്ക്കുക

1.

1) +5 — +3	11) +7 — ⁻7
2) ⁻5 — +3	12) ⁻7 — +7
3) ⁻5 — ⁻3	13) ⁻3 — ⁻5
4) +5 — ⁻3	14) ⁻3 — +5
5) +8 — +5	15) +3 — +5
6) ⁻8 — ⁻5	16) +3 — ⁻5
7) ⁻8 — +5	17) ⁻10 — +10
8) +8 — ⁻5	18) ⁻2 — ⁻9
9) 0 — ⁻2	19) ⁻3 — -7
10) 0 — +4	20) -3 — +7

2. താഴെ കാണുന്നവ സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് കാണുക.

സെറ്റ് A	സെറ്റ് B
1) +7 — ⁻2 =	1) +7 + +2 =
2) ⁻9 — ⁻5 =	2) ⁻9 + +5 =
3) +10 — +8 =	3) +10 + ⁻8 =
4) +12 — ⁻3 =	4) +12 + +3 =
5) ⁻11 — ⁻6 =	5) ⁻11 + +6 =
6) 9 — ⁻2 =	6) ⁻9 + +2 =
7) ⁻8 — +7 =	7) ⁻8 + ⁻7 =
8) 4 — +4 =	8) ⁻4 + ⁻4 =

സെറ്റ് A യിലെ ഒന്നാമത്തെ ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരം +9 ആണല്ലോ. സെറ്റ് B യിലെ ഒന്നാമത്തെ ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരവും +9 തന്നെ. ഇതുപോലെ സെറ്റ് A യിലെ ഓരോ

ചോദ്യത്തിനുള്ള ഉത്തരവും സെറ്റ് B യിലെ അതാതു ചോദ്യത്തിന്റെ ഉത്തരവും ആയി താരതമ്യപ്പെടുത്തി നോക്കൂ. ഓരോ ജോടിയിലും ഉത്തരങ്ങൾ ഒരുപോലെ കിട്ടുന്നുണ്ടല്ലോ. അതുകൊണ്ട്.

$+7 - {}^{-}2 = +7 + {}^{+}2$
$^{-}9 - {}^{-}5 = {}^{-}9 + {}^{+}5$
$+10 - {}^{+}8 = +10 + {}^{-}8$
$+12 - {}^{-}3 = +12 + {}^{+}3$
$^{-}11 - {}^{-}6 = {}^{-}11 + {}^{+}6$
$^{-}9 - {}^{-}2 = {}^{-}9 + {}^{+}2$
$^{-}8 - {}^{+}7 = {}^{-}8 + {}^{-}7$
$^{-}4 - {}^{+}4 = {}^{-}4 + {}^{-}4$

ഇതിൽനിന്ന് കുറയ്ക്കുന്നതിനുള്ള ഒരു എളുപ്പവഴി കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

+7-ൽനിന്ന് -2 കുറയ്ക്കുന്നതിനു പകരം അതിന്റെ സങ്കലനവിപരീതമായ +2 കൂട്ടിയാലും ഉത്തരം ശരിയായി കിട്ടുന്നുണ്ട്. അതുപോലെ -9 ൽ നിന്ന് -5 കുറയ്ക്കുന്നതിനു പകരം -5 ന്റെ സങ്കലന വിപരീതമായ +5 കൂട്ടിയാലും ഉത്തരം ശരിയാകുമെന്ന് കാണാം.

മറ്റു ഉദാഹരണങ്ങളിലും കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യകൾക്കു പകരം, അവയുടെ സങ്കലനവിപരീതം കൂട്ടുമ്പോൾ അതേ ഉത്തരം കിട്ടുന്നുണ്ടല്ലോ. അതുകൊണ്ട് ഒരു സംഖ്യയിൽനിന്ന് വേറൊരു സംഖ്യ കുറയ്ക്കുന്നതിന് കുറയ്ക്കേണ്ട സംഖ്യയുടെ സങ്കലന വിപരീതം കൂട്ടിയാൽ മതി എന്നു കാണാം.

a, b ഇവ രണ്ടു ഭിന്നകങ്ങളായാൽ
$a - b = a + b'$
(b യുടെ സങ്കലന വിപരീതമാണ് b')
ഇതാണ് വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവചനം

$+7 - {}^{+}5 = +7 + {}^{-}5 = {}^{+}2$
$-8 - {}^{-}2 = \quad + {}^{+}2 = {}^{-}6$

ഉദാ:- $+8p$ യിൽനിന്ന് $+5p$ കുറയ്ക്കുക.

$+8p - +5p = +8p + -5p$ വ്യവകലന നിർവചനം.
$= (8 + -5)p$ വിതരണ നിയമം.
$= +3p$ സങ്കലന സംവൃതി നിയമം.

അഭ്യാസം 5 (6)

A

വ്യവകലന നിർവചനം ഉപയോഗിച്ച് ക്രിയചെയ്യുക.

1) $+8 - -5$
2) $-2 - +3$
3) $+10 - -7$
4) $-5 - -2$
5) $-8 - +6$
6) $+9 - -19$
7) $-10 - +2$
8) $-12 - +7$
9) $-27 - +13$
10) $+17 - -11$
11) $+26 - -36$
12) $-17 - +13$
13) $-14 - -16$
14) $+70 - -30$
15) $-59 - +36$
16) $-5a - +5a$
17) $+19b - -19b$
18) $-24n - +24n$
19) $+35p - -35p$
20) $-67q - -27q$

B

ചൂരിട്ടിക്കുക:

1) $-20 - (\quad) = -13$
2) $+15 - (\quad) = -3$
3) $-10 - (\quad) = -7$
4) $(\quad) - +6 = -5$
5) $(\quad) - +2 = +8$
6) $-7 - (\quad) = +8$
7) $+5 - (\quad) = +5 + +8$
8) $+8a + -3a = +8a - (\quad)$
9) $-11p + (\quad) = -11p - -7p$
10) $+7m + (\quad) = +7m - +10m$

ഗുണനം

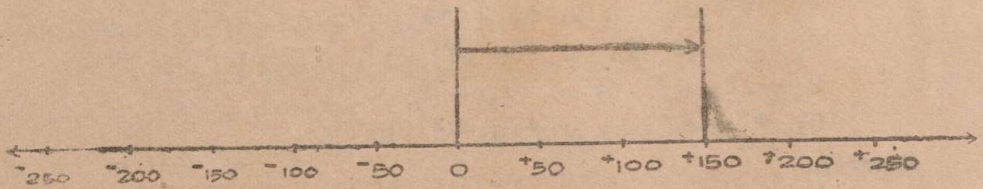
അടുത്തതായി ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനം സംഖ്യാരേഖ ഉപയോഗിച്ച് എങ്ങനെ ചെയ്യാമെന്ന് നോക്കാം.

-250 -200 -150 -100 -50 0 +50 +100 +150 +200 +250

[ചിത്രം 5 (11)]

നാമൊരു തീവണ്ടിയിൽ യാത്രചെയ്യുന്നു എന്ന് സങ്കല്പിക്കുക. അത് മണിക്കൂറിൽ 50 കിമീ. വേഗതയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്നു. തീവണ്ടിയുടെ സഞ്ചാരപഥം മേൽ കാണുന്ന സംഖ്യാരേഖകൊണ്ട് കുറിച്ചിരിക്കുന്നു. ആ സഞ്ചാരപഥത്തിലെ ഒരു സ്റ്റേഷൻ '0' എന്നിരിക്കട്ടെ. വലത്തോട്ടുള്ള സഞ്ചാരത്തെ പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൊണ്ടും ഇടത്തോട്ടുള്ള സഞ്ചാരത്തെ നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകൊണ്ടും കുറിക്കാം. അതുപോലെ കഴിഞ്ഞ മണിക്കൂറുകളെ (ഭൂതകാലത്തെ) നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകൊണ്ടും വരാൻ പോകുന്ന മണിക്കൂറുകളെ (ഭാവികാലത്തെ) പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകൊണ്ടും കുറിക്കാം. അപ്പോൾ +2 മണിക്കൂർ എന്നാൽ രണ്ടുമണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞ് എന്നും -5 മണിക്കൂർ എന്നാൽ 5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് എന്നുമാണർത്ഥം. 'ഇപ്പോൾ' എന്നു പറയുന്നതിനെ ഏത് സംഖ്യകൊണ്ട് കുറിക്കാം? '0' മണിക്കൂർ എന്നാൽ 'ഇപ്പോൾ' അതായത് വർത്തമാനകാലത്തെ കുറിക്കുന്നു. +50 കിമീ. എന്നു പറഞ്ഞാൽ '0'-ൽ (സ്റ്റേഷനിൽ) നിന്ന് 50 കിലോമീറ്റർ വലത്തോട്ട് എന്നും -100 കിമീ. എന്നാൽ സ്റ്റേഷനിൽ നിന്ന് 100 കി. മീറ്റർ ഇടത്തോട്ട് എന്നുമാണർത്ഥം.

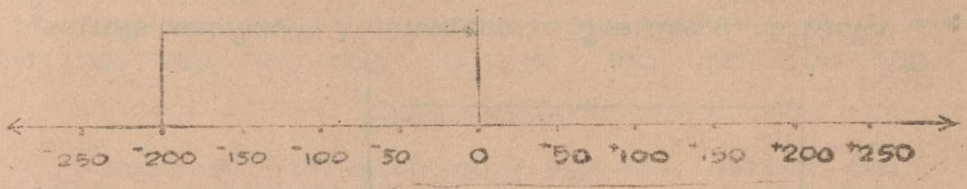
തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിൽനിന്ന് ഇപ്പോൾ പുറപ്പെടുന്നു. 50 കി. മീറ്റർ വേഗതയിൽ വലത്തോട്ട് സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. മൂന്നു മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞ് തീവണ്ടി എവിടെ എത്തും?



[ചിത്രം 5 (12)]

+150-ൽഎത്തും. അതായത് 0-ൽ നിന്ന് വലത്തോട്ട് 150 കിലോമീറ്റർ അകലെ ചെന്നെത്തും.

ഇപ്പോൾ തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിലെത്തി. (അതായത് '0'-ൽ) 4 മണിക്കൂർ മുമ്പേ എവിടെ ആയിരുന്നു?



[ചിത്രം 5 (13)]

-200 കിമീ. അതായത് '0'-ൽ നിന്ന് 200 കിലോമീറ്റർ ഇടത്തോട്ടുള്ള സ്ഥലത്തായിരിക്കും.

തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിൽ നിന്ന് വലത്തോട്ട് 5 മണിക്കൂർ സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോഴേ സഞ്ചരിച്ച ദൂരം +5 × +50 കിലോമീറ്റർ. തീവണ്ടി എത്തുന്ന സ്ഥലം +250-ൽ ആയിരിക്കും.

അതുകൊണ്ട് +5 × +50 = +250

6 മണിക്കൂർ കഴിയുമ്പോഴേ തീവണ്ടി എവിടെ എത്തും? +300 ൽ.

അതായത് +6 × +50 = +300

തീവണ്ടി മണിക്കൂറിൽ 70 കിമീ. വേഗതയിൽ വലത്തോട്ടു സഞ്ചരിക്കുകയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. 3 മണിക്കൂർ കഴിയുമ്പോഴേ തീവണ്ടി എവിടെയായിരിക്കും? സ്റ്റേഷനിൽ നിന്ന്, അതായത് 0-ൽ നിന്ന് 210 കിമീ. അകലെ വലത്തുവശത്തായിരിക്കും. അതായത് +210-ൽ

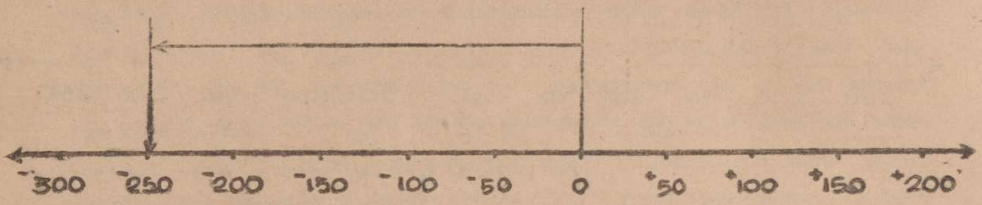
∴ +3 × +70 = +210

$4\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞാലോ? +315-ൽ ആയിരിക്കും

∴ $+4\frac{1}{2} \times +70 = +315.$

തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിൽനിന്നു പുറപ്പെട്ട് ഇടത്തോട്ട് 5 മണിക്കൂർ സഞ്ചരിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. ഇടത്തോട്ടുള്ള സഞ്ചാരവേഗതയെ എങ്ങനെയാണ് കുറിക്കുന്നത?

തീവണ്ടി −50 കി. മീ. വേഗതയിൽ സ്റ്റേഷനിൽനിന്നു പുറപ്പെട്ട് +5 മണിക്കൂർ സഞ്ചരിക്കുന്നു. എത്തുന്നത് എവിടെ?



[ചിത്രം 5 (14)]

−250 ൽ എത്തുന്നു.

അതായത് $+5 \times -50 = -250$

8 മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞ് തീവണ്ടി എവിടെയായിരിക്കും? സ്റ്റേഷനിൽനിന്നും 150 കിമീ. അകലെ ഇടത്തുവശത്തായിരിക്കും. അതായത് −150-ൽ.

$\therefore +3 \times -50 = -150$

തീവണ്ടി മണിക്കൂറിൽ 60 കി.മീ. വേഗതയിൽ ഇടത്തോട്ടാണ് സഞ്ചരിക്കുന്നതെങ്കിൽ 2 മണിക്കൂർ കഴിയുമ്പോൾ തീവണ്ടി എവിടെ എത്തും? −120-ൽ

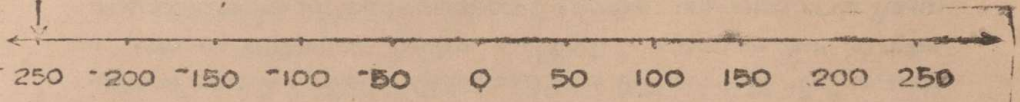
അതായത് $+2 \times -60 = -120$

$8\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ കഴിയുമ്പോൾ തീവണ്ടി −210-ൽ എത്തും.

അതായത് $+3\frac{1}{2} \times -60 = -210$

അതുപോലെ തീവണ്ടി ഇപ്പോൾ സ്റ്റേഷനിൽ വന്നെത്തിയിരിക്കുന്നു. വലത്തോട്ടാണ് സഞ്ചരിക്കുന്നതെങ്കിൽ 5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് എവിടെ ആയിരുന്നു?

5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിൽനിന്ന് 250 കി.മീ. ഇടത്തോട്ടു മാറിയിരിക്കണം സ്ഥിതി ചെയ്തിരുന്നത്.



ചിത്രം 5 (15)

അതായത് −250 കിമീ. എന്നു കുറിക്കാം. തീവണ്ടി വലത്തോട്ടു സഞ്ചരിക്കുന്നതിനാൽ അതിന്റെ വേഗത +50 കിമീ. എന്നും 5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് എന്നതിന് −5 മണിക്കൂർ എന്നും കുറിക്കാം.

$\therefore -5 \times +50 = -250$

4 മണിക്കൂറിനു മുമ്പോ? −250-ൽ

അതായത് $-4 \times +50 = -200$

വേഗത 70 കിമീ. ആയാൽ 2 മണിക്കൂറിനു മുമ്പ് തീവണ്ടി −140 -ൽ ആയിരിക്കും.

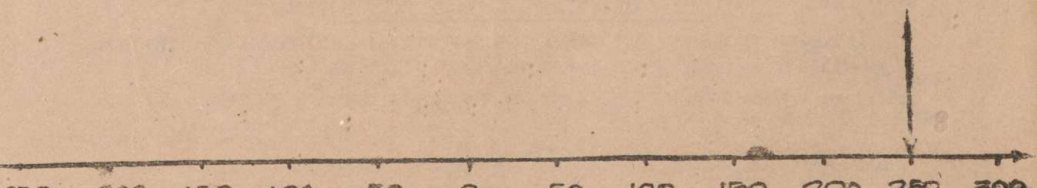
$\therefore -2 \times +70 = -140$

$3\frac{1}{2}$ മണിക്കൂറിനു മുമ്പോ? −245-ൽ

$\therefore 3\frac{1}{2} \times +70 = -245$

തീവണ്ടി 50 കിമീ. വേഗതയിൽ ഇടത്തോട്ടു സഞ്ചരിച്ച് ഇപ്പോൾ സ്റ്റേഷനിലേയ്ക്കു വന്നിരിക്കുന്നു. 5 മണിക്കൂറിനു മുമ്പ് തീവണ്ടി എവിടെയായിരുന്നു?

−5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് തീവണ്ടി സ്റ്റേഷനിൽ നിന്ന് 250കിമീ വലത്തോട്ടു മാറിയായിരിക്കണം സ്ഥിതി ചെയ്തിരുന്നത്.



[ചിത്രം 5 (16)]

അഭ്യാസം 5 (7)

ഒരു ടാങ്കിൽ വെള്ളം നിറയ്ക്കാൻ ഒരു പൈപ്പും, വെള്ളം ചോർത്തിക്കളയാൻ ഒരു പൈപ്പും ഉണ്ട്. വെള്ളം നിറയ്ക്കുന്നതു പോസിറ്റീവ് ആയും ചോർത്തിക്കളയുന്നതു നെഗറ്റീവ് ആയും കണക്കാക്കാം. ഇപ്പോഴത്തെ സമയം 0 മണിക്കൂറും ഇപ്പോഴുള്ള വെള്ളത്തിന്റെ നിരപ്പ് 0 ആയും കണക്കാക്കാമല്ലോ. ഇതുപയോഗിച്ച് രണ്ടു പോസിറ്റീവു സംഖ്യകളും രണ്ടു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളും, ഒരു പോസിറ്റീവുസംഖ്യ ഒരു നെഗറ്റീവു സംഖ്യ എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

അഭ്യാസം 5 (7) ൽ നിങ്ങൾക്കു കിട്ടിയ ഗുണനഫലങ്ങളും, അതിനുമുമ്പു കൊടുത്തിട്ടുള്ള പട്ടികയിലെ ഗുണനഫലങ്ങളും പരിശോധിച്ചുനോക്കു. എന്തു പ്രത്യേകതയാണു കാണുന്നത്?

1. രണ്ടു പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എപ്പോഴും ഒരു പോസിറ്റീവു സംഖ്യയായിരിക്കും.
2. രണ്ടു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എപ്പോഴും ഒരു പോസിറ്റീവു സംഖ്യയായിരിക്കും.
3. ഒരു പോസിറ്റീവു സംഖ്യയുടെയും ഒരു നെഗറ്റീവു സംഖ്യയുടെയും ഗുണനഫലം എല്ലായ്പോഴും ഒരു നെഗറ്റീവു സംഖ്യയായിരിക്കും.

$$
\begin{aligned}
{}^{+}a \times {}^{+}b &= {}^{+}(ab)\\
{}^{+}a \times {}^{-}b &= {}^{-}(ab)\\
{}^{-}a \times {}^{+}b &= {}^{-}(ab)\\
{}^{-}a \times {}^{-}b &= {}^{+}(ab)
\end{aligned}
$$

3 എന്ന സംഖ്യ $+3$ ന്റെ സങ്കലനവിപരീതമാണെന്നറിയാമല്ലോ.

അപ്പോൾ $+3 + -3 = 0$.

അതുകൊണ്ട് $(+3 + -3) \times +5 = 0 \times +5$

$= 0$ (പൂജ്യത്തിന്റെ ഗുണനപ്രത്യേകത)

$+3 \times +5 + -3 \times +5 = 0$ (വിതരണനിയമം)

തീവണ്ടിയുടെ വേഗത -50 എന്നും 5 മണിക്കൂർ മുമ്പ് എന്നതിന് -5 എന്നും കുറിക്കാം. അപ്പോൾ

$5 \times -50 = +250$

2 മണിക്കൂർ മുമ്പ് തീവണ്ടി എവിടെയായിരുന്നു?

+100-ൽ

$\therefore -2 \times -50 = +100$

വേഗത 80 കിമീ ആണെങ്കിൽ 3 മണിക്കൂറിനു മുമ്പ് തീവണ്ടി +240-ൽ ആയിരിക്കും. $5\frac{1}{2}$ മണിക്കൂറിനു മുമ്പ് +440-ൽ ആയിരിക്കും.

$\therefore -3 \times -80 = +240$

$-5\frac{1}{2} \times -80 = +440$

ഇതെല്ലാം ഒരു പട്ടിക രൂപത്തിലെഴുതാം.

I $+5 \times +50 = +250$ $+6 \times +80 = +300$ $+3 \times +70 = +210$ $+4\frac{1}{2} \times +70 = +315$	III $5 \times +50 = -250$ $4 \times +80 = -200$ $-2 \times +70 = -140$ $-3\frac{1}{2} \times +70 = -245$
II $+5 \times -50 = -250$ $+3 \times -50 = -150$ $+2 \times -60 = -120$ $+3\frac{1}{2} \times -60 = -210$	IV $-5 \times -50 = +250$ $-2 \times -50 = +100$ $-3 \times -80 = +240$ $-5\frac{1}{2} \times -80 = +440$

മേൽ പറഞ്ഞ രീതിയിൽ ചുവടെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക

1. സ്റ്റേഷനിൽനിന്ന് തീവണ്ടി 50 കിമീ. വലത്തോട്ടു സഞ്ചരിക്കുകയാണെങ്കിൽ 4 മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞ് എവിടെ എത്തും?
2. തീവണ്ടി 50 കിമീ. വേഗതയിൽ സ്റ്റേഷനിൽനിന്ന് ഇടത്തോട്ടു സഞ്ചരിച്ച് 7 മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞത് എവിടെ എത്തും?
3. തീവണ്ടി 30 കിമീ. വേഗതയിൽ സ്റ്റേഷനിൽനിന്ന് ഇടത്തോട്ടു സഞ്ചരിച്ച് 6 മണിക്കൂർ കഴിഞ്ഞത് എവിടെ എത്തും?

$+3 \times +5 = +15$ എന്നും അറിയാം.

അതുകൊണ്ട് $+15 + {}^{-}3 \times +5 = 0$

+15 നോട് ഏതു സംഖ്യ കൂട്ടിയാലാണ് തുക പൂജ്യം ആകുന്നത്? അതിന്റെ സങ്കലനവിപരീതമായ $^{-}15$ കൂട്ടിയാലല്ലേ? അതായത് $+15 + 15 = 0$

പക്ഷെ $+15 + -3 \times +5 = 0$ എന്നു കാണുന്നു.

അതുകൊണ്ട് $-3 \times +5 = -15$

-3 ന്റെ സങ്കലനവിപരീതം ഏതാണ്? $+3$ അല്ലേ

അപ്പോഴും $-3 + +3 = 0$

അതുകൊണ്ട് $(-3 + +3) \times -5 = 0 \times -5$

$= 0$ (പൂജ്യത്തിന്റെ ഗുണനപ്രത്യേകത)

വിതരണനിയമമനുസരിച്ച്

$-3 \times -5 + +3 \times -5 = 0$

എന്നാൽ $+3 \times {}^{-}5 = -15$ എന്നറിയാമല്ലോ.

അതിനാൽ $3 \times 5 + {}^{-}15 = 0$.

-15നോട് ഏതു സംഖ്യകൂട്ടിയാൽ തുക പൂജ്യമാകും $+15$ കൂട്ടിയാൽ തുക പൂജ്യം.

അതായത് $+15 + {}^{-}15 = 0$

$\therefore ({}^{-}3) \times ({}^{-}5) = +15$ എന്ന് മനസ്സിലാക്കാം.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങളും നോക്കുക.

$(+5) \times +1 = +5$

$(\ 5) \times +1 = {}^{-}5$

$({}^{+}a) \times +1 = {}^{+}a$

$(a) \times +1 = a$

ഏതു ചിഹ്നസംഖ്യയേയും $+1$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഫലം അതേസംഖ്യതന്നെയാണ്. അതുകൊണ്ട് $+1$ ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിലെ അനന്യദം ആണ്.

അഭ്യാസം 5 (8)

ഗുണനഫലം കാണുക.

1) $+3 \times +30$
2) -13×2
3) $^{-}6 \times +5$
4) $-7 \times +4$
5) $+8 \times 4$
6) $+20 \times -5$

7) $-5 \times +15$
8) -7×-6
9) -11×-8
10) $+12 \times +3$
11) $+3 \times -50$
12) $-30a \times +40b$
13) $-5a \times -8b \times +2c$
14) $-6p \times -2q \times -8r$
15) $+2q \times +5r \times +10s$

B

പൂരിപ്പിക്കുക.

1) $+5 \times (\quad) = -30$
2) $-3 \times (\quad) = +30$
3) $+6 \times (\quad) = +12$
4) $(\quad) \times -4 = -24$
5) $(\quad) \times +7 = -56$
6) $(\quad) \times -5 = +105$
7) $(\quad) \times -20 = 80$
8) $+17b \times (\quad) = -34b$
9) $-25c \times (\quad) = 75c$
10) $12m \times (\quad) = +96m$

ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനത്തിലും ക്രമനിയമം, സംയോജനനിയമം, സംവൃതിനിയമംഇവ ശരിയാകുന്നതായി കാണാം.

രണ്ടു ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം എപ്പോഴും ഒരു ചിഹ്നസംഖ്യയായിരിക്കും എന്നുള്ളതാണല്ലോ ചിഹ്നസംഖ്യകളെ സംബന്ധിച്ചുള്ള സംവൃതിനിയമം.

ഉദാഹരണമായി $-8 \times -5 = +15$

$-2 \times 8 = -16$

രണ്ടു ചിഹ്നസംഖ്യകളെ ഏതു ക്രമത്തിൽ ഗുണിച്ചാലും ഗുണനഫലം വ്യത്യസപ്പെടുന്നില്ല എന്ന ഗുണനക്രമനിയമത്തിനു ഉദാഹരണം കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

$+2 \times -7 = -7 \times +2$ [രണ്ടു ഗുണനഫലങ്ങളും 14 ആയതുകൊണ്ട്.]

ഇനി ഗുണനസംയോജനനിയമം ശരിയാകുന്നോ എന്നു നോക്കാം.

$+3 \times (-5 \times -2) = +3 \times +10$

$= +30$

$(+3 \times -5) \times -2 = -15 \times -2$

$= +30$

ഇതിൽനിന്ന് $+3 \times (-5 \times -2) = (+3 \times -5) \times -2$ എന്നു കാണാം.

ഇനി വിതരണനിയമം ശരിയാകുന്നോ എന്നു പരിശോധിക്കാം.

$(+5) \times (-2 + +3) = (+5) \times (+1) = +5$

$(+5) \times (-2) + (+5) \times (+3)$

$= -10 + +15 = +5$

$\therefore (+5) \times (-2 + +3) = +5 \times -2 + +5 \times +3$

ചിഹ്നസംഖ്യകളിൽ, സങ്കലനത്തിൻമേൽ ഗുണനത്തിന്റെ വിതരണനിയമം ശരിയാണ്. പക്ഷേ ഗുണനത്തിൻമേൽ സങ്കലനത്തിന്റെ വിതരണനിയമം ശരിയാകയില്ലെന്ന് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണം പരിശോധിച്ചാൽ മനസ്സിലാകും.

ഉദാ:- $(+5) + (-2 \times +3) \neq (+5 + -2) \times (+5 + +3)$

താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതെല്ലാം നിയമങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചിരിക്കുന്നു എന്ന് വിശദമാക്കുക.

ഉദാഹരണം 1.

$+6 \times -3 \times -5 = (+6 \times -3) \times -5$ [സംയോജനനിയമം]

$= -18 \times -5$ [സംവൃതിനിയമം]

$= +90$ [സംവൃതിനിയമം]

ഉദാഹരണം 2.

$+7 \times (-3 + -2) = +7 \times -3 + +7 \times -2$

[വിതരണനിയമം]

$= -21 - 14$ [ഗുണനസംവൃതിനിയമം]

-35 [സങ്കലന സംവൃതിനിയമം]

ഉദാഹരണം 3.

$+10 \times +3 + +10 \times -2$

$= +10 (+3 + -2)$ വിതരണനിയമം—[അനുസിദ്ധാന്തം]

$= +10 \times +1$ സങ്കലനസംവൃതിനിയമം

$= +10$ ഗുണനസംവൃതിനിയമം

ഉദാഹരണം 4.

$(+3 \times -7) + (7 \times +2)$

$= (+3 \times -7) + (+2 \times -7)$ ഗുണനക്രമനിയമം

$= (+3 + +2) \times -7$ വിതരണനിയമം അനുസിദ്ധാന്തം)

$= +5 \times -7$ സങ്കലനസംവൃതിനിയമം

$= -35$ ഗുണനസംവൃതിനിയമം

അഭ്യാസം 5 (9)

താഴെ കാണുന്നവ ഏതെല്ലാം നിയമങ്ങളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു.

1) $(+5 \times -1) \times +3 = (-1 \times +5) \times +3$

2) $+5 \times (-3 \times +7) = (+5 \times -3) \times +7$

3) $+10 \times (+5 + -3) = +10 \times +5 + +10 \times -3$

4) $-3 \times (+7 \times -10) = (-3 \times +7) \times -10$

5) $+5 \times 23 = -5 \times (-20 + -3)$

6) $+97 \times +5 = (+90 + +7) \times +5$

7) $(+10 + -1) \times +8 = +9 \times +8$

8) $+7 \times -5 = (+4 + +3) \times -5$

9) $-6 + (+8 + -3) = (-6 + +8) + -3$

10) $(-7 + +5) = (+5 + -7)$

11) $(+7 \times -9) \times -3 = -3 \times (+7 \times -9)$

12) $+6 + (+3 + -8) = +6 + (-8 + +3)$

13) $+19 \times (-27 \times +18) = (-27 \times +18) \times +19$

14) $+2 + (-2 + +2) = +2 + (-2) + +2$

15) $(+18 + +25) + +75 = +18 + (+25 + +75)$

16) $+42 \times +23 = (-40 + +2)(+20 + +3)$

$= (+40 + +2) \times (+20) + (+40 \times +2) \times (+3)$

$= [+40 \times +20 + +2 \times +20] + [+40 \times +3 + +2 \times +3]$

$= [+800 + +40] + [+120 + +6]$

$= +340 + +126 = +966$

(17) താഴെ കാണുന്ന സങ്കലനപട്ടിക പൂരിപ്പിക്കുക.

× n	+6	+5	+4	+3	+2	+1	0	−1	−2	−3	−4	−5	−6	−7	−8
+6	+35	+30	+24	+18	+12	+6	0	−6	−12	−18	−24	−30	−36	−42	−48
+5	+30	+25	+20	+15	+10	+5	0	−5	−10	−15	−20	−25	−30	−35	−40
+4	+24	+20	+16	+12	+8	+4									
+3	+18	+15	+12	+9	+6										
+2	+12	+10	+8	+6											
+1	+6	+5	+4												
0	0	0													
−1	−6	−5													
−2	−12	10													
−3	−18	−15													
−4	−24	−20													
−5	−30	−25													
−6	−36	−30													
−7	−42	−35													

പട്ടികയിലെ കോളങ്ങളിലും വരികളിലും ഉള്ള സംഖ്യാശ്രേണികളും പരിശോധിക്കുക.

ഇതുപോലെ കൂടുതൽ സംഖ്യകളുപയോഗിച്ച് വേറെ പട്ടികകളും നിർമ്മിക്കാവുന്നതാണ്.

ഹരണം

ഇനി നമുക്ക് ചിഹ്നസംഖ്യകളുടെ ഹരണം എങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ:- 1. $+20 \div +5$

+20 നെ +4 കൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിന് പകരം +5 നെ ഏതുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ +20 കിട്ടുമെന്നു കണ്ടാൽ മതി.

+5 നെ +4 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ +20 കിട്ടുമെന്ന് നമുക്കറിയാം. അതുകൊണ്ട് $+20 \div +5 = +4$

ഉദാ:- 2. $(^{-}15) \div (+3)$

+3നെ ഏതു സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $^{-}15$ കിട്ടും?

+3നെ $^{-}5$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ $^{-}15$ കിട്ടും.

അതുകൊണ്ട് $^{-}15 \div +3 = {}^{-}5$

ഉദാ:- 3. $+100 \div {}^{-}10$

$^{-}10$ നെ എത്രകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ +100 കിട്ടും?

$^{-}10$ നെ -10 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ +100 കിട്ടും.

$\therefore +100 \div {}^{-}10 = {}^{-}10$

ഇതുപോലെ

$+20 \div +2 = +10$

$^{-}20 \div +2 = -10$

$^{-}20 \div -2 = +10$

$+20 \div -2 = -10$

ഹരണത്തിൽ

1. ഹാര്യവും ഹാരകവും പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയെങ്കിൽ ഹരണഫലവും പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയായിരിക്കും.
2. ഹാര്യവും ഹാരകവും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ ആയാലും ഹരണഫലം പോസിറ്റീവ് സംഖ്യ ആയിരിക്കും.

3. ഹാര്യമോ ഹാരകമോ ഏതെങ്കിലും ഒന്ന് നെഗറ്റീവ് സംഖ്യയും മറ്റത് പോസിറ്റീവ് സംഖ്യയും ആയാൽ ഹരണഫലം നെഗറ്റീവ് സംഖ്യ ആയിരിക്കും.

ഗുണനത്തിൽ ഗുണ്യഗുണകങ്ങളും തമ്മിൽ ഇതുപോലെയുള്ള ബന്ധം കണ്ടത് ഓർമ്മിച്ചു നോക്കൂ.

$$^{+}a \div {}^{+}b = {}^{+}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$^{+}a \div {}^{-}b = {}^{-}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$^{-}a \div {}^{-}b = {}^{-}\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$^{-}a \div -b = {}^{+}\left(\frac{a}{b}\right)$$

അഭ്യാസം 5 (10)

ക്രിയചെയ്യുക:-

1) $+15 \div {}^{+}5$
2) $-20 \div {}^{+}4$
3) $-30 \div -3$
4) $-25 \div +25$
5) $+13 \div {}^{-}1$
6) $^{+}17 \div {}^{-}17$
7) $-70a \div {}^{+}5a$
8) $-140p \div {}^{-}14p$
9) $+3a \div {}^{-}3b$
10) $-72q \div {}^{-}12r$

ഒരുസംഖ്യയെ ഏതുസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഗുണനത്തിലെ അനന്യദം കിട്ടുമോ അതാണല്ലോ അതിന്റെ ഗുണന വിപരീതം.

$-2 \times -(\frac{1}{2}) = {}^{+}1$

അതുകൊണ്ട് $^{-}(\frac{1}{2})$ ന്റെ ഗുണന വിപരീതമാണ് -2. അതുപോലെ $^{-}2$ ന്റെ ഗുണന വിപരീതമാണ് $^{-}(\frac{1}{2})$. $-(\frac{1}{2})$ ന്റെ സമാന ഭിന്നകങ്ങളും കണ്ടുപിടിക്കാൻ നിങ്ങൾക്കറിയാം.

$-(\frac{2}{4})$, $-(\frac{5}{10})$, $-(\frac{8}{16})$ ഇവയെല്ലാം $-(\frac{1}{2})$ നു തുല്യമാണ്.

ഇവയൊക്കെ -2 ന്റെ ഗുണനവിപരീതമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചു നോക്കൂ. ഒരു ഭിന്നകത്തിന്റെ അംശഛേദങ്ങളും പരസ്പരം മാറ്റിയാൽ കിട്ടുന്ന സംഖ്യയാണല്ലോ അതിന്റെ വ്യുത്ക്രമം. വ്യുത്ക്രമം എപ്പോഴും ഗുണനവിപരീതമാണെന്നു കാണാം.

ഒരു സംഖ്യയും അതിന്റെ ഗുണനവിപരീതവും തമ്മിൽ ഗുണിച്ചാൽ ഗുണനത്തിലെ അനന്യദം ആയ +1 കിട്ടും. ഈ നിയമത്തെ ഗുണനവിപരീത നിയമം എന്നു പറയുന്നു.

a ഒരു പോസിറ്റീവു സംഖ്യയോ നെഗറ്റീവു സംഖ്യയോ ആയാൽ-

$$\boxed{a \times \frac{1}{a} = +1}$$

$(+20) \div (-4) = -5$

$(+20) \times (-\frac{1}{4}) = -5$ എന്ന് അറിയാം.

അതുപോലെ $(+30) \div (+10) = +3$

$(+30) \times (+\frac{1}{10}) = +3$

$\therefore (+20) \div (-4) = (+20) \times (-\frac{1}{4})$

$(+30) \div (+10) = (+30) \times (+\frac{1}{10})$

അതായത് ഒരു സംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിക്കുന്നതിനു പകരം അതിന്റെ ഗുണനവിപരീതംകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ മതിയാകും.

താഴെ കാണുന്നവയുടെ ഗുണനവിപരീതം (വ്യുൽക്രമം) കാണുക:-

(1) -10 (2) $+\frac{1}{5}$ (3) $+\frac{3}{7}$ (4) $-\frac{3}{4}$ (5) $+\frac{5}{2}$ (6) $+3$
(7) -5 (8) $+9$ (9) -20 (10) $+15$ (11) $-\frac{5}{11}$
(12) -3.5

അഭ്യാസം 5 (11)

A ക്രിയചെയ്യുക:-

1) $+5 + +4$	8) $-4 + +12$
2) $-3 + -7$	9) $+15 + -5$
3) $-6 + +9$	10) $-2 + +2$
4) $-8 + -2$	11) $-6 + +1$
5) $+7 + -7$	12) $-2 + +9$
6) $-1 + -5$	13) $+3 + 0$
7) $-2 + -3$	14) $-6 + -5$

15) $-6 + {}^{+}5$
16) $-3 + {}^{+}10$
17) $^{+}8 + -5$
18) $-7 + {}^{+}\frac{1}{2}$
19) $^{+}2\frac{1}{2} + -3\frac{1}{3}$
20) $-\frac{7}{8} + -\frac{3}{4}$
21) $-\frac{5}{6} + {}^{+}2\frac{1}{3}$
22) $^{+}3.5 + -4.5$
23) $^{+}6.2 + {}^{+}2.8$
24) $-5.2 + {}^{+}2.2$
25) $^{+}6.7 + -3.9$
26) $^{+}3 + -5 + -7$
27) $^{+}8 + -7 + -2$
28) $-5 + -6 + -9$
29) $^{+}6 + -5 + -6$
30) $-3 + -10 + {}^{+}2 + -7$

B. പൂരിപ്പിക്കുക:-

1) $-5 + (\quad) = 0$
2) $^{+}27 + {}^{+}23 = (\quad$
3) $^{+}7 + (\quad) = {}^{-}3$
4) $-6 + {}^{+}11 = (\quad)$
5) $-8 + (\quad) = {}^{-}11$
6) $^{+}12 + (\quad) = {}^{-}2$
7) $^{+}7 + (\quad) = {}^{+}3$
8) $-4 + (\quad) = {}^{+}12$
9) $(\quad) + {}^{+}5 = {}^{+}7$
10) $(\quad) + {}^{-}8 = {}^{+}6$
11) $(\quad) + {}^{+}4 = {}^{+}11$
12) ${}^{-}8 - {}^{+}7 = (\quad)$
13) $-5 + (\quad) = {}^{+}15$
14) ${}^{-}3 - 12 = (\quad)$
15) $-9 + (\quad) = {}^{-}1$
16) $^{+}18 - {}^{-}3.4 = (\quad)$
17) ${}^{-}16 - (= {}^{-}2$
18) $^{+}17\frac{1}{4} - {}^{+}5\frac{1}{2} = (\quad)$
19) ${}^{-}5.6 - {}^{+}3.4 = (\quad)$
20) ${}^{-}1.4 - {}^{+}2.6 = (\quad)$

C. താഴെ കാണുന്നവ ക്രിയ ചെയ്യുക:-

1) $^{+}7 - {}^{+}5$
2) $^{+}8 - {}^{-}2$
3) $-9 - {}^{+}4$
4) $-5 - {}^{-}2$

5) $+6 - {}^{-}8$
6) ${}^{-}12 - +4$
7) ${}^{-}10 - {}^{-}5$
8) $+18 - +11$
9) ${}^{-}1 - +7$
10) $+3 - {}^{-}12$
11) ${}^{-}15 - {}^{-}8$
12) $+12 - +19$
13) ${}^{-}2 - +16$
14) ${}^{-}8 - {}^{-}1$
15) ${}^{-}8 - {}^{-}3$
16) ${}^{-}11 - +5$
17) $+9 - +4$
18) ${}^{-}20 - +4$
19) ${}^{-}3 - +\frac{1}{2}$
20) $+(5\frac{1}{2}) - {}^{-}(\frac{1}{6})$
21) ${}^{-}4.2 - +4.2$
22) $+7.8 - {}^{-}1.8$
23) $+1,4 - {}^{-}1.6$
24) ${}^{-}2.2 - +1.8$
25) ${}^{-}2.5 - +3.5$

26) ${}^{-}3$ നെ $+15$ൽ നിന്ന് കുറയ്ക്കുക.
27) ${}^{-}6$ — നെക്കാൾ എത്ര വലുതാണ് $+18$
28) ${}^{-}14$ൽ നിന്ന് $+8$ കുറയ്ക്കുക.
29) $+25, {}^{-}3$ നെക്കാൾ എത്ര വലുതാണ്.
30) $+19$ — ൽ നിന്ന് എത്ര ചെറുതാണ് ${}^{-}2$
31) $+8a$ — ൽ നിന്ന് എത്ര ചെറുതാണ് ${}^{-}12a$
32) ${}^{-}8a, +15a$ ഇവയുടെ തുകയിൽ നിന്ന് ${}^{-}2a$ കുറയ്ക്കുക.
33) ${}^{-}10b, +18b$ ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്ന് ${}^{-}70b$ $+3b$ ഇവയുടെ തുക കുറയ്ക്കുക.
34) ${}^{-}12n, +7n$ ഇവയുടെ തുക, ${}^{-}10n, {}^{-}2n$ ഇവയുടെ തുകയിൽനിന്ന് എത്ര കൂടുതലാണ്?

D. താഴെ കാണുന്നവയുടെ ഗുണനഫലം കാണുക.

1) $+8 \times {}^{-}4$
2) ${}^{-}2 \times +6$
3) ${}^{-}5 \times {}^{-}7$
4) $+8 \times -\frac{3}{4}$
5) ${}^{-}12 \times {}^{-}\frac{2}{3}$
6) ${}^{-}7 \times 0$
7) ${}^{-}\frac{1}{2} \times +16$
8) ${}^{-}\frac{4}{3} \times {}^{-}\frac{6}{5}$
9) $+18 \times {}^{-}7$
10) ${}^{-}8 \times +8$
11) ${}^{-}1 \times {}^{-}1$
12) $+6 \times {}^{-}25$
13) ${}^{-}5 \times {}^{-}2.4$
14) $0 \times {}^{-}50$
15) ${}^{-}\frac{2}{3} \times {}^{-}\frac{9}{16}$
16) $5.4m \times {}^{-}8n$
17) ${}^{-}2\frac{1}{4}p \times {}^{-}\frac{8}{15}q$
18) $+4.8a \times {}^{-}5b$
19) ${}^{-}2.5c \times {}^{-}40d$
20) $+3.7q \times {}^{-}9p$
21) ${}^{-}6.5p \times 4.4q$

E. താഴെ കാണുന്നവയിൽ ഒരോന്നിലും 'n' എത്രയെന്ന് കാണുക.

1) $^{-}7.6 \times +3.5 = .n$
2) $+5.4 \times {}^{-}1.5 = n$
3) $n \times +3 = +15$
4) $n \times {}^{-}4 = {}^{-}20$
5) $^{-}7 \times n = +21$
6) $n \times +8 = {}^{-}56$
7) $+5 \times .n = {}^{-}40$

F. താഴെ കാണുന്നവ ഏതെല്ലാം നിയമങ്ങളെ കുറിക്കുന്നു.

1) $+7 \times {}^{-}3 = {}^{-}3 \times {}^{+}7$
2) $^{-}5 \times {}^{-}9 = {}^{-}9 \times {}^{-}5$
3) $^{-}3 \times ({}^{-}4 \times {}^{+}5) = ({}^{-}3 \times {}^{-}4) \times {}^{+}5$
4) $^{+}5 + ({}^{-}7 + {}^{-}2) = ({}^{+}5 + {}^{-}7) + {}^{-}2$
5) $({}^{-}6) \times ({}^{+}2 + {}^{-}5) = ({}^{-}6 \times {}^{+}2) + ({}^{-}6 \times {}^{-}5)$
6) $({}^{-}8 \times {}^{+}1) \times {}^{-}4 = {}^{-}8 \times ({}^{+}1 \times {}^{-}4)$
7) $^{-}7 + {}^{+}7 = 0$
8) $^{-}7 \times ({}^{+}5 + 5) = {}^{-}7 \times 0$
9) $({}^{-}24 + {}^{+}6) \times {}^{+}2 = ({}^{-}24 \times {}^{+}2) + ({}^{+}6 \times {}^{+}2)$
10) $({}^{+}\frac{3}{5}) \times {}^{+}5 = ({}^{+}3 \times {}^{+}\frac{1}{5}) \times ({}^{-}5)$
$= {}^{+}3 \times ({}^{+}\frac{1}{5} \times {}^{+}5)$

G. താഴെ കാണുന്നവയുടെ വ്യുൽക്രമം (ഗുണനവിപരീതം) കാണുക.

1) 3
2) $^{+}8$
3) $^{-}1.5$
4) $^{-}6$
5) $^{+}\frac{2}{5}$
6) $^{-}\frac{3}{4}$
7) $^{+}\frac{5}{6}$
8) $^{-}\frac{7}{8}$
9) $^{-}\frac{9}{7}$
10) $^{-}2\frac{1}{3}$
11) $^{+}3\frac{1}{3}$

H. താഴെ കാണുന്നവയിൽ ഓരോന്നിലും 'y' എത്ര എന്ന് കാണുക

1) $y + {}^{-}5 = 0$
2) $y - {}^{-}2 = {}^{+}5$
3) $y + y = {}^{-}6$
4) $y \div {}^{-}3 = 0$
5) $^{+}16 \div {}^{+}y = {}^{-}16$
6) $^{+}6 - y = 2$
7) $y \div {}^{+}3 = {}^{+}3$
8) $y \div {}^{+}3 = {}^{-}3$
9) $^{+}2 \times y = {}^{-}6$
10) $y \div {}^{-}1 = {}^{+}6$
11) $y \div {}^{-}2 = {}^{+}4$
12) $^{+}12 + y = {}^{+}9$
13) $y \div {}^{-}3 = {}^{-}4$
14) $y - {}^{-}8 = {}^{+}6$
15) $^{+}12 + y = {}^{+}19$
16) $2 \times y = {}^{-}8$
17) $^{-}8 \div {}^{+}2 = y$
18) $^{+}24 \div y = 3$
19) $^{-}35 \div y = {}^{-}7$
20) $y \div {}^{+}3 = 5$

അദ്ധ്യായം 6

ലേഖ

നിദാനശോധകം 4

1. ഒരു പാലത്തിന്റെ നീളം 25 മീറ്റർ. ഈ പാലത്തിന്റെ പ്ലാൻ നിങ്ങളുടെ നോട്ടുബുക്കിൽ എങ്ങനെ വരയ്ക്കും? എന്തു തോത് എടുക്കും?
2. 760 കിലോമീറ്റർ നീളത്തിലുള്ള ഒരു തീവണ്ടിപ്പാതയുടെ പ്ലാൻ വരയ്ക്കുന്നതിന് എന്തു തോതെടുക്കും?
3. 8 മീ. നീളം 6 മീ. വീതിയുള്ള ഒരു ക്ലാസ്സുമുറിയുടെ പ്ലാൻ വരയ്ക്കുന്നതിന് നീളത്തിന് എന്തു തോതെടുക്കും? വീതിയ്ക്ക് എന്തു തോതെടുക്കും?
4. 180 സെ. മീ. നീളം 60 സെമീ. വീതിയുള്ള ഒരു ദീർഘചതുരം വരയ്ക്കുക
   (തോത് 20 സെമീ. → 1 സെമീ.)
5. 25 മീറ്റർ → 1 സെമീ എന്ന തോതിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ നീളം ചിത്രത്തിൽ 5 സെ. മീറ്റർ ആണെങ്കിൽ പുരയിടത്തിന്റെ നീളം ശരിയായി പറയുക.
6. 5 സെ. മീറ്ററും 4 സെ. മീറ്ററും നീളമുള്ള രണ്ടു തമ്മിൽ ലംബകോണ്ഡങ്ങൾ പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുക.
7. പരസ്പരം ലംബമായി ox, oy എന്നീ രണ്ടു ലേഖകൾ വരയ്ക്കുക. ox-ലും oy-ലും ഓരോ സെ. മീറ്റർ ഇടവിട്ട് യൂണിറ്റുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. x അക്ഷത്തിൽ എത്ര യൂണിറ്റുകൾ അടയാളപ്പെടുത്താം? y അക്ഷത്തിൽ എത്ര യൂണിറ്റുകൾ അടയാളപ്പെടുത്താം?
8. ഒരു കമ്പനിയിലെ 1960 തുടങ്ങി 1970 വരെയുള്ള രണ്ടു വർഷം ഇടവിട്ടുള്ള ലാഭം കോടിക്കണക്കിന് രൂപയായി താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു

കൊല്ലം	1960	1962	1964	1966	1968	1970
ആദായം	18	20	34	24	40	70

ഇതുപയോഗിച്ച് സ്ഥിതിവിവരം കാണിക്കുന്ന ലേഖ വരയ്ക്കുന്നതിന്,

i) X- അക്ഷത്തിൽ എന്തു തോത് എടുക്കണം?
ii) Y- അക്ഷത്തിൽ എന്തു തോത് എടുക്കണം?
iii) അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക?
iv) സ്ഥൂണലേഖ വരയ്ക്കുക.

9. ഒരു സ്ഥലത്ത് ഞായറാഴ്ച തുടങ്ങി ശനിയാഴ്ചവരെ ഒരാഴ്ചത്തെ ചൂട് സെൻറീഗ്രേഡിൽ താഴെ പട്ടികയായി കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

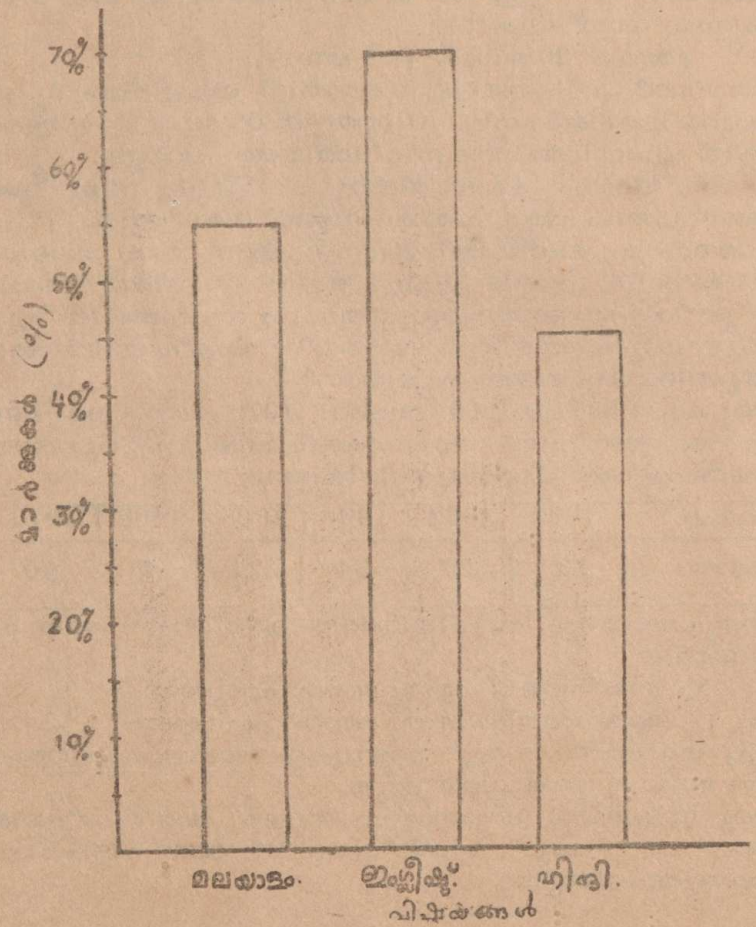
ഇതുപയോഗിച്ച് ഒരു സംഖ്യാലേഖ വരയ്ക്കുക.

ഞായർ	തിങ്കൾ	ചൊവ്വ	ബുധൻ	വ്യാഴം	വെള്ളി	ശനി
27°	28°	28°	25°	22°	23°	26°

10. ഒരു സംശലത്ത് ചിങ്ങം തുടങ്ങി മകരംവരെ 6 മാസം പെയ്ത മഴയുടെ അളവ് സെ.മീറ്ററിൽ താഴെ ചേർത്തിരിക്കുന്നു. ബിന്ദുക്രമം ആടയാളപ്പെടുത്തി ഒരു സംഖ്യാലേഖ വരയ്ക്കുക.

മാസം	ചിങ്ങം	കന്നി	തുലാം	വൃശ്ചികം	ധനു	മകരം
മഴ	13	14	27	5	8	1

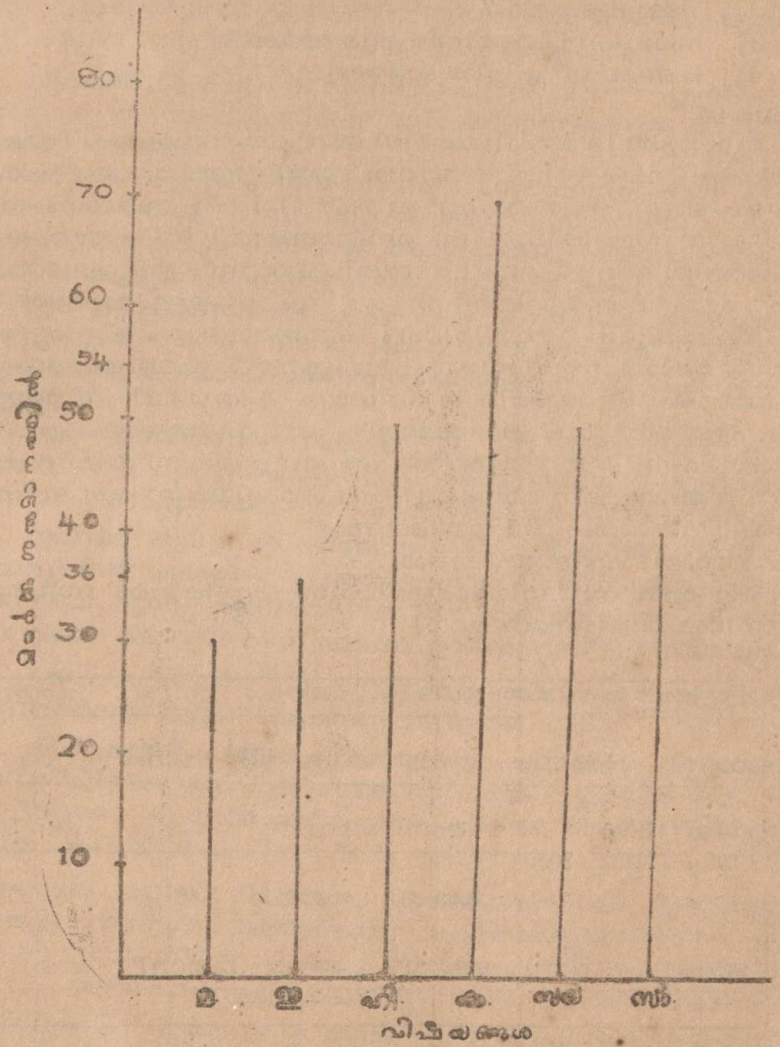
11.



ചിത്രം 6 (1)

മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന സ്തൂലരേഖയിൽനിന്നും താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

1) ഏറ്റവും കൂടുതൽ മാർക്കു കിട്ടിയത് ഏതു വിഷയത്തിനാണ്?
2) ഏറ്റവും കുറവു മാർക്കുകിട്ടിയത് ഏതു വിഷയത്തിനാണ്?
3) മലയാളത്തിന് ഏത്ര മാർക്കുകിട്ടി?



ചിത്രം 6 (2)

ചിത്രം പരിശോധിച്ച് താഴെപറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതുക.

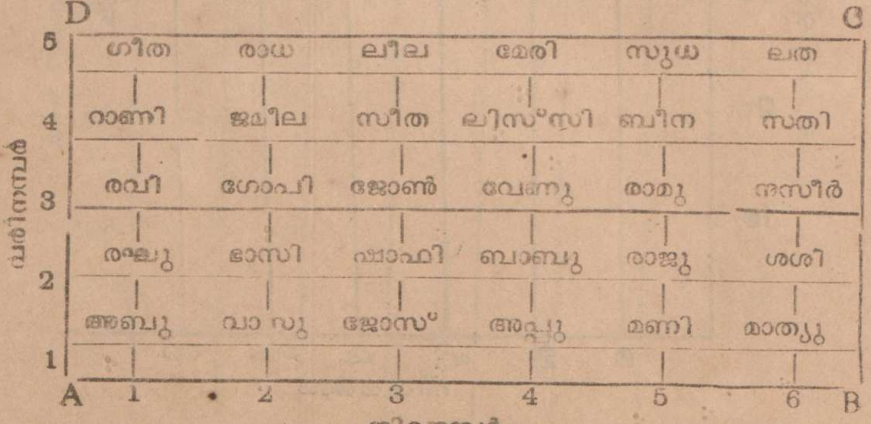
1) ഏറ്റവും കുറവു മാർക്കുകിട്ടിയ വിഷയം
2) തുല്യമാർക്കുകിട്ടിയ വിഷയങ്ങളുണ്ടോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ അവ ഏതെല്ലാം?
3) സാമൂഹ്യപാഠത്തിന് എത്ര മാർക്ക്?
4) കണക്കിന് കിട്ടിയ മാർക്കെത്ര?

ലേഖകൾ

ഭൂഗോളത്തിന്റെ ചിത്രത്തിൽ അക്ഷാംശരേഖകളും രേഖാംശരേഖകളും വരച്ചിരിക്കുന്നത് നാം കണ്ടിട്ടുണ്ടല്ലോ. അക്ഷാംശരേഖകം മാത്രം ഉപയോഗിച്ച് ഭൂതലത്തിൽ ഒരു സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാൻ സാധിക്കുകയില്ല. ഉദാഹരണമായി 20° ഉത്തര അക്ഷാംശത്തിൽ ഒരു സ്ഥലം സ്ഥിതിചെയ്യുന്നു എന്നു പറഞ്ഞാൽ അത് ഭൂമദ്ധ്യരേഖയിൽനിന്ന് 20° വടക്ക് ഉള്ള വൃത്തത്തിൽ എവിടെയെങ്കിലും ആയിരിക്കും എന്നുമാത്രമേ നമുക്കു മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുകയുള്ളു. എന്നാൽ രേഖാംശരേഖകൂടി അറിഞ്ഞാൽ സ്ഥലത്തിന്റെ സ്ഥാനം കൃത്യമായി നിർണ്ണയിക്കാം. എങ്ങനെ? അക്ഷാംശരേഖയും രേഖാംശരേഖയും തമ്മിൽ സന്ധിക്കുന്ന സ്ഥാനത്താണ് ആ സ്ഥലം സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്. ഇങ്ങനെ രണ്ടു രേഖകളെ ആധാരമാക്കിയാണ് ഒരു സ്ഥലത്തിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നത്.

മറെറാരുദാഹരണം എടുക്കാം.

ഒരു ക്ലാസ്സുമുറിയിൽ ഇരിക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതെങ്ങനെ?



A B C D ആണ് ക്ലാസ്സുമുറി.

മൂന്നാമത്തെ നിരയിലുള്ള കുട്ടി എന്നു പറഞ്ഞാൽ ആരാണെന്നു നിർണ്ണയിക്കാമോ? സാദ്ധ്യമല്ല. എന്തുകൊണ്ട്? മൂന്നാമത്തെ നിരയിൽ ജോസ്, ഷാഫി, ജോൺ, സീത, ലീല എന്ന് 5 കുട്ടികളുണ്ട്. ഈ അഞ്ചുപേരിൽ ആരുമാകാം.

എന്നാൽ ആ കുട്ടി രണ്ടാമത്തെ വരിയിലാണ് എന്നു കൂടി പറയുമ്പോഴോ ഷാഫിയെയാണ് ഉദ്ദേശിക്കുന്നതെന്നു മനസ്സിലാക്കാൻ കഴിയും.

നേരെമറിച്ച് രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ ഇരിക്കുന്ന കുട്ടി എന്നു പറഞ്ഞാൽ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാമോ? സാദ്ധ്യമല്ല. എന്തുകൊണ്ട്? രണ്ടാമത്തെ വരിയിൽ രഘു, ഭാസി, ഷാഫി, ബാബു, രാജു, ശശി എന്ന് 6 കുട്ടികളുണ്ട്. ഇവരിൽ ആരുമാകാം.

ഈ ഉദാഹരണത്തിൽ $\overline{A\ B}$ എന്ന ഭിത്തിയെ ആധാരമാക്കിയാണ് വരികണക്കു നമ്പർ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. $\overline{AD}$ എന്ന ഭിത്തിയെ ആധാരമാക്കിയാണ് നിരകണക്കു നമ്പർ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

മേൽ ഉദാഹരണത്തിൽനിന്ന് $\overline{AB}$, AD എന്നീ രണ്ട് രേഖാഖണ്ഡങ്ങളെ (ഭിത്തികളെ) ആധാരമാക്കിയാണ് കുട്ടികളുടെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നത് എന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കുന്നു.

ഇവിടെ ആദ്യം നിരയുടെ നമ്പരും, രണ്ടാമത് വരിയുടെ നമ്പരുമാണ് എടുത്തത്. അതുകൊണ്ട് ഷാഫിയുടെ സ്ഥാനത്തെ (3,2) എന്നു കുറിക്കാം അതായത് മൂന്നാമത്തെ നിരയിൽ രണ്ടാമത്തെ വരിയിലാണ് ഷാഫി ഇരിക്കുന്നത് എന്നർത്ഥം.

ഈ രീതിയിൽ (2,3) എന്നു പറഞ്ഞാൽ ഏതു കുട്ടിയുടെ സ്ഥാനമാണ്? എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കാം?

(2,3) എന്നു പറഞ്ഞാൽ രണ്ടാമത്തെ നിരയിൽ മൂന്നാമത്തെ വരിയിലിരിക്കുന്ന കുട്ടിയുടെ സ്ഥാനം എന്നർത്ഥം. ആ കുട്ടിയുടെ പേരെന്താണ് എന്ന് ചിത്രം നോക്കി നിർണ്ണയിക്കുക. ചിത്രത്തിൽനിന്ന് (2,3) എന്നത് ഗോപിയുടെ സ്ഥാനമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. ഇതിൽനിന്ന് (3, 2) (2,3) ഇവ വ്യത്യസ്തസ്ഥാനങ്ങളാണെന്നു വ്യക്തമാകുന്നുണ്ടല്ലോ. ഇങ്ങനെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുമ്പോഴും സംഖ്യകളെ എഴുതുന്ന ക്രമത്തിനു പ്രാധാന്യമുള്ളതുകൊണ്ടും സംഖ്യാജോടിയിലെ ഓരോ സംഖ്യയും പ്രത്യേക ദിശയെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതുകൊണ്ടും അതിനു ക്രമജോടി എന്നു പറയുന്നു.

അഭ്യാസം 6 (1)

I. മേൽക്കാണിച്ച ക്ലാസ്സു മുറിയിലെ താഴെ പറയുന്ന കുട്ടികളുടെ സ്ഥാനത്തെ നിർണ്ണയിക്കുന്ന ക്രമജോടികം എഴുതുക:

1) ഖീന 2) വാസു
3) വേണു 4) ജോൺ
5) ലത 6) ഗീത
7) മാത്യു

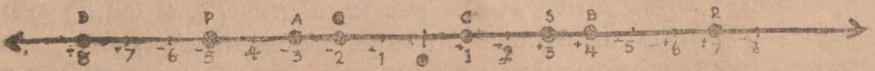
II. താഴെ പറയുന്ന ക്രമജോടികം കൊണ്ടു കുറിക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ പേരെഴുതുക.

1) (6,4) 2) (1,3)
3) (4,2) 4) (5,8)
5) (2,4) 6) (2,4)
7) (6,8)

III നാലാമത്തെ വരിയിലിരിക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ പേരും ക്രമജോടിയും എഴുതുക.

IV. രണ്ടാമത്തെ നിരയിലിരിക്കുന്ന കുട്ടികളുടെ പേരും ക്രമജോടിയും എഴുതുക.

ഏതൊരു ഭിന്നകത്തേയും സംഖ്യാരേഖയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവുമായി പൊരുത്തപ്പെടുത്താമെന്നു നാം പരിച്ചുകഴിഞ്ഞല്ലോ. ഒരു ബിന്ദുവുമായി പൊരുത്തപ്പെട്ട സംഖ്യയ്ക്ക് ആ ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം (നിയാമകം) എന്നു പറയുന്നു. ഒരു മൂലബിന്ദുവിനെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണല്ലൊ മറ്റു ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കം നിശ്ചയിക്കുന്നത്. മൂലബിന്ദുവുമായി പൊരുത്തപ്പെട്ട സംഖ്യയാണ് പൂജ്യം (0). ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം അറിഞ്ഞാൽ, മൂലബിന്ദുവിൽനിന്ന് ആ ബിന്ദുവിലേയ്ക്കുള്ള അകലവും ദിശയും നമുക്കു മനസ്സിലാക്കാം.



ചിത്രം 6 (3)

മുകളിൽ വരച്ചിരിക്കുന്ന സംഖ്യാരേഖയിൽ A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ ഏവ?

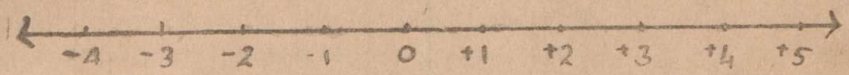
A, B, C, D ഈ ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളും യഥാക്രമം −3, +4, +1, −8 ഇവയാണ്.

−5, −2, +7, +3 ഇവ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളായിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തുക.

−5, 2, +7, +3 ഇവ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളായിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കളും. യഥാക്രമം P, Q, R, S. ഇവയാണ്.

സംഖ്യാരേഖ ഏതു രീതിയിലും വരയ്ക്കാം. വിലങ്ങനെയാണ് മുകളിൽ വരച്ചിരിക്കുന്നത്. നെടുകെയും വരയ്ക്കാം. സംഖ്യാരേഖ നെടുകെ വരയ്ക്കുമ്പോൾ സാധാരണയായി പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും 0-ത്തിനു മുകളിലും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളെ പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും 0-ത്തിനു താഴെയുമാണ് അടയാളപ്പെടുത്തുക.

സംഖ്യാരേഖയിലുള്ള ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം അറിഞ്ഞാൽ ആ ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു.



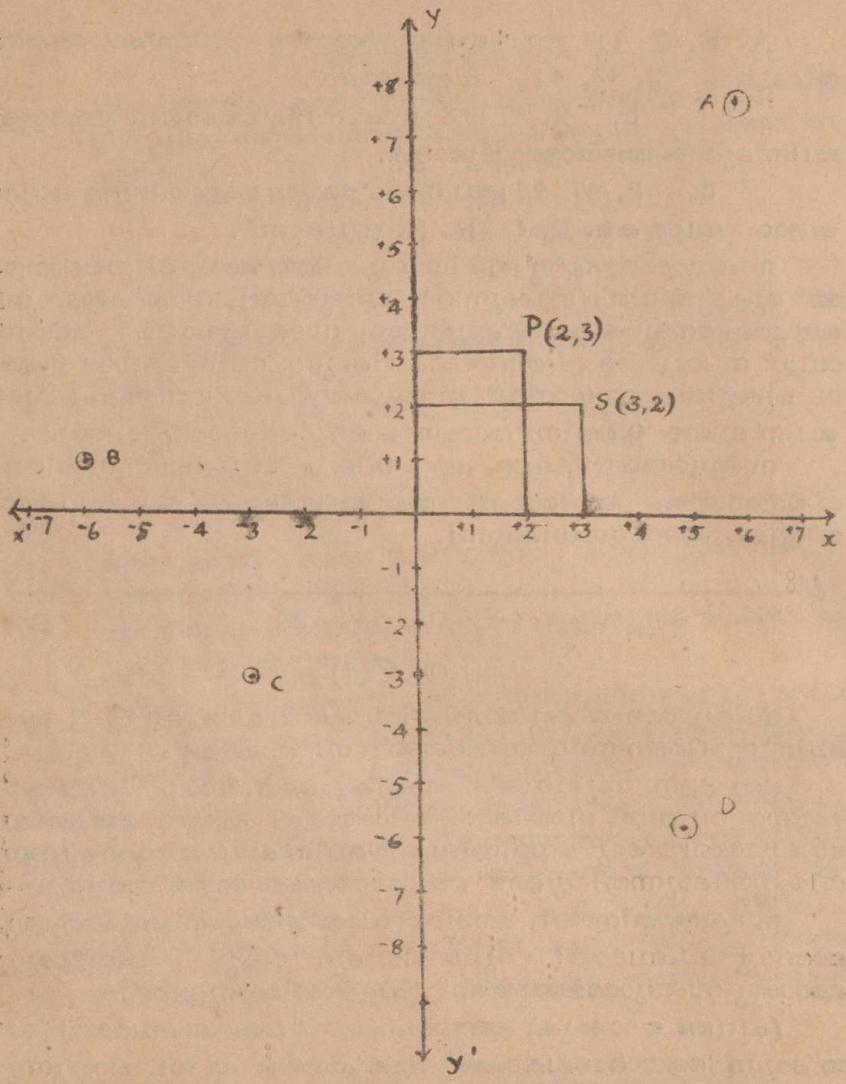
ചിത്രം 6 (4)

സംഖ്യാരേഖയ്ക്കു പുറത്തുള്ള S എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം എങ്ങനെ നിർണ്ണയിക്കും?

ഒരു ക്ലാസ്സുമുറിയിൽ കുട്ടികളുടെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിനു രണ്ടു ഭിത്തികളെ ആധാരമായി എടുത്തതുപോലെ, സംഖ്യാരേഖയ്ക്കു പുറത്തുള്ള ബിന്ദുവിന്റെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കുന്നതിനു രണ്ട് ആധാരരേഖകളെ വേണ്ടിവരുന്നു.

സൗകര്യത്തിനായി, നെടുകെ വരയ്ക്കുന്ന സംഖ്യാരേഖയും അതിനു ലംബമായി മൂലബിന്ദുവിൽകൂടി വരയ്ക്കുന്ന മറ്റൊരു സംഖ്യാരേഖയുമാണ് ഉപയോഗിക്കാറുള്ളത്.

(ചിത്രം നോക്കുക) ഇങ്ങനെ പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന ആധാരരേഖകളെ അക്ഷങ്ങളെ എന്നു പറയുന്നു. നെടുകെ വരയ്ക്കുന്ന രേഖയ്ക്ക് X-അക്ഷം എന്നും ലംബമായി വരയ്ക്കുന്ന രേഖയ്ക്ക് Y- അക്ഷം എന്നും പറയുന്നു. ഈ രണ്ട് അക്ഷങ്ങളെ ആധാരമാക്കി ആ തലത്തിലുള്ള ഏതൊരു ബിന്ദുവിന്റെയും സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാം..



ചിത്രം 6 (5)

x അക്ഷം നോക്കുക. അതിൽ കാണുന്ന +1, +2 ..... എന്നീ അടയാളങ്ങളും y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി അതിനു വലതുവശത്തു യഥാക്രമം 1, 2, 3, ... യൂണിറ്റ് അകലേക്കു

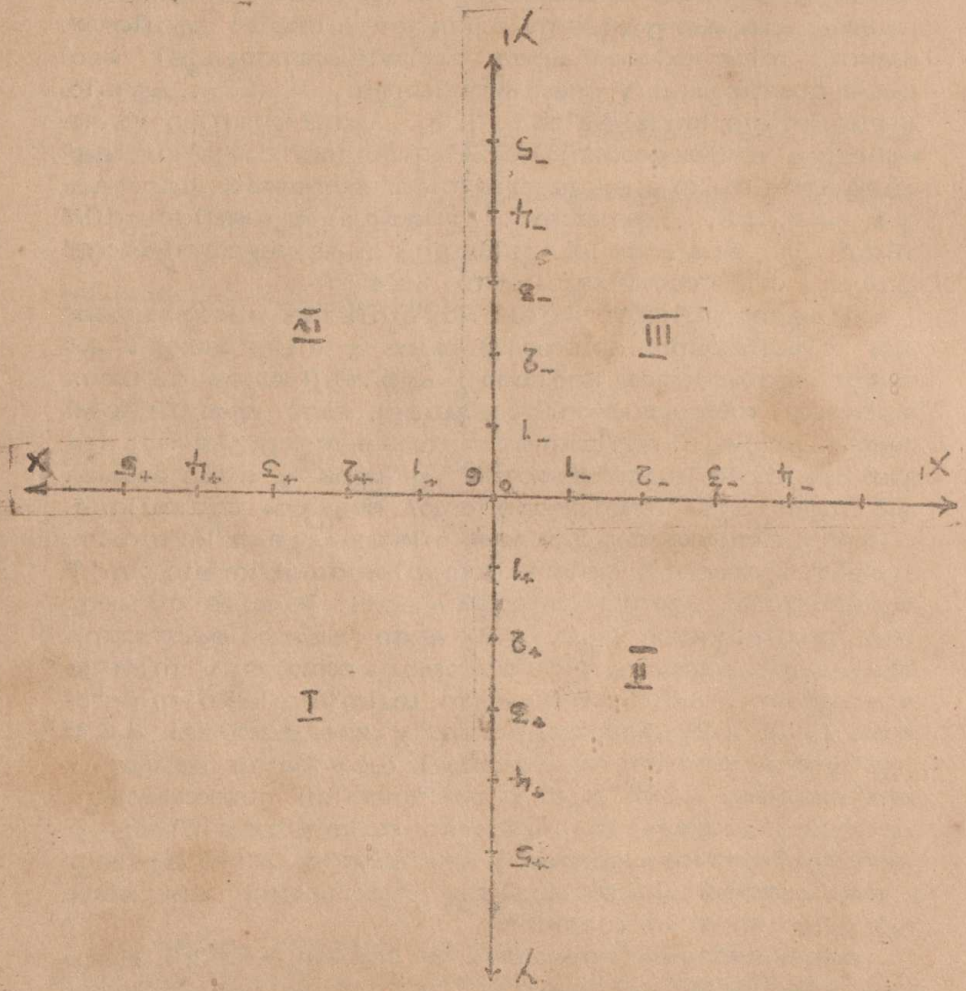
യുള്ള നിരകളെയാണത് സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ഈ അകലങ്ങളും x അക്ഷത്തിൽ കൂടിയുള്ളതായതുകൊണ്ട് ഇവയെ x നിർദ്ദേശാങ്കം എന്നു പറയുന്നു. +1 ൽ കൂടിയുള്ള ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x നിർദ്ദേശാങ്കം +1 ആണ്. p എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ x നിർദ്ദേശാങ്കം +2 ആയാൽ അതു മൂലബിന്ദുവിനു വലതുവശത്ത് 2 യൂണിറ്റ് അകലെയുള്ള നിരയിലാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. പക്ഷെ p യുടെ സ്ഥാനം ഈ നിരയിൽ എവിടെയാണെന്നു നിർണയിക്കാൻ ഏതു വരിയിലാണെന്നുകൂടി അറിയാതെ സാദ്ധ്യമല്ല. Y അക്ഷത്തിലുള്ള +1, +2, ...എന്നിവ മൂലബിന്ദുവിനു മുകളിൽ 1, 2, 3,...എന്നീ യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള വരികളെയാണു സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ഈ വരികളിലുള്ള ഏതു ബിന്ദുക്കളുടെയും നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളും യഥാക്രമം +1, +2, +3, ...ഇവയാണ്. ഇവയെല്ലാം മൂലബിന്ദുവിൽ നിന്ന് y അക്ഷത്തിൽകൂടിയുള്ള അകലങ്ങളായതുകൊണ്ട് ഇവയെ y നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങളും എന്നു പറയുന്നു.

P എന്ന ബിന്ദു മൂലബിന്ദുവിന്റെ വലതുവശത്ത് 2-ാം നിരയിലാണ്, അഥവാ P യുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കം +2 ആണ് എന്നുമാത്രമേ അറിയാവൂ എങ്കിൽ P യുടെ സ്ഥാനം കൃത്യമായി നിർണ്ണയിക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ല. അത് ഏതുവരിയിൽ ആണ് എന്നുകൂടി അറിയണമെന്നു നാം കണ്ടു. p, o യ്ക്കു മുകളിൽ 3-ാം വരിയിലാണ് അതായത് p യുടെ y നിർദ്ദേശാങ്കം +3 എന്നുകൂടി അറിയാമെങ്കിലോ? അപ്പോഴും മൂലബിന്ദുവിന്റെ വലതുവശത്തു 2-ാമത്തെ നിരയും മൂലബിന്ദുവിനു മുകളിൽ മൂന്നാമത്തെ വരിയും സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് P യുടെ സ്ഥാനം എന്നു കൃത്യമായി പറയാം. P യുടെ സ്ഥാനം നിർദ്ദേശിക്കുന്നത് (+2, +3) എന്ന ക്രമജോടികൊണ്ടാണ്. ആദ്യം കുറിക്കേണ്ടത് x നിർദ്ദേശാങ്കവും രണ്ടാമതു y നിർദ്ദേശാങ്കവുമാണ്. ചിത്രത്തിൽ s എന്ന ബിന്ദുവിന്റെ നിർദ്ദേശാങ്കം (+3, +2) എന്നായതുകൊണ്ട് x അക്ഷത്തിലെ +3 ൽ കൂടി y അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി വരയ്ക്കുന്ന രേഖയും y അക്ഷത്തിലെ +2 ൽ കൂടി x അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായും വരയ്ക്കുന്നരേഖയും സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവായിരിക്കും s. മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ x അക്ഷത്തിൽ +3 ൽ കൂടിയും y അക്ഷത്തിൽ +2 ൽ കൂടിയും വരയ്ക്കുന്ന ലംബങ്ങളും സന്ധിക്കുന്ന ബിന്ദുവാണ് s.

രണ്ടക്ഷങ്ങൾക്കും സമാന്തരമായ രേഖകളുണ്ടെങ്കിൽ, ലംബമായ അകലങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം നിർണ്ണയിക്കാൻ കൂടുതൽ എളുപ്പമുണ്ട്. അതിനായി

ഇത്തരം കണക്കുകൾ ചെയ്യാൻ ഗ്രാഫ്പേപ്പർ ഉപയോഗിക്കുന്നു.

താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ x അക്ഷവും y അക്ഷവും പരസ്പരം ലംബമായി വരയ്ക്കുമ്പോൾ, രേഖകൾ സ്ഥിതിചെയ്യുന്ന തലം 4 ചതുർത്ഥാംശങ്ങളായി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു. അവയ്ക്ക് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതു



[ചിത്രം 6 (a)]

പോലെ I, II, III, IV എന്ന ക്രമത്തിനു പേരുകൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു, അതായത് ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശം, രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശം എന്നിങ്ങനെ.

ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ രണ്ടും പോസിറ്റീവ് സംഖ്യകളായിരിക്കുമെന്നു കണ്ടല്ലോ. രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലോ? x x എന്ന സംഖ്യാരേഖയിൽ മൂലബിന്ദുവിന്റെ ഇടത്തുഭാഗത്തു നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ x-നിർദ്ദേശാങ്കം നെഗറ്റീവ സംഖ്യയായിരിക്കും? y നിർദ്ദേശാങ്കം പോസിറ്റീവ് ആയിരിക്കും. എന്തുകൊണ്ട്? മൂന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ x നിർദ്ദേശാങ്കവും y നിർദ്ദേശാങ്കവും നെഗറ്റീവ് ആയിരിക്കും. നാലാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലോ?

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ക്രമജോടികളും പ്രതിനിധീകരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തി അവ ഏതു ചതുർത്ഥാംശത്തിലാണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ.

ബിന്ദു	നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ	ഏതു ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ
P	(+3, +5)	7
Q	(−2, +3)	7
R	(−3, −2)	7
S	(+3, −4)	7
T	(+8, +6)	7
U	(−3, −2)	7
V	(−4, +5)	7
W	(+6, −3)	7

പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ

ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കളുടെ നിർദ്ദേശാങ്കങ്ങൾ (+a, +b), രണ്ടാം ചതുർത്ഥാംശത്തിൽ (−a, +b), മൂന്നാമത്തേതിൽ (−a, −b) നാലാമത്തേതിൽ (+a, −b) എന്നിങ്ങനെയായിരിക്കും.

അഭ്യാസം 6 (2)

1. ചിത്രം (6,5) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന A, B, C, D എന്നീ ബിന്ദുക്കളുടെ ക്രമജോടികൾ കാണുക.

2. (a) A യുടെ x^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? y^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്? y^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? x^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്?

(b) B യുടെ x^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? y^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്? y^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? x^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്?

c) C–യുടെ x അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? y^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്? y^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? x^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്?

d) D യുടെ x^- അക്ഷത്തിൽനിന്ന് അകലമെന്ത്? y^-നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്? y^- അക്ഷത്തിൽനിന്നുള്ള അകലമെന്ത്? x^- നിർദ്ദേശാങ്കം എന്ത്?

3. ഒരു ഗ്രാഫ് പേപ്പറിൽ അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ക്രമജോടികളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തുക.

$(3,4)$, $(4,3)$, $(^-2,5)$, $(5,2)$
$(2,-5)$, $(^-5,2)$, $(^-3,5)$, $(5,3)$
$(3,^-4)$, $(4,3)$, $(1,0)$, $(0,1)$
$(0,^-1)$, $(1,0)$, $(5,0)$, $(0,5)$

4. അക്ഷങ്ങൾ വരച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക.

a) $(0,0)$, $(1,0)$, $(2,0)$, $(^-1,0)$, $(^-2,0)$

1) ഈ ക്രമജോടികളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? എല്ലാത്തിലും y നിർദ്ദേശാങ്കം എന്താണ്?

2) ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ ഏത്?

b) (0,0) (0,1), (0,2), (0,1), (0,2).

1) ഈ ക്രമജോടികളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? എല്ലാത്തിലും x–നിർദ്ദേശാങ്കംഎന്താണ്?

2) ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖ ഏത്?

c) (0,3), (1,3), (2,3), (1,3), (2,3).

1) ഈ ക്രമജോടികളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? എല്ലാത്തിലും y–നിർദ്ദേശാങ്കം എന്താണ്?

2 ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയ്ക്കുള്ള പ്രത്യേകത എന്താണ്?

d) (⁻4,0), (⁻4,1), (⁻4,2), (⁻4,⁻1), (⁻4,⁻2)

1) ഈ ക്രമജോടികളുടെ പ്രത്യേകത എന്ത്? എല്ലാത്തിലും x–നിർദ്ദേശാങ്കം എന്താണ്?

2) ഈ ബിന്ദുക്കൾ തമ്മിൽ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖയ്ക്കുള്ള പ്രത്യേകത എന്താണ്?

അഭ്യാസം6 (3)

താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കളുടെ സ്ഥാനം അടയാളപ്പെടുത്തി അനുക്രമമായി യോജിപ്പിക്കുക:—

1. (4,10):(5,11):(6,9):(4,10):(2,6):(2,8):(0,10).

2 എന്തിന്റെ രൂപമാണ് എന്ന് ഊഹിച്ചു പറയുക. ആട്, പട്ടി, കഴുത, ജിറാഫ് ഇവയിലേതാണ്?

തുടർന്നു താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കൂടി അടയാളപ്പെടുത്തി തുടർന്നു യോജിപ്പിക്കുക.

(2,3) : (4,13) : (11,9) : (10,7) : (6,7) : (5,5):(5,0), 3,⁻5) : (3,⁻9) : (4,⁻10) : (1,⁻10) : (1,⁻2)

ഇപ്പോൾ നോക്കുക. ഏതു മൃഗത്തിന്റെ രൂപമാണ് കിട്ടുന്നത്? ആ മൃഗം എന്തു ചെയ്യുന്നതായിട്ടാണ് തോന്നുന്നത്?

താഴെ കാണുന്ന ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തി തുടർന്നു യോജിപ്പിക്കുക.

(⁻4,6); (⁻4,⁻8); (⁻1,⁻8); (0,⁻10); (⁻10,⁻10); (10, ⁻8); (⁻15,⁻11); (⁻17,⁻8); (⁻17, ⁻3); (⁻9,⁻10); (⁻18,0); (⁻14,⁻2); (⁻13,⁻5); (⁻13,⁻8); (⁻12,⁻8); (⁻11, 3); (⁻10,0); (⁻8,3); (0,10), ഇപ്പോൾ നോക്കുക. ആദ്യം ഊഹിച്ചത് ശരിയാണോ?

ചില ലേഖകൾ

1. x നിർദ്ദേശാങ്കം 4 ആയിവരുന്ന 5 വിവിധ ബിന്ദുക്കളും അടയാളപ്പെടുത്തുക. ആ ബിന്ദുക്കളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ക്രമജോടികളും എഴുതുക. ഇവയിൽ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ച് ഇരുവശത്തേക്കും നീട്ടുക. മറ്റേ ബിന്ദുക്കളും ഈ രേഖയിലാണ്?

കുറിപ്പ്:—നിങ്ങളും വരച്ച രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളുടെ y–നിർദ്ദേശാങ്കം എന്തായിരുന്നാലും, x– നിർദ്ദേശാങ്കം 4 തന്നെയായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് ഈ രേഖ $x = 4$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ലേഖയാണ് എന്നുപറയാം. ഇത് y അക്ഷത്തിൽനിന്ന് 4 യൂണിറ്റ് അകലത്തിൽ അതിനു സമാന്തരമായ ഒരു രേഖയാണ്.
$y = 8$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ലേഖ വരച്ചുനോക്കൂ. അത് x– അക്ഷത്തിനു സമാന്തരമായി 8 യൂണിറ്റ് അകലത്തിലുള്ള ഒരു രേഖയായിരിക്കും.

2. x നിർദ്ദേശാങ്കവും y നിർദ്ദേശാങ്കവും തുല്യമാകത്തക്കവണ്ണം ആറു ക്രമജോടികളും എഴുതുക. ഇവ അടയാളപ്പെടുത്തി, കിട്ടുന്ന ബിന്ദുക്കളും യോജിപ്പിച്ചു നീട്ടുക. കിട്ടുന്ന രേഖ മൂലബിന്ദുവിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്നുണ്ടോ?

ഈ രേഖയിലെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തി, ആ ബിന്ദുവിന് x അക്ഷത്തിൽനിന്നും y അക്ഷത്തിൽനിന്നും ഉള്ള അകലം നോക്കൂ. അവ തുല്യമല്ലേ?

ഈ രേഖയിലെ ഏതു ബിന്ദുവിന്റെയും x നിർദ്ദേശാങ്കവും y നിർദ്ദേശാങ്കവും തുല്യമാണ്. അതുകൊണ്ട് ഈ രേഖ $y = x$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ രേഖയാണെന്നു പറയാം.

3. $y = 3x$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ലേഖ വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ? ഈ ലേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന ക്രമജോടികളും എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും?

ഇവിടെ x നിർദ്ദേശാങ്കത്തിന്റെ 3 മടങ്ങായിരിക്കും. y-നിർദ്ദേശാങ്കം.

x	2	4	0	$^{-}1$
y	6	9	12	0	$^{-}3$

ക്രമജോടികളായ (2,6), (3,9), (4,12), (0,0) ($^{-}1$, $^{-}3$) എന്നിവ അടയാളപ്പെടുത്തി യോജിപ്പിക്കുക. ഇത് ഒരു രേഖയായിരിക്കും. നിങ്ങൾ ക്രമാനുപാതത്തെപ്പറ്റി പഠിച്ചപ്പോൾ ഇത്തരം ലേഖയുമായി പരിചയപ്പെട്ടല്ലോ.

4 ഇനി x y = 120-യുടെ ലേഖ വരയ്ക്കുക ക്രമജോടികൾ എങ്ങനെ കണ്ടുപിടിക്കും. x-ന് 1, 2, 3, 4,.... എന്നിങ്ങനെ വിലകൾ കൊടുത്താൽ y യുടെ വില കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ

x	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20	24
y	60	40	30	24	20	15	12	10	8	6	5

(2,60), (3,40), (4,30), (5,24), (6,20)... എന്നീ ക്രമജോടികൾ അടയാളപ്പെടുത്തി വരച്ചിട്ടുള്ള ലേഖാചിത്രം 4 (2)-ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതുനോക്കൂ. ഇതൊരു വക്രമാണ്. x ന് പോസിറ്റീവ് വിലകൾ കൊടുത്തപ്പോൾ കിട്ടിയ ക്രമജോടികളാണല്ലോ മേൽകൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ഇതുപോലെ x ന് $^{-}2$, $^{-}3$, $^{-}4$, എന്നിങ്ങനെ നെഗറ്റീവ് വിലകൾ കൊടുത്തു കിട്ടുന്ന ക്രമജോടികളും അടയാളപ്പെടുത്തി യോജിപ്പിച്ചാൽ x y = 120 എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ ലേഖ പൂർത്തിയാക്കാം.

സ്ഥിതിവിവരലേഖകൾ

(തുടർച്ച)

കടിയൻലേഖയും കുഴക്കൻലേഖയും

സ്ഥിതിവിവരങ്ങൾ ലേഖവരച്ച് പ്രദർശിപ്പിക്കുന്ന ചില രീതികൾ (ചിത്രലേഖ, സ്തൂപലേഖ, സെക്ടർലേഖ) നാം പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു.

രണ്ട് അളവുകൾ തമ്മിലുള്ള ബന്ധത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതിനും, താരതമ്യപഠനം നടത്തുന്നതിനുമാണല്ലോ നാം സ്ഥിതിവിവര ലേഖകം ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

സ്ഥിതിവിവരലേഖകളിൽ അധികവും ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശത്തിലാണു സ്ഥിതിചെയ്യുന്നത്. അതുകൊണ്ട് ഒന്നാം ചതുർത്ഥാംശംമാത്രം അക്ഷങ്ങൾ വരച്ചു കാണിച്ചാൽ മതിയല്ലോ

ഉദാഹരണം

തിരുവനന്തപുരത്ത് കന്നിമുതൽ കുംഭംവരെ പെയ്യുന്ന മഴയുടെ ശരാശരി അളവ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മാസം	ക.	തു.	വൃ.	ധ.	മ.	കു.
മഴയുടെ അളവ് (സെമീ.)	12	14	38	4	2	1.8

ക്രമജോടി അനുസരിച്ച് 6 ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തുക. ബിന്ദുക്കൾ മാത്രം അടയാളപ്പെടുത്തുന്നത് ഒരു തരം ലേഖയാണ്. പക്ഷേ ഈ ബിന്ദുക്കൾ അങ്ങിങ്ങായി ചിതറിക്കിടക്കുന്നതുകൊണ്ട് അവയുടെ വിന്യാസം (പൊതുവെയുള്ള കിടപ്പ്) ഒറ്റനോട്ടത്തിൽ മനസ്സിലാക്കുന്നതിനുവേണ്ടി രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾകൊണ്ട് ഈ ബിന്ദുക്കളെ അനുക്രമമായി ചിത്രം 4 (3) ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ യോജിപ്പിക്കാറുണ്ട്. ഇത്തരം ലേഖയ്ക്ക് ഒടിയൻലേഖ എന്നു പറയുന്നു.

തോത്: x അക്ഷം 1 സെമീ. → 1 മാസം

y അക്ഷം 1 സെമീ. → 1 സെമീ. മഴ.

ഈ തോതനുസരിച്ച് ക്രമജോടികൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ലേഖ വരച്ചു നോക്കു.

അഭ്യാസം 6 (4)

1. സൂര്യനിൽനിന്ന് മറ്റു ഗ്രഹങ്ങളിലേയ്ക്കുള്ള അകലം കോടി കിലോമീറ്ററിൽ കണക്കിനു താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. അവ ഉപയോഗിച്ച് ഒടിയൻലേഖ വരയ്ക്കുക

ഗ്രഹം	ബുധൻ	ശുക്രൻ	ഭൂമി	ചൊവ്വ	വ്യാഴം	ശനി
സൂര്യനിൽ നിന്നുള്ള അകലം കോടി കീമി.	6	11	15	23	77	142

2 ഒരു സ്ക്കൂളിലെ S. S. L. C. പരീക്ഷയുടെ 6 കൊല്ലത്തെ വിജയശതമാനം താഴെ പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. ഒടിയൻലേഖ വരയ്ക്കുക.

കൊല്ലം	1963	1964	1965	1966	1967	1968
വിജയ ശതമാനം	45	62	50	70	74	60

കുറിപ്പ്. മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ പട്ടികയുടെ സഹായത്തോടുകൂടി അടയാളപ്പെടുത്തിയിട്ടുള്ള ബിന്ദുക്കൾക്കു മാത്രമേ എന്തെങ്കിലും അർത്ഥമുള്ളു. ഈ ബിന്ദുക്കളെ യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖകൾക്കോ, ആ രേഖകളിലുള്ള മറ്റു ബിന്ദുക്കൾക്കോ അർത്ഥമില്ല. അതുകൊണ്ട് താരതമ്യപഠനം നടത്താനാണ് പ്രധാനമായി ഇത്തരം ഒടിയൻലേഖകൾ ഉപയോഗിക്കുന്നത്.

3. ഒരു രോഗിയുടെ, ഉച്ചയ്ക്കു 12 മണിമുതൽ തൊട്ടടുത്ത നേരം 6 മണിവരെ ഓരോ മണിക്കൂറിടവിട്ടുള്ള, ഊഷ്മാവിന്റെ വിവരം താഴെ ചേർക്കുന്നു. ഒടിയൻലേഖ വരയ്ക്കുക.

മണി	12	1	2	3	4	5	6
ഊഷ്മാവ് (ഡിഗ്രി F)	100	101	101.5	102	103	104	105

4. ചില പ്രായങ്ങളിലുള്ള കുട്ടികളുടെ ശരാശരി ഉയരം താഴെ പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. അതുപയോഗിച്ച് ഒടിയൻലേഖ വരയ്ക്കുക.

വയസ്സ്	7	9	11	13	15	17
ഉയരം സെ. മീ.	119	129	137	147	159	169

6. കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യ 10 വർഷങ്ങളിലായി ഇടവിട്ടുള്ളതായി താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുക്കുന്നു. ഈ വിവരം ഒരു ഓടിയൻലേഖയിൽ പ്രദർശിപ്പിക്കുക.

വർഷം	1881	1891	1901	1911	1921	1931	1941	1951	1961
ജനസംഖ്യ ലക്ഷങ്ങളിൽ	52	58	64	71	78	95	110	135	169

7. കേരളത്തിലെ ജനസംഖ്യാവർദ്ധനവിന്റെ നിരക്ക് ശതമാനത്തിൽ താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. പത്തു വർഷങ്ങളിടയുള്ള കാലഘട്ടങ്ങളിലെ വർദ്ധനവാണ് കണക്കിലിരിക്കുന്നത്. ഈ വിവരങ്ങൾ ഒരു ഓടിയൻലേഖ വഴി പ്രദർശിപ്പിക്കുക.

വർഷം	1901–1910	1911–1920	1921–1930	1931–1940	1941–1950	1951–1960
ജനസംഖ്യാ വർദ്ധനനിരക്ക് %	11.7	9.2	21.9	16.0	22.8	24.8

8. കേരളത്തിൽ ഒരു വർഷം സാധാരണ പെയ്യുന്ന മഴയുടെ അളവ് മില്ലിമീറ്ററിൽ താഴെ പട്ടികയിൽ കൊടുക്കുന്നു. ഈ വിവരം കാണിക്കുന്ന ഒരു ഓടിയൻലേഖ വരയ്ക്കുക

മാസം	ജനുവരി	ഫെബ്രുവരി	മാർച്ച്	ഏപ്രിൽ	മെയ്	ജൂൺ	ജൂലൈ	ആഗസ്റ്റ്	സെപ്റ്റംബർ	ഒക്ടോബർ	നവംബർ	ഡിസംബർ
മഴയുടെ അളവും മി: മീ:	17	18	43	11	245	680	683	417	236	302	187	50

8. ആലപ്പുഴ കമ്പോളത്തിൽ 1956-ൽ വിവിധ മാസങ്ങളിലുള്ള കുരുമുളകു വില ക്വിൻറലിന് എത്ര രൂപ എന്ന് താഴെ പട്ടികയിൽ കാണിക്കുന്നു. ഈ വിവരം ഒടിയൻ ലേഖയിൽ കാണിക്കുക.

മാസം	ജനുവരി	ഫെബ്രുവരി	മാർച്ച്	ഏപ്രിൽ	മെയ്	ജൂൺ	ജൂലൈ	ആഗസ്റ്റ്	സെപ്റ്റംബർ	ഒക്ടോബർ	നവംബർ	ഡിസംബർ
വില രൂപ	340	360	370	350	360	360	420	410	380	370	306	350

കുറിപ്പ് : ലേഖയിലെ ഇടയ്ക്കുള്ള ബെന്റുകൾക്ക് അർത്ഥമുള്ളപ്പോഴും, ഇടയ്ക്കുള്ള ബിന്ദുക്കൾ യാഥാർത്ഥ്യത്തെ സൂചിപ്പിക്കുമെന്നു ബോദ്ധ്യമുള്ളപ്പോഴും മാത്രമാണ് ഒഴുക്കൻലേഖ വരയ്ക്കേണ്ടുള്ളത്.

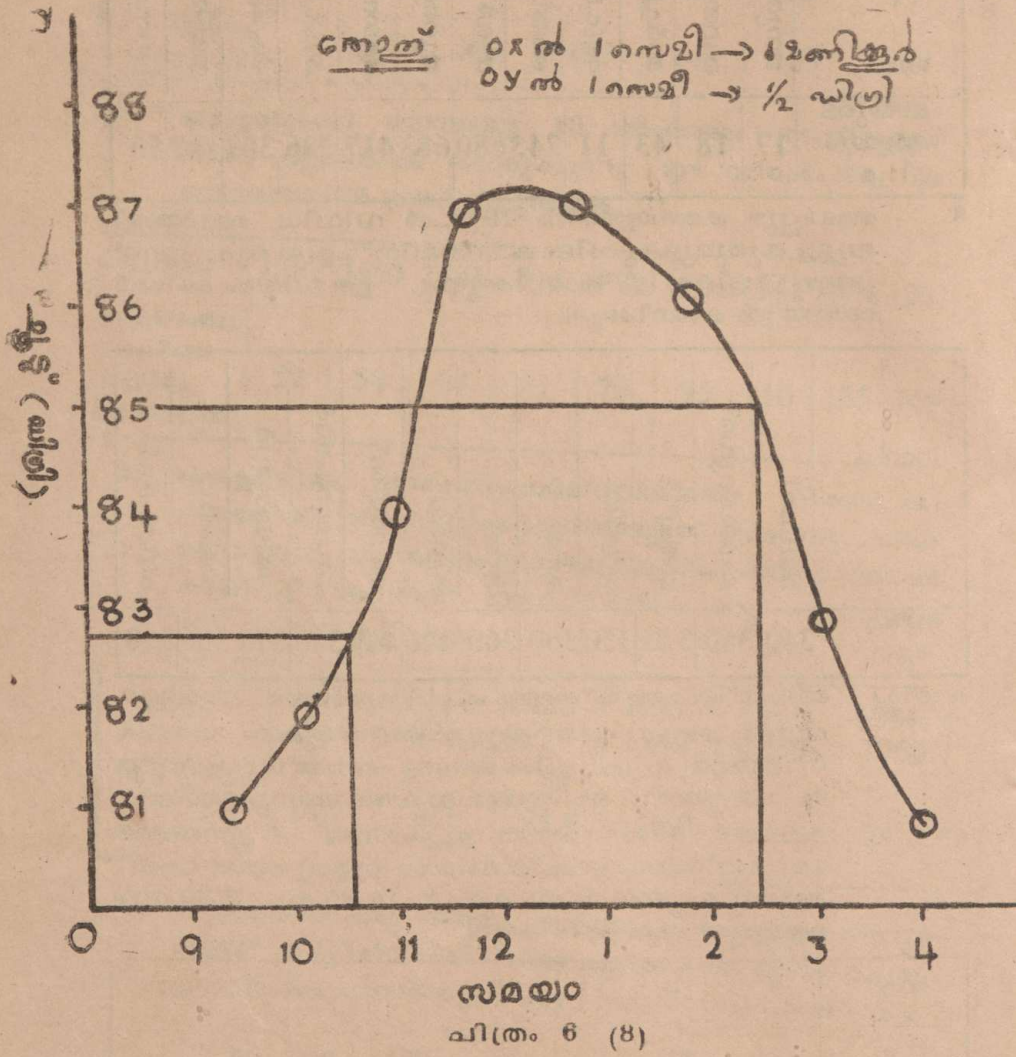
ഉദാ: 1. കാലത്ത് 9 മണിമുതൽ ഉച്ചകഴിഞ്ഞ് 4 മണിവരെ ഒരു മുറിയിലെ ഊഷ്മാവിന്റെ അളവു താഴെ കുറിക്കുന്നു ഒഴുക്കൻ ലേഖ വരച്ച് 10-30 നും 2-30 നും ഉള്ളതുപോലെ കണ്ടുപിടിക്കുക.

മണി	9	10	11	12	1	2	3	4
ചൂട് (ഡിഗ്രി)	81	82	84	87	87	86	83	81

ചിത്രം 6 (8) നോക്കുക

10.30-നുള്ള ഊഷ്മാവ് = 82.70°

2.30-നുള്ള ഊഷ്മാവ് = 85°



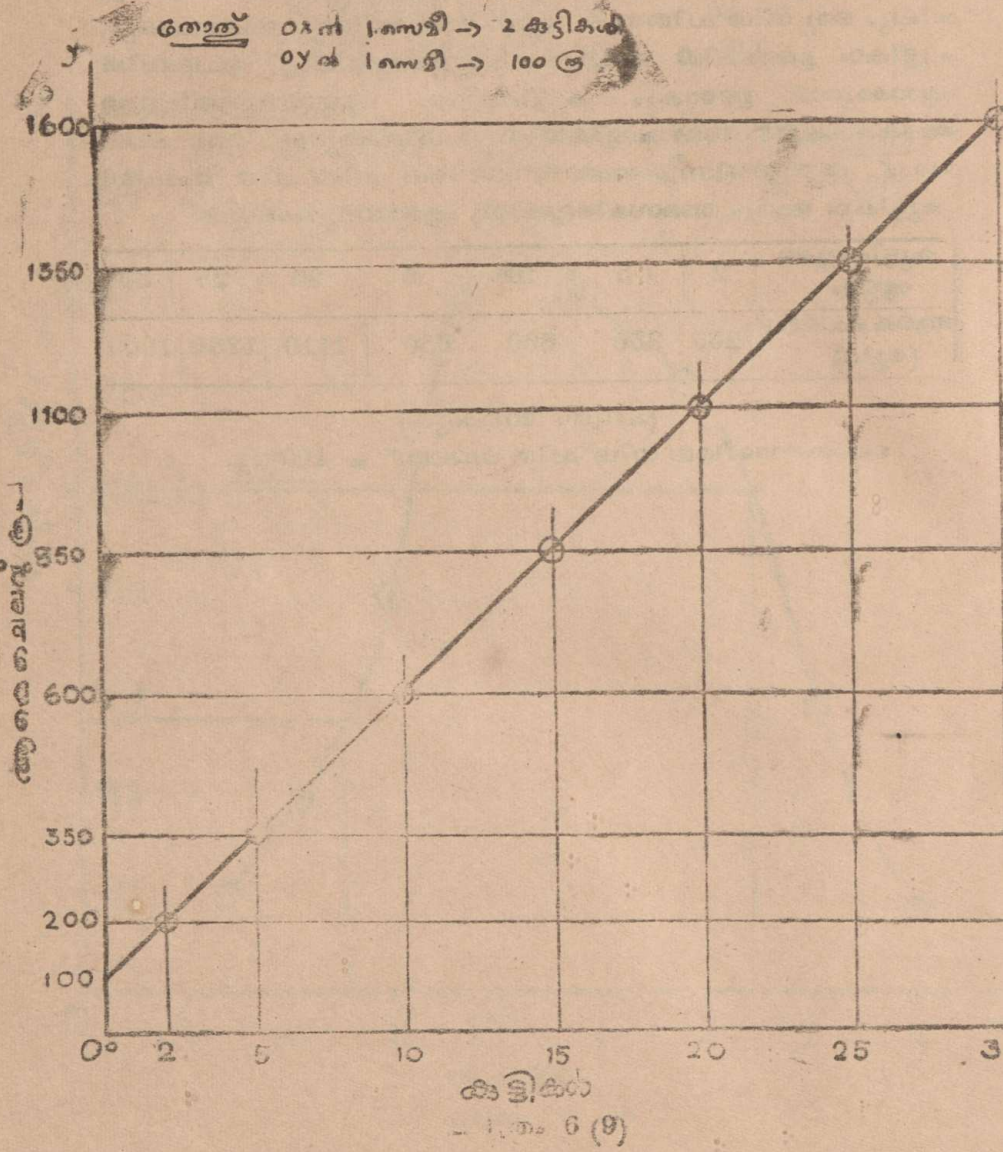
ചിത്രം 6 (8)

ഉദാ: 2, ഒരു ഹോസ്റ്റലിൽ കുട്ടികൾ ആരുംതന്നെ താമസമില്ലെങ്കിലും ഒരു നിശ്ചിതതുക എല്ലാ മാസത്തിലും ചെലവാകും. കുട്ടികൾ ഉണ്ടെങ്കിൽ അവരുടെ എണ്ണമനുസരിച്ച് ചെലവിൽ ഏറ്റക്കുറവ് ഉണ്ടാകും. കുട്ടികളുടെ എണ്ണമനുസരിച്ചുള്ള ആകെ ചെലവ് താഴെ പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ഒരു ലേഖ പരച്ച് അതിൽനിന്നും ഹോസ്റ്റലിലെ നിശ്ചിത ചെലവ് (കുട്ടികൾ ആരും താമസമില്ലെങ്കിൽ) എത്രയെന്നു കാണുക.

കുട്ടികളുടെ എണ്ണം	2	5	10	5	20	25	30
ആകെ ചെലവ് (രൂപ)	200	350	600	850	1110	1350	1600

(ചിത്രം നോക്കുക)

ഹോസ്റ്റലിലെ നിശ്ചിത ചെലവ് = 100 രൂ.


തൂക്ക് ox ൽ 1 സെന്റീ → 2 കുട്ടികൾ
oy ൽ 1 സെന്റീ → 100 ഗ്രാ
y
1600
1350
1100
850
600
350
200
100
0
2
5
10
15
20
25
3
കുട്ടികൾ

പടം 6 (9)

അഭ്യാസം 6 (5)

1. 100 ഗ്രാം വെള്ളത്തിൽ വ്യത്യസ്ത ഊഷ്മാവുകളിൽ എത്ര ഗ്രാം പടിക്കാരം (alum) കലർത്തിയാൽ പൂരിത ലായനി കിട്ടുമെന്ന് താഴെ പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. അതുപയോഗിച്ച് ഒരു ലേഖ വരച്ച് അതിൽനിന്നും 100 ഗ്രാം വെള്ളത്തിൽ 50 ഗ്രാം പടിക്കാരം ഏത് ഊഷ്മാവിൽ പൂരിതലായനി ആകുമെന്നു കാണുക.

ഊഷ്മാവ് (ഡിഗ്രി)	0	10	20	30	40	50	60	70
100 ഗ്രാം വെള്ളത്തിൽ അലിയുന്ന പടിക്കാരം (ഗ്രാം)	3.9	9.5	15.1	22	30.9	44.1	66.7	90.7

2. ഒരു രാജ്യത്തെ ചില വർഷങ്ങളിലെ ജനസംഖ്യ ദശലക്ഷക്കണക്കിന് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടികയിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നു. ലേഖ വരയ്ക്കുക.

കൊല്ലം	1935	1940	1945	1950	1955	1960	1965
ജനസംഖ്യ (ദശലക്ഷം)	20	22	24.5	28	31	36	41

ഈ കണക്കിന് ജനസംഖ്യ വർദ്ധിക്കുകയാണെങ്കിൽ 1975-ലെ ജനസംഖ്യ എത്രയായിരിക്കും?

3. പല്ലാനും വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസവും പരിധിയും പട്ടികയിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. ലേഖ വരച്ച് 8.5 സെമീ വ്യാസമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയും, 50 സെമീ. പരിധിയുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസവും കാണുക.

വ്യാസം (സെമീ)	1	5	10	15	20
പരിധി (സെമീ)	3.1	15.7	31.4	47	62.1

4 ഏതാനും വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസാർദ്ധവും, വിസ്തീർണ്ണവും പട്ടികയായി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ലേഖവരച്ച് 2.5 സെമീ വ്യാസാർദ്ധമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണവും 16 ച. സെ. മീ. വിസ്തീർണ്ണമുള്ള വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധവും കാണുക

വ്യാസാർദ്ധം (സെമീ)	0	1	2	3	4	5
വിസ്തീർണ്ണം (ച. സെമീ)	0	3.14	12.56	28.26	50.24	78.5

5 ഊഷ്മാവിന്റെ സെൻറിഗ്രേഡ് അളവിനു തുല്യമായ ഫാറൻഹീറ്റ് അളവുകാണിക്കുന്ന പട്ടിക താഴെ തന്നിരിക്കുന്നു.

ലേഖ വരച്ച് 50° C എത്ര ഡിഗ്രി F ആണെന്നും 112° F എത്ര ഡിഗ്രി C ആണെന്നും കാണുക.

C	0	10	20	30	40	60
F	32	50	68	86	104	140

6. ഓരോ മണിക്കൂർ ഇടവിട്ടിട്ടുള്ള ഊഷ്മാവിന്റെ അളവു കാണിക്കുന്ന പട്ടിക താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ലേഖവരച്ച് 11-30 നുള്ള ഊഷ്മാവ് കാണുക.

സമയം (മണി)	8	9	10	11	12	1	2	3	4	5	6	7	8
ഊഷ്മാവ് (ഡിഗ്രിF)	42	43	46.5	50	58	59	58.5	56	53	51	49	45	43

7. കുറെ സംഖ്യകളും അവയുടെ വർഗ്ഗമൂലങ്ങളും പട്ടികയായി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. ലേഖവരച്ച് 2.25-ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം കാണുക.

സംഖ്യ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
വർഗ്ഗമൂലം	0	1	1.41	1.73	2	2.24	2.45	2.64	2.83	3

8. കുറെ സംഖ്യകളും അവയുടെ ഘനങ്ങളും താഴെ പട്ടികയായി തന്നിരിക്കുന്നു. ലേഖവരച്ച് 3.5-ന്റെ ഘനം കാണുക.

സംഖ്യ	0	1	2	3	4	5
ഘനം	0	1	8	27	64	125

9. P, Q എന്നീ രണ്ടു സ്ഥലങ്ങളിലെ, അവയ്ക്കു നേരെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന കൊല്ലങ്ങളുടെ ആരംഭത്തിലുള്ള ജനസംഖ്യ (1000 കണക്കിന്) കാണിക്കുന്ന പട്ടിക താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. രണ്ട് ലേഖകളും ഓരോ അക്ഷങ്ങളിൽത്തന്നെ വരച്ച് താഴെ പറയുന്നവ കാണുക.

1) 1910-ൽ ഓരോ സ്ഥലത്തേയും ജനസംഖ്യ.

2) രണ്ടു സ്ഥലങ്ങളിലും ജനസംഖ്യ ഏകദേശം ഒരുപോലെ വരുന്ന കൊല്ലം.

കൊല്ലം	1905	1915	1925	1935	1945	1950	1960
P	21.4	26	29.5	34	40	43	50
Q	34	36	38.1	41.1	43	44.8	46.7

10. ചുറ്റളവ് എപ്പോഴും 40 സെമീ. വരത്തക്കവണ്ണം കുറെ ചതുരങ്ങളുടെ ഒരു വശവും, വിസ്തീർണ്ണവും കാണിക്കുന്ന പട്ടിക താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അതുപയോഗിച്ച് ലേഖ വരയ്ക്കുക.

വശം	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
വിസ്തീർണ്ണം	0	36	64	84	96	100	96	84	64	36	0

അനുബന്ധം

ഉത്തരങ്ങൾ

അഭ്യാസം 1 (1)

A

(1) a) $\frac{5}{17}$ b) $\frac{1}{8}$ c) $\frac{7}{4}$ d) $20\frac{5}{6}$ e) $\frac{1}{3}$ (2) a) 59.673 b) 1.78
) 12.6 d) 1.6 e) 0.3 (3) $\frac{18}{15}, \frac{7}{9}, \frac{19}{30}, \frac{4}{7}$ (4) $\frac{15}{64}$ (5) 51 രൂ. (6) $\frac{7}{10}$
(7) a) 3 b) 2.25 രൂ. c) 40 d) 210 (8) 25000 രൂ. (9) 2400,
400, 1200. (10) 13500 രൂ. (11) 57 (12 a) .22 b) .63
) .935 d) .997 e) .0121 f) .999961 g) .0001 (13) a) 7.41
) 741 c) .00741 (14) 12, $3\frac{3}{4}$ മീ. (15 .002

B

1. a) 17 b) 9 c) 49.7595 d) 97.46 e) $6\frac{3}{4}$ (2) 4.75
) 37.54 (4) 264.44 കി/മി (5) 88, 145 (6) 45.2 (7) 9—8
8) 2.8 (9) $33\frac{1}{3}$ കി/മി (10) 36 കി/മി (11) a $29\frac{1}{4}$ കി/മ
) $20\frac{4}{7}$ കി/മി (12) 4.43 രൂ. (13) 17.5% (14) 17 (15) 85 രൂ.

C

(1) a) .25, 25% b) $\frac{5}{8}$, 62.5% c) $\frac{17}{20}$, .85 d) 1.75, 17%
) $\frac{25}{10}$, 270% f) $\frac{43}{20}$, 2.15 g) $\frac{9}{1000}$, .001 h) $\frac{2}{100}$, 4.5% (2
) $7\frac{1}{2}$ b) 37, c) 60 d) 62 e) 40 f) 135 g) 20 h) $\frac{8}{20}$ i) 66
) 100.00 k) $\frac{20}{c}$ (3) 200 (4) 50% (5) a) 150 b) 25% (6) ഇല്ല
ദിവസം (7) ഇല്ല, 5 മാർക്ക് (8) 12800 (9) $33\frac{1}{3}$ കി.ഗ്രാം (10)
40 (11) 500 (12) 20% (13) 75% 600 (14) 33% (15) 18.21.6

D

1) 460രൂ. (2) 200രൂ 793.50 രൂ. (3) 700രൂ., 752.50രൂ
(4) 2205 രൂ. (5) 20% (6) 5.9 (7) നഷ്ടം 1% (8) 175 രൂ.
(9) 2000 രൂ. (10) $18\frac{1}{4}$% (11) 600 രൂ. (12) 4.5% (13) 600 രൂ.

E

(a) 4 ച സെമീ. b) 625 ച.സെമീ c) 100 ച. ചെയിൻ
d) 3969 രൂ. (3) 576 ചമീ. (4) 58 രൂ. (5) 650 ചമീ. (6) 576രൂ
7) 95 (8) 7600, 571 1.89 രൂ. (10) 2.66 ചമീ
11) 153 രൂ. (12) 147½രൂ. (13) 1550 രൂ. (14) 296 ചമീ.
15) 675 ചമീ.

F

1) 23.7 കി.ഗ്രാം. (2) 1350 രൂ. (3) 1404.443 ഘ.സെമീ
(4) 120 (5) 12 (6) 55.2 ഘ.സെമീ (7) 240 (8) 82 കി. (9) 73.
കി.ഗ്രാം. (10) 178 ഘമീ. (11) a) 250 b) 4 സെമീ. (12) 17½ സെ
മീ (13) 31.68 ഘമീ. (14) 2320 ഘ. സെമീ.

G

1) 196 രൂ. (2) 3 രൂ. (3) 32.40 രൂ. (4) 32.85 രൂ. (5) 2z രൂ.
6) 540 രൂ. 580 രൂ, 583.20 രൂ. (7) i) 367.143 ii) 1256.2
iii) 3634.988 iv) 86.264 v) 4915.919 (8) a) 218.3 b) 150.0
c) 35.01 d) 47.90 e) 56.10 f) .10 (9) i) 4 രൂ. ii) 10 രൂ.
iii) 44 രൂ. iv) 706 രൂ. (10) a) 505 പ. b) 1510 പ. c) 2100
പ. d) 31240 പ. (11) i) 17.06 രൂ. ii) 25.14 രൂ. iii) 391.04 രൂ
v) 526.10രൂ. (12) a) 7 രൂ. 50 പ. b) 3 രൂ. 5പ. c) 4 രൂ. 9പ
d) 6 രൂ. 19പ. e) 6 രൂ. 99 പ. (13) i) 438 × .05 രൂ. ii) 71
× .07 രൂ. iii) P × .01 രൂ. iv) M × .10രൂ. (14) a) 8 b)
c) a (15) i) 5.643 ii) 172 iii) 17.40 iv) 51.31 (16) a) 364.8
b) 188.38 (17) a) 58½ b) 100 c) 66⅔ d) 10 e) 800. (18) a
⅛ b) ⅛ c) ⅕ d) ⅙ (19) 580 (20) $\frac{10^0}{A}$ (21) 26400 രൂ. $\frac{3}{11}$
480 രൂ., 5.6 (22) 546 (23) 230.

അദ്ധ്യാസം 2 (1)

1) 4000 (2) 4000, 140000 രൂ. (3) 5 രൂ., 40 രൂ.
(4) 600000 രൂ; 400000 രൂ. (5) 1200000 രൂ; 1600000 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (2)

1) 5600 രൂ. (2) 24000 രൂ. (3) 13600 രൂ. (4) 8000 രൂ
5) 11250 രൂ. (6) 6600 രൂ. (7) 10080 രൂ. (8) 8760 രൂ
9) 20 (10) 30 (11) 90 (12) 80 (13) 60 രൂ. നഷ്ടം
14) 1250 രൂ. ലാഭം (15) 4625 രൂ. നഷ്ടം (16) 2000 രൂ

അഭ്യാസം 2 (3)

A

1) 300 രൂ. (2) 731.25 രൂ. (3) 200 രൂ. (4) 105 രൂ
5) 264 രൂ. (6) 144 രൂ. (7) 129 രൂ. (8) 81 രൂ., $6\frac{3}{4}\%$
9) $6\frac{14}{19}\%$ (10) 122.50 രൂ. $3\frac{3}{4}\%$

B

11) 8% (12) 4.2% (13) 23% (14) 2223 രൂ. (15) 180
16) $6\frac{2}{3}\%$, 350 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (4)

1) 52 രൂ. (2) 810 രൂ, 5310 രൂ. (3) a) 100 രൂ. b) 1100രൂ
c) 110 രൂ. d) 100 രൂ. e) ഉണ്ട്, 2-ാം വർഷം പലിശ 10 രൂ
കൂടുതൽ. 4) a) $\frac{1}{8}$ b) $\frac{1}{6}$ (5) (i) 367.20 രൂ., 4867.20 രൂ
ii) 533 രൂ., 5733 രൂ. iii) 640.64 രൂ. 4490.64 രൂ
iv) 63.24 രൂ., 838.24 രൂ. v) 73.08 രൂ., 1273.08 രൂ
vi) 163.20 രൂ., 2163.20 രൂ. vii) 1019.70 രൂ. 9269.70രൂ
viii) 86.94 രൂ. 686.94 രൂ. (6) 477 54 രൂ., 2977.54 രൂ
7) a) 567.45 രൂ. b) 4167.45 രൂ. (8) 30 50 രൂ. (9) 5512.50രൂ
500 രൂ., 12.50 (10) 93 രൂ. (11) ഉപേന്ദ്രൻ. 15.31 രൂ. കൂടു
തൽ (12) 235.96 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (5)

1) a) 3% b) $1\frac{1}{2}\%$ (2) 756.60 രൂ. (3) 6790.73 രൂ
5) 2653.02 (6) 1326.51 രൂ. (7) 463.64 രൂ. 459 രൂ
.4 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (6)

1) 1623.23 രൂ. (2) 1787.39 രൂ. (3) 7564.32 രൂ.
(4) 1369.91 രൂ. (5) 25307.39 രൂ.

അഭ്യാസം 2 (7)

A

(3) 811.62 രൂ. (4) 675.18 രൂ. (5) 3087 രൂ. (6) 1675.44 രൂ.
(7) 1592.41 രൂ. (8) 958.13 രൂ. (9) 17.28 രൂ. (10) 3246.46 രൂ.

B

(1) 148.92 രൂ. (2) 523.30 രൂ. (3) 3121.45 രൂ (4) 800.60 രൂ.
(5) 5548.78 രൂ. (6) 4.16 രൂ.

നിദാനശോധകം 1.

(1) $\frac{9}{5}$, $\frac{5}{5}$. (2) $\frac{25}{4}$, $\frac{4}{25}$ (3) $\frac{5}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{29}{12}$ (4) i) 10 ii) 9 iii) 14 iv) 3, 14. v) 3, 25 (6) 180 രൂ. (7) 4200 രൂ. (8) ക്രമേണ 6500, 13000, 26000.

അഭ്യാസം 3 (1)

(1) a) 8 : 3 b) 7 : 5 (2) a) 4 : 7 b) p q c) 5 : 2 d) 300 : 41

അഭ്യാസം 3 (2)

1) a) 8 : 3 b) ക്രീം c) $\frac{3}{8}$ d) $\frac{3}{18}$ e) — f) $\frac{8}{11}$ g) 24 h) 15.
2) a) 23 : 26 b) 26 : 23 c) 23 : 49 d) $\frac{23}{26}$ e) $\frac{26}{49}$ f) $\frac{23}{49}$

അഭ്യാസം 3 (3)

1) a) 2 : 3 b) 2 : 9 c) 18 30 : 29 d) 2 : 5 e) 5 : 3
f) 2 : 3 g) 4 : 3 h) 21 : 32 i) 15 : 16 j) 5 : 8
k) 4 : 6 : 5 l) 80 : 24 : 45 m) 3 : 8 n) 26 : 45
o) 5 : 8 : 4 p) 1000 : 1 q) 1 : 80 r) m : 2n s) 2a : 3b
2) 5 : 3 : 4 3) 3 : 2 4) 1 : 2 : 3

അഭ്യാസം 3 (4)

1) a) 28 b) 79 c) 48 d) 250 e) 96
2) 132 3) 20രൂ. 4) 72

അഭ്യാസം 3 (5)

1) 640 രൂ., 960 രൂ. 2) 800 രൂ., 2000രൂ., 2400രൂ.
3) 6 സെമീ., 12 സെമീ., 15 സെമീ., 4) 150, 210, 120
5) 407, 88, 55 6) 140 സെമീ., 175 സെമീ., 245 സെമീ
7) 30000 രൂ., 24000 രൂ., 20000 രൂ.

അഭ്യാസം 3 (6)

1). $8\frac{1}{3}\%$ 2) $77\frac{1}{9}\%$, 3) $22\frac{2}{9}\%$ 4) $70\frac{2}{3}\%$, 80%

അഭ്യാസം 3 (7)

(1) a) 11 : 3 b) 7 : 3 c) 3 : 1 (2) a) 11 : 13 b) 3 : 6 : 5
c) 4 : 7 : 1 (3) a) 2 : 7 : 4 b) 9 : 12 : 13 c) 15 : 24 : 28
d) 6 : 10 : 15 e) 8 : 9 : 10 f) 32 : 42 : 80 g) 54 : 63 : 28
(4) 1 : 2, 3 : 4 (5) 15 : 10 : 8 (6) 15 : 20 : 24
(7) 1: 8 : 80 (8) 12 : 40 : 15 (9) 150, 200, 240
(10) 2000 രൂ., 3000 രൂ. 3750 രൂ. (11) 2 : 4 : 1

അഭ്യാസം 3 (8)

1) 160 രൂ., 100 രൂ., 60 രൂ. 2) 288 രൂ., 120 രൂ. 168 രൂ.

അഭ്യാസം 3 (9)

1) കുറഞ്ഞു; കുറഞ്ഞു; വർദ്ധിച്ചു; വർദ്ധിച്ചു; വർദ്ധിച്ചു; വർദ്ധിച്ചു; കുറഞ്ഞു, വർദ്ധിച്ചു, കുറഞ്ഞു.
2) 630 രൂ. 3) 2.50രൂ. 4) 9 ലിറ്റർ.

അഭ്യാസം 3 (10)

1) 5 രൂ., 6 രൂ. 2) 7രൂ., 8 രൂ., 6 രൂ. 3) 2240 രൂ., 1820രൂ 1630 രൂ. 4) 7500 രൂ., 9000 രൂ., 8500 രൂ. 5) 3200 രൂ., 4800 രൂ. 6) 6800 രൂ., 9200 രൂ.

നിദാനശോധകം 2

1) 14 2) 5 3) 42 4) $\frac{bc}{d}$ (5) , $\frac{4}{3}$ 20 8) $\frac{3}{7}$, $\frac{7}{5}$ 9) 3 : 100 10) 8:5:4

11) i a) 2 : 3 b) 2 : 9 c) 10 : 9 d) 7 : 11 e) 91 : 20 f) 7 : 4
ii. a) 5 : 7 b) 40 : 3 c) 26 : 45 d) 30 : 1 iii. a) 18:30:29
b) 20 : 28 : 49 c) 10 : 7 : 6 d) 3 : 5 : 7 e) 1 : 3 : 5
f) 4 : 3 : 1 g) 1 : 1 : 1

12) 14 : 9 : 5. 13) 15 : 24 : 14 14) 18 : 10: 21 15) 54:63:28
16) 9 : 6 : 5 17) 4 : 5 : 7 18) 6 : 5 : 15 19) 1400, 1680, 300
20) 84 21) 2 : 5 22) 4 : 3 23) 12, 36 24) 5 : 7 25) 7 : 3
26) 5 : 6 27) 4 : 7 28) 50, 70 29) 2 : 3 30) 320 31) 4,
32) $\frac{1}{4}$

അഭ്യാസം 4 (1)

1) a) 8 : 6 = 18 : 40 b) 8:12 = 18:27 c) 112:16 = 35:5

അഭ്യാസം 4 (2)

1) a) 8 b) 164 c) 45 d) 21 e) 20 f) $\frac{4}{5}$
g) 1.05 h) 27 2) 1760 മൂ.

അഭ്യാസം 4 (3)

A

1) 30 2) 6 മീറ്റർ 3) $5\frac{1}{2}$ മണിക്കൂർ 4) 1.5 കിഗ്രാം 5) $\frac{bc}{a}$
6) $\frac{bc}{a}$ 7) 20 8) 6 9) 30 മൂ. 10) 10 മൂ. 11) 30 12) $\frac{pb}{q}$
13) 4:3 14) 6 കിഗ്രാം 15) 19.2 സെമി. 16) 28 17) 63

B

18) 320 19) 3600 മൂ. 20) 20 മൂ. 21) 6 മണിക്കൂർ

C

22) 3:8 23) 4:3 24) 200, 300, 400 25) 21

അഭ്യാസം 5 (1)

1) +7 2) +7 3) +4 4) +3 5) +5 6) +4 7) −4 8) 9) +
10) +2 11) 0 12) +5

അഭ്യാസം 5 (2)

A

1) +8 2) +5 3) +1 4) −1 5) −2 6) −3 7) −5 8) 9) +
10) 0 11) −7 12) −2

B

1) +8 2) +4 3) −4 4) −7 5) −1 6) +7 7) −15 8) +9 9)
10) +15 11) −10 12) +6 13) −15 14) −8 15) 0

അഭ്യാസം 5 (3)

1) −8 2) +5 3) −10 4) +200 5) −15 6) +1008 7) +2x
8) −13 9) −x 10) +y 11) +1 12) 0 13) +4 14) −2 15) +
16) −7 17) +10 18) +8 19) −7 20) +4 21) +13a 22) +8x
23) −30b 24) −20c 25) −10p 26) −3 27) +9 29) −7 29) +
30) −8 31) +3m 32) −4n 33) +2a 34) +7b 35) +4y

അഭ്യാസം 5 (4)

1) സങ്കലനക്രമനിയമം 2) സങ്കലനവിപരീതനിയമം 3) സങ്കലന
സംവൃതിനിയമം 4) സങ്കലന സംയോജനനിയമം 5) സങ്കലന
സംവൃതിനിയമം 6) സങ്കലനക്രമനിയമം 7) സങ്കലനസംക്ര
മനിയമം 8) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം അനുസിദ്ധാന്തം. 9
സങ്കലനസംയോജനനിയമം 10) സങ്കലനവിപരീതനിയമം. 11
സങ്കലനസംയോജനനിയമം 12) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം 13
സങ്കലനസംവൃതിനിയമം (അനുസിദ്ധാന്തം) സങ്കലനസംയോ
ജനനിയമം സങ്കലനവിപരീതനിയമം, സങ്കലനത്തിന്റെ അനന
മനിയമം 14) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം (അനുസിദ്ധാന്തം)
സങ്കലനസംയോജനനിയമം സങ്കലനസംവൃതിനിയമം. സങ്കല
സംവൃതിനിയമം.

അഭ്യാസം 5 (5)

A

1) +2 2) −8 3) −2 4) +8 5) +3 6) −3 7) −13 8) +13 9) +2 10) −4 11) +14 12) −14 13) +2 14) −8 15) −2 16) +8 17) −20 18) +7 19) +4 20) −10

A. 1) +9 2) −4 3) +2 4) +15 5) −5 6) −7 7) −15 8) [illegible]

B. 1) +9 2) −4 3) +2 4) +5 5) −5 6) −7 7) −15 8) −8

അഭ്യാസം 5 (6)

A

1) +8 2) −5 3) +17 4) −3 5) −14 6) +28 7) −12 8) −19 9) −40 10) +28 11) +62 12) −30 13) +2 14) +100 15) −80 16) $-10a$ 17) $+38b$ 18) $-18p$ 19) $+70p$ 20) $-40q$

B

1) −8 2) +18 3) −3 4) +1 5) +10 6) −15 7) −5 8) $+8a$ 9) $+7p$ 10) $-10m$.

അഭ്യാസം 5 (7)

1) −81 2) +10 3) −21 4) −35 5) −25 6) −30 7) [illegible] 8) +39 9) −30 10) +24 11) −20 12) +2

അഭ്യാസം 5 (8)

1) +90 2) −26 3) −30 4) −28 5) −32 6) −100 7) [illegible] 8) −42 9) −88 10) +36 11) −150 12) $-1200ab$ 13) $+30abc$ 14) $-96pqr$ 15) $+100qrs$

B

1) −6 2) −10 3) +2 4) +6 5) −8 6) −21 7) −6 8) −2 9) +3 10) −8

അഭ്യാസം 5 (9)

1) ഗുണനൈകതനിയമം. 2) ഗുണനസംയോജനനിയമം.
3) ഖിതരണനിയമം 4) ഗുണനസംയോജനനിയമം. (അനുസിദ്ധാന്തം)
5) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം.

6) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം (അനുസിദ്ധാന്തം)
7) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം 8) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം
9) സങ്കലനസംയോജനനിയമം (അനുസിദ്ധാന്തം)
10) സങ്കലനക്രമനിയമം 11) ഗുണനക്രമനിയമം
12) സങ്കലനക്രമനിയമം 13) ഗുണനക്രമനിയമം
14) സങ്കലനസംയോജനനിയമം 15) സങ്കലനസംയോജനനിയമം
16) സങ്കലനസംവൃതിനിയമം (അനുസിദ്ധാന്തം)

വിതരണനിയമം, വിതരണനിയമം, ഗുണനസംവൃതിനിയമം, സങ്കലനസംവൃതിനിയമം, സങ്കലനസംവൃതിനിയമം.

അഭ്യാസം 5 (10)

(1) +8 (2) −5 (3) +10 (4) −1 (5) −13 (6) -1 (7) −14 (8) +1.6
(9) $-\left(\frac{a}{b}\right)$ (10) $+\left(\frac{6q}{p}\right)$

അഭ്യാസം 5 (11)

A

(1) +9 (2) -10 (3) +3 (4) -10 (5) 0 (6) −5 (7) +
(8) +8 (9) +10 (10) 0 (11) -5 (12) +7 (13) +3 (14) −1
(15) −1 (16) +7 (17) +3 (18) $-6\frac{1}{2}$ (19) $-\frac{5}{6}$ (20) $-\frac{1}{8}$ (21) −1
(22) -1 (23) +9 (24) -3.0 (25) +2.8 (26) −9 (27) +
(28) −30 (29) −5 (30) −18.

B

(1) +5 (2) +30 (3) −10 (4) +5 (5) −3 (6) −14 (7) +
(8) +16 (9) +2 (10) +14 (11) +7 (12) −15 (13) +2
(14) +9 (15) +8 (16) +21.4 (17) −14 (18) $+11\frac{1}{2}$ (19) −9
(20) −4.0.

C

(1) +2 (2) +10 (3) −13 (4) −3 (5) +14 (6) −16 (7) −
(8) +7 (9) −8 (10) +15 (11) −7 (12) −7 (13) −18 (14)
(15) −5 (16) −16 (17) +5 (18) −24 (19) $-3\frac{1}{2}$ (20) +3

(21) $^{-}8.4$ (22) $^{+}8.6$ (23) $^{+}3.0$ (24) $^{-}4.0$ (25) $^{-}6.0$ (26) $^{+}15$ (27) $^{+}24$ (28) $^{-}22$ (29) $^{+}28$ (30) $^{+}21$ (31) $^{-}20a$ (32) $^{+}5a$ (33) $^{+}7b$ (34) $^{-}7n$.

D

(1) $^{-}12$ (2) $^{-}12$ (3) $^{+}35$ (4) $^{-}6$ (5) $^{-}8$ (6) $^{-}0$ (7) $^{-}8$ (8) $^{+}\frac{2}{3}$ (9) $^{-}126$ (10) $^{-}24$ (11) $^{+}1$ (12) $^{-}150$ (13) $^{+}12.6$ (14) 0 (15) $^{-}\frac{2}{5}$ (16) $^{-}43.2mn$ (17) $^{+}\frac{3}{5}pq$ (18) $^{-}24ab$ (19) $+100cd$ (20) $^{-}33.3pq$ (21) $^{-}28.6\ pq$.

E

(1) $^{-}26.60$ (2) 8.10 (3) $^{+}3$ (4) $^{+}5$ (5) $^{-}3$ (6) $^{-}$ (7) $^{-}8$

F

(1) ഗുണനക്രമനിയമം. (2) ഗുണനക്രമനിയമം. (3) ഗുണനസംയോജനനിയമം. (4) സങ്കലനസംയോജനനിയമം. (5) വ്യവകലനീയമം. (6) ഗുണനസംയോജനനിയമം. (7) സങ്കലനവിപരീതനിയമം. (8) സങ്കലനവിപരീതനിയമം. (9) വ്യവകലനനിയമം. (10) ഗുണന സംവൃതിനിയമം. അനുസിദ്ധാന്തം. ഗുണനസംയോജനനിയമം.

G

(1) $\frac{1}{8}$ (2) $+\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{1.5}$ or $^{-}\frac{2}{3}$ (4) $^{-}\frac{1}{6}$ (5) $^{+}\frac{5}{2}$ (6) $^{-}\frac{1}{7}$ (7) $+\frac{6}{5}$ (8) $\frac{7}{4}$ (10) $\frac{3}{7}$ (11) $+\frac{3}{10}$.

H

(1) $+5$ (2) $^{+}3$ (3) $^{-}3$ (4) 0 (5) $^{-}1$ (6) $^{-}3$ (7) $^{+}9$ (8) $^{-}9$ (9) 3 (10) 6 (11) $^{-}8$ (12) $^{-}3$ (12) $+12$ (14) $^{-}2$ (15) $+7$ (16) $+4$ (17) 4 (18) $^{-}8$ (19) $+5$ (20) $^{-}15$.

അദ്ധ്യായം 7

കൃത്യങ്കങ്ങൾ

ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയെ അവിഭാജ്യഘടകങ്ങളായി വിഘടിപ്പിക്കുവാൻ നാം പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.

ഉദാ: $9 = 3 \times 3$

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

$288 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

മേൽ കാണിച്ച ഉദാഹരണങ്ങളെ താഴെ പുതുക്കി എഴുതിയിരിക്കുന്നതു നോക്കുക:

$9 = 3 \times 3 = 3^2$

$32 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$

$288 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^5 \times 3^2$

ഇവിടെ സംഖ്യയുടെ വലതുവശത്ത് അൽപ്പം ഉയർത്തി എഴുതിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യ എന്തിനെ കുറിക്കുന്നു?

3^2 എന്നതിൽ, 3 എത്ര പ്രാവശ്യം എഴുതി ഗുണനഫലം കണക്കാക്കണം എന്നതിനെയാണ് 2 സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

2^5 എന്നതിൽ, 2 എത്രപ്രാവശ്യം എഴുതി ഗുണനഫലം കണക്കാക്കണം എന്നതിനെയാണ് 5 സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

32-നെ 3-ന്റെ 2-ാംകൃതി എന്നു പറയുന്നു. ഇതുപോലെ x^3, x^4, ... x_1^5 ഇവയെ യഥാക്രമം x-ന്റെ 2-ാംകൃതി, 4-ാംകൃതി, 5-ാംകൃതി .....n-ാം കൃതി എന്നു പറയും. x^3-നെ x-ന്റെ കൃത്യങ്കം എന്നു പറയുന്നു. 10^5-ൽ 10-ന്റെ കൃത്യങ്കമാണ് 5.

a^2, $a \times a$-യെ സൂചിപ്പിക്കുന്നതുപോലെ, a^1, a-യെ തന്നെ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് a-യുടെ കൃത്യങ്കം 1 ആണ്.

x^2, x^3 എന്നിവയിൽ x–നെ അധിഷ്ഠാനസംഖ്യ (base) എന്നു പറയുന്നു.

p^7–ൽ p ആണ് അധിഷ്ഠാനസംഖ്യ.

ഒരു കൃത്യങ്കം അതിന്റെ അധിഷ്ഠാനസംഖ്യയെ മാത്രമെ സംതൃപ്തിക്കുകയുള്ളു.

ഉദാ: $a^3b = a \times a \times a \times b$ ഇവിടെ a–യുടെ കൃത്യങ്കമാണ് 3.

$ab^3 = a \times b \times b \times b$ ഇവിടെ 3, b–യുടെ കൃത്യങ്കമാണ്.

അഭ്യാസം 7 (1)

1. താഴെ പറയുന്നവയുടെ വിലകാണുക:

1) 10^3 2) 2^5 3) 7^3 4) $2^3 \times 3^2$

5) 2×5^3 6) $(2 \times 3)^2$ 7) $(4 \times 5)^3$

2. 1) $x = 5$ ആയാൽ $3x^2$ എത്ര?

2) $x = 2$ ആയാൽ $2x^5$ എത്ര?

3) $y = 1$ ആയാൽ $4y^3$ എത്ര?

4) $a = 2$, $b = 3$ ആയാൽ $a^2 b^3$ എത്ര?

കൃത്യങ്കനിയമങ്ങൾ

1) $3^2 \times 3^4 = \overbrace{\underbrace{3 \times 3}_{2\text{ ഘടകങ്ങൾ}} \times \underbrace{3 \times 3 \times 3}_{4\text{ ഘടകങ്ങൾ}}}^{6\text{ ഘടകങ്ങൾ}} = 3^6$

2) $2^5 \times 2^3 = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{5\text{ ഘടകങ്ങൾ}} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{3\text{ ഘടകങ്ങൾ}} = 2^8$

8 ഘടകങ്ങൾ

ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ ചോദ്യത്തിലെ കൃത്യങ്ങളും ഉത്തരത്തിലെ കൃത്യങ്ങവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?

1) $3^2 \times 3^4 = 3^6 = \underline{3^{2+4}}$

2) $2^5 \times 2^3 = 2^8 = \underline{2^{5+3}}$

താഴെ കാണുന്നവ മേൽ കാണിച്ചപ്രകാരം ക്രിയചെയ്തെഴുതുക.

(1) $5^6 \times 5^4$ (2) $3^3 \times 3^4$ (3) $2^6 \times 2^{10}$

$a^m \times a^n$ എത്ര?

$$a^m \times a^n = \overbrace{\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m \text{ ഘടകങ്ങൾ}} \times \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ ഘടകങ്ങൾ}}}^{m+n \text{ ഘടകങ്ങൾ}}$$

$$= \underline{a^{m \times n}}$$

m, n ഇവ പോസിററീവ് പൂർണ്ണസംഖ്യകളായാൽ $a^m \times a^n = a^{m+n}$

അഭ്യാസം 7 (2)

1 ലഘൂകരിച്ചെഴുതുക

(1) $m^4 \times m^7$ (2) $(9x^2)(2x^3)$ (3) $a^2 \times a^7$

(4) $(2p^2)p$ (5) $2a \times 2a^3$ (6) $2^2 \times 2^3$

(7) $2^4 \times 3^2 \times 2^3 \times 5 \times 3^3 \times 2 \times 5^2$

(8) $(3p^5q)(2^2pq^3)$ (9) $(4a^7)(5a^{13})(a^5)$

(10) $3a^3b^7c^5)(2^2a^2b^4c^6)(4ab^3c^3)$

II താഴെ പറയുന്ന വാക്യങ്ങൾ തെറ്റോ ശരിയോ എന്ന് പരിശോധിച്ച് തെളിയിക്കുക.

(1) $2^3 \times 3^3 = 6^3$ (2) $2^3 + 3^3 = 5^3$

(3) $2^3 + 2^3 = 2^4$ (4) $2^3 + 3^3 = 2^6$

(5) $3^2 \times 3^3 = 3^6$ (6) $3^2 + 3^2 + 3^2 = 9^2$

III (1) $(a \neq 0)$ ആയാൽ $\frac{a^7}{a^2}$ എന്ന ഭിന്നസംഖ്യ പരിശോധിക്കുക.

$$\frac{a^7}{a^2} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a}$$

$$= \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a} = a^5$$

$(a^m \times a^n = a^{m+n})$ എന്ന നിയമം ഉപയോഗിച്ച് ഇത് എളുപ്പത്തിൽ ക്രിയചെയ്യാം.

1) $\frac{a^7}{a^2} = \frac{a^2 \times a^5}{a^2} = \underline{a^5}$

2) $\frac{a^5}{a^3} = \frac{a^3 \times a^2}{a^3} = \underline{a^2}$

3) $\frac{a^{18}}{a^{10}} = \frac{a^{10} \times a^8}{a^{10}} = \underline{a^8}$

മേൽ കാണിച്ച മൂന്നുദാഹരണങ്ങളിലും അംശത്തിന്റെയും ഛേദത്തിന്റെയും കൃത്യങ്കങ്ങളും, ഉത്തരത്തിന്റെ കൃത്യങ്കവും തമ്മിൽ എന്തെങ്കിലും ബന്ധമുണ്ടോ?

1) $\frac{a^7}{a^3} = a^5 = \underline{a^{7-2}}$

2) $\frac{a^5}{a^3} = a^2 = \underline{a^{5-3}}$

3) $\frac{a^{12}}{a^{10}} = a^2 = \underline{a^{12-10}}$

ഇതുപോലെ ചെയ്യുകയാണെങ്കിൽ

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

ഇവിടെ $m = 12$, $n = 7$ ആയാൽ

$$\frac{a^{12}}{a^7} = a^{12-7} = a^5$$

$m = 5$, $n = 7$ ആയാൽ

$$\frac{a^5}{a^7} = a^{5-7} = a^{-2}$$

a^{-2} എന്നാൽ എന്താണെന്നു നോക്കാം.

$a^{-2} = \frac{a^5}{a^7}$ എന്നാണല്ലോ കണ്ടത്

$$\frac{a^5}{a^7} = \frac{a^5}{a^5 \times a^2} = \frac{1}{a^2}$$

$$\therefore a^{-2} = \frac{1}{a^2}$$

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ എന്നതിൽ

$m = 2,\ n = 9$ ആയാൽ

$\frac{a^2}{a^9}\ a^{2-9} = a^{-7}$

അതിനെ $\frac{a^2}{a^9} = \frac{a^2}{a^2 \times a^7} = \frac{1}{a^7}$

$\therefore\ a^{-7} = \frac{1}{a^7}$

$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ എന്നും $a^{-7} = \frac{1}{a^7}$ എന്നും തെയ്തിലാക്ക

ഒരുമെ പറയുകയാണെങ്കിൽ $a^{-9} = \frac{1}{a^9}$ എന്നുകാണ

IV താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കും

$\frac{a^7}{a^3} = a^{7-3} = a^4;\ \frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$

$\frac{a^3}{a^3} = a^{3-3} = a^0$; എന്നാൽ $\frac{a^3}{a^3} = 1$

$\frac{a^7}{a^7} = a^{7-7}\ a^0$; എന്നാൽ $\frac{a^7}{a^7} = 1$

$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$; എന്നാൽ $\frac{a^n}{a^n} = 1$

[illegible] കാണിച്ച ഉദാഹരണങ്ങളിൽനിന്ന് [illegible] നിയമം നമുക്ക് മനസ്സിലാക്കാൻ സാധിക്കുന്നു

$$\boxed{a \neq 0 \text{ ആയാൽ } a^0 = 1}$$

$\neq 0$ എന്നതു വായിക്കേണ്ടതു a സമമല്ല പൂജ്യം എന്നാണ്.

[illegible] കാണിച്ച ഉദാഹരണങ്ങളിൽനിന്ന് കുത്യങ്കം ഒരു [illegible] സംഖ്യയോ പൂജ്യമോ ആയാലുള്ള അർത്ഥം [illegible].

[illegible] കൊണ്ട് $a \neq 0$ ആയാൽ m, n ഇവ ഫോസിറ്റീവ് [illegible] പൂജ്യം, നെഗററീവ് സംഖ്യ ഇവയിൽ ഏതായാലും.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

എന്നീ വാക്യങ്ങൾ ശരിയായിരിക്കും.

അഭ്യാസം 7 (3)

[illegible]കരിക്കുക:

1) $\frac{2^5}{2^2}$ 2) $\frac{3^7}{3^4}$ 3) $\frac{2^{16}}{2^{12}}$

4) $\frac{2^6 \times 3^5}{2^3 \times 3^5}$ 5) $\frac{2^{10} \times 3^8}{2^{15} \times 3^6}$

6) $\frac{2^5 \times 3^4 \times 4^7}{2^5 \times 3^7 \times 4^{10}}$ 7) $\frac{2a^6}{2^4 a^3}$

8) $\frac{a^5 b^2 c^2}{a^4 b c^2}$ 9) $\frac{24a^5 b^6}{16a^3 b^3}$

10) $\frac{10p^5 q^7}{6p^7 q^4}$ 11) $\frac{54x^2 y^3}{3^5 x^6 y^6}$

12) $\frac{36x^4 y^5 z}{28x^6 y^3 z^4}$

ഒരു കൂടുതൽ ഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലം ഒരു പ്രസ്താവനകത്തെഴുതി ബ്രാക്കറ്റിനു വെളിയിൽ കൃത്യങ്കമെഴുതിയാൽ അതു ബ്രാക്കറ്റിനകത്തുള്ള ഓരോ ഘടകത്തേയും ബാധിക്കും

ഉദാ. $(ay)^3 = ay \times ay \times ay$
$= a \times a \times a \times y \times y \times y$
$= \underline{a^3 y^3}$

$(3abc)^2 = 3^2 \times a^2 \times b^2 \times c^2$
$= \underline{9a^2b^2c^2}$

$(xyz)^3 = x^3 y^3 z^3$

അതുപോലെ $\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y}$

(1) $(2^2)^3$ ന്റെ വിലകാണുക.

$(2^2)^3 = 2^2 \times 2^2 \times 2^2 = 2^{2+2+2} = \underline{2^6}$

(2) $(3^4)^2 = 3^4 \times 3^4 = 3^{4+4} = \underline{3^8}$

(3) $(5^7)^3 = 5^7 \times 5^7 \times 5^7 = 5^{7+7+7} = \underline{5^{21}}$

ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് ഉത്തരത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം അതിന് എങ്ങനെ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

പാഠ്യത്തിലുള്ള കൃത്യങ്ങളും ഉത്തരത്തിന്റെ കൃത്യങ്ങളും-
ിലുള്ള ബന്ധം എന്താണ്?

$(2^3)^5 = 2^6 = 2^{2\times3}$

$(3^4)^2 = 3^8 = 3^{4\times2}$

$(5^7)^3 = 5^{21} = 5^{7\times3}$

ഇപ്പോൾ പൊതുതത്വം എങ്ങനെ എഴുതാം?

$$(a^m)^n = a^{m\,n}$$

$p^4q^3)^3$-ന്റെ വില കാണുക

$p^4q^3)^3 = p^4q^3 \times p^4q^3 \times p^4q^3$

$= p^4 \times p^4 \times p^4 \times q^3 \times q^3 \times q^3$

$= (p^4)^3 \times (q^3)^3 = p^{12} \times q^9$

$= p^{4\times3} \times q^{3\times3}$

രുപോലെ $\left(\frac{a^2b^3}{c^4d}\right)^2 = \frac{a^2b^3}{c^4d} \times \frac{a^2b^3}{c^4d}$

$= \frac{(a^2b^3)^2}{(c^4d^2)}$

$= \frac{a^4b^6}{c^8d^2}$

$(a^m b^n c^p)^q$ ന്റെ വിലയെന്ത്?

$(a^m b^n c^p)^q = a^{mq} \times b^{nq} \times c^{pq}$

ചുരുക്കുക

(1) $(a^3b^2c)^2$ (2) $(x^2a^4)^3$ (3) $(5x^2y^2)^4$

(4) $(2pq^2)^3 \times 5p^4q$ (5) $(4xy)^3 \times (2x^2y)^4$

(6) $\left(\frac{a^7b^2c^3}{p^5q^4r^2}\right)^2$ (7) $\left(\frac{2m^3\ p}{n^5q^2}\right)^3$

അഭ്യാസം 7 (4)

ചുരുക്കുക

(1) $(2^2)^3$ (2) $(x^2)^4$ (3) $(a^4)^3$ (4) $(b^2)^4$

(5) $(2a^2)^3$ (6) $(2a^3)^3$ (7) $(3a^2)^4$ (8) $(4a^7)^4$

(9) $(2^3\ a^4)^2$ (10) $(2^2\ a^2\ b^3\ c^4)^5$

ഒരോ ഇറയുന്ന വാക്യങ്ങൾ ശരിയാകുന്നതിന് ഓരോ ചിഹ്ന ഏതായിരിക്കണം ?

(1) $11^5 \times 10^5 = 10^5$ (2) $10^{-3} \times 10^{-3} = 10^{-}$

(3) $8^9 \times 8^9 = 8^5$ (4) $17^{-6} \times 17^{-6} = 17^{-}$

(5) $7^{-4} \times 7^{-4} = \frac{1}{7^5}$ (6) $9^{-2} \times 9^{7} = 9^{5}$

(7) $12^3 \times 12^{-7}\ \frac{1}{12^5}$ (8) $10^5 \times 10^5 = 10^{-}$

(9) $10^5 \times 10^5 = 10^{-6}$ (10) $13^5 \times 13^5 = \frac{1}{13^{11}}$

III 1) $3^m = 6561$ ആയാൽ, 3^{m-1} എത്ര?

2) $2^n = 256$ ആയാൽ 2^{n+2} എത്ര?

IV ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ വശം $\frac{3}{4}a^2b^3c$ മീററർ ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണമെന്ത്?

V ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം $\frac{2}{5}x^4y^2m^2$ ച: മീററും, നീളം $\frac{4}{5}x^2y$ മീററും ആയാൽ അതിന്റെ വീതി എന്ത്

VI ക്രിയ ചെയ്യുക:

1) $a^2 \times a^3$ 2) $(2^3)^2$ 3) $(4^2)^3$
4) $(5^3)^4$ 5) $(a^2)^3$

നിദാനശോധകം 5

വർഗവും വർഗമൂലവും

1 ഫലം കാണുക:

i) $.05 \times .05$ vi) $.4 \times .04 \times .006$
ii) 1.2×1.2 vii) $1 \times 1 \times 1$
iii) $.2 \times .2$ viii) $(\frac{2}{3}a^2)^2$
iv) $.03 \times .03$ ix) $(.3a^2)^2$
v) $1 \times .1 \times 1$ x) $(6a^3b^2)^2$

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ അവിഭാജ്യസംഖ്യകളായി പിരിച്ചെഴുതുക.

96, 142, 441, 1728, 1220

3. 1-നും 200-നും ഇടയ്ക്കുള്ള അവിഭാജ്യസംഖ്യകൾ എഴുതുക.

4. താഴെ പറയുന്നവ ഘടകങ്ങളായിവരുന്ന ഓരോ സംഖ്യ എഴുതുക :-

(1) $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times$ (2) 2^4 (3) $2^2 \times 3^4 \times 4$

5 കൃത്യങ്കങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് ചുരുക്കിയെഴുതുക:-

1) $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times a^2 \times a^2 \times a^2$

2) $13 \times 13 \times a \times a \times b \times b$

3) $2x^2 \times 2x^2 \times 2x^2 \times 2x^2$

6 താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളിൽ 2 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കാത്തവ ഒറ്റ നോട്ടത്തിൽ കണ്ടു പിടിക്കുക:-

11, 12, 14, 15, 17, 18, 20

341, 436, 638, 1002, 1009

7. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ 5 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്നവ ഒറ്റ നോട്ടത്തിൽ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക:

243, 150, 375, 292, 395

8 താഴെ തന്നിരിക്കുന്നവയിൽ 9 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യകൾ എളുപ്പവഴിയിൽ കണ്ടുപിടിച്ച് എഴുതുക:-

783, 8174, 536, 9072, 5.475, 4.788

9. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏതിനെയെല്ലാം 11 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമെന്ന് എളുപ്പവഴിയിൽകാണുക.

3874, 5247, 6787, 7635, 19800, 3406

വർഗമൂലം

9 എന്ന സംഖ്യ ഘടകങ്ങളായി പിരിച്ചെഴുതിയാൽ 3 , 3 എന്നാണല്ലോ കിട്ടുന്നത്. ഈ രീതിയിൽ ചില സംഖ്യകൾ പിരിച്ചെഴുതിയിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

9 = 3 × 3	35 = 5 × 7
6 = 3 × 2	49 = 7 × 7
14 = 2 × 7	33 = 11 × 3
10 = 5 × 2	26 = 2 × 13
4 = 2 × 2	39 = 3 × 13
21 = 7 × 3	25 = 5 × 5
15 = 3 × 5	22 = 11 × 2

ഇപ്രകാരം പിരിച്ചെഴുതിയിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളിൽ ചിലതിന്റെ അടിയിൽ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ആ സംഖ്യകളും പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ. അവയ്ക്ക് മറ്റുള്ളവയെ അപേക്ഷിച്ച് എന്തു പ്രത്യേകതയാണുള്ളത്? ഒരു എണ്ണൽ സംഖ്യയുടെ തന്നോകൃതിയായി എഴുതാമെന്നുള്ളതാണ് ആ സംഖ്യയുടെ പ്രത്യേകത. അതായത് 9 = 3^2, 4 = 2^2, 49 = 7^2, 25 = 5^2. 9, 4, 49, 2^5 എന്നീ സംഖ്യകളെപ്പോലെ പ്രത്യേകതയുള്ള മറ്റ് ഏതാനും സംഖ്യകൂടി പറയൂ.

ഇത്തരം സംഖ്യകൾ കണ്ടുപിടിക്കാൻ എന്താണുവഴി? ഏതെങ്കിലും സംഖ്യയുടെ തന്നോകൃതി കണ്ടുപിടിച്ചാൽ പോരേ?

ഉദാഹരണമായി 27-ന്റെ തന്നോകൃതിയായ 27^2 അഥവാ 729 അതുപോലെയുള്ള ഒരു സംഖ്യയാണ്. 729-നെ 27-ന്റെ തന്നോകൃതി അല്ലെങ്കിൽ വർഗം എന്നാണ് പറയുന്നത്. അതുപോലെ 25 അല്ലെങ്കിൽ 5^2 എന്ന സംഖ്യ 5-ന്റെ വർഗമാണ്. 3-ന്റെ വർഗമേതാണ്? 3^2 അതായത് 9. 11-ന്റെ വർഗമോ? 11^2. അതായത് 121.

ഏതെങ്കിലും സംഖ്യയുടെ രണ്ടാംകൃതി അഥവാ വർഗം കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നറിഞ്ഞല്ലോ.

അതുപോലെ 5-ന്റെ മൂന്നാംകൃതി കാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നും നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ.

5-ന്റെ മൂന്നാംകൃതി = 5^3 അഥവാ 125

3-ന്റെ നാലാംകൃതിയോ? 3^4 അഥവാ 81

പൊതുവായി പറയുകയാണെങ്കിൽ

a-യുടെ 2-ാംകൃതി → a^2
a-യുടെ 3-ാംകൃതി → a^3
a-യുടെ 4-ാംകൃതി → a^4
a-യുടെ 7-ാംകൃതി → a^7
a-യുടെ 10-ാംകൃതി → a^{10}
a-യുടെ n-ാംകൃതി → a^n

MUNAVIRUL ISLAM HIGH SCHOOL
Date
ERNAKULAM.

ഇവിടെയെല്ലാം നാം ഒരു സംഖ്യയുടെ-ഒരു സ്വാഭാവികസംഖ്യയുടെ ചരസംഖ്യയാകട്ടെ-ഒരു നിർദിഷ്ടകൃതി എത്ര എന്നു കാണുകയാണല്ലോ ചെയ്തത്. സങ്കലനം, ഗുണനം എന്നിവയ്ക്ക് വിപരീതക്രിയകളുള്ളതുപോലെ കൃതി കാണുന്നതിനും ഒരു വിപരീതക്രിയയുണ്ട്. എന്താണ് ഇവിടത്തെ വിപരീതക്രിയ എന്നു നോക്കാം.

81 ഒരു സംഖ്യയുടെ രണ്ടാംകൃതിയാണെന്നിരിക്കട്ടെ. ഏതു സംഖ്യയുടെ രണ്ടാംകൃതിയാണ് 81 എന്ന് നമുക്കു കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടിവരുമല്ലോ. അതുപോലെ 81 ഒരു സംഖ്യയുടെ 4-ാംകൃതിയാണെങ്കിൽ ഏതുസംഖ്യയുടെ 4-ാംകൃതിയാണ് 81. ഏതു സംഖ്യയുടെ n-ാംകൃതിയാണ് n എന്നും മറ്റും പലപ്പോഴും കാണേണ്ടിവരും. ഉദാഹരണമായി 64 ച: മീ വിസ്തീർണ്ണമുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടം നിർമ്മിക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. അതിന്റെ ഒരു

വശം എത്രയായി എടുക്കണമെന്നു നമുക്കു കണ്ടുപിടിക്കണം. വശത്തിന്റെ വർഗമാണു് സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണമെന്നു നമുക്കറിയാം. അതുകൊണ്ടു് ഏതു സംഖ്യയുടെ 2-ം കൃതിയാണു് 64 എന്നു കണ്ടാൽ വശം എത്രയാണെന്നു കിട്ടു.

$64 = 8^2$ ആണല്ലോ. അതായതു് 8-ന്റെ വർഗമാണു് 64 അതുകൊണ്ടു് വശത്തിന്റെ നീളം 8 മീറ്ററാണു്.

$9^2 = 81$ ആയതുകൊണ്ടു് 9-നെ 81-ന്റെ രണ്ടാംമൂലം അഥവാ വർഗമൂലം എന്നു പറയുന്നു.

7-ന്റെ വർഗമാണു്		49	49-ന്റെ വർഗമൂലമാണു്		7
4 ..	..	16	16 ..	..	4
5 ..	..	25	25 ..	..	5
11 ..	..	121	121 ..	..	11
a ..	..	a^2	a^2 ..	..	a
c ..	..	c^2	c^2 ..	..	c

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതു പരിശോധിച്ചാൽ, വർഗം കാണുന്നതിന്റെ വിപരീതക്രിയയാണു് വർഗമൂലം കാണുന്നത് എന്നു മനസിലാകുമല്ലോ.

ഒരു സംഖ്യ, ഏതു രണ്ടു തുല്യഘടകങ്ങളുടെ ഗുണനഫലമാണു് എന്നു കാണുക. ആ തുല്യഘടകങ്ങളിലൊന്നായിരിക്കും ആ സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം.

$a^3 \times a^3 = a^6$ ആണല്ലോ. അതായതു് $= (a^3)^2 = a^6$

അതുകൊണ്ടു് a^6 ന്റെ വർഗമൂലം a^3 ആണു്.

$a^7 \times a^7 = (a^7)^2 = a^{7\times2} = a^{14}$

a^{14} ന്റെ വർഗമൂലം a^7.

$a^p = a^p = (a^p)^2 = a^{p\times2} = a^{2p}$

$\therefore$ a^{2p} യുടെ വർഗമൂലം a^p ആയിരിക്കും.

a^3b^2 ന്റെ വർഗമാണ് $(a^3b^2)^2$ അതായത് a^6b^4

അപ്പോൾ a^6b^4 ന്റെ വർഗമൂലമെത്ര? a^3b^2 അല്ലെ?

$m^6n^7p^8$ ന്റെ വർഗം $(m^6n^7p^8)^2 = m^{12}n^{14}p^{16}$ ആണ്.

$m^{12}n^{14}p^{16}$ ന്റെ വർഗമൂലമോ? $m^6n^7p^8$ ആണല്ലോ.

$2^8\ 4^5$ ന്റെ വർഗം $(2^8 4^5)^2 = 2^6 4^{10}$ ആയതുകൊണ്ട്

$2^6 4^{10}$ ന്റെ വർഗമൂലം $2^8\ 4^5$ ആയിരിക്കും.

ഒരു പദത്തിന്റെ വർഗം കാണാനെന്താണു ചെയ്തത്? ആ പദത്തിന്റെ കൃത്യങ്കം രണ്ടു മടങ്ങാക്കി എഴുതി. ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗം ഈ രീതിയിൽ തന്നാൽ വർഗമൂലം കാണുന്നതിന് അതിന്റെ കൃതുങ്കം പകുതിയാക്കി എഴുതിയാൽമതി എന്നു കിട്ടുന്നില്ലേ?

ഉദാഹരണമായി a^{12} ന്റെ വർഗമൂലം $\frac{12}{2} = a^6$ ആയിരിക്കും

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ a^n ന്റെ വർഗമൂലം $a^{\frac{n}{2}}$ ആണ്.

$a^{\frac{n}{2}}$ ന്റെ വർഗം $\left(a^{\frac{n}{2}}\right)^2$ അതായത് $a^{\frac{n\times 2}{2}}$ അഥവാ a^n ആണല്ലോ.

$8 = 2^3$ ആണെന്നു നമുക്കറിയാം. അതുകൊണ്ട് 8.2 ന്റെ 3-ാംകൃതി അഥവാ ഘനം ആണെന്നു പറയാം. അതുപോലെ $x^{15} = (x^5)^3$ ആയതുകൊണ്ട് x^5 ന്റെ ഘനമാണ് x^{15}.

p^3q^6 ന്റെ ഘനമെത്രയാണ്? $(p^3q^5)^3$, അതായത് p^9q^{15} തന്നെ തിക്കുന്ന ഒരു പദത്തിന്റെ 3-ാംകൃതി കാണുന്നതിനുള്ള എളുപ്പവഴി എന്താണ്? ഓരോ പദത്തിന്റെയും കൃത്യങ്കത്തെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

8, 2 ന്റെ 3-ാം കൃതി (ഘനം) ആയതുകൊണ്ട് 2 നെ 8 ന്റെ 3-ാം മൂലം അഥവാ ഘനമൂലം എന്നു പറയുന്നു. അതുപോലെ x^{15} ന്റെ ഘനമൂലമാണ് x^5.

p^9q^{15} ന്റെ ഘനമൂലമോ? p^3q^5 ആണല്ലോ.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ നോക്കൂ:

x^2 ന്റെ 3-ാം കൃതി x^6	x^6 ന്റെ 3-ാം മൂലം (ഘനമൂലം) x^2
a^{3m} ന്റെ 3-ാം കൃതി a^{3m}	a^{3m} ന്റെ ,, a^m
p^3q^5 ന്റെ 3-ാം കൃതി p^9q^{15}	p^9q^{15} ന്റെ ,, p^3q^5
$x^4x^6z^7$ ന്റെ 3-ാം കൃതി $x^{12}y^{18}z^{21}$	$x^{12}y^{18}z^{21}$ ന്റെ ,, $x^4y^6z^7$

തന്നിരിക്കുന്ന പദത്തിന്റെ 3-ാം മൂലം (ഘനമൂലം) കാണുന്നതിനുള്ള എളുപ്പവഴി രണ്ടാം കോളത്തിൽനിന്നും നിങ്ങൾക്ക് നെസ്സിലായിരിക്കുമല്ലോ.

ഘനമൂലം കാണുന്നതിന് ഓരോ പദത്തിന്റെയും കൃത്യങ്ങളുടെ മൂന്നിലൊന്നു കണ്ടാൽ മതി.

ഉദാഹരണമായി $a^{15}b^{27}$ ന്റെ ഘനമൂലം $a^{\frac{15}{3}}b^{\frac{27}{3}}$ അതായത് a^5b^9 ആയിരിക്കും.

ഒരു പദത്തിന്റെ 5-ാം കൃതി കാണുന്നതെങ്ങനെ? ഒരു പദത്തിലെ ഓഴികളുടെ കൃത്യങ്ങളിന്റെ 5 മടങ്ങ് എഴുതിയാൽ പോരെ?

ഉദാഹരണമായി a^2b^3-ന്റെ 5-ാം കൃതി $(a^2b^3)^5 = a^{10}b^{15}$ ആയിരിക്കും.

a^2b^3-ന്റെ 5-ാം കൃതി $a^{10}b^{15}$ ആയതുകൊണ്ട്, $a^{10}b^{15}$-ന്റെ 5-ാം മൂലമാണ് a^2b^3

ഒരു പദത്തിന്റെ രണ്ടാംമൂലം അഥവാ വർഗമൂലം കാണുന്നതിന് അതിലെ ഓഴികളുടെ കൃത്യങ്ങളുടെ രണ്ടിലൊന്ന് കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതി. മൂന്നാംമൂലം അഥവാ ഘനമൂലം കാണുന്നതിന് കൃത്യങ്ങളുടെ $\frac{1}{3}$ എഴുതി അപ്പോൾ നാലാംമൂലം കാണുന്നതിനോ? കൃത്യങ്ങളുടെ $\frac{1}{4}$ കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതണം. 15-ാം

മൂലം കാണണമെങ്കിൽ കൃത്യങ്കങ്ങളുടെ $\frac{1}{n}$ കണ്ടുപിടിച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ x^p -യുടെ n-ാംമൂലം $x^{\frac{p}{n}}$ ആയിരിക്കും.

റാഡിക്കൽ ചിഹ്നം

a-യുടെ വർഗമൂലം കാണുന്നതിന് a-യുടെ കൃത്യങ്കത്തിനെ $\frac{1}{2}$ കൊണ്ട് ഗുണിച്ചെഴുതുകയാണല്ലോ വേണ്ടത്. $a = a^1$ ആയതുകൊണ്ട് a-യുടെ വർഗമൂലം $a^{\frac{1}{2}}$ എന്നു കിട്ടുന്നു. അതുപോലെ a-യുടെ ഘനമൂലം (3-ാം മൂലം) എന്താണ്? $a^{\frac{1}{3}}$ അല്ലേ? $a^{\frac{1}{4}}$ എന്നാൽ a-യുടെ 4-ാംമൂലം എന്നും $a^{\frac{1}{n}}$ എന്നാൽ a-യുടെ n-ാംമൂലം എന്നും ഇതിൽനിന്നും വ്യക്തമാണല്ലോ?

a-യുടെ n-ാം മൂലം എന്നതിനെ മറ്റൊരു രീതിയിലും എഴുതാം.

$\sqrt{a}$ എന്നത് $a^{\frac{1}{2}}$-നെ അതായത് a-യുടെ n-ാം മൂലത്തിനെ കാണാൻ കുറിക്കുന്നത്. ഇതുപോലെ a-യുടെ 5-ാംമൂലം എന്നത് എങ്ങനെ എഴുതാം? $\sqrt[5]{a}$

അതുപോലെ a-യുടെ ഘനമൂലത്തിനെ $\sqrt[3]{a}$ എന്നാണല്ലോ എഴുതേണ്ടത്. അതായത് $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$.

a-യുടെ 2-ാം മൂലം അഥവാ വർഗമൂലം ഇതുപോലെ കുറിച്ചുകൊണ്ടിരിക്കുമ്പോൾ $\sqrt[2]{a}$ എന്നെഴുതണമെന്നില്ല. $\sqrt{a}$ എന്നെഴുതിയാൽ മതി. വർഗമൂലം a എന്നാണതിനെ വായിക്കുന്നത്. $\sqrt{a}$ എന്നത് $a^{\frac{1}{2}}$-നെയാണ് സൂചിപ്പിക്കുന്നത് p-യുടെ വർഗമൂലമെന്നത് $\sqrt{p}$ എന്നെഴുതാം.

$\sqrt{\ }$ എന്ന ചിഹ്നത്തെ റാഡിക്കൽചിഹ്നം (radical sign) എന്നാണ് പറയുന്നത്. റാഡിക്കൽ എന്ന ഇംഗ്ലീഷുപദത്തിന്റെ ആദ്യക്ഷരമായ r-ൽ നിന്നുമാണ് $\sqrt{\ }$ എന്ന ചിഹ്നം രൂപം കൊണ്ടത. $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{9}$, $\sqrt[4]{7}$ എന്നിങ്ങനെയുള്ള പദങ്ങളെയെല്ലാം റാഡിക്കലുകൾ എന്നാണ് പറയുന്നത്.

റാഡിക്കൽ ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുമ്പോൾ ഒരു കാര്യം ശ്രദ്ധിക്കാനുണ്ട്.

$9 = 3^2$ ആയതുകൊണ്ട് 3, 9 ന്റെ വർഗമൂലമാണെന്ന് നാം കണ്ടു. എന്നാൽ $(-3)^2 = 9$ ആയതുകൊണ്ട് -3 ഉം 9 ന്റെ വർഗമൂലമാണല്ലോ. അപ്പോൾ 9 ന് $+3$, -3 എന്നിങ്ങനെ രണ്ടു വർഗമൂലങ്ങളുണ്ട്.

അതുപോലെ x^4 നെ $x^2 \times x^2$ എന്നും $-x^2 \times -x^2$ എന്നും എഴുതാമെന്നുള്ളതുകൊണ്ട് x^2, $-x^2$ എന്നിവ രണ്ടും x^4 ന്റെ വർഗമൂലങ്ങളാണ്.

-3, $+3$ എന്നിവ 9 ന്റെ വർഗമൂലമായതുകൊണ്ട് $9^{\frac{1}{2}} = \pm 3$ എന്നാൽ $\sqrt{9} =$ എന്നിങ്ങനെ റാഡിക്കൽ ചിഹ്നമുപയോഗിച്ച് 9 ന്റെ വർഗമൂലം എഴുതുമ്പോൾ ഇവിടത്തെ നെഗറ്റീവു വില എഴുതാറില്ല. $\sqrt{9} = 3$ എന്നു മാത്രമേ എഴുതാവൂ. അതുപോലെ $\sqrt{4}$ ഒരിക്കലും -2 ആകാൻവയ്യ. $\sqrt{4}$ ന്റെ വില എപ്പോഴും 2 എന്നു മാത്രമേ എടുക്കാവൂ.

$\sqrt[n]{x}$ എന്നാൽ x ന്റെ n-ാം മൂലത്തിന്റെ കേവലവില എന്നാണർത്ഥം. അതുകൊണ്ടാണ് $\sqrt{4}$ എന്നത് 4 ന്റെ വർഗമൂലത്തിന്റെ കേവലമൂല്യമായി 2 എന്നെടുത്തത്.

$-8 = (-2)^3$ ആയതുകൊണ്ട്

$-8^{\frac{1}{3}} = -2$ ആണെന്നും മനസ്സിലാക്കാം.

അതായത് $\bar{}8$ ന്റെ 3-ാം മൂലം $\bar{}2$ ആണ്. പക്ഷെ റാഡിക്കൽ ചിഹ്നം ഉപയോഗിക്കുമ്പോഴും എപ്പോഴും കേവല മൂല്യം മാത്രമേ കണക്കിലെടുക്കാവൂ എന്നു പറഞ്ഞല്ലോ. ഇതു കൊണ്ട് $\sqrt[3]{-8} = 2$ ആണ്. $\bar{}8$ ന്റെ മൂന്നാംമൂലത്തിന്റെ കേവല മൂല്യമേയാണ്. ഇതു സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

പൂജ്യത്തിന് എത്ര വർഗമൂലമുണ്ട്? പൂജ്യത്തിന് ഒരു വർഗമൂലം മാത്രമേയുള്ളൂ.

$$\sqrt{0} = 0$$

$\sqrt{a^6b^6}$ എന്നാൽ a^6b^6-ന്റെ രണ്ടാംമൂലം അഥവാ വർഗമൂലം എന്നാണല്ലോ മനസ്സിലാക്കേണ്ടത്.

$$\sqrt{a^6 b^6} = a^{\frac{6}{2}} b^{\frac{6}{2}}$$

$$= \sqrt{a^6} \times \sqrt{b^6}$$ (എന്തു കൊണ്ടെന്നാൽ

$$a^{\frac{6}{2}} = \sqrt{a^6}, \quad b^{\frac{6}{2}} = \sqrt{b^6}$$)

അതുപോലെ $\sqrt{a^{10} \times b^{12}} = \sqrt{a^{10}} \times \sqrt{b^{12}}$ എന്നു കാണാം. പൊതുവെ പറയുകയാണെങ്കിൽ

$$\sqrt{a^m b^n} = \sqrt{a^m} \times \sqrt{b^n}$$

അതുകൊണ്ട് $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

അതുപോലെ $\sqrt{abc} = \sqrt{ab} \times \sqrt{c}$

$$= \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c}$$

ഇതനുസരിച്ച്

$\sqrt{abcd\ldots\ldots} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \times \sqrt{c} \times \sqrt{d} \times \ldots\ldots$

ആയിരിക്കുമല്ലോ

ഇതുപയോഗിച്ച് ചില പൂർണ്ണവർഗങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ വർഗമൂലം എളുപ്പത്തിൽ കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിയും.

ഉദാ: $\sqrt{49 \times 36 \times 25} = \sqrt{49} \times \sqrt{36} \times \sqrt{25}$

$= 7 \times 6 \times 5$

$= 210$

അഭ്യാസം 7 (5)

1. തെറ്റായതുണ്ടെങ്കിൽ തെറ്റോ ശരിയോ എഴുതുക

(i) 64 ന്റെ വർഗമൂലം ± 8 ശരി

(ii) $\sqrt{49} = \pm 7$ തെറ്റ്

(iii) x ന്റെ വർഗമൂലം $= \pm\sqrt{x}$ ശരി

(iv) $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ~~തെറ്റ്~~ ശരി

(v) $x = 1$ ആയാൽ $\sqrt{x^2} = x$ ശരി

(vi) $x = -1$ ആയാൽ $\sqrt{x^2} = |x|$ ശരി

(vii) $x = 1$ ആയാൽ $\sqrt{x^2} = x$ ശരി

(viii) $x = -1$ ആയാൽ $\sqrt{x^2} = x$ തെറ്റ്

4. താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പദങ്ങൾ ചിഹ്നമുപയോഗിച്ചെഴുതുക.

(i) $(2x)^{\frac{1}{2}}$ (ii) $7^{\frac{1}{2}}$ (iii) $10^{\frac{1}{2}}$ (iv) $(12x)^{\frac{2}{3}}$

(v) $(8ab)^{\frac{m}{3}}$

കൃത്യംകരിഹ്നമുപയോഗിച്ച് എഴുതുക

(i) $\sqrt{5}$ (ii) $\sqrt[3]{7}$ (iii) $\sqrt[5]{a^2}$ (iv) $\sqrt[6]{n} \times \sqrt[3]{n^6}$

(v) $\sqrt[n]{y}$ (vi) $\sqrt[n]{y^2}$ (vii) ~~$\sqrt[2n]{(xy)^n}$~~ $\sqrt[2]{(xy)^2}$

വർഗമൂലം കാണുക:-

(i) a^6b^4 (ii) $m^{12}n^{14}p^{16}$ (iii) $2^6 \times a^{10}$ (iv) $8^{24} \times$ ...

ഘനമൂലം കാണുക:-

(i) $a^3\,b^{12}\,c^{15}$ (ii) $x^{18}y^9$ (iii) $p^{21}q^{24}$

(iv) $6^9 \times 7^3$ (v) $2^6 \times 3^8$ $2^6 \times 3$

വർഗമൂലം കാണുക:-

(1) $\sqrt{121 \times 4 \times 9}$ (2) $\sqrt{25 \times 64 \times 100 \times 49}$

വർഗമൂലം ഘടകക്രിയാരീതിയിൽ

$\frac{2}{3}$ ന്റെ വർഗമെന്ത്? $(\frac{2}{3})^2$ അതായത് $\frac{4}{9}$;

$2\frac{1}{4}$ ന്റെ വർഗമെന്ത്? $(2\frac{1}{4})^2$ അതായത് $\frac{9}{4}$;

.3 ന്റെ വർഗമെന്ത്? .3² അഥവാ .09

1.2 ന്റെ വർഗമെന്ത്? 1.22 അഥവാ 1.44

$\frac{4}{9}, \frac{81}{16}$, .09, 1.44, 1.21 എന്നിങ്ങനെ ഭിന്നങ്ങളുടെയും ദശാംശങ്ങളുടെയും വർഗങ്ങളായി കിട്ടുന്ന സംഖ്യകളെ പൂർണവർഗങ്ങൾ എന്നാണ് പറയുന്നത്.

$\frac{1}{4}$, 0, 1, 4, 6.25 എന്നിവ പൂർണ വർഗങ്ങളാണോ? വിശകലനം ചെയ്ത് ഇവയുടെ വർഗമൂലങ്ങൾ ഭിന്നങ്ങളായോ ദശാംശങ്ങളായോ പൂർണവർഗങ്ങളുടെ വർഗമൂലം ഭിന്നകമായോ കിട്ടും.

തുകൊണ്ട് വർഗമൂലം ഭിന്നകമായിട്ടുള്ള സംഖ്യകളെയാണ് പൂർണവർഗങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നത്.

ഒരു പൂർണവർഗത്തിന്റെ വർഗമൂലം കണക്കാക്കാനുള്ള എളുപ്പവഴി ഏതാണെന്നു നോക്കാം.

$\sqrt{16} = \sqrt{2\times2\times2\times2} = \sqrt{2^4}$ ആണല്ലോ.

$\therefore \sqrt{16} = 2^{\frac{4}{2}} = 2^2$

അതുകൊണ്ട് 2^2, 16 ന്റെ വർഗമൂലമാണെന്ന് പറയുന്നു.

$\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$. അതിനാൽ 3, 9 ന്റെ വർഗമൂലമാണ്.

64 നെ ഘടകങ്ങളായി പിരിച്ചാൽ

$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

$\therefore \sqrt{64} = 2^{\frac{6}{2}} = 2^3 = 8$

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

$\sqrt{81} = 3^{\frac{4}{2}} = 3^2 = 9$

$36 = 2^2 \times 3^2$

$\sqrt{36} = 2^{\frac{2}{2}} \times 3^{\frac{2}{2}} = 2 \times 3 = 6$

1764 $1974 = 2^2 \times 3^2 \times 7^2$

$\sqrt{1974} = 2^{\frac{2}{2}} \times 3^{\frac{2}{2}} \times 7^{\frac{2}{2}}$

$\sqrt{1764}$ $= 2 \times 3 \times 7$

$= 42$

2	19764
2	882
3	441
3	147
7	49
	7

അഭ്യാസം 7 (6)

1. ഘടകക്രിയാരീതിയിൽ വർഗമൂലം കാണുക.

(i) 144 (ii) 324 (iii) 225 (iv) 529
(v) 256 (vi) 2304 (vii) 19600

$$\frac{a^{10}}{b^6} = \frac{(a^5)^2}{(b^3)^2} = \left(\frac{a^5}{b^3}\right)^2$$

$$\therefore \sqrt{\frac{a^{10}}{b^6}} = \sqrt{\left(\frac{a^5}{b^3}\right)^2}$$

$$= \frac{a^5}{b^3}$$

കൂടാതെ $\frac{a^5}{b^3} = \frac{\sqrt{a^{10}}}{\sqrt{b^6}}$

$$\sqrt{\frac{a^{10}}{b^6}} = \frac{a^5}{b^3}$$

$$= \frac{\sqrt{a^{10}}}{\sqrt{b^6}}$$

അതുപോലെ

$\frac{a^4b^{16}}{c^{12}d^8} = \left(\frac{a^2b^8}{c^6d^4}\right)^2$ എന്നായിരിക്കുമല്ലോ.

$$\therefore \sqrt{\frac{a^4b^{16}}{c^{12}d^8}} = \frac{a^2b^8}{c^6d^4}$$

ഇങ്ങനെ, $a^2b^8 = \sqrt{a^4b^{16}}$

$c^6d^4 = \sqrt{c^{12}d^8}$

ഇതുകൊണ്ട്

$$\sqrt{\frac{a^4b^{16}}{c^{12}d^8}} = \frac{\sqrt{a^4b^{16}}}{\sqrt{c^{12}d^8}}$$

$$\sqrt{\frac{a^{10}}{b^6}} = \frac{\sqrt{a^{10}}}{\sqrt{b^6}}$$ എന്നും നേരത്തെ കിട്ടിയല്ലോ

ഇതുപോലെ

$$\sqrt{\frac{2^{14}}{5^{22}}}$$ ആത്രയായിരിക്കുമെന്ന് പറയാനുകഴിയുമോ?

$$\sqrt{\frac{2^{14}}{5^{22}}} = \frac{\sqrt{2^{14}}}{\sqrt{5^{22}}}$$

$$= \frac{2^7}{5^{11}}$$

ഇതുവെ പറയുകയാണെങ്കിൽ

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$$ ആയിരിക്കും $(y \neq 0)$

5 ന്റെ വർഗമൂലം കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ

ആദ്യമായി ഈ ദിന്നസംഖ്യയുടെ അംശഹേദങ്ങൾ ഘടകങ്ങൾ ആ എഴുതുകയാണല്ലോ വേണ്ടത്

പ്രകാരം $\frac{64}{81} = \frac{2^6}{3^4}$

$$\sqrt{\frac{64}{81}} = \sqrt{\frac{2^6}{3^4}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^6}}{\sqrt{3^4}}$$

$$= \frac{2^3}{3^2}$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$\sqrt{\frac{5184}{3025}} = \sqrt{\frac{2^6 \times 3^4}{5^2 \times 11^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2^6 \times 3^4}}{\sqrt{5^2 \times 11^2}}$$

$$= \frac{2^3 \times 3^2}{5 \times 11}$$

$$\frac{72}{55}$$

2	5184
2	2592
2	1296
2	648
2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
	3

5	3025
5	605
11	121
	11

$\sqrt{10\frac{9}{16}}$ [illegible]

$$\sqrt{10\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{169}{16}}$$

$$= \frac{\sqrt{169}}{\sqrt{16}}$$

$$= \frac{13}{4}$$

$$= 3\frac{1}{4}$$

$$\sqrt{.09} = \sqrt{\tfrac{9}{100}}$$

$$= \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}}$$

$$= \tfrac{3}{10}$$

$$= .3$$

അഭ്യാസം 7 (7)

വർഗമൂലം കാണുക.

81 $\cancel{10\frac{9}{16}}$ $1\frac{9}{16}$

(1) $\frac{25}{64}$ (2) $\frac{49}{16}$ (3) $\frac{81}{121}$ (4) $1\frac{9}{16}$ (5) $10\frac{6}{25}$

(6) .04 (7) .16 (8) 2.25 (9) .0144

(10) 4.41 (11) $\frac{5184}{4366}$ (12) $\frac{2304}{2025}$

പൂർണവർഗങ്ങളുടെ പ്രത്യേകതകൾ

0, 1, 2, 3.....എന്നിങ്ങനെ 100 വരെയുള്ള അഖണ്ഡസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളെ

പട്ടികാരൂപത്തിലെഴുതിയിരിക്കുന്നു.

I		II		III		IV		V		VI	
സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം
0	0	1	1	2	4	3	9	4	16	5	25
10	100	11	121	12	144	13	169	14	196	15	225
20	400	21	441	22	484	23	529	24	576	25	625
30	900	31	961	32	1024	33	1089	34	1156	35	1225
40	1600	41	1681	42	1764	43	1849	44	1936	45	2025
50	2500	51	2601	52	2704	53	2809	54	2916	55	3025
60	3600	61	3721	62	3844	63	3969	64	4096	65	4225
70	4900	71	5041	72	5184	73	5329	74	5476	75	5625
80	6400	81	6561	82	6724	83	6889	84	7056	85	7225
90	8100	91	8281	92	8464	93	8649	94	8836	95	9025
100	10000										

VII		VIII		IX		X	
സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം
6	36	7	49	8	64	9	81
16	256	17	289	18	324	19	361
26	676	27	729	28	784	29	841
36	1296	37	1369	38	1444	39	1521
46	2116	47	2209	48	2304	49	2401
56	3136	57	3249	58	3364	59	3481
66	4356	67	4489	68	4624	69	4761
76	5776	77	5929	78	6084	79	6241
86	7396	87	7569	88	7744	89	7921
96	9216	97	9409	98	9604	99	9801

ഈ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം പറയുക.

1. 41-ന്റെ വർഗം എത്ര?
   ഏതു കോളത്തിലാണു നോക്കേണ്ടത്?
   II എന്ന കോളത്തിൽ, 41-ന് എതിരെ നോക്കണം.
   1681 എന്നു കിട്ടുന്നു.

2. 91-ന്റെ വർഗം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഏതുകോളത്തിൽ നോക്കണം?
   അതേ കോളത്തിൽ (II) തന്നെ നോക്കിയാൽ മതി.

3. 57-ന്റെ വർഗം ഏതു കോളത്തിലാണ്?
   കോളം VIII-ൽ ആണ്

4. 17, 67, 37, 77, 47 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങൾ ഏതു കോളത്തിലാണ്?
   എല്ലാം VIII എന്ന കോളത്തിലാണ്. അല്ലേ?
   അതുപോലെ 61, 31, 21, 71, 81 എന്നീ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളും എല്ലാം കോളം II-ൽ ആണെന്നു കാണാം.

4. 5-ൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളെല്ലാം ഏതു കോളത്തിലായിരിക്കും?
   കോളം V-ൽ.

5. 128-ന്റെ വർഗം ഏതു കോളത്തിലാണ് എഴുതേണ്ടത്?
   കോളം IX-ൽ.
   എന്തുകൊണ്ട്? 8-ൽ അവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളെല്ലാം കോളം IX-ൽ ആയതുകൊണ്ട്.

6. 16129 ഒരു പൂർണ്ണവർഗമാണെങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗമൂലം ഏതുകോളത്തിലായിരിക്കും?
   ഒന്നുകിൽ കോളം IV-ൽ അല്ലെങ്കിൽ കോളം VIII-ൽ ആയിരിക്കും.
   എന്തുകൊണ്ട്? 9-ൽ അവസാനിക്കുന്ന വർഗങ്ങളും ഈ കോളങ്ങളിൽ മാത്രമേ കുണുന്നുള്ളു.

123454321 ഒരു പൂർണവർഗമാണെങ്കിൽ ഏതു കോളത്തിൽ വരും?

കോളം II -ലോ X-ലോ വരും അല്ലേ?

അതിന്റെ വർഗമൂലത്തിൽ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം എന്തായിരിക്കും?

9 അല്ലെങ്കിൽ 1 ആയിരിക്കുമെന്നു വ്യക്തമാണ്.

എന്തുകൊണ്ട്?

ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് 1, അല്ലെങ്കിൽ 9 വരുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളം മാത്രമേ 1-ൽ അവസാനിക്കുകയുള്ളൂ

27438 ഒരു പൂർണവർഗമാണോ? തീർച്ചയായുമല്ല. എന്തുകൊണ്ട്? പൂർണവർഗങ്ങളുടെ ഒറ്റയുടെ സ്ഥാനത്ത് 0, 1, 4, 5, 6, 9 എന്നിവയിൽ ഏതെങ്കിലും ഒരക്കം മാത്രമേ വരാൻ സാധ്യതയുള്ളൂ എന്ന് പട്ടിക നോക്കിയാലറിയാം.

മറ്റൊരുവിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ 2, 3, 7, 8 എന്നിവയിലേതെങ്കിലും ഒരക്കത്തിലവസാനിക്കുന്ന സംഖ്യ ഒരു പൂർണവർഗമല്ല എന്നു പറയാം.

സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലം ഊഹിച്ചുപറയുന്നതെങ്ങനെ?

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പട്ടിക നോക്കൂ.

സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം	സംഖ്യ	വർഗം
0	0						
1	1	10	1,00	100	1,00,00	1000	1,00,00,00
2	4	20	4,00	200	4,00,00	2000	4,00,00 00
3	9	30	9,00	300	9,00,00	3000	9,00,00,00
4	16	40	16.00	400	16,00,00	4000	16,00,00,00
5	25	50	25,00	500	25,00,00	5000	25,00,00,00
6	36	60	36 00	600	36 00,00	6000	36,00,00,00
7	49	70	49,00	700	49,00,00	7000	49,00 00,00
8	64	80	64 00	800	64 00 00	8000	64,00,00,00
9	81	90	81,00	900	81,00,00	9000	81,00,00,00

2-ന്റെ വർഗമെത്ര? 4

20-ന്റെ വർഗമോ? 4,00

200-ന്റെ വർഗമെത്ര? 4, 00, 00

അതുപോലെ 3-ന്റെ വർഗം 9

30-ന്റെ വർഗം 9, 00

300-ന്റെ വർഗം 9, 00, 00 എന്നു കിട്ടുന്നു.

ഇതുപോലെ മറ്റു സംഖ്യകളും പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ. എന്തു കിട്ടുന്നു?

ഒരു സംഖ്യയുടെ വലത്തേയറ്റത്ത് എത്ര പൂജ്യമുണ്ടോ അതിന്റെ അഞ്ചുമടങ്ങു പൂജ്യം അതിന്റെ വർഗത്തിൽ കാണും.

21 ന്റെ വർഗം 441 ആണെന്നറിയാമെങ്കിൽ 2100-ന്റെ വർഗം എത്രയെന്ന് പെട്ടെന്നു പറയാമല്ലോ. സംഖ്യയിൽ രണ്ടു പൂജ്യമുള്ളതുകൊണ്ട് വർഗത്തിൽ നാലു പൂജ്യം കാണും. അതുകൊണ്ട് 2100-ന്റെ വർഗം 4410000 ആണ്.

ഇനി ഈ പട്ടിക ഉപയോഗിച്ച് വർഗമൂലം മനക്കണക്കായി ചെയ്യാമോ എന്നു നോക്കാം.

49-ന്റെ വർഗമൂലമെത്ര? 7 ആണെന്നറിയാമല്ലോ.
4900-ത്തിന്റെ വർഗമൂലമെത്രയായിരിക്കും?

ഒരു പൂർണ്ണവർഗസംഖ്യയുടെ വലത്തേയറ്റത്ത് രണ്ടു പൂജ്യങ്ങളുണ്ടോ, അതിന്റെ പകുതി എണ്ണം പൂജ്യങ്ങളും മാത്രമേ വർഗമൂലത്തിൽ കാണുകയുള്ളു എന്നാണു മനസ്സിലാക്കേണ്ടത്. അങ്ങനെ വരുമ്പോൾ 4900-ത്തിന്റെ വർഗമൂലം 70 ആണ്.

9,00,00 -ത്തിന്റെ വർഗമൂലമെത്ര? 300 അല്ലെ?

640000000-ന്റെ വർഗമൂലം എത്രയാണെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

വലത്തേ അറത്തുനിന്നു തുടങ്ങി ഈരണ്ടു പൂജ്യങ്ങൾ വച്ചു ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിക്കുമ്പോൾ 64,00,00,00,00 എന്നു കിട്ടുന്നു. ഇതിൽ ഇടത്തേ അറത്തെ ഗ്രൂപ്പ് 64 ആണ്. 64-ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 8 ആണ്. അതുകൊണ്ട് വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ ഇടത്തേ അറത്തെ അക്കം 8 ആയിരിക്കും. ഇനി വർഗ്ഗമൂലത്തിന്റെ മറ്റേ അക്കങ്ങൾ എന്തായിരിക്കുമെന്ന് നോക്കാം.

തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യയിലുള്ള പൂജ്യങ്ങളുടെ എണ്ണത്തിന്റെ പകുതി മുഴുവൻ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ കാണുകയുള്ളൂ. അതുകൊണ്ട് രണ്ടു പൂജ്യം വീതം വരുന്ന ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും ഒരു പൂജ്യം എന്ന കണക്കിന് വർഗ്ഗമൂലത്തിൽ നാല് പൂജ്യങ്ങൾ കാണണം.

അതായത് 64,00,00,00,00-യുടെ വർഗ്ഗമൂലം 80000

25000000-ത്തിന്റെ വർഗ്ഗമൂലമെത്ര?

അക്കങ്ങളെ വലത്തേ അറത്തുനിന്നും രണ്ടുവീതം ഗ്രൂപ്പുതിരിച്ച് എഴുതുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത് = 25,00,00,00

∴ അതിന്റെ വർഗ്ഗമൂലം = 5000

ഈ രീതിയിൽ താഴെപ്പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ വർഗ്ഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുക.

36000000000000	100000000
81000000	400000000000000

441 ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം എത്രയാണെന്ന് പട്ടിക നോക്കിപ്പറയാൻ സാദ്ധ്യമല്ലല്ലോ. എന്നാൽ 441-ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം ഏകദേശം എത്രയായിരിക്കും, അഥവാ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയ്ക്കായിരിക്കും എന്നു നമുക്കു കണ്ടുപിടിക്കാം.

പട്ടിക-II-ലെ പൂർണ്ണവർഗങ്ങളായ ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയ്ക്കാണ് 441 കിടക്കുന്നതെന്നു നോക്കൂ. 400-ന്റെയും 900-ത്തിന്റെയും ഇടയ്ക്കല്ലേ? അതുകൊണ്ട് 441-ന്റെ വർഗ്ഗമൂലം 400-ന്റെയും 900-ത്തിന്റെയും വർഗ്ഗമൂലങ്ങൾക്കിടയ്ക്കാണ്. അതായത് 20-നും 30-നും ഇടയ്ക്കുവരും.

46225 എന്ന വർഗം മൂന്നാം കാളത്തിൽ 40000_ത്തിനും 90000_ത്തിനും ഇടയ്ക്കായതുകൊണ്ട് അതിന്റെ വർഗമൂലം 200_നും 300_നും ഇടയ്ക്കായിരിക്കും.

9801 എന്ന വർഗം 8100_നും 10000_ത്തിനും ഇടയ്ക്കായതുകൊണ്ട് വർഗമൂലം 90_നും 100_നും ഇടയ്ക്കാണെന്നു പറയാമല്ലോ.

ഇനി പട്ടിക നോക്കാതെതന്നെ ഒരു സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയ്ക്കു വരുമെന്നു കണ്ടുപിടിക്കാമോ എന്നു നോക്കാം.

12753486 എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ. വർഗങ്ങളുടെ കോളത്തിൽ ഈ സംഖ്യ എവിടെ വരും? പട്ടികയിലെ വർഗങ്ങളിൽ അവസാനം വരുന്ന പൂജ്യങ്ങളുടെ എണ്ണം എപ്പോഴും ഇരട്ടയാണല്ലോ. തന്നിട്ടുള്ള സംഖ്യയിലും വലത്തേ അറത്തുനിന്നും രണ്ടു സ്ഥാനങ്ങൾ വീതം എണ്ണി ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിക്കുക. അപ്പോൾ 12,75,34,86എന്നുകിട്ടുന്നു. ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പിൽ രണ്ടോ മൂന്നോ അക്കം കണ്ടുവെന്നു വരാം. 12 ആണല്ലോ ഇടത്തേ അറത്തെ അക്കം. 3,86,46,52 എന്ന സംഖ്യയാണെങ്കിലോ? വലത്തേ അറത്തു നിന്നും രണ്ടക്കംവീതമുള്ള ഗ്രൂപ്പുകളാക്കിയാൽ ഇടത്തേ അറത്തെ ഗ്രൂപ്പിൽ 3 എന്ന ഒരക്കം മാത്രമായിരിക്കാം. ഇടത്തേ അറത്തെ ഗ്രൂപ്പിലുള്ള സംഖ്യ നോക്കി തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യ ഏതെല്ലാം പൂർണ്ണവർഗങ്ങൾക്കിടയിൽ കിടക്കുന്നു എന്നു പറയാൻ കഴിയും. ഇടത്തേ അറത്തെ ഗ്രൂപ്പിൽ വരുന്ന സംഖ്യ 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81 100 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ ഏതിന്റെയെല്ലാം ഇടയ്ക്കു വരുന്നു എന്നു നോക്കിയാൽമതി. അതായത് 1×1, 2×2, 3×3, 4×4, 5×5, 6×6, 7×7, 8×8, 9×9, 10×10 എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകളിൽ ഏതിന്റെയെല്ലാം ഇടയ്ക്കായിരിക്കുമെന്ന്. ഉദാഹരണമായി 12,75,34,86 എന്ന സംഖ്യയിലെ 12,($3\times3=$) 9-നും ($4\times4=$) 16_നും ഇടയ്ക്കുകിടക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് 12,75,34,86 എന്ന സംഖ്യ 9,00,00,00_ത്തിനും 16,00,00,00_

ത്തിനും ഇടയ്ക്കാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാമല്ലോ. അതുകൊണ്ട് അതിന്റെ വർഗമൂലം 3000-ത്തിനും 4000-ത്തിനും ഇടയ്ക്കാണെന്നു പറഞ്ഞുകൂടെ?

3, 86,46,52 എന്ന സംഖ്യയുടെ ഇടത്തെഅറ്റത്തെഗ്രൂപ്പിലെ 3, $(1\times1=)$ 1-നും $(2\times2=)$ 4-നും ഇടയ്ക്കു കിടക്കുന്നു. അതുകൊണ്ട് സംഖ്യ 1,00,00,00 ത്തിനും 4,00,00,00-ത്തിനും ഇടയ്ക്കാണ്. വർഗമൂലമോ? 1000-ത്തിനും 2000-ത്തിനും ഇടയ്ക്ക് അല്ലേ?

ഇനി ഏതെങ്കിലും ഒരു സംഖ്യ കണ്ടാൽ അത് ഏതെല്ലാം പൂർണവർഗങ്ങൾക്കിടയ്ക്കു കിടക്കുന്നു എന്നു പറയാതെ തന്നെ സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം ഏതെല്ലാം സംഖ്യകൾക്കിടയ്ക്കായിരിക്കുമെന്നു പറഞ്ഞുകൂടെ?

ഉദാഹരണമായി 241739 എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം 400-നും 500-നും ഇടയ്ക്കാണെന്ന് ഒറ്റ നോട്ടത്തിൽ പറയാമല്ലോ. ഇത് എളുപ്പത്തിൽ എങ്ങനെ പറയാമെന്നു നോക്കാം. സംഖ്യയെ വലത്തെഅറ്റം തുടങ്ങി ഈരണ്ടക്കം വരുന്ന ഗ്രൂപ്പുകളായി തിരിച്ചുകഴിയുമ്പോൾ ഇടത്തെഅറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പിൽ 24 എന്ന സംഖ്യയാണു കിട്ടുന്നത്. $1\times1=1$, $2\times2=4$, $3\times3=9$.... എന്നിങ്ങനെ മനസ്സിൽ പറഞ്ഞുനോക്കുക. അങ്ങനെ പറയുമ്പോൾ $24, 4\times4=16$-നും $5\times5=25$നും ഇടയ്ക്കു വരുന്നതായി കാണാം. അതുകൊണ്ട് 241739-ന്റെ വർഗമൂലം 400-നും 500-നും ഇടയ്ക്കാണെന്നു പറയാം, ഇവിടെ ഇടത്തെ അറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പൊഴിച്ച് മറ്റുള്ള ഓരോ ഗ്രൂപ്പിനും ഓരോ പൂജ്യംവീതം ചേർക്കുകയാണു ചെയ്തത്.

529-ന്റെ വർഗമൂലം 20-നും 30-നും ഇടയ്ക്കാണ്. എന്തുകൊണ്ട്? $2\times2=4$, $3\times3=9$ എന്നിവയ്ക്കിടയിലാണ് സംഖ്യയിലെ ഇടത്തെഅറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പിലെ സംഖ്യയായ 5 കിടക്കുന്നത് അതുകൊണ്ട്

$$20 < \sqrt{529} < 30$$

അപ്പോൾ 529-ന്റെ വർഗമൂലത്തിലെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം എത്രയായിരിക്കും? 20-നേക്കാൾ കൂടുതലും 30-നേക്കാൾ കുറവും ആയ സംഖ്യകളുടെ പത്തിന്റെ സ്ഥാനത്തെ അക്കം 2 ആകാനല്ലേ വഴിയുള്ളു.

ഒരു പൂർണവർഗം 9-ൽ അവസാനിക്കുന്നു എങ്കിൽ അതിന്റെ വർഗമൂലത്തിലെ അവസാനത്തെ അക്കം എന്തായിരിക്കണം?

3 അല്ലെങ്കിൽ 7. എന്തുകൊണ്ട്?

ഈ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും വർഗങ്ങൾ 9-ൽ അവസാനിക്കുന്നതുകൊണ്ട്

അപ്പോൾ 529-ന്റെ വർഗമൂലം 23-ഓ 27-ഓ ആയിരിക്കണം. 23, 30-നോട് എന്നതിനേക്കാൾ 20-നോടാണ് കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് 23-ന്റെ വർഗം 30-ന്റെ വർഗമായ 900-ത്തിനോട് എന്നതിനേക്കാൾ 20-ന്റെ വർഗമായ 400-നോട് ആയിരിക്കും കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്നത്. അതേ മറിച്ച് 27, 30-നോട് കൂടുതൽ അടുത്തുകിടക്കുന്നതുകൊണ്ട് അതിന്റെ വർഗം 900-ത്തിനോടായിരിക്കും കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്നത്. 529 എന്ന സംഖ്യ 900-ത്തിനോട് എന്നതിനേക്കാൾ 400-നോട് അല്ലേ കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് 23, 27 എന്നീ സംഖ്യകളിൽ 529-ന്റെ വർഗമൂലം 400-ന്റെ വർഗമൂലത്തിനോട് കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യയായിരിക്കണം. അതായത് 23 ആയിരിക്കണം 529-ന്റെ വർഗമൂലം. 23^2 എത്ര കിട്ടുമെന്നു നോക്കൂ. 529 എന്നുതന്നെ കിട്ടുന്നു.

അഭ്യാസം 7 (8)

വർഗമൂലം ഊഹിച്ചെഴുതി, കിട്ടിയ ഉത്തരം ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

(1) 625 (2) 676 (3) 784 (4) 2704 (5) 1156

ശരാശരിയും തുടർച്ചയായ ഹരണവും വഴി വർഗമൂലം കണക്കാക്കുന്ന രീതി

എല്ലാ സംഖ്യകളുടെയും വർഗമൂലം മേൽപ്പറഞ്ഞരീതിയിലൂടെ കണ്ടുപിടിക്കാനെളുപ്പമല്ല. കൂടാതെ പൂർണ്ണവർഗങ്ങളാത്ത സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലം കണക്കാക്കിവരുമ്പോൾ ഈരീതി പ്രായോഗികമല്ല. ഏതു സംഖ്യയുടേയും വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഒരു വഴിയുണ്ട്. അതെന്താണെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ:-1

1225-ന്റെ വർഗമൂലം കണക്കാക്കണമെന്നിരിക്കട്ടെ. വലതുഭാഗം തുടങ്ങി ഇരണ്ടക്കം വീതമുള്ള ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുമ്പോൾ ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പിൽ 12 വരുന്നു. ഇതു $(3\times3=)$ 9 നും $(4\times4=)$ 16 നും ഇടയ്ക്കായതുകൊണ്ട് 1225-ന്റെ വർഗമൂലം 30-നും 40-നും ഇടയ്ക്കാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. വർഗമൂലം 30-നോടാണോ 40-നോടാണോ കൂടുതൽ അടുത്തിരിക്കുന്നതെന്ന് റഫമോട്ടത്തിൽ പറയാൻ സാദ്ധ്യമല്ലെങ്കിൽ, അതേകദേശം എത്രയായിരിക്കുമെന്ന് എങ്ങനെ പറയും? 30-നും 40-നും കൃത്യം നടുക്കു വരുന്ന സംഖ്യയെടുക്കുന്നതല്ലേ ഏറ്റവും നല്ലത്? 30-നും 40-നും മദ്ധ്യത്തിൽ വരുന്ന സംഖ്യ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതിന് ആ സംഖ്യകളുടെ ശരാശരി കണ്ടാൽ മതിയല്ലോ. ഇതായത് $\frac{30+40}{2}=35$. ഇങ്ങനെ കിട്ടിയ 35, 1225-ന്റെ വർഗമൂലമാണോയെന്ന് എങ്ങനെ പരിശോധിക്കാം? 35-നെ 35 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 1225 കിട്ടുന്നുണ്ടോ? എന്നു നോക്കുന്നതാണ് ഒരു വഴി. ഇതല്ലാതെ വേറെ വല്ല രീതിയിലും 35 വർഗമൂലമാണോ എന്നു നോക്കാൻ കഴിയുമോ? 1225-നെ 35 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 35 കിട്ടുമെന്നു നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ. അപ്പോൾ ശിഷ്ടം

പരാനും പാടില്ലല്ലോ. 1225–നെ 35 കൊണ്ട് ഹരിച്ചു നോക്കാം.

$$
\begin{array}{r}
35 \\
35\overline{)1225} \\
105 \\
\hline
175 \\
175 \\
\hline
\end{array}
$$

35 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലവും 35 കിട്ടുന്നു ശിഷ്ടം വരുന്നതുമില്ല. അതുകൊണ്ട് 35 തന്നെ വർഗമൂലമെന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

ഉദാ:– 2

$\sqrt{24649}$ എത്ര?

ഇവിടെ 24649–ന്റെ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കേണ്ടിയിരിക്കുന്നു. ഗ്രൂപ്പുകളാക്കുമ്പോൾ ഇടത്തേ അറ്റത്തെ ഗ്രൂപ്പ് 1 ആയതുകൊണ്ട്, വർഗമൂലം 100–നും 200–നും ഇടയ്ക്കാണെന്ന് ഊഹിക്കാം. അതുകൊണ്ട് അവയുടെ ശരാശരിയായ $\frac{100+200}{2}$, അതായത് 150 വർഗമൂലമാണോ എന്നു നോക്കാം.

150 കൊണ്ട് 24649–നെ ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലം എന്താണെന്നു നോക്കാം.

$$
\begin{array}{r}
164 \\
150\overline{)24649} \\
150 \\
\hline
964 \\
900 \\
\hline
649 \\
900 \\
\hline
49
\end{array}
$$

150 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഹരണഫലവും 150 കിട്ടിയിരിന്നുവെങ്കിൽ 150 തന്നെ വർഗമൂലമെന്നെടുക്കാമായിരുന്നു.

ഇവിടെ 150 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ 164 ആണ് ഹരണഫലമായി കിട്ടുന്നത്. ശിഷ്ടം 49-ഉം. ഇതിൽനിന്ന് 150-നെ 164 കൊണ്ട് ഗുണിച്ച് 49 കൂടി കൂട്ടിയാൽ 24649 കിട്ടുമെന്നാണല്ലോ മനസ്സിലാക്കേണ്ടത്. അതുകൊണ്ട് 150-നെ 150 കൊണ്ട ഗുണിച്ചുകിട്ടുന്ന ഫലം തീർച്ചയായും 24649-നെക്കാൾ ചെറുതാണ്. 164-നെ 150 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുമ്പോഴേ 24649 ഓളം കിട്ടുന്നതുകൊണ്ട്, 164-നെ 164 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ തീർച്ചയായും 24649-നേക്കാൾ വലിയ സംഖ്യയായിരിക്കും കിട്ടിന്നത്.

$\therefore 150 \times 150 < 24649 < 164 \times 164$

അതായത് $150^2 < 24649 < 164^2$

$\therefore$ 24649-ന്റെ വർഗമൂലം 150-നും 164-നും ഇടയ്ക്കായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് അവയുടെ ശരാശരിയായ $\frac{150 + 164}{2}$ അതായതു 157 വർഗമൂലമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കാം.

```
        157
157) 24649
     157
     ----
      894
      785
      ----
       1099
       1099
       ----
          0
```

157 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാൻ സാധിക്കുന്നു. ഹരണഫലം 157. അതുകൊണ്ട് $\sqrt{24649} = 157$.

മൂന്നാമത്തെ ഉദാഹരണത്തിൽ ഒരു പ്രാവശ്യം ശരാശരികാണു
തുകൊണ്ടുതന്നെ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിഞ്ഞു.
ർഗമൂലം കാണുന്നതിനു 2 പ്രാവശ്യം ശരാശരി കാണേണ്ട
രുന്ന ഉദാഹരണമാണ് രണ്ടാമത് കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ചില
പ്പോഴും രണ്ടിലധികം പ്രാവശ്യം ശരാശരി കാണേണ്ടിവന്നേക്കാ
രുത്ത ഉദാഹരണവും നോക്കു.

ദാ:- 3

$\sqrt{10609}$ എത്ര?

```
    70
50) 10609
    1050
    ----
     109
```

വർഗമൂലം 100-നും 200-നും ഇടയ്ക്ക

ശരാശരി $\frac{100+200}{2} = 150$

വർഗമൂലം 150-നും 70-നും ഇടയ്ക്ക

ശരാശരി $\frac{150+70}{2} = 150$

```
    98
10) 10609
    990
    ---
     709
     660
     ---
      49
```

വർഗമൂലം 110-നും 98-നും ഇടയ്ക്ക്.

ശരാശരി $\frac{110+98}{2} = 105$

```
    103
103) 10609
     103
     ---
      309
      309
      ---
        0
```

തന്നിരിക്കുന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം 103

അതായത് $\sqrt{10609} = 103$

ഈ രീതിയിൽ ദശാംശസംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലം കാണുന്ന തെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ:– 4 $\sqrt{10.1761}$ എത്ര?

$$10.1761 = \frac{101761}{10000}$$

$$\therefore \sqrt{10.1761} = \frac{\sqrt{101761}}{\sqrt{10000}}$$

$$= \frac{\sqrt{101761}}{100}$$

$\sqrt{101761}$ ഇപ്പോഴം ചെയ്തതുപോലെ കണ്ടുപിടിക്കാമല്ലോ.

വർഗമൂലം 300–നും 400–നും ഇടയ്ക്ക്

$$\text{ശരാശരി } \frac{300+400}{2} = 350$$

$$\begin{array}{r} 290 \\ 350\overline{)101761} \\ 700 \\ \hline 3176 \\ 3150 \\ \hline 261 \end{array}$$

വർഗമൂലം 350–നും 290–നും ഇടയ്ക്ക്.

$$\text{ശരാശരി} = \frac{350+290}{2}$$

$$= 320$$

$$\begin{array}{r} 318 \\ 320\overline{)101761} \\ 960 \\ \hline 576 \\ 320 \\ \hline 2561 \\ 2560 \end{array}$$

വർഗമൂലം 320–നും 318–നും ഇടയ്ക്ക്

$$\text{ശരാശരി } \frac{320+318}{2}$$

$$= 319$$

$$
\begin{array}{r}
319 \\
319\overline{)\,101761} \\
967 \\
\hline
606 \\
319 \\
\hline
2871 \\
2871 \\
\hline
\end{array}
$$

$\sqrt{101761} = 319$

$\therefore \quad \sqrt{10.1761} = \frac{319}{100} = \underline{3.19}$

ഉദാ:- 6

$\sqrt{.003025}$ എത്ര?

$$\sqrt{.003025} = \frac{\sqrt{3025}}{\sqrt{1000000}}$$

$$= \frac{\sqrt{3025}}{1000}$$

$\sqrt{3025}$ എത്ര എന്നു നോക്കാം

വർഗമൂലം 50-നും 60-നും ഇടയ്ക്ക്

ശരാശരി $\frac{50+60}{2} = \underline{55}$

$$
\begin{array}{r}
55 \\
55\overline{)\,3025} \\
275 \\
\hline
275 \\
275 \\
\hline
\end{array}
$$

$\therefore \quad \sqrt{3025} = 55$

$\therefore \quad \sqrt{.003025} = \frac{55}{1000}$

$= .055$

അഭ്യാസം 7 (9)

വർഗമൂലം കാണുക

(1)	1156	(5)	64009	(9)	.0324
(2)	2209	(6)	58081	(10)	.0036
(3)	6561	(7)	.6241	(11)	18.4041
(4)	10201	(8)	.0009		

പൂർണവർഗങ്ങളല്ലാത്ത സംഖ്യകളുടെയും വർഗമൂലം ഈ രീതിയിൽ കണക്കാക്കാം.

ഉദാ:-1

$\sqrt{391}$ ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി കണക്കാക്കുക.
വർഗമൂലം 10-നും, 20-നും ഇടയ്ക്ക്.

ശരാശരി, $\frac{10+20}{2} = 15$

```
      26
15)391
   30
    91
    90
    19.0
205) 3910
     205
     1860
     1845
      150
```

വർഗമൂലം 26-നും 15-നും ഇടയ്ക്ക്.

ശരാശരി, $\frac{26+15}{2} = 20.5$

(20.5 കൊണ്ട് 391-നെ ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്ന ഹരണഫലംതന്നെയാണ് 205 കൊണ്ട് 3910-നെ ഹരിക്കുമ്പോൾ കിട്ടുന്നത്)

വർഗമൂലം 20.5-നും 19.0-നും ഇടയ്ക്ക്.

ശരാശരി, $\frac{20.5+19.0}{2}$

$= 19.75$

```
      19 77
1975) 39100
      1975
      -----
      19350
      17775
      -----
       15750
       13825
       -----
        1925
```

വർഗമൂലം 19.75-നും, 19,77-നുമിടയ്ക്ക്.

∴ ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിന് ശരിയായി വർഗമൂലം 19.8 ആയിരിക്കും.

$\sqrt{391} \approx 19.8$ (ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിന് ശരിയായി.)

$\approx$ എന്ന ചിഹ്നം കൊണ്ടുദ്ദേശിക്കുന്നത് ഏകദേശം തുല്യം (സമം) ആണെന്നാണ്.

ഉദാ:-2

$\sqrt{2}$ എത്രയെന്ന് 3 ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി കാണുക.

```
      1.3
      ---
15) 20
    15
    --
     50
     45
     --
```

2-ന്റെ വർഗമൂലം 1-നും, 2-നുമിടയ്ക്ക് ശരാശരി 1.5

```
      1.42
      ----
14) 20
    14
    --
     60
     56
     --
      40
```

വർഗമൂലം 1.5-നും, 1.3-നും ഇടയ്ക്ക് ശരാശരി 1.4

```
        1.418
141) 200
     141
      590
      564
       260
       141
      1190
      1128
```

വർഗമൂലം 1.4-നും, 1.42-നും ഇടയ്ക്ക് ശരാശരി 1.41

വർഗമൂലം 1.41-നും, 1.418-നും ഇടയ്ക്ക് ശരാശരി 1.414

```
        1.4144
1414) 2000
      1414
       5860
       5656
        2040
        1414
         6260
         5656
          6040
          5656
```

വർഗമൂലം 1.1414-നും 1.4144-നും ഇടയ്ക്ക്

∴ മൂന്നു സ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി വർഗമൂലം 1.414 ആയിരിക്കും

$\sqrt{2} = 1.414$ (മൂന്നു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി)

ഉദാ: 3

$\sqrt{.00023}$ മൂന്നു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി കാണുക.

$.00023 = \frac{230}{1000000}$ അംശം അഖണ്ഡസംഖ്യയാകുകയും ഛേദം പൂർണവർഗമാകുകയും വേണം.

$\therefore \sqrt{.00023} = \frac{\sqrt{230}}{1000}$

```
      15.3
15) 230
    15
    80
    75
     50
     45
```

വർഗമൂലം 10-നും 20-നും ഇടയ്ക്ക് ശരാശരി 15

വർഗമൂലം 15-നും 15.3-നും ഇടയ്ക്ക്

$\therefore \sqrt{.00023}$ = .015-നും .0153-നും ഇടയ്ക്ക്.

$\approx$ .015 (മൂന്നു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി)

391, 2, .00023 എന്നിങ്ങനെയുള്ള സംഖ്യകൾ പൂർണ വർഗങ്ങളല്ല. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ $\sqrt{391}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{.00023}$ ഇവ ഭിന്നകങ്ങളല്ല. ഇവയുടെ വില കാണുന്നതിനുള്ള ക്രിയ എത്ര തുടർന്നുപോയാലും അവസാനിക്കുന്നില്ല. മാത്രവുമല്ല ദശാംശസ്ഥാനത്തുള്ള അക്കങ്ങളൊന്നും ആവർത്തകങ്ങളായി വരുന്നതുമില്ല. അതുകൊണ്ട് അവയെ ഭിന്നസംഖ്യകളായി എഴുതാൻ കഴിയുകയില്ല. ഇത്തരം സംഖ്യകളെ അഭിന്നകങ്ങൾ എന്നാണു പറയുന്നത്. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{391}$ മുതലായവയെല്ലാം അഭിന്നകങ്ങളാണ്.

അഭ്യാസം 7 (10)

1) തുടർച്ചയായുള്ള ഹരണവും ശരാശരികാണലും രീതിയിൽ വർഗമൂലം കണ്ടുപിടിക്കുക:-

(i)	841	(vi)	11.56
(ii)	2704	(vii)	39.69
(iii)	64009	(viii)	1.5625
(iv)	20.25	(ix)	8 3521
(v)	.6241	(x)	.0841

2) വർഗമൂലം രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനം വരെ കാണുക:–

(i)	3	(iv)	10	(vii)	.47	(x)	.523
(ii)	5	(v)	43	(viii)	20	(xi)	.00213
(iii)	7	(vi)	.1	(ix)	983		

3) $\sqrt{54.9081} = 7.41$ ആയാൽ താഴെപ്പറയുന്നവയുടെ വില ഊഹിച്ചെഴുതുക:

(i) $\sqrt{549081}$ (ii) $\sqrt{.549081}$

(iii) $\sqrt{5490.81}$ (iv) $\sqrt{54908100}$

കരണികൾ

$x^2 = 2$ എന്നിരിക്കട്ടെ. x^2 ന്റെ വർഗമൂലം x എന്നും 2-ന്റെ വർഗമൂലം $\sqrt{2}$ എന്നും അറിയാമല്ലോ. അപ്പോൾ $x = \sqrt{2}$ എന്നു കിട്ടും. ഇതുപോലെ $x^2 = 3$ ആയാൽ $x = \sqrt{3}$ എന്നു കിട്ടും. ഇങ്ങനെ എഴുതാവുന്ന അഭിന്നകങ്ങൾക്ക് കരണികം (surds) എന്ന പ്രത്യേകപേരുണ്ട്. ഇങ്ങനെ എഴുതാൻ കഴിയാത്ത അഭിന്നകങ്ങളുമുണ്ട്. ഇവയെപ്പറ്റി പിന്നീടു പഠിക്കും.

കരണികളെ സംബന്ധിച്ച ചില പ്രത്യേകനിയമങ്ങളും അറിഞ്ഞിരിക്കേണ്ടതുണ്ട്.

1) രണ്ടു കരണികം തമ്മിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ സംഖ്യകളെ ഒരേ റാഡിക്കലിനകത്ത് കൊണ്ടുവരുന്നത് പലപ്പോഴും സൗകര്യപ്രദമായിരിക്കും.

$\sqrt{12}$, $\sqrt{75}$ = എന്നീ കരണികളുടെ ഗുണനഫലം കാണുന്ന പ്രശ്നമെടുക്കുക.

$$\begin{aligned}\sqrt{12} \times \sqrt{75} = \sqrt{12 \times 75} &= \sqrt{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} \\ &= \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5^2} \\ &= 2^{\frac{2}{2}} \times 3^{\frac{2}{2}} \times 5^{\frac{2}{2}} \\ &= 2 \times 3 \times 5 \\ &= \underline{\underline{20}}\end{aligned}$$

പൊതുവെ പറയുകയാണെങ്കിൽ $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$. തിരിച്ചു പറയുകയാണെങ്കിൽ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$. ഇതുപയോഗിച്ച് $\sqrt{48}$ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങിനെയെന്നു നോക്കാം.

$$\begin{aligned}\sqrt{48} &= \sqrt{2^4 \times 3} \\ &= \sqrt{2^4} \times \sqrt{3} \\ &= 2^2 \times \sqrt{3} \\ &= 4 \times \sqrt{3} \\ &= 4 \times 1.732 \\ &\approx \underline{\underline{6.928}}\end{aligned}$$

(2) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ എന്നു നേരത്തേ കണ്ടല്ലോ.

(3) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2 \times 2} = \sqrt{2^2} = 2$

$\sqrt{3} \times \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{3^2} = 3$

$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = \sqrt{5 \ 5} = \sqrt{5^2} = 5$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \sqrt{a \times a} = \sqrt{a^2} = a$

ഒരു കരണികളിനെ അതുകൊണ്ടുതന്നെ ഗുണിച്ചാൽ ഒരു ഭിന്നകം കിട്ടും.

ഭിന്നസംഖ്യാരൂപത്തിലുള്ള ഒരു കരണിയിൽ ഛേദം കരണിയായി വന്നാൽ അത് ഒരു ഭിന്നകമാക്കി മാറ്റിയശേഷം ക്രിയ ചെയ്യുന്നതായിരിക്കും പലപ്പോഴും സൗകര്യം.

$\frac{12}{\sqrt{3}}$ ഒരു കരണിയാണല്ലോ.

ഇതിന്റെ അംശഛേദങ്ങളെ ഒരേ സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ വില മാറുകയില്ല എന്ന കാരണത്താൽ

$$\frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$$

$$= \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

ഛേദത്തിലുള്ള കരണികം എപ്പോഴും ഭിന്നകമാക്കുകയാണു വേണ്ടത്.

മറ്റൊരുദാഹരണം നോക്കുക

$$\sqrt{\frac{7}{13}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{13}}{18} = \frac{\sqrt{91}}{\sqrt{13}}$$ (ഒരു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി കാണുക.)

91-ന്റെ വർഗമൂലം 9-നും 10-നും ഇടയ്ക്ക്.

9.5 കൊണ്ട് 91-നെ ഹരിക്കണം.

ഹരണഫലം 9.57 കിട്ടുന്നതുകൊണ്ട് $\sqrt{91} = 9.5$ എന്നെടുക്കുന്നതിൽ വലിയ തെറ്റില്ല. 9.57 ആയാൽ കൂടി 13 കൊണ്ട് ഹരിക്കുമ്പോൾ വ്യത്യാസം വരുന്നില്ലെന്നതാണ് ഈ സന്ദർഭത്തിന്റെ പ്രത്യേകത.

```
      9.57
95) 910
    855
    ---
     550
     475
     ---
      750
      665
      ---
```

$$\frac{\sqrt{91}}{13} = \frac{9.5}{13} = 7$$ (ഒരു സ്ഥാനംവരെ ശരിയായി.)

അഭ്യാസം 7 (11)

I ലഘൂകരിച്ചെഴുതുക.

(1) $(\sqrt{2})^2$ (7) $\sqrt{48} \times \sqrt{27}$

(2) $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$ (8) $\sqrt{72} \times \sqrt{50}$

(3) $\sqrt{25 \times 12}$ (9) $\sqrt{8} \times \sqrt{18}$

(4) $\sqrt{24} \times \sqrt{27}$ (10) $\sqrt{3} \times \sqrt{8} \times \sqrt{150}$

(5) $2\sqrt{6} \times 3\sqrt{3}$ (11) $\sqrt{6} \times \sqrt{5} \times \sqrt{15} \times \sqrt{8}$

(6) $\sqrt{5} \times \sqrt{20}$

II എളുപ്പവഴിയിൽ ക്രിയചെയ്യുക: (ഉത്തരം 2 ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി എഴുതുക.)

(1) $\frac{16}{\sqrt{2}}$ (2) $\frac{10}{\sqrt{2}}$ (3) $\frac{12}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{18}{\sqrt{3}}$

III ഛേദം ഭിന്നകമാക്കി ലഘൂകരിക്കുക:

(1) $\frac{\sqrt{70}}{\sqrt{35}}$ (2) $\frac{20\sqrt{10}}{5\sqrt{2}}$ (3) $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ (4) $\sqrt{\frac{81}{2}}$

(5) $\sqrt{\frac{2}{7}} \times \sqrt{\frac{14}{6}}$

IV ക്രിയചെയ്യുക:

(1) $\sqrt{9+16}$ (2) $\sqrt{8} \times 3\sqrt{2}$ (3) $5\sqrt{14} \times 2\sqrt{14}$

(4) $\sqrt{576+100}$

ഉദാ:–9

392–നെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഏതു പൂർണസംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഒരു പൂർണവർഗമാകും.

$$392 = 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2$$
$$= 7^2 \times 2^2 \times 2$$

$$\sqrt{392} = 7^{\frac{2}{2}} \times 2^{\frac{2}{2}} \times \sqrt{2}$$
$$= 7 \times 2 \times \sqrt{2}$$
$$= 14\sqrt{2}$$

$\sqrt{2}$ ഒരു അഭിന്നകമാണ്. വർഗമൂലം അഭിന്നകമാകണമെങ്കിൽ 392–ന്റെ ഘടകങ്ങളിൽ പൂർണവർഗമല്ലാത്തതും ഒറ്റയ്ക്കു നിൽക്കുന്നതുമായ 2–നെ 2 കൊണ്ടു ഗുണിച്ച് പൂർണവർഗമാക്കണം. അതായത് 392–നെ പൂർണവർഗമാക്കാൻ 2 കൊണ്ട് ഗുണിക്കണം.

അഭ്യാസം 7 (12)

a) ഏറ്റവും ചെറിയ ഏതു പൂർണസംഖ്യകൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ പൂർണവർഗമാകും.
(1) 605 (2) 5292

b) ഏറ്റവും ചെറിയ ഏതു പൂർണസംഖ്യകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പൂർണവർഗമാകും.
(1) 19845 (2) 1584

c) വർഗമൂലം കാണുക.
(1) .0009 (2) .0324 (3) .0036

സമാനരാഡിക്കലുകൾ

$\sqrt{8} = \sqrt{4\times2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\times\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = 3\times\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

ഇതുപോലെ രാഡിക്കൽഭാഗം തുല്യമായിവരുന്ന സംഖ്യകൾക്ക് സമാനരാഡിക്കലുകൾ എന്നാണ പേര്.

$5\sqrt{3}$, $11\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ ഇവ സമാനരാഡിക്കലുകളാണ്. സമാനരാഡിക്കലുകൾ ഉപയോഗിച്ച് സങ്കലനവും വ്യവകലനവും എളുപ്പം ചെയ്യാം.

ഉദാ:- (1) $\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

$= (2+3)\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

(2) $\sqrt{45} - \sqrt{20} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5}$

$= (3-2)\sqrt{5} = \sqrt{5}$

അഭ്യാസം 7 (13)

I $\sqrt{2} = 1.414$ ആയാൽ താഴെ പറയുന്നവയുടെ വില കാണുക:-

(1) $\sqrt{50} + \sqrt{72}$ (2) $\sqrt{98} - \sqrt{50}$

(3) $\sqrt{162} - \sqrt{72}$ (4) $\sqrt{128} + \sqrt{18}$

(5) $\sqrt{800}$ (6) $\sqrt{1800}$

II $\sqrt{3} = 1.732$ ആയാൽ താഴെ പറയുന്നവയുടെ വില കണ്ടുക:-

(1) $\sqrt{12} + \sqrt{27}$ (3) $\sqrt{48} - \sqrt{12}$

(2) $\sqrt{48} + \sqrt{75}$ (4) $\sqrt{300}$

$\sqrt{2}$ $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ തുടങ്ങിയവയുടെ വില എത്ര ദശാംശ സ്ഥാനം ശരിയായി വേണമെങ്കിലും കാണാമെന്നുമനസ്സിലായല്ലോ. ഇനി ഇവയുടെ വില കണ്ടുപിടിക്കാൻ ക്ഷേത്രഗണിത രീതിയിൽ മാർഗമുണ്ട്.

ഒരു മട്ടത്രികോണം എന്താണെന്നു നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. ഒരു കോൺ 90° വരുന്ന ഒരു ത്രികോണമാണല്ലോ മട്ടത്രികോണം. അത്തരം ത്രികോണങ്ങളുടെ വശങ്ങൾ തമ്മിൽ ഒരു പ്രത്യേക ബന്ധമുണ്ട്. അതു കണ്ടുപിടിച്ചത് പൈതഗോറസ് എന്ന ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണ്. അതുകൊണ്ട് ആ ബന്ധത്തിന് പൈതഗോറസ് തത്വം എന്നാണു പറയുന്നത്.

പൈതഗോറസ് തത്വം

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ 90° കോണിനെതിരെ കിടക്കുന്ന വശത്തിന്റെ വർഗം, മട്ടമുറിക്കൊള്ളുന്ന രണ്ടു വശങ്ങളുടെ വർഗങ്ങളുടെ തുകയ്ക്കു തുല്യമായിരിക്കും.

$\triangle ABC$-യിൽ മട്ടമുറിക്കൊള്ളുന്ന വശങ്ങളായ BC, $\overline{CA}$ എന്നിവയുടെ നീളം 3 സെമീ., 4 സെമീ. ആണ .

അതുകൊണ്ട് $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

അതായത് $AB = \sqrt{25} = 5$

$\overline{AB}$-യുടെ നീളം 5 സെമീ. ആയിരിക്കും.

അളന്നുനോക്കൂ. $\overline{AB}$-യുടെ നീളം 5 സെമീ: എന്നു കിട്ടുന്നില്ലേ?

BC യുടെ നീളം 12 സെമീ., AC-യുടെ നീളം 5 സെമീ. ആയാൽ

$AB = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$

അതായത് AB യുടെ നീളം 13 സെമീ. ആയിരിക്കും. പൊതുവേ പറയുകയാണെങ്കിൽ

$BC = a$, $AC = b$, $AB = c$ ആയാൽ

$c^2 = a^2 + b^2$ ആയിരിക്കും.

ഈ തത്വമുപയോഗിച്ച് ഏതു സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം വേണമെങ്കിലും കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഉദാഹരണമായി $\sqrt{2}$ കാണണമെന്നിരിക്കട്ടെ.

90° അളവിൽ $\angle C$ വരയ്ക്കുക. C–യിൽനിന്ന് ഓരോ യൂണിറ്റ് വീതം അകലത്തിലായി A, B എന്ന രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും രണ്ടു ഭുജങ്ങളിലുമായി അടയാളപ്പെടുത്തുക. $\overline{AB}$ വരയ്ക്കുക. $\overline{AB}$ യുടെ നീളം $\sqrt{2}$ ആയിരിക്കും. സ്കെയിൽ ഉപയോഗിച്ച് അളന്ന് $\overline{AB}$ യുടെ നീളം കാണുക.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2$$

$$= 1^2 + 1^2$$
$$= 1 + 1$$
$$= 2$$

$$\therefore AB = \sqrt{2}$$

$\therefore$ $\overline{AB}$ യുടെ നീളം $\sqrt{2}$ ആയിരിക്കും

ഇനി ഇതുപോലെ $\sqrt{3}$ കാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കൂ.

പാദം $\sqrt{2}$ യൂണിറ്റും ലംബം 1 യൂണിറ്റുമാകത്തക്കവിധത്തിൽ A B D എന്ന മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കുക. 90°–യ്ക്ക് എതിരെയുള്ള വശമാണ് BD എങ്കിൽ

$$BD^2 = AD^2 + AB^2$$
$$= 1^2 + (\sqrt{2})^2$$
$$= 1 + 2 = 3$$

$$\therefore BD = \sqrt{3}$$

$\overline{BD}$–യുടെ നീളം അളന്നാൽ $\sqrt{3}$ –യുടെ വില കിട്ടും.

ഈ രീതിയിൽ ഏതു സംഖ്യയുടെ വർഗമൂലം വേണമെങ്കിലും കണക്കാക്കാം.

ഘനമൂലം

$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$ ആയതുകൊണ്ട് 8-നെ 2-ന്റെ ഘനം (cube) എന്നും. 2-നെ 8-ന്റെ ഘനമൂലം എന്നും പറയുന്നു എന്നു പഠിച്ചല്ലോ.

$\therefore \sqrt[3]{8} = 2^{\frac{3}{3}} = 2$

$27 = 3^3$ ആണ്. $\therefore \sqrt{27} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$

താഴെ പറയുന്ന സംഖ്യകളുടെ ഘനമൂലം കാണുക.

(1) 64 (3) 216 (5) 1
(2) 125 (4) 1000 (6) 0

അഭ്യാസം 7 (14)

A

1 താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചോദ്യങ്ങളിൽ ഓരോന്നിനും A, B, C, D, E, എന്ന് 5 ഉത്തരങ്ങൾവീതം കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അവയിൽ ഒന്നുമാത്രം ശരിയാണ്. ശരിയായ ഉത്തരത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന അക്ഷരം എഴുതുക.

1) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളിൽ- പൂർണ വർഗമാണ്.

A) 2250 B) 250 C) .225 D) 2.25 E) 22.5

2) $\sqrt{50625} = 225$ ആയാൽ -ന്റെ വർഗമൂലമാണ് .225

A) .0050625 B) .050625 C) .50625
D) 5.0625 E) 50.625

3) $\sqrt{36a^{16}} = -$ ആണ്

A) $18a^8$ B) $6a^4$ C) $6a^8$ D) $36a^8$ E) $6a^{16}$

4) $\sqrt{4\frac{5}{8}}$ = ——— ആണ°.

A) $2\frac{5}{8}$ B) $2\frac{1}{8}$ C) $4\frac{1}{8}$ D) $\frac{15}{88}$ E) $\frac{15}{128}$

5) $\frac{\sqrt{.00121}}{\sqrt{.121}}$ = ——— ആണ°.

A) 10 B) 100 C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{100}$ E) $\frac{1}{1000}$

6) $2 \times 3 \times 7 \times 7 \times y$ ഒരു പൂർണവർഗമായാൽ 'y'–യുടെ ഏറ്റവും ചെറിയ വില———ആണ°.

A) 2 B) 3 C) 6 D) 7 E) 49

7) $x^2+1 = 37$ ആയാൽ x = ———ആണ°.

A) 6 B) 36 C) $\sqrt{37} - 1$
D) $\sqrt{37} + 1$ E) $\sqrt{38}$

8) $m = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ആയാൽ $\sqrt{b}$ = — ആണ°

A) $\sqrt{\frac{a}{m^2}}$ B) $\sqrt{\frac{m}{a^2}}$ C) $\sqrt{\frac{m^2}{a}}$

D) $\sqrt{\frac{a^2}{m}}$ E) $\sqrt{\frac{m}{a}}$

9) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നതിൽ ഏറ്റവും വലിയ സംഖ്യ — ആണ°.

A) $3\sqrt{2}$ B) $\sqrt{5} \times \sqrt{3}$ C) 4
D) $2\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{5}$

II ലഘൂകരിക്കുക:–

1) $\sqrt{\frac{4}{9 \times x^4}}$ 2) $\sqrt{\frac{25 \times x^2}{4y^2}}$

3) $\sqrt{\frac{80a^3}{20n^4}}$ 4) $\sqrt{\frac{x^2}{36x}}$

5) $\sqrt{\frac{a^3 b^2}{x^3 y^2}}$ 6) $\sqrt{\frac{a^4}{b^6}}$ 7) $\sqrt{\frac{x^5 y^4}{a\ b^4}}$

III താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സംഖ്യകളെ ഏറ്റവും ചെറിയ ഏതു പൂർണസംഖ്യ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ ഫലം പൂർണ വർഗമാകും?

(i) 450 (ii) 108 (iii) 500 (iv) 242
(v) 128 (vi) 567 (vii) 1000

IV വർഗമൂലം കാണുക:

(i) 841 (ii) 529 (iii) 2704 (iv) 20.25
(v) .6241 (vi) 11.56 (vii) 278 (viii) 587

V 676 മീറ്റർ നീളവും 400 മീറ്റർ വീതിയുമുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിനു തുല്യവിസ്തീർണമുള്ള സമചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ വശത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?

VI താഴെ തന്നിരിക്കുന്ന വിസ്തീർണങ്ങളുള്ള സമചതുരമായ പുരയിടങ്ങൾക്കു ചുറ്റും 4 വരി കമ്പിയിടുവാൻ എത്ര മീറ്റർ കമ്പി വേണം?

a) 49 ആർ b) 1.69 ഹെക്ടാർ

VII ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണാനുള്ള വാക്യമാണ്.

$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. (ഇതിൽ A = വിസ്തീർണം s = ചുറ്റളവിന്റെ പകുതി. a, b, c, വശ

ങ്ങളുടെ നീളം) എന്നാൽ താഴെ പറയുന്ന വശങ്ങളുള്ള ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണം കാണുക.

(i) 6 cm, 8 cm, 10 cm, (ii) 12 cm, 7cm, 13 cm.

VIII ഒരു വൃത്തത്തിന്റെ വിസ്തീർണം കാണാനുള്ള വാക്യം $A = \pi r^2$ എന്നാണ്. (A = വിസ്തീർണം, r = വ്യാസാർദ്ധം, $\pi \approx 3.14$ എന്നാൽ താഴെപ്പറയുന്ന വിസ്തീർണങ്ങളുള്ള വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസാർദ്ധങ്ങൾ കാണുക.

(i) 341 ച:മീ. (ii) 1256 ച:സെമീ.
(iii) 63.585 ച:മീ. (iv) 628 ച:മീ.

XI ഒരാൾ തന്റെ പുരയിടത്തിൽ 5625 ഫലവൃക്ഷങ്ങൾ നടുന്നു. ഒരു വരിയിൽ എത്ര മരങ്ങളുണ്ടോ അത്രയും വരിയും ഉണ്ടെങ്കിൽ ആകെ എത്ര വരി വൃക്ഷങ്ങളുണ്ട്?

B

X ഒരാൾ ഒരു യാത്ര കഴിഞ്ഞുവന്നു കണക്കു നോക്കിയപ്പോൾ താൻ എത്രദിവസം യാത്രചെയ്തോ അത്രയും 5 പൈസ നാണയങ്ങൾ ഓരോ ദിവസവും ചെലവാക്കിയതായി കണ്ടു. ആകെ 92 രൂപ 45 പൈസ ആണു ചെലവായതെങ്കിൽ എത്ര ദിവസം യാത്ര ചെയ്തു?

XI രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുകയെ ആ ഓരോ സംഖ്യകൊണ്ടും ഗുണിച്ചപ്പോൾ കിട്ടിയ ഗുണനഫലം 2408, 3666 ആയാൽ ആ സംഖ്യകൾ ഏവ?

C

XII തുടർച്ചയായ രണ്ടു നിസർഗസംഖ്യകളുടെ തുക, അവയുടെ വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസത്തിനു തുല്യമാണെന്നു തെളിയിക്കുക.

XIII ഒരു ഫങ്ഷിമേന്ത്ക്ക് സംഭാവനചെയ്ത സ്ത്രീകളുടെ എണ്ണം, പുരുഷൻമാരുടെ എണ്ണത്തിന്റെ 4 ഇരട്ടിയാണ്. ഒരു പുരുഷൻ, ആകെ എത്ര പുരുഷൻമാരുണ്ടോ അത്രയും. 5 പൈസകളും, ഒരു സ്ത്രീ, ആകെ എത്ര സ്ത്രീകളുണ്ടോ അത്രയും 1 പൈസകളുമാണ് സംഭാവന ചെയ്തത്. ആകെ 1088 രൂ. 64 പ. പിരിഞ്ഞാൽ സംഭാവന ചെയ്ത പുരുഷൻമാരുടെയും സ്ത്രീകളുടെയും എണ്ണമെത്ര?

പട്ടിക III ഉപയോഗിച്ച് സംഖ്യകളുടെ വർഗം, വർഗമൂലം എന്നിവ കാണാം.

പട്ടികയിൽ 3 കോളമുണ്ട്. 1-ാമത്തെ കോളത്തിൽ എണ്ണൽ സംഖ്യകളും, 2-ാമത്തെ കോളത്തിൽ അവയുടെ വർഗങ്ങളും. 3-ാമത്തെ കോളത്തിൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗമൂലങ്ങളുമാണ് കൊടുത്തിട്ടുള്ളത്.

$\sqrt{2}$ കാണേണ്ടതെങ്ങനെന്നിരിക്കട്ടെ. 2-ന്റെ എതിരെ വർഗമൂലത്തിന്റെ കോളത്തിൽ നോക്കൂ. എന്തു കാണുന്നു? 1.414 എന്നു കാണുന്നില്ലേ? അതായത് $\sqrt{2} = 1.414$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

$1.414^2 = 1.999396$ ആണ്. ഇത് 2-നോട് വളരെ അടുത്തു കിടക്കുന്നതുകൊണ്ട് $1.414^2 \approx 2$ എന്നെഴുതാമല്ലോ. അപ്പോൾ 1.414-ന്റെ വർഗം കണ്ടുപിടിക്കണമെങ്കിൽ അതിനെതിരെ മൂന്നാമത്തെ കോളത്തിൽ, സംഖ്യ, എന്നെഴുതിയിരിക്കുന്ന കോളത്തിൽ നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.

അഭ്യാസം 7 (15)

താഴെപ്പറയുന്നവയ്ക്കുത്തരം പട്ടിക III നോക്കി കണ്ടുപിടിച്ചെഴുതുക?—

[1] $\sqrt{17}$ [2] $\sqrt{83}$ [3] $\sqrt{58}$ [4] $\sqrt{96}$ [5] $\sqrt{31}$
[6] 3.873^2 [7] 7.141^2 [8] 8.124^2
[9] 9.110^2 [10] 9.798^2

വർഗങ്ങളും വർഗമൂലങ്ങളും

പട്ടിക III

സംഖ്യ	വർഗം	വർഗമൂലം	സംഖ്യ	വർഗം	വർഗമൂലം
1	1	1.000	26	676	5.099
2	4	1.414	27	729	5.196
3	9	1.732	28	734	5.291
4	16	2.000	29	841	5.385
5	25	2.236	30	900	5.477
6	36	2.449	31	961	5.568
7	49	2.646	32	1024	5.657
8	64	2.828	33	1089	5.745
9	81	3.000	34	1156	5.831
10	100	3.162	35	1225	5.916
11	121	3.317	36	1296	6.000
12	144	3.464	37	1369	6.083
13	169	3.606	38	1444	6.164
14	196	3.742	39	1521	6.245
15	225	3.873	40	1600	6.325
16	256	4.000	41	1681	6.403
17	289	4.123	42	1764	6.481
18	324	4.243	43	1849	6.557
19	361	4.359	44	1936	6.633
20	400	4.472	45	2025	6.708
21	441	4.583	46	2116	6.782
22	484	4.690	47	2209	6.856
23	529	4.796	48	2304	6.928
24	576	4.899	49	2401	7.000
25	625	5.000	50	2500	7.071

സംഖ്യ	വർഗം	വർഗമൂലം	സംഖ്യ	വർഗം	വർഗമൂലം
51	2601	7.141	76	5776	8.718
52	2704	7.211	77	5929	8.775
53	2809	7.280	78	6084	8.832
54	2916	7.348	79	6241	8.888
55	3025	7.416	80	6400	8.944
56	3136	7.483	81	6561	9.000
57	3249	7.550	82	6724	9.055
58	3364	7.616	83	6889	9.110
59	3481	7.681	84	7056	9.165
60	3600	7.746	85	7225	9.220
61	3721	7.810	86	7396	9.274
62	3844	7.874	87	7569	9.327
63	3969	7.937	88	7744	9.381
64	4096	8 000	89	7921	9.434
65	4225	8.062	90	8100	9.487
66	4356	8.124	91	8281	9.539
67	4489	8.185	92	8764	9.592
68	4624	8.246	93	8649	9.644
69	4761	8.307	94	8836	9.695
70	4900	8.367	95	9025	9.747
71	5041	8.426	96	9216	9.798
72	5184	8.485	97	9409	9.849
73	5329	8.544	98	9604	9.899
74	5476	8.602	99	9801	9.950
75	5625	8.660	100	10000	10.000

അദ്ധ്യായം 8

വാചകങ്ങൾ (ചതുഷ്ക്രിയകൾ)

വാചകം, പദം എന്നിവയെപ്പറ്റി നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ. ചില വാചകങ്ങളും അവയിലെ പദങ്ങളും താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

	വാചകങ്ങൾ	പദങ്ങൾ
1)	$3x + 2y$	$3x$, $2y$
2)	$a + {}^{-}8 + b$	a, $^{-}8$, b
3)	$2(x+y)+x\,(y-z)$	$2\,(x+y)$, $x\,(y-z)$
4)	^{7}xy	^{7}xy
5)	$\frac{p}{8}$	$\frac{p}{8}$
6)	$^{2}a + 3b + 5c + 4d + e$	$2a$, $3b$, $5c$, $4d$, e

പദങ്ങൾ ചേർന്നാണ് വാചകങ്ങൾ ഉണ്ടാകുന്നത് എന്നു കണ്ടല്ലോ. ഒരു വാചകത്തിൽ ഒന്നോ അതിലധികമോ പദങ്ങൾ ഉണ്ടാകാം. ഇന്നിൽ കൂടുതൽ പദങ്ങളുള്ളപ്പോൾ അവയുടെ തുകയായിട്ടു വാചകം എഴുതാം.

b', b-യുടെ സങ്കലനവിപരീതമാണെങ്കിൽ $a-b = a+b'$ എന്നതു വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവ്വചനമെന്നു നാം കണ്ടുകഴിഞ്ഞു. അതനുസരിച്ച് ഒരു വാചകം എങ്ങനെ പദങ്ങളുടെ തുകയായി എഴുതുമെന്നു നോക്കാം.

$$^{+}2a - {}^{+}3b + {}^{-}5c - {}^{-}4d$$

$$= {}^{+}2a + {}^{-}3b + {}^{-}5c + {}^{+}4d$$

വാചകങ്ങളെ പൊതുവെ ബഹുപദങ്ങൾ എന്നാണു പറയുക. അവയിൽ രണ്ടു പദങ്ങളുള്ളവയ്ക്ക് ദ്വിപദങ്ങൾ

എന്നും, രണ്ടു പദങ്ങളുള്ളവയ്ക്ക് ദ്വിപദങ്ങൾ എന്നും, ഒരു പദം മാത്രമുള്ളവയ്ക്ക് ഏകപദങ്ങൾ എന്നും പ്രത്യേകം പേരുകളുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി കൊടുത്തിട്ടുള്ള ആറു ബഹുപദങ്ങളിൽ (1), (3) എന്നിവ ദ്വിപദങ്ങളും (2) ത്രിപദവും (4), (5) എന്നിവ ഏകപദങ്ങളുമാണ്.

ഈ ഉദാഹരണങ്ങളിലെ ചില പദങ്ങളുടെ ഘടന എന്തെന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കാം.

ഉദാഹരണം:	പദം	പദത്തിന്റെ ഘടന
(1)	$3x$	സ്ഥിരം, ചരം, എന്നിവയുടെ ഗുണനഫലം
(2)	a	ചരം
	8	സ്ഥിരം
(3)	$2(x+y)$	സ്ഥിരം, വാചകം എന്നിവയുടെ ഗുണനരൂപം
	$x(y-z)$	ചരം, വാചകം എന്നിവയുടെ ഗുണനരൂപം
(4)	$7xy$	സ്ഥിരം, ചരങ്ങൾ എന്നിവയുടെ ഗുണനരൂപം
(5)	$\frac{p}{8}$	സ്ഥിരം, ചരം എന്നിവയുടെ ഗുണനരൂപം
(6)	2_a	സ്ഥിരം, ചരം എന്നിവയുടെ ഗുണനരൂപം.

ഇങ്ങനെ വിവിധരീതിയിൽ പദങ്ങളുണ്ടാകാം. ഒരു വാചകത്തിൽ ഒന്നിലധികം പദങ്ങളുള്ളപ്പോൾ അവയെ വേർതിരിച്ചറിയുന്നതിന് $+$, $-$ എന്നീ ചിഹ്നങ്ങൾ സഹായിക്കും.

അഭ്യാസം 8 (1)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏകപദങ്ങളും ഏവ?

1) $7xy$ 2) $7p^2 q$ 3) $12+y$ 4) $6x+3y$

5) $8x^2 yz$ 6) $6p+q$ 7) $6p^3 q^3 r^3$ 8) 18

9) $3x+4y$ 10) $x+3$ 11) $8a^2 b^3 c$ 12) $7x$

13) -6 14) 8 15) $7x+4y$ 16) $8x+8$

17) $\frac{-4xy}{1}$ 18) $\frac{-8x^3}{3}$ 19) $\frac{7p-q}{2}$ 20) 18

അഭ്യാസം 8 (2)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ബഹുപദങ്ങളെ ഏകപദം, ദ്വിപദം, ത്രിപദം, ഇവ മൂന്നിലും ഉൾപ്പെടാത്തവ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിക്കുക.

1) $8a+7b+6$ 2) $7x^2 y$

3) $8x^2 y+5y$ 4) $6pq-4q+8r-2$

5) $4y^3+2$ 6) $6x^2+5x+8$

7) $x^4+3x^3-2x^2+6x-1$ 8) $7x^3+2x$

9) $3x^3 y^2 z$ 10) a^2+b^2+2ab

11) $a^3-3a^2 b+3ab^2-b^3$ 12) $6xyz^6$

13) $7p^3+2p^2-8p+2$ 14) $-8p^2 r^2$

15) $6x^3-7x^2+4y+5z$ 16) $(a+b)(c+d)$

x^3 എന്ന പദത്തിൽ ചരത്തിന്റെ കൃതി 3 ആണല്ലോ $4x^2$ എന്ന പദത്തിലോ? ചരത്തിന്റെ കൃതി 2 x^3 -നെ മൂന്നാംകൃതി

ിലുള്ള പദമെന്നും, $4x^2$ നെ രണ്ടാംകൃതിയിലുള്ള പദമെന്നു മാണു പറയുന്നത്. $7x^3y^2$ എന്ന പദത്തിലോ? ചരങ്ങളുടെ കൃതികം എത്ര? 3 ഉം. 2—ഉം, കൃതികളുടെ തുകയായ 5 ആണ് ഈ പദത്തിന്റെ കൃതി. അതായത് $7x^3y^2$ അഞ്ചാംകൃതിയിലുള്ള ഒരു പദമാണ്.

$4a^4 - a^3 + 6$ എന്ന വാചകത്തിൽ ഓരോ പദത്തിന്റെയും കൃതികവും പരിശോധിക്കുക. ഏറ്റവും കൂടിയ കൃതിയുള്ള പദമേതാണ്? a^3. ഇതു മൂന്നാംകൃതിയിലുള്ള പദമാണല്ലോ. അതിനാൽ ഈ വാചകത്തെ മൂന്നാംകൃതിയിലുള്ള വാചകമെന്നു പറയാം. $2x^3 - 5xy + x^4y^5 - y^2$ എന്ന വാചകം പരിശോധിക്കുക. ഏറ്റവും കൂടിയ കൃതിയുള്ള പദം x^4y^3. ∴ അതിന്റെ കൃതിയായ 7 ആണ് വാചകത്തിന്റെയും കൃതി.

$x + 4y^4 + 5x^5y^3$-ൽ x-നെ മാത്രം ആസ്പദമാക്കിയാൽ കൃതി എത്ര? 3. y-യെ മാത്രം ആസ്പദമാക്കിയാൽ കൃതി എത്ര? 4. x, y ഇവയെ ആസ്പദമാക്കിയാൽ കൃതി എത്ര? 6.

1. ഒരു പദത്തിന്റെ കൃതി ആ പദത്തിലെ ചരങ്ങളുടെ കൃതികളുടെ തുകയാണ്.

2. ഒരു വാചകത്തിന്റെ കൃതി അതിലെ ഏറ്റവും കൂടിയ കൃതിയുള്ള പദത്തിന്റെ കൃതിയാണ്.

അഭ്യാസം 8 (3)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഓരോ ബഹുപദത്തിന്റെയും കൃതി എഴുതുക:

1) $6x^2 + 7$
2) $5x + 3y + 4$
3) $7x^6y - 4x^5y$
4) $7x^2 + yz$
5) $8x^3 + 6x^2 + 2$
6) $5pqr$
7) $8p^4 + 5p^2q^2 - 4q^4$
8) $6a^3 - 7a^2 + 2$
9) $4x^2 - 5x + 8$
10) $6x^3 - 5x^2$

സങ്കലനം

നാം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന നിയമങ്ങളും പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.

1. ക്രമനിയമം (സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും)
2. സംയോജനനിയമം (സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും)
3. വിതരണനിയമം
4. സംവൃതിനിയമം (സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും)
5. അനന്യഥനിയമം (സങ്കലനത്തിലും ഗുണനത്തിലും)

ഇവയെല്ലാം അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങളാണ്.

ഈ പ്രമാണങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് വാചകങ്ങളും ലഘൂകരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു പഠിക്കാം.

ഉദാ: 1) ലഘൂകരിക്കുക: $2x+3x$

$2x+3x = (2+3)x$ — വിതരണനിയമം

$= 5x$ — സംവൃതി "

2) ലഘൂകരിക്കുക: $^-5ab + 7ab$

$^-5ab + 7ab = (^-5+7)ab$ — വിതരണനിയമം

$= ^+2ab$ — സംവൃതി "

3) ലഘൂകരിക്കുക: ^-5p+p

$= ^-5p+1p$ — ഗുണനത്തിന്റെ അനന്യഥനിയമം

$= (^-5+1)p$ — വിതരണനിയമം

$= ^-4p$ — സംവൃതി "

4) ലഘൂകരിക്കുക: $2a+3b$

മേൽപറഞ്ഞ നിയമങ്ങളും ഉപയോഗിച്ച് ഈ വാചകം ലഘൂകരിക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ല. ഈ വാചകം അതിന്റെ പൂർണ്ണരൂപത്തിലാണ്.

അഭ്യാസം 8 (4)

ചേർക്കുക (ഉപയോഗിക്കുന്ന നിയമങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുക)

1) $3x + 5x$

2) $^{-}7y + 2y$

3) $^{-}8m + m$

4) $^{-}7x + 4x$

5) $^{-}6p + ^{-}5p$

6) $7a^2 + ^{-}3a^2$

7) $8k^4 + 5k^4$

8) $3mn^2 + 4mn^2$

9) $5x^3 + 6x^3$

10) $^{-}4x + 7x$

11) $^{-}7x + ^{-}3x$

12) $17p + 39p$

13) $12p^3 + ^{-}2p^3$

14) $^{-}4a^2b + ^{-}3a^2b$

15) $^{-}7xy + ^{-}3xy$

16) $3\frac{1}{2}x^3 + 1\frac{1}{2}x^3$

ഉദാ (5) ചേർക്കുക.

$3x + 4x + ^{-}5x$

$3x + ^{-}4x + ^{-}5x = (3 + ^{-}4x) + 5x$ സംയോജനനിയമം.

$= (3 + ^{-}4)x + ^{-}5x$ വിതരണനിയമം.

$= ^{-}1x + ^{-}5x$ സംവൃതിനിയമം.

$= (^{-}1 + 5)x$ വിതരണനിയമം.

$= ^{-}6x$ സംവൃതിനിയമം.

അഭ്യാസം 8 (5)

ലഘൂകരിക്കുക: (ഉപയോഗിക്കുന്ന നിയമങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുക)

1) $6x + {}^{-}3x + {}^{-}2x$ 3) $14a^2 + {}^{-}3a^2 + {}^{-}7a^2$

2) $7x + 5x + {}^{-}2x$ 4) $8p^3 + 6p^3 + 5p^3$

ബഹുപദങ്ങൾ അടിസ്ഥാന പ്രമാണങ്ങളുപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിക്കുകയാണല്ലോ ചെയ്തത്, എന്നാൽ ക്രിയചെയ്യുന്നതിനു സൗകര്യപ്രദമായ ചില സിദ്ധാന്തങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു, അവ ഉപയോഗിച്ച് ബഹുപദങ്ങൾ എളുപ്പത്തിൽ ലഘൂകരിക്കാൻ കഴിയും.

സിദ്ധാന്തം

i) $k_1, k_2, k_3 \ldots$ എന്നിവ സ്ഥിരസംഖ്യകൾ ആണെങ്കിൽ $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots\ldots = k$ ആകത്തക്കവിധം k എന്ന സ്ഥിരസംഖ്യ ഉണ്ട്. ഇതു സങ്കലനസംവൃതിനിയമത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃതരൂപമാണ്.

കൂടാതെ $k_1 k_2 k_3 \ldots\ldots = k$ ഇതു ഗുണനസംവൃതിനിയമത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃതരൂപമാണ്.

ii) $m(a_1 + a_2 + a_3 \ldots\ldots)$
$= ma_1 + ma_2 + ma_3 + \ldots\ldots$

ഇവ വിതരണനിയമത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃതരൂപങ്ങളാണ്.

iii) $ma_1 + ma_2 + ma_3 + \ldots\ldots$
$= m(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots\ldots)$

ഉദാ: ${}^{-}7p^2 a + {}^{8}p^2 a + {}^{-}2p^2 a + {}^{-}11p^2 a$
$= (7 + 8 + 2 + {}^{-}11)p^2 a$ (സാമാന്യവത്കൃതവിതരണനിയമം)
$= {}^{-}12p^2 a$ (സാമാന്യവത്കൃതസംവൃതിനിയമം)

അഭ്യാസം 8 (ബി)

ലഘൂകരിക്കുക. (ഉപയോഗിക്കുന്ന നിയമങ്ങൾ സൂചിപ്പിക്കുക.)

1) $3m + 2m + 7m$
2) $-8b + 3b + -5b$
3) $7b + 2b + 4b$
4) $5b + -2b + -3b$
5) $8p^3 + 7p^3 + -2p$
6) $6m^2 + 2m^2 + 3m^2$
7) $8x + 2x + 5x$
8) $6a + -2a + -3a$
9) $8k + -2k + 5k$
10) $-7k^3 + 5k^3 + 2k^3$
11) $5nm + -3nm + -2nm$
12) $-12xy^2 + 8xy^2 + 4xy^2$
13) $6z + -5z + 2z$
14) $3d + 2d + -4d$
15) $7a^2b + 4a^2b + 5a^2b + 3a^2b$
16) $-8abc + -3abc + -9abc + 10abc$

സിദ്ധാന്തം

(iv) (a) വാചകത്തിലെ പദങ്ങളെ ഏതു ക്രമത്തിലെഴുതിയാലും വിലയ്ക്ക് വ്യത്യാസം വരുന്നില്ല. ഇതു ക്രമനിയമത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃത രൂപമാണ്.

ഉദാ:- $a+b+c+d = d+a+c+b$

(b) സാമാന്യവത്കൃതക്രമനിയമം ഗുണനത്തെ സംബന്ധിച്ചും ശരിയാണ്. അതായത് ഗുണനരൂപത്തിലുള്ള ഒരു ഏകപദത്തിലെ ഘടകങ്ങളെ ഏതു ക്രമത്തിലും എഴുതാം. ഉദാഹരണമായി a b c d എന്ന ഏകപദം d a c b എന്ന ക്രമത്തിലും എഴുതാം.

(v) (a) ഒരു വാചകം ലഘൂകരിക്കുന്നതിന് ഏത്രപദങ്ങളെയും വേണമെങ്കിലും ഗ്രൂപ്പുകളായി സംയോജിപ്പിച്ചെടുക്കാം. ഇതു സംയോജനനിയമത്തിന്റെ സാമാന്യവത്കൃതരൂപമാണ്.

ഉദാ:- $a + b + c + d + e + f + g = (a + b + c+d) + (e+f)+g$

(b) ഗുണനസൂപത്തിലുള്ള ഏകപദത്തിനെ ഏത്ര ഘടകങ്ങളാംവേണമെങ്കിലും ഗ്രൂപ്പുകളായി സംയോജിപ്പിച്ചെടുക്കാമെന്ന് കണ്ടല്ലോ.

$a\ b\ c\ d\ e\ f\ g = (a\ b\ c\ d)\ (e\ f)g$

തുക കാണുക:. $8x + 4$, $^-3x - 6$

$(8x+4) + (^-3x - 6)$

$= (8x+4) + (^-3x + ^-6)$ വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവചനം.

$= [(8x+4) + ^-3x] + ^-6$ സംയോജനനിയമം.

$= [(^-3x + (8x+4)] + ^-6$ ക്രമനിയമം.

$= [(^-3x + 8x) + 4] + ^-6$ സംയോജനനിയമം.

$= (^-3x + 8x) + (4 + ^-6)$ സംയോജനനിയമം.

$= (^-3+8)\ x + (4 + ^-6)$ വിതരണനിയമം.

$= 5x + ^-2$ സംവൃതിനിയമം.

$= 5x - 2$ വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവചനം

ഇതു സാമാന്യവത്കൃതനിയമങ്ങളുപയോഗിച്ച് ചെയ്തിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

$(8x+4) + (^-3x - 6)$

$(8x+4) + (^-3x + ^-6)$ (വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവ്വചനം)

$= 8x + 4 + ^-3x + ^-6$ (സാമാന്യവത്കൃത സംയോജനനിയമം).

$= 8x + {}^{-}3x + 4 + {}^{-}6$ (സാമാന്യവത്കൃത
ക്രമനിയമം)

$= (8x + {}^{-}3x) + (4 + {}^{-}6)$ (സാമാന്യവത്കൃത
സംയോജനനിയമം)

$= (8 + {}^{-}3)\,x + (4 + {}^{-}6)$ (വിതരണനിയമം)

$= 5x + {}^{-}2$ (സംവൃതിനിയമം)

$= 5x - 2$ (വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവ്വചനം)

ചുരുക്കുക.

$8x + 3y + 5z + 2,\quad 2z + 4 + 9y + 3$
$4x + 3y + 6 + 2z,\quad 7x + 4z + 2y + 1$
$(8x + 3y + 5z + 2) + (2z + 4 + 9y + 3x) +$
$(4x + 3y + 6 + 2z) + (7x + 4z + 2y + 1)$
$= 8x + 3y + 5z + 2 + 2z + 4 + 9y + 3x + 4x$
$3y + 6 + 2z + 7x + 4z + 2y + 1$
(സാമാന്യവത്കൃതസംയോജനനിയമം)

$= 8x + 3x + 4x + 7x$
$+ 3y + 9y + 3y + 2y$
$+ 5z + 2z + 2z + 4z$
$+ 2 + 4 + 6 + 1$ (സാമാന്യവത്കൃതക്രമനിയമം)

$= (8x + 3x + 4x + 7x) + (3y + 9y + 3y + 2y) +$
$(5z + 2z + 2z + 4z) + (2 + 4 + 6 + 1)$ (സാമാന്യവത്കൃത
സംയോജനനിയമം)

$= (8 + 3 + 4 + 7)\,x + (3 + 9 + 3 + 2)\,y +$
$(5 + 2 + 2 + 4)\,z + (2 + 4 + 6 + 1)$ (സാ: വി: നി:)
$22x + 17y + 13z + 13$ (സംവൃതിനിയമം)

അടിസ്ഥാനപ്രമാണങ്ങളോ സിദ്ധാന്തങ്ങളോ ഉപയോഗിച്ച് ലഘൂകരിക്കുന്ന സമ്പ്രദായത്തെ പ്രാമാണികരീതി എന്നു പറയുന്നു ബഹുപദങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്രയായാലും സിദ്ധാന്തങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് പ്രാമാണികരീതിയിൽ മേൽക്കാണിച്ചതു പോലെ എളുപ്പത്തിൽ ലഘൂകരിക്കാം.

പ്രാമാണികരീതിയിൽ വാചകങ്ങൾ ലഘൂകരിക്കുവാൻ നിങ്ങൾക്കു പരിചയമായിക്കഴിഞ്ഞല്ലോ?

ഈ രീതിയിൽ ലഘൂകരിക്കുമ്പോഴുള്ള പലസ്റ്റെപ്പുകളും ഒഴിവാക്കിക്കൊണ്ട്, കുറച്ചുകൂടി എളുപ്പവഴിയിൽ എങ്ങനെ കിയചെയ്യാമെന്നു നോക്കാം.

$8x+4$, $^{-}3x+{}^{-}6$ ഇവയുടെ തുക കാണുക.

സജാതീയ പദങ്ങൾ താഴെത്താഴെ വരത്തക്കവിധം ബന്ധങ്ങൾ താഴെക്കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ എഴുതിക്കൂട്ടുക.

$$\begin{array}{r} 8x + 4 \\ {}^{-}3x + {}^{-}6 \\ \hline 5x + {}^{-}2 \end{array}$$

അതായത് തുക $5x-2$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

രണ്ടാമത്തെ ഉദാഹരണത്തിലെ വാചകങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന് സജാതീയപദങ്ങൾ താഴെത്താഴെ എഴുതി കൂട്ടിയിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ.

$$\begin{array}{r} 3x + 3y + 5z + 2 \\ 3x + 9y + 2z + 4 \\ 4x + 3y + 2z + 6 \\ 7x + 2y + 4z + 1 \\ \hline 22x + 17y + 13z + 13 \\ \hline \end{array}$$

<u>സിദ്ധാന്തം</u> ഒരു ബഹുപദത്തിന്റെ സങ്കലനവിപരീതം അതിന്റെ പദങ്ങളുടെ സങ്കലനവിപരീതത്തിന്റെ തുകയ്ക്കു തുല്യമാണ്.

ഉദാ: $(\pm 2a + {}^{-}3b + {}^{-}5c + {}^{+}4d) = {}^{-}2a + {}^{+}3b + \pm 5c + {}^{-}4d$

അഭ്യാസം 8 (7)

കൂട്ടുകയിക്കുക:

1) $(5x+6)+(2x-3)$

2) $(x-a)+(2x+3a)$

3) $(2a-b)+(a+b)$

4) $(-2a+3)+(-2a-3)$

5) $(-5x-6y)+(-5x+6y)$

6) $(2x^3+9)+(x^3+1)$

7) $(3x^3-5y^2+8)+(-x-10)$

8) $(3x^2+b)+(3x-b)$

9) $(6x^3-4y^2)+(7x^3-3y^2)$

10) $(a^2+5a-9)+(3a^2-10a-10)$

11) $(x^2+3xy)+(-2xy+y^2)$

12) $(a^2-5ab-4b^2)+(-3a^2+2ab-6b^2)$

13) $(a^2+a+1)+(3a^2-a-2)+-(5a^2-4a7)$

14) $(2x+3y-4z)+(-5x-y-z)+(-3x-4y)$

15) $(a^2-5ab-4b^2)+(-3a^2+2ab-6b^2)+$
$(5a^2+3ab+2b^2)$

വ്യവകലനം

ഉദാ $7x + 3$ ൽനിന്ന് $5x - 2$ കുറയ്ക്കുക

$(7x+3) - (5x-2)$

$= (7x+3) + (^{-}5x+2)$ വ്യവകലനത്തിന്റെ നിർവചന.

$= 7x+3+{}^{-}5x+2$ സാമാന്യവത്കൃത സംയോജനനിയമ.

$= 7x + {}^{-}5x + 3+2$ സാമാന്യവത്കൃത ക്രമനിയമ.

$= (7+ \quad 5x) + (3+2)$ സാമാന്യവത്കൃത സംയോജനനിയമ.

$= (7+{}^{-}5)x+(3+2)$ വിതരണനിയമ.

$= 2x+5$ സംവൃതിനിയമ.

ഏതു വാചകമാണോ കുറയ്ക്കേണ്ടത് അതിന്റെ സകലം വിപരീതം കൂട്ടിയാൽ മതി എന്ന തത്വമുപയോഗിച്ച് താഴെ ഞാഴെ എഴുതിക്കൂട്ടിയിരിക്കുന്നതു നോക്കൂ

$$\begin{array}{r} 7x + 3 + \\ {}^{-}5x + 2 \\ \hline 2x + 5 \end{array}$$

അഭ്യാസം 8 (8)

A 1) $8p$ ൽനിന്ന് $5p$ കുറയ്ക്കുക

2) $7a$ യിൽനിന്ന് $^{-}3a$ കുറയ്ക്കുക

3) $^{-}6x$ ൽനിന്ന് $4x$ കുറയ്ക്കുക

4) $^{-}9y$ ൽനിന്ന് $^{-}3y$ കുറയ്ക്കുക

5) $(x-a)$ യിൽ നിന്ന് $(2x+3a)$ കുറയ്ക്കുക.
6) $(23-17x)$ ൽ നിന്ന് $(12-8x)$ കുറയ്ക്കുക.
7) $(8ab-5ax)$ ൽ നിന്ന് $(9ax+11ab)$ കുറയ്ക്കുക.
8) $-5x+-6y$-ൽനിന്ന് $-5x+6y$ കുറയ്ക്കുക.
9) $7x+5y$-യിൽനിന്ന് $-3x+4y$ കുറയ്ക്കുക.
10) $3m-4n$-ൽ നിന്ന് $2m-6n$ കുറയ്ക്കുക.
11) $4a-8b+5c$-ൽനിന്ന് $-3a+5b+c$ കുറയ്ക്കുക.
12) $5x+2y+3z$-ൽനിന്ന് $3x+4y+z$ കുറയ്ക്കുക.
13) $11-b^2+3a^2$-ൽനിന്ന് $2a^2-3b^2-7$ കുറയ്ക്കുക.
14) $3-2m^2-m^3$-ൽനിന്ന് $1-m^2+m^3$ കുറയ്ക്കുക.
15) $-6a^2+ab-9b^2$-ൽനിന്ന് $a^2-2ab+3b^2$ കുറയ്ക്കുക.

8. ലഘൂകരിക്കുക.

1) $(7x+3y+-4z)+(-5x+2y-z)+(2x+-2y+2z)$
2) $(4a-8b+5c)-(a-8b+6c)$
3) $(-x^3-2y^2+3xy)-(-x^2+4y^2+4xy)$
4) $(p^2+p+1)+(3p^2-p+2)+(5p^2-4p-7)$
5) $(5p-5pk)-(9pk+10p)$

9. തുക കാണുക:

1) $x+5$, $4x-7$, $5x-8$

2) $z-7$, $3z-3$, $9z-15$

3) $3ab+2a+4$, $4ab-2a+-3$, $-7ab+a+-1$

4) $2x^3-3x^2+7$, $4x^3-2x^2-5$, $-4x^3-7x^2+2$

D. 1) $5x+3y$ യോട് എന്തു കൂട്ടിയാൽ പൂജ്യം കിട്ടും?

2) ഒരു സമചതുരത്തിന്റെ ഓരോ വശവും x^2-2x+1 മീറ്റർ ആയാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?

3) ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിലെ ഓരോ വശവും $2p-3$ മീറ്റർ ആയാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?

4) ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നുവശങ്ങളും $x-2$, $2x+6$, $5x-3$ മീറ്റർവീതം ആയാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവെത്ര?

5) a^2-b^2 നോട് എന്ത് കൂട്ടിയാൽ a^2+b^2 കിട്ടും?

6) $9x+3y$, $-2x-y$ ഇവയുടെ തുകയിൽ നിന്ന് $x+y$ കുറയ്ക്കുക.

7) $2a+3b$ എന്നത് $3a-3b$ യേക്കാളും എത്ര കൂടുതലാണ്?

8) $6a$ യിൽനിന്ന് $2a-3b$ കുറയ്ക്കുക.

9) $3x^2+3x+4$-ൽനിന്ന് x^2-8 എടുത്താൽ ബാക്കിയെത്ര?

ഗുണനം

13-നെ 5 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ 65 കിട്ടുമെന്നറിയാമല്ലോ. ഈ ഗുണനക്രിയയിലെ തത്വം മനസ്സിലാക്കിയിട്ടുണ്ടോ?

$13\times5=(10+3)5$ സംവൃതിനിയമം

$=10\times5+3\times5$ വിതരണനിയമം

$=50+15$ ഗുണനസംവൃതിനിയമം

$=65$ സങ്കലനസംവൃതിനിയമം

$$(a+b)\,c=ac+bc$$

ഉദാ:– 1

14–നെ 12 കൊണ്ട് ഗുണിക്കുക.

$14 \times 12 = (10+4)\ 12$ സംവൃതിനിയമം.

$= 10 \times 12 + 4 \times 12$ വിതരണനിയമം.

$= 10\ (10+2) + 4\ (10+2)$ സംവൃതിനിയമം.

$= 10 \times 10 + 10 \times 2 + 4 \times 10 + 4 \times 2$ വിതരണനിയമം.

$= 100 + 20 + 40 + 8$ സംവൃതിനിയമം.

$= 168$ സംവൃതിനിയമം.

അല്ലെങ്കിൽ

$14 \times 12 = 10\ (10+2) + 4\ (10+2)$

$= 10 \times 10 + 10 \times 2 + 4 \times 10 + 4 \times 2$

$= 100 + 20 + 40 + 8$

$= 168$

ഉദാഹരണം 2

$(2a+3)\ (3a-4) = (2a+3)\ (3a+-4)$ വ്യവകലനനിർവ്വചനം.

$= 2a\ (3a+-4) + 3\ (3a+-4)$
വിതരണനിയമം.

$= 2a \times 3a + 2a \times -4 + 3 \times 3a + 3 \times -4$
വിതരണനിയമം.

$= 2 \times a \times 3 \times a + 2 \times a \times -4 + 3 \times 3 \times a +$
3×-4 അംഗീകരിക്കപ്പെട്ട
ഗുണനലേഖനരീതി.

$= 2 \times 3 \times a \times a + 2 \times -4 \times a + 3 \times 3 \times a +$
3×-4 സാമാന്യവത്കൃതക്രമനിയമം.

$= (2 \times 3) \times (a \times a) + (2 \times -3) \times a +$
$(3 \times 3) \times a + (3 \times -4)$ സാമാന്യവത്കൃത
സംയോജനനിയമം.

$= 6 \times (a \times a) + -8 \times a + 9 \times a + -12$
സംവൃതിനിയമം.

$= 6a^2 + -8 \times a + 9 \times a + -12$ കൃത്യകനിയമം.

$= 6a^2 + (-8 \times a + 9 \times a) + -12$
സമാന്യവത്കൃതസംയോജനനിയമം.

$= 6a^2 + (-8+9)\ a + -12$ വിതരണനിയമം.

$= 6a^2 + 1a + -12$ സങ്കലനസംവൃതിനിയമം.

$6a^2 + a + -12$ ഗുണനത്തിലെ
അനന്യദനിയമം.

ഏതാനും വാചകങ്ങളും 1-ാം കോളത്തിൽ തന്നിരിക്കുന്നു. അവയ്ക്കു സമാനമായ വാചകങ്ങളും അതാതിനെതിരെ 2-ാം കോളത്തിൽ എഴുതിയിരിക്കുന്നു. ഏതെല്ലാം അടിസ്ഥാനപ്രമാണങ്ങളും, സിദ്ധാന്തങ്ങളും, നിർവ്വചനങ്ങളും മുതലായവ ഉപയോഗിച്ചാണ് ഓരോ സമാന വാചകവും എഴുതിയിട്ടുള്ളതെന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കുക. നിങ്ങൾക്കു കിട്ടിയ ഉത്തരം താഴെ കൊടുത്തിട്ടുള്ള ഉത്തരവുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുക.

	1 തന്നിട്ടുള്ള വാചകം	2 സമാനവാചകം
1)	$3 \times (5 \times m)$	$(3 \times 5) \times m$
2)	2×3	6
3)	$4 \times p$	$4p$
4)	$(5 \times p) \times b$	$b \times (5 \times p)$
5)	$(4 \times m) \times (3 \times p)$	$[(4 \times m) \times 3] \times p$
6)	$p^2 \times p$	p^3
7)	$2k(5p + 3q + r + 2m)$	$2k \times 5p + 2k \times 3q + 2k \times r + 2k \times 2m$
8)	$3abc \times 2cab$	$3 \times 2 \times a \times a \times b \times b \times c \times c$
9)	$(x+y)m$	$xm + ym$
10)	$(x+y)\ (a+b)$	$x(a+b) + y(a+b)$

മേൽ പറഞ്ഞ സമാനവാചകങ്ങളും എഴുതാൻ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുള്ള അടിസ്ഥാനപ്രമാണങ്ങളും, നിർവ്വചനങ്ങളും എന്നിവ താഴെ കൊടുക്കുന്നു.

1. ഗുണനസംയോജനനിയമം.
2. ഗുണനസംവൃതിനിയമം.
3. അംഗീകരിക്കപ്പെട്ട ലേഖനരീതി.
4. ഗുണനക്രമനിയമം.
5. ഗുണനസംയോജനനിയമം.
6. കൃത്യകനിയമം.
7. സാമാന്യവത്കൃത വിതരണ നിയമം.
8. സാമാന്യവത്കൃതഗുണന ക്രമനിയമം.
9. വിതരണനിയമം.
10. വിതരണനിയമം.

അഭ്യാസം 8 (9)

A) I. ഗുണനഫലം കാണുക. (ഓരോ സ്റ്റെപ്പിലും ഉപയോഗിച്ച നിയമം ഏതാണെന്നും എഴുതണം.)

1) $4x \times a$ 2) $7x \times y$
3) $4x \times 6x$ 4) $2x^2 y \times 7y$
5) $7xy^2 \times 5y$ 6) $-3x^3 y \times -2xy$

ഗുണനഫലം കാണുമ്പോഴും എല്ലാ സ്റ്റെപ്പും എഴുതണമെന്നില്ല. ഓരോ രണ്ടോ സ്റ്റെപ്പിൽ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ചാലും മതിയാകും.

ഉദാ: 1 $-3a \times 2b \times -4a \times -3b$
$= -72a^2 b^2$

ഉദാ: 2 $5p(2p + -3pq + 8q)$
$= -10p^2 + 15p^2 q + -40pq$

ഉദാ: 3 $(2a+3)(3a-4)$

$(2a+3)(3a+^{-}4) = 2a(3a+^{-}4) + 3(3a+^{-}4)$

$= 6a^2 + ^{-}8a + 9a + ^{-}12$

$= 6a^2 + a + ^{-}12$

11. ഗുണനഫലം കാണുക.

1) $-3p^2q^1 \times 4pqr$
2) $7pq \times 3qr \times -2xy$
3) $3xy \times 4x^2y$
4) $-2a \times -3b \times 4c$
5) $(7x-2y) \times 3$
6) $(4x+5y) \times 2$
7) $(3x-4y) \times 3x$
8) $(4p+2q) \times 7pq$
9) $(-2p+3r) \times -5pr$
10) $(4p^2q^2 - 3pq) \times 2p^2q^2$
11) $(5xz+^{-}4yz) \times -2x^2y$
12) $(3ab^2c+2abc) \times -4ab$
13) $(x^2+2x-3) \times 6$
14) $(4p^2-3p+7) \times -3a$
15) $(5x^2+6a-3) \times 5a$
16) $(7a^2b^2+^{-}2a+5) \times -8a$
17) $(x^3-2x^2+5x-1) \times 3x$
18) $(6x^2y+7xy+y^2) \times 4xy$
19) $(5p^2q^2+2pq+p+3q) \times 4p$
20) $(2mn+7n-4n^2) \times 2m^2n$
21) $(5k^3+4k^2l-3kl+l^2) \times 4k^2l$
22) $(-7x^3+3x^2y-2xy^2+4) \times 5xy$

8. വിതരണനിയമമുപയോഗിച്ച് ക്രിയചെയ്യുക.

1) 7×18
2) 9×96
3) 56×8
4) 11×12
5) 24×24
6) 18×26
7) 102×102
8) 103×97

C. വിതരണനിയമമുപയോഗിച്ച് ഗുണിക്കുക

1) $(x+3)(x-3)$ 5) $(x+5)(x-9)$

2) $(y-8)(y+8)$ 6) $(y-8)(y-6)$

3) $(x+y)(x-y)$ 7) $(2m+x)(2m-x)$

4) $(a+b)(a+b)$ 8) $(5a-7)(3a-2)$

9) $(x^2-1)(x^2-12)$

ബഹുപദങ്ങളെ സജാതീയപദങ്ങളും താഴെത്താഴെ വരത്തക്കവിധം എഴുതി ഗുണിക്കാം.

$4x+5$ നെ $2x-3$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുക.

$$\begin{array}{r} 4x+5 \\ 2x+-3 \\ \hline -12x+-15 \\ 8x^2+10x \\ \hline 8x^2+-2x+-15 \end{array}$$

MUNAVIRUL ISLAM HIGH SCHOOL
Date
ERNAKULAM.

$\therefore (4x+5)(2x-3) = 8x^2-2x-15$

-3 കൊണ്ടുതന്നെ ആദ്യം ഗുണിക്കണമെന്നില്ല. $2x$ കൊണ്ടു വേണമെങ്കിലും ആദ്യം ഗുണിക്കാം.

ഈ രീതിയിൽ ഗുണിക്കുമ്പോൾ $+, -$ ചിഹ്നങ്ങൾ വിട്ടുപോകരുത്. സജാതീയപദങ്ങൾ ഒന്നിനു താഴെ ഒന്നായി എഴുതണം.

(ബഹുപദത്തെ അതിലെ പദങ്ങളുടെ കൃതിയുടെ ആരോഹണക്രമത്തിലോ അവരോഹണക്രമത്തിലോ എഴുതണം).

അഭ്യാസം 8 (10)

മേൽ കാണിച്ചപ്രകാരം ഗുണിക്കുക.

1) $(x+7)(x+2)$
2) $(a+8)(a+7)$
3) $(y-9)(y+5)$
4) $(n-9)(n+4)$
5) $(x-7)(x-6)$
6) $(y-8)(y-8)$
7) $(2x+3)(5x+1)$
8) $(7n+4)\ 8n+9)$
9) $(7x-3)(5x-2)$
10) $(12y+5)(5y-2)$
11) $(3y-4)(4y-6)$
12) $(6x-5)(7x-8)$
13) $(a^2-8)(a^2-1)$
14) $(y^2+40)(y^2-5)$
15) $(m-8)(m^2-3m+4)$
16) $(2n-3)(n^2-6n+1)$
17) $(4x^3-x^2+3x-2)(5x+7)$
18) $(7a^2-12ab+9b^2)$ $(5a^2-4b^2)$
19) $(a^2-2b+b^2)(a+b)$
20) $(a^4+a^2b^2+b^4)(a^2-b^2)$

ഹരണം

ഏകപദങ്ങളെ ഏകപദങ്ങളെക്കൊണ്ടു ഹരിക്കുവാൻ പഠിച്ചുവല്ലോ. ഇനി ഒരു ബഹുപദത്തെ ഒരു ഏകപദംകൊണ്ടു ഹരിക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

ഉദാ:- $\frac{93+48}{3}$ എത്ര? $(93+48)\div 3$ എത്ര?

$(93+48)\div 3 = \frac{1}{3}(93+48)$ ഹരണത്തിന്റെ നിർവചനം

$= \frac{1}{3}(93)+\frac{1}{3}(48)$ വിതരണനിയമം.

= 31 + 16 ഗുണനസംവൃതിനിയമം.
47 സങ്കലന സംവൃതിനിയമം.

ഇതുപോലെ

$(ax+ay) \div a = \frac{1}{a}(ax+ay)$ എന്തുകൊണ്ട്?

$\frac{1}{a}(ax) + \frac{1}{a}(ay)$ എന്തുകൊണ്ട്?

$\left(\frac{1}{a} \times a\right)x + \left(\frac{1}{a} \times a\right)y$

സംയോജനനിയമം.

$= 1x + 1y$ ഗുണനവിപരീതനിയമം.

$= x + y$ അനന്യനിയമം.

ഇത് $ax+ay$ എന്ന ബഹുപദത്തിലെ ഓരോ പദത്തെയും a കൊണ്ട് പ്രത്യേകം ഹരിച്ചതിന് തുല്യമാണല്ലോ.

അതായത് $\frac{ax+ay}{a} = \frac{ax}{a} + \frac{ay}{a} = x + y$

ഉദാ: (1) $\frac{5xy+10y}{y} = \frac{5xy}{y} + \frac{10y}{y} = 5x+10$

(2) $\frac{3x^3+15x^2-9x}{3x} = \frac{3x^3}{3x} + \frac{15x^2}{3x} - \frac{9x}{3x}$

$= x^2+5x-3$

(3) $\frac{ay^2-y+a}{ay} = \frac{ay^2}{ay} - \frac{y}{ay} + \frac{a}{ay}$

$y - \frac{1}{a} + \frac{1}{y}$

അഭ്യാസം 8 (II)

I. ഹരണഫലം കാണുക: ഓരോ സ്റ്റെപ്പിലും ഉപയോഗിക്കുന്ന നിയമങ്ങൾ എഴുതുക.

(1) $(12p+15q) \div 3$ 2) $(6a+16a^2) \div a$

II. ലഘൂകരിക്കുക:

(1) $\frac{5p+pq}{p}$ 2) $\frac{7a+3a^2}{a}$

(3) $\frac{15k^2-5k}{5k}$ 4) $\frac{50x^3+10x^2-35x}{5x}$

(5) $\frac{4n^4-3n^3-4n^2}{-n}$ 6) $\frac{8x^3-4x^2-2x}{-x}$

(7) $\frac{12x^2y^3-6x^2y^2+18xy}{-6xy}$ 8) $\frac{35p^4-28p^3-56p^2-21p}{7p}$

(9) $\frac{5x^4-15x^3+45x^2-10x}{5x}$ 10) $\frac{32y^5-56x^4y+24x^3y^2}{-8x^2}$

(11) $\frac{8x^2y^3+4x^3y^4-2xy^3}{2xy^3}$ 12) $\frac{4x^6-32x^4+8x^3-4x^2}{-4x^2}$

അദ്ധ്യായം 9

വാക്യങ്ങൾ. സദാസത്യവാക്യങ്ങൾ

"മൂന്നും നാലും കൂട്ടിയാൽ ഏഴിനു സമമാണ്"

എന്ന പ്രസ്താവന നോക്കൂ. മൂന്നും നാലും കൂട്ടിയാൽ എന്നുമാത്രം പറഞ്ഞാൽ മേൽപറഞ്ഞ പ്രസ്താവനപോലെ പൂർണമായ ആശയം കിട്ടുന്നില്ലല്ലോ. ഇപ്രകാരം പൂർണമായ ആശയം നൽകാത്ത പദസമൂഹത്തെയാണ് വാചകം എന്നുപറയുന്നത്. നേരെമറിച്ച് ആദ്യപ്രസ്താവനപോലെ ആശയം പൂർണമായിട്ടുള്ളവയെ വാക്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

'മൂന്നും നാലും കൂട്ടിയാൽ' എന്ന വാചകം പല രീതിയിലും പൂരിപ്പിച്ച് വാക്യമാക്കാം. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

മൂന്നും നാലും കൂട്ടിയാൽ

1. ഏഴിനു സമമാണ്
2. അഞ്ചിനേക്കാൾ കൂടുതലാണ്
3. ഒൻപതിനു തുല്യമല്ല
4. പതിനഞ്ചിനേക്കാൾ കുറവാണ്
5. നാലിനേക്കാൾ കുറവല്ല
6. പത്തിനേക്കാൾ കൂടുതലല്ല

ഈ വാക്യങ്ങൾ ചിഹ്നങ്ങളായിട്ടെഴുതുന്നതാണ്:

(i) $3 + 4 = 7$
(ii) $3 + 4 > 5$
(iii) $3 + 4 \neq 9$
(iv) $3 + 4 < 15$
(v) $3 + 4 \leq 4$
(vi) $3 + 4 \geq 10$

ഈ വാക്യങ്ങളെ സംഖ്യാവാക്യങ്ങളം എന്നാണു പറയുന്നത് എന്തുകൊണ്ട്?

$=, \neq, >, \ngtr, <, \nless$ എന്നീ ചിഹ്നങ്ങളം ഗുണിതഭാഷയിൽ ഭാഷാവാക്യങ്ങളിലെ ക്രിയയുടെ സ്ഥാനം വഹിക്കുന്നു.

$$3x+4 = x+10$$
$$3 > 2x-7$$
$$y-5 \neq 2x+3$$

ഇവയും വാക്യങ്ങളാണല്ലോ ചരങ്ങളം ഉൾക്കൊള്ളുന്നതു കൊണ്ട് ഈ വാക്യങ്ങളെ ബീജഗണിതവാക്യങ്ങളം അഥവാ ബീജീയവാക്യങ്ങളം എന്നു പറയുന്നു.

സമചിഹ്നം $(=)$ ഉപയോഗിച്ചെഴുതുന്ന ബീജീയവാക്യങ്ങളെ സമവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

$$2+3\frac{1}{2} = \square$$

ചതുരത്തിൽ പല സംഖ്യകളം എഴുതിനോക്കൂ

$2 + 3 = 1$
$2 + 3 = 2$
$2 + 3 = 3$
$2 + 3 = 4$
$2 + 3 = 5$
$2 + 3 = 6$
.....
.....

എന്നിങ്ങനെ പല പ്രസ്താവനകളും കിട്ടുന്നു. ഇവയെല്ലാം വാക്യങ്ങളാണ്. പക്ഷെ, ഇവയിൽ ഈന്നാഴിച്ച് മറ്റുള്ളവയെല്ലാം അസത്യവാക്യങ്ങളാണ്. $2 + 3 = 5$ എന്നതുമാത്രമേ സത്യവാക്യം ആയിട്ടുള്ളു. ഇങ്ങനെ, വാക്യങ്ങളം സത്യവാക്യങ്ങളോ അസത്യവാക്യങ്ങളോ ആകാം.

$3+2=5$ എന്നത് ഒരേ ഒരു പ്രസ്താവനയെ മാത്രമേ സൂചിപ്പിക്കുന്നുള്ളു.

$3(x+2) = 3x+6$ എന്നവാക്യം x-ന്റെ വില മാറുന്നതനുസരിച്ച് ഓരോ വ്യത്യസ്ത പ്രസ്താവനയെ കുറിക്കും. ഉദാഹരണമായി

$x = 1$ ആയാൽ $3(1+2) = 3+6$
$x = 2$ ആയാൽ $3(2+2) = 6+6$
$x = 3$ ആയാൽ $3(3+2) = 9+6$

എന്നിങ്ങനെ പല പ്രസ്താവനകളാണ് $3(x+2) = 3x+6$ എന്ന വാക്യം സൂചിപ്പിക്കുന്നത്. ഏതു പ്രത്യേകവാക്യത്തെയാണ് അതു സൂചിപ്പിക്കുന്നതെന്ന് അസന്ദിഗ്ദ്ധമായി പറയാൻ സാദ്ധ്യമല്ല. അതുപോലെതന്നെ $x+2=5$, $x>7$, $25<x+9$ എന്നീ വാക്യങ്ങളോരോന്നും പല പ്രസ്താവനകളെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇങ്ങനെയുള്ള വാക്യങ്ങളെ സന്ദിഗ്ദ്ധവാക്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. ചതുരംഗം ഉംക്കൊള്ളുന്ന വാക്യങ്ങൾ അതായത് ബീജീയവാക്യങ്ങൾ എല്ലാം സന്ദിഗ്ദ്ധവാക്യങ്ങളാണ്. നേരേമറിച്ച് $5>2+1$, $5=\sqrt{10}$, $2+3=4$, $2+3=5$, $2+3=6$ എന്നിവയൊക്കെ അസന്ദിഗ്ദ്ധവാക്യങ്ങളായിരിക്കും.

$x+3=<6$ എന്ന സന്ദിഗ്ദ്ധവാക്യത്തിൽ x-ന് പല വിലകൾ കൊടുത്തുനോക്കാം.

$x=0$ ആയാൽ $0+3<6$ ഇത് സത്യവാക്യമാണ്.
$x=1$ ആയാൽ $1+3<6$ ഇത് സത്യവാക്യമാണ്.
$x=2$ ആയാൽ $2+3<6$ ഇത് സത്യവാക്യമാണ്.
$x=3$ ആയാൽ $3+3<6$ ഇത് അസത്യവാക്യമാണ്.
$x=4$ ആയാൽ $4+3<6$ ഇത് അസത്യവാക്യമാണ്.

അഖണ്ഡസംഖ്യകളുടെ മണ്ഡലത്തിൽ x-ന് 0, 1, 2 എന്നിങ്ങനെയുള്ള വിലകളെ കൊടുക്കുമ്പോൾമാത്രമേ $x+3<6$ എന്ന വാക്യം സത്യമാകുന്നുള്ളു. അഖണ്ഡസംഖ്യകളിൽ മറ്റേതു വിലകൊടുത്താലും ഈ വാക്യം അസത്യവാക്യമായിരിക്കുമെന്നു കാണാൻ സാധിക്കും. ചോദ്യത്തിന്റെ ഏതെല്ലാം വിലയ്ക്കാണോ വാക്യം സത്യമാകുന്നത്, ആ വിലകളുടെ ഗണത്തിന് സത്യഗണം അഥവാ മൂല്യഗണം എന്നു പറയുന്നു.

$x+3<6$ എന്ന വാക്യത്തിന്റെ സത്യഗണം

$\{0, 1, 2\}$ എന്നെഴുതാം.

എണ്ണൽ സംഖ്യകളുടെ മണ്ഡലത്തിൽനിന്നുമാത്രമേ x-ന് വില സ്വീകരിക്കാവൂ എന്നാണെങ്കിൽ സത്യഗണത്തിൽ 0 കാണുകയില്ലല്ലോ. അതായത് $x+3<6$-ന്റെ സത്യഗണം $\{1, 2\}$ ആയിരിക്കും. പൂർണസംഖ്യകളുടെ മണ്ഡലത്തിൽനിന്ന് x-നു വില സ്വീകരിക്കാമെങ്കിൽ, $x+3<6$ എന്ന വാക്യത്തിന്റെ സത്യഗണം $\{2, 1, 0, -1, -2, -3, \ldots\ldots\}$

$x+3=7$ എന്ന വാക്യം x-ന്റെ 4 എന്ന വിലയ്ക്കു മാത്രമേ സത്യമാകുകയുള്ളു. അതുകൊണ്ട് $x+3=7$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ സത്യഗണം (4) ആണ്.

$3x+2x=5x$ എന്ന വാക്യം പരിശോധിക്കുക. പൂർണ സംഖ്യകളുടെ മണ്ഡലത്തിൽ x എതുവിലകൾ സ്വീകരിച്ചാലും സത്യവാക്യങ്ങൾ കിട്ടും. ഉദാഹരണമായി

x, -2 ആകുമ്പോൾ $-6+-4=-10$ എന്ന സത്യവാക്യം കിട്ടും.
x, 0 ആയാൽ $0+0=0$ എന്ന സത്യവാക്യം കിട്ടുന്നു.
x, 5 ആയാൽ $15+10=25$ ഇതും സത്യവാക്യം തന്നെ.

ഭിന്നകങ്ങളുടെ മണ്ഡലത്തിലാണെങ്കിൽ പൂർണസംഖ്യകൾക്കു പുറമേ, x-ന് പോസിറ്റീവ് ഭിന്നസംഖ്യകളിൽനിന്നോ.

നെഗറ്റീവ് ഭിന്നസംഖ്യകളിൽനിന്നോ വിലകളും സ്വീകരിക്കാം. അപ്പോഴും സത്യവാക്യങ്ങളും തന്നെ കിട്ടും. ഉദാഹരണമായി

x. $\frac{-3}{4}$ ആയാൽ $\frac{3 \times -3}{4} + \frac{2 \times -3}{4} = \frac{5 \times -3}{4}$

അതായത് $\frac{-15}{4} = \frac{-15}{4}$ ഇത് സത്യവാക്യമാണല്ലോ.

x. $\frac{5}{3}$ ആയാൽ $\frac{3 \times 5}{3} + \frac{2 \times 5}{3} = \frac{5 \times 5}{3}$

$8\frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$ ഇതും സത്യവാക്യമാണ്.

$3x + 2x = 5x$ എന്ന വാക്യത്തിൽ x-ന്റെ സ്ഥാനത്തു നിങ്ങളും പറിച്ചിട്ടുള്ള ഏതു സംഖ്യ കൊടുത്താലും ഒരു സത്യ വാക്യം കിട്ടും. ഇങ്ങനെ എല്ലായ്പ്പോഴും സത്യമായി വരുന്ന വാക്യങ്ങൾക്ക് സദാ സത്യവാക്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

മറ്റൊരു വിധത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ—

മണ്ഡലവും സത്യഗണവും തുല്യമായി കിട്ടുന്നത് ഏതു വാക്യത്തിനാണോ ആ വാക്യത്തെ സദാസത്യവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

$x + 7x = 8x$

$5y - 2y = 3y$

$3p + 5p = 2p + p + 5p$

ഈ വാക്യങ്ങളെല്ലാം സദാസത്യവാക്യങ്ങളാണ്.

$3x + 2x = 5x$ എന്നത് xന്റെ എല്ലാ വിലയ്ക്കും സത്യമാണെന്നു പറഞ്ഞുവല്ലോ.

$3y + 2y = 5y$ എന്നതും, $3x + 2x = 5x$ എന്നതും ഒരേ സദാ സത്യവാക്യത്തെയാണു കുറിക്കുന്നത്.

എപ്പോഴും സത്യമായി വരുന്ന സമവാക്യങ്ങളിൽ = ചിഹ്നത്തിനു പകരം '≡' എന്ന ചിഹ്നവും ഉപയോഗിക്കാറുണ്ട്. ഉദാഹരണമായി $3x+2x \equiv 5x$ എന്നത് ഒരു സദാസത്യവാക്യമാണ്. എന്നാൽ സാധാരണയായി ഇത്തരം സദാസത്യവാക്യങ്ങളും എഴുതുമ്പോൾ '=' ചിഹ്നം ഉപയോഗിച്ചാൽ മതിയാകും.

ഒരു സമവാക്യം ചരത്തിന്റെ ഏതു വിലയ്ക്കും ശരിയാണെങ്കിൽ, ആ വാക്യത്തിനെ സദാസത്യവാക്യം എന്നു പറയുന്നു.

അതായത് ചരങ്ങൾക്ക് ഏതു വില കൊടുത്താലും സമത നിലനിൽക്കുന്ന വാക്യങ്ങൾക്ക് സദാസത്യവാക്യങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു.

അഭ്യാസം 9 (1)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വാക്യങ്ങളിൽ സദാസത്യവാക്യങ്ങളെ തിരിച്ചെഴുതുക.

1) $n+2=2+n$ 2) $n-5=8$

3) $3(2x+3)=6x+9$ 4) $3(2x+3)=5x+12$

5) $a^2+b^2+2ab=(a+b)^2$ 6) $(7p+4q)^2=8q=14p$

7) $7a+14=12a+6$ 8) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

9) $(p+q)(p-q)=p^2-q^2$ 10) $7x+4=3x+8$

I $(5+3)x = 5x+3x$.

ചിതരണനിയമമനുസരിച്ച് ഇതു ശരിയാണല്ലോ

$a = b$ ആയാൽ $b = a$ എന്ന പ്രതിസാമ്യതാനിയമമനുസരിച്ച് $(5+3)x = 5x+3x$ ആയാൽ $5x+3x = (5+3)x$ ആയിരിക്കും.

ഇതുപോലെ

$(a+b)x = ax+bx$ $\quad ax+bx = (a+b)x$

$p(x+y+z) = px+py+pz$ $\quad px+py+pz = p(x+y+z)$

$A(k+l+m) = Ak+Al+Am$ $\quad Ak+Al+Am = A(k+l+m)$

ഇതിൽനിന്ന്

$k(a+b+c) = ka+kb+kc$ എന്നു മനസ്സിലാകുന്നു.

$k(a+b+c)$ ഒരു വാചകമാണ്.

$ka+kb+kc$ യും ഒരു വാചകമാണ്.

ഈ രണ്ടു വാചകങ്ങളിലും ചരങ്ങൾക്ക് എന്തു വില കൊടുത്താലും രണ്ടിന്റെയും ഫലം തുല്യമാണ്. അവയുടെ രൂപം മാത്രമാണു വ്യത്യസ്തമായിട്ടുള്ളത്.

ഈ രണ്ടു വാചകങ്ങളും സമാനങ്ങളായതിനാൽ ഇവയെ സമാനവാചകങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നു. അടിസ്ഥാനപ്രമാണങ്ങളോ സിദ്ധാന്തങ്ങളോ ഉപയോഗിച്ച് ഒരു വാചകത്തിനെ രൂപം മാറ്റി എഴുതുമ്പോൾ കിട്ടുന്നതിനെ സമവാചകം എന്നു പറയുന്നു.

$$k(a+b+c) = ka+kb+kc$$
$$ka+kb+kc = k(a+b+c)$$

$k(a + b + c)$ -ക്ക് സമാനമായ ഒരു വാചകമാണ്. $ka+kb+kc$. $ka + kb+kc$-ക്ക് സമാനമായ ഒരു വാചകമാണ് $k(a+b+c)$. എന്നാൽ ഇത് ഘടകരൂപത്തിലാണ് എഴുതിയിരിക്കുന്നത്.

$ka + kb + kc$-ക്ക് ഘടകരൂപത്തിലുള്ള സമാനവാചകമാണ് $k(a + b + c)$. $k(a + b + c) = ka + kb + kc$ എന്നത് ഒരു സദാസത്യവാക്യമാണ്. ഒരു സദാസത്യവാക്യത്തിൽ സമചിഹ്നങ്ങൾക്ക് ഇരുവശത്തും എഴുതിയിരിക്കുന്ന വാചകങ്ങൾ സമാനവാചകങ്ങളാണ്. ഒരു സമചിഹ്നത്തിന്റെ ഒരു വശത്ത് ഒരു വാചകവും, മറുവശത്ത് അതിന്റെ സമാനമായ മറ്റൊരു വാചകവും എഴുതിയാൽ കിട്ടുന്നത് ഒരു സദാസത്യവാക്യമായിരിക്കും.

അഭ്യാസം 9 (2)

A താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയ്ക്ക് സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക:

1) $a(x+y)$ 2) $b\,a + 2c - d)$

3) $8x(a+b+c)$ 4) $6xy(2x+3y)$

5) $5y(3a+2b-5)$ 6) $pq(3x+4y-z)$

7) $8(x^2+2y+3)$ 8) $abc(a+b+c)$

9) $3x^2(4x^2+8x-3)$ 10) $-3p^2q(pq+qr+pr)$

B. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വാചകങ്ങൾക്കു് ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക:

1) $bx+cx$ 2) $px+px^2+p$

3) $ax+ay+az$ 4) $2ab+4a^2$

5) $6a^2+9ab-12ac$ 6) x^2y+xy^2+xyz

7) $7x^3-14x^2+21x$ 8) $x^3y-2x^2y^2+xy^3$

9) $a^4b^2+a^2b^4-a^2b^3$ 10) $-x^7+2x^5+2x^3$

11) $5x^4-15x^3-20x^2$ 12) $3a^2b^3-6a^2b+9ab$

13) $22m^2-33m+66$ 14) $27p^2q^3-18p^3q^2+9p^2q^2$

15) $abcx-ab^2cx+b^2x$ 16) $5k^3+5k^2-60k$

17) $7p^5+70p^2-112p$ 18) $3a^5-6a^4c-9a^4c$

19) $6x^2+48x+72$ 20) $x^4-x^3+x^2-x$

21) $(x+1)a+(x+1)b$ 22) $2(m+n)+x(m+n)$

$(a+b)(x+y) = (a+b)x+(a+b)y$ വിതരണനിയമം

$= ax+bx+ay+by$ വിതരണനിയമം

$(a+b)(x+y)$ യുടെ ഒരു സമാനവാചകം $ax+bx+ay+by$ ആകുന്നു.

$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$

$(p+q)(k+l) = pk+pl+qk+ql$

$(x+3)(y+2) = xy+2x+3y+6$

പൊതുവായി:

$$(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$$
$$ac+ad+bc+bd = (a+b)c+d$$

അഭ്യാസം 9 (3)

സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക:

1) $(x+y)(c+d)$ 2) $(x+5)(y+z)$

3) $(2+c)(a+b)$ 4) $(a+2b)(b+c)$

5) $(p+6)(q+3)$ 6) $(3x+5)(2y+2)$

7) $(m+n)(p-q)$ 8) $(a-b)(c-d)$

9) $(k+l)(m+n)$ 10) $(k-1)(m+n)$

11) $(v-y)(k+z)$ 12) $(2x+3y)(3a-2b)$

ഇനി $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ എന്നു തെളിയിക്കാം.

$(a+b^2) = (a+b)(a+b)$ കൃത്യകനിയമം

$(a+b)(a+b) = a(a+b)+b(a+b)$ വിതരണനിയമം.

$= a^2+ab+ba+b^2$ വിതരണനിയമം.

$= a^2+ab+ab+b^2$ ക്രമനിയമം

$= a^2+(ab+ab)+b^2$ സാമാന്യവത്കൃത സംയോജനനിയമം.

$= a^2+(lab+lab)+b^2$ അനന്യദനിയമം.

$= a^2+(1+1)ab+b^2$ വിതരണനിയമം.

$= a^2+2ab+b^2$ സംവൃതിനിയമം.

$\therefore (a+b)^2 = a^2+2ab\ b^2$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

ഭിന്നകങ്ങളെ സംബന്ധിച്ച പ്രമാണങ്ങളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണല്ലോ ഇതു കിട്ടിയിട്ടുള്ളത്. അതുകൊണ്ട് ഇതിന്റെ ചരങ്ങളുടെ വില ഏതു ഭിന്നകം ആയിരുന്നാലും ഇതു സത്യവാക്യമായിരിക്കണമല്ലോ.

അഥവാ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ എന്നത് സദാസത്യവാക്യമാണ്.

$b = -y$ എന്നായാൽ

$(a + -y)^2 = a^2 + 2a \times -y + (-y)^2$ എന്നു കിട്ടും.

അതായത് $(a-y)^2 = a^2 - 2ay + y^2$

$a = -x$ എന്നായിരുന്നുവെങ്കിൽ കിട്ടുന്നത്

$(-x + b)^2 = (-x)^2 + 2 \times -x \times b + b^2$

അതായത് $(b-x)^2 = b^2 - 2bx + x^2$ എന്നായിരിക്കും.

a യും, b യും നെഗറ്റീവ് സംഖ്യകളാണെങ്കിൽ

$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$ എന്ന ഫലമാണു കിട്ടുന്നത്.

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ എന്ന സദാസത്യവാക്യത്തിന്റെ ഘടന പരിശോധിക്കാം. ഈ വാക്യത്തിന്റെ ഇടതുവശം ഒരു പൂർണവർഗമാണ്.

മേൽപറഞ്ഞ വാക്യം ഇങ്ങനെയെഴുതാം.

രണ്ടു സംഖ്യകളുടെ തുകകളുടെ വർഗം

= ഒന്നാമത്തെ സംഖ്യയുടെ വർഗം

+ രണ്ടു സംഖ്യകളുടെയും ഗുണനഫലത്തിന്റെ രണ്ടുമടങ്ങ്

+ രണ്ടാമത്തെ സംഖ്യയുടെ വർഗം.

$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$ എന്നും നാം കണ്ടു.

ഇതും മേൽപറഞ്ഞപോലെ എഴുതിനോക്കൂ.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ഈ സമാസത്യവാക്യമുപയോഗിച്ച് ഘടകരൂപത്തിലുള്ള വാചകത്തിനു സമാനവാചകം എഴുതിയിരിക്കുന്നതു നോക്കു.

$(x+2)^2 = x^2+4x+4$

$(x-5)^2 = x^2-10x+25$

അഭ്യാസം 9 (4)

സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക.

(1) $(a+4)^2$ (2) $(p+q)^2$ (3) $(m-n)^2$

(4) $(m+3)^2$ (5) $(k-7)^2$ (6) $(2x+y)^2$

(7) $(3y-4)$ (8) $(4x-3y)^2$ (9) $(3a+4b)^2$

(10) $(a^2+1)^2$ (11) $(3a-5b)^2$ (12) $(2a+3b)^2$

(13) $(4ab-2)^2$ (14) $(\frac{2}{3}a+\frac{1}{3}y)^2$ (15) $(2x^2y-3xy^2)^2$

(16) $(x-\frac{2}{3}y)^2$ (17) $(\frac{1}{5}x+\frac{3}{4}y)^2$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ എന്നു കണ്ടല്ലോ.

$\therefore a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

ഈ വാക്യത്തിൽ

1. ഇടതുവശത്തെ വാചകം ഒരു ത്രിപദമാണ്.
2. ത്രിപദത്തിലെ രണ്ടു പദങ്ങളും പൂർണവർഗങ്ങളാണ്.
3. ആ പൂർണവർഗങ്ങളുടെ വർഗമൂലങ്ങളും കാണുക. അവയുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങാണു മറ്റേ പദം.
4. ആ വർഗമൂലങ്ങളുടെ തുക കാണുക. അതിന്റെ വർഗം ത്രിപദത്തിനു തുല്യമായിരിക്കും.
5. $a^2+2ab+b^2$ ന്റെ വർഗമൂലം $a+b$ ആണ്.

ഒരു ത്രിപദം പൂർണവർഗമാണോ അല്ലയോ എന്നു പരിശോധിക്കുന്നതിനും ഒരു ത്രിപദത്തിലെ വിട്ടുപോയ പദം പൂരിപ്പിച്ചു പൂർണവർഗമാക്കാനും മേൽപ്പറഞ്ഞ വസ്തുതകളും സഹായിക്കും. കൂടാതെ പൂർണവർഗമായ ത്രിപദത്തിനു സമാനമായ ഘടകരൂപത്തിലുള്ള വാചകം എഴുതുന്നതിനും സഹായിക്കും.

ഉദാ: $x^2+(\ )+9$ ഒരു പൂർണവർഗമാണെങ്കിൽ വിട്ടുപോയ പദമെന്ത്?

തന്നിരിക്കുന്ന വാചകം $x^2+(\ )+3^2$ ആണ്. ഇതു പൂർണവർഗമാണെങ്കിൽ x, 3 ഇവയുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ രണ്ടു മടങ്ങായിരിക്കണം വിട്ടുപോയ പദം.

അതായത് $6x$

അഭ്യാസം 9 (5)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന വാചകങ്ങളും പൂർണവർഗങ്ങളാണെങ്കിൽ ഓരോന്നിലും വിട്ടുപോയ പദം എഴുതുക.

1) $p^2\ (\ )\ q^2$
2) $k^2+2kl+(\ )$
3) $(\ )+2mn+n^2$
4) $x^2+(\ )+4$
5) $9x^2+6xy+(\ )$
6) $k^2+(\ )+9$
7) $25x^2-(\ )+1$
8) $9p^2-12pq+(\ )$
9) $16x^2-24xy+(\ )$
10) $(\ )-24y+16$

ഉദാഹരണം:

$p^2+2pq+q^2$ ന്റെ ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക.

$$p^2+2pq+q^2=(p+q)\ (p+q)=(p+q)^2$$

അഭ്യാസം 9 (6)

ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുക.

1.	$p^2-2pq+q^2$	2.	$x^2+8x+16$
3.	m^2-mn+n^2	4.	$25m^2-40mn+16n^2$
5.	$m^2+10m+25$	6.	x^2-8+16
7.	$m^2n^2-2mnx+x^2$	8.	$25a^4-40a^2b+16b^2$
9.	$x^2y^2-20xy+100$	10.	$25a^2+20ab+16b^2$
11.	$y^2+12y+36$	12.	x^6-18x^3+81
13.	$y^2-14y+49$	14.	$9x^2-6x+1$
15.	$4p^4-12p^2q^2+9q^4$	16.	$100a^2+20a+1$
17.	$121a^2+220ab+100b^2$	18.	$z^2-12zx+36x^2$
19.	$p^2-10p+25$	20.	m^2-2m+1

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ എന്നും $(a-b^2) = a^2-2ab+b^2$ എന്നും നമുക്ക് അറിയാമല്ലോ.
ഇതിൽനിന്നും

$(a+b)^2=(a-b)^2$ ന്റെ വില കാണുക.
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+2b^2$

കൂട്ടിയാൽ

$$(a+b)^2+(a-b)^2=2a^2+2b^2$$

ഇതുപോലെ

$(a+b)^2-(a-b)^2$ ന്റെ വില എത്രയെന്നു നോക്കാം.
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

കുറച്ചാൽ

$$(a-b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$$

ഉദാ: (1) $a+b=3$, $ab=2$ എന്നാൽ a^2+b^2 ന്റെ വില എത്ര?

$$(a^2+b^2) = (a+b)^2 - 2ab$$
$$= 9-4$$
$$= 5$$

(2) $a - \frac{1}{a} = 3$ ആയാൽ $a^2 + \frac{1}{a^2}$ എത്ര?

$$a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2$$
$$= 3^2 + 2$$
$$= 11$$

അഭ്യാസം 9 (7)

(1) $x + y = 5$; $xy = 3$ എന്നാൽ $x^2 + y^2$ ന്റെ വില എത്ര?

(2) $x + \frac{1}{x} = 2$ ആയാൽ $x^2 + \frac{1}{x^2}$ എത്ര?

$x^4 + \frac{1}{x^4}$ എത്ര?

(3) $p - \frac{1}{p} = 5$ എന്നാൽ $p^2 + \frac{1}{p^2}$ എത്ര?

$p^4 + \frac{1}{p^4}$ എത്ര?

(4) $x-y=6$; $xy=2$ എന്നാൽ x^2+y^2 ന്റെ വില എത്ര?

VI $(a+b)(a-b) = a(a-b)+b(a-b)$

$a^2-ab+ba-b^2$

a^2-b^2

$$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$$

$(p+q)(p-q) = p^2-q^2$
$(x+3)(x-3) = x^2-9$
$(p-4)(p+4) = p^2-16$

അഭ്യാസം 9 (8)

ഗുണനഫലങ്ങളെഴുതുക.

1) $(x-2)(x+2)$ 2) $(b+5)(b-5)$
3) $(m+n)(m-n)$ 4) $(3y+4x)(3y-4x)$
5) $(3y+1)(3y-1)$ 6) $(m-2n)(m+2n)$
7) $(6x-7)(6x+7)$ 8) $(x^2-4)(x^2+4)$
9) $(8a^2-1)(8a^2+1)$ 10) $(4x-3y)(4x+3y)$
11) $(2x-5y)(2x+5y)$ 12) $(a^2-1)(a^2+1)$
13) $(x^3-y^3)(x^3+y^3)$ 14) $(pq+2)(pq-2)$
15) $(p^2q^2-4)(p^2q^2+4)$ 16) $(11a^2b-3ab)$
$(11a^2b+3ab)$

1) $(x+y)(x-y) = x^2-y^2$ എന്ന് അറിയാമല്ലോ.

$\therefore$ $x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$ എന്ന് അറിയാമല്ലോ.
x^2-y^2 ന്റെ ഘടകരൂപത്തിലുള്ള സമാനവാചകമാണ് $(x+y)(x-y)$

രണ്ടു പൂർണവർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായി വരുന്ന വാചകത്തിനു സമാനമായി ഘടകരൂപത്തിലുള്ള വാചകം എങ്ങനെയെഴുതും? ഈ പൂർണവർഗങ്ങളുടെ വർഗമൂലം കണക്കുകൂട്ടുക. അവയുടെ തുകയും അവയുടെ വ്യത്യാസവും ആയിരിക്കും സമാനവാചകത്തിലെ ഘടകങ്ങൾ.

2) p^2-q^2 നെ ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകമായി എഴുതുക.

$p^2-q = (p+q)(p-q)$

3) $9x^2-16$ ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകമായി എഴുതുക.

$9x^2-16 = (3x^2)-(4)^2$
$= (3x+4)(3x-4)$

അഭ്യാസം 9 (9)

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയുടെ ഘടകരൂപത്തിലുള്ള സമാനവാചകങ്ങൾ എഴുതുക.

1) m^2-4n^2
2) x^2-9
3) $9p^2-16q^2$
4) $36m^2-49$
5) a^4-b^2
6) $25x^2-49y^2$
7) $64x^2-49y^2$
8) $c^2d^2-a^2b^2$
9) $1-a^2b^2c^2$
10) $25p^2-1$
11) $a^2b^2-c^2d^2$
12) x^6-y^6
13) $4c^4-25$
14) a^2b^4-81
15) x^4-81
16) a^4-b^4

ഉദാ: ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകമാക്കി എഴുതുക:

$75m^2-3$. ഇതിനെ ഘടകരൂപത്തിൽ എഴുതണമെങ്കിൽ ആദ്യമായി $(75m^2-3)$നെ $3\ (25m^2-1)$ എന്നു് എഴുതാം. ഇതു് ഘടകരൂപത്തിലാണെങ്കിലും വീണ്ടും ഘടകങ്ങളാക്കാം.

$25m^2-1 = (5m+1)(5m-1)$

അതിനാൽ $75m^3-3 = 3\ (5m+1)(5m-1)$

അഭ്യാസം 9 (10)

ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവാചകങ്ങളാക്കി എഴുതുക:

1) $128a^2-98b^2$
2) $27y^2-48x^2$
3) ax^2-a
4) $18y^2-2$
5) $3xy^2-27x^3$

ഘടകരൂപത്തിലുള്ള സമാനവാചകങ്ങളെഴുതുമ്പോഴും ശ്രദ്ധിക്കേണ്ടതു് എന്തെല്ലാം?

1. ആദ്യമായി പൊതുഘടകമുണ്ടെങ്കിൽ അതൊരു ഘടകമായി എഴുതുക.

2. ഇനി, രണ്ടു പൂർണവർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസമായ ദ്വിപദമുണ്ടെങ്കിൽ അതു ഘടകരൂപത്തിലാക്കുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നിങ്ങൾക്കറിയാം.

3. ത്രിപദമുണ്ടെങ്കിൽ പൂർണവർഗമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചറിഞ്ഞശേഷം ഘടകക്രിയചെയ്യുക.

സമാസത്യവാക്യങ്ങളുപയോഗിച്ചു് ചില സംഖ്യകളുടെ ഗുണനഫലം. ചില സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കാം. ചില ഉദാഹരണങ്ങൾ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

I. $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$ എന്ന സമാസത്യവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്

ഉദാ:- $103 \times 202 = (100+3)(200+2)$
$= 100 \times 200 + 100 \times 2 + 3 \times 200 + 3 \times 2$
$= 20000+200+600+6$
$= 20806$

II. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ എന്ന സമാസത്യവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്

ഉദാ:- $102 \times 102 = (100+2)(100+2) = (100+2)^2$
$= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2$
$= 10000+400+4$
$= 10404$

III. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ എന്ന സമാസത്യവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്.

ഉദാ:- $96 \times 96 = (100-4)(100-4)$
$= (100-4)^2$
$= 100^2 - \times 100 \times 4 + 4^2$
$= 10000-800+6$
$= 9206$

IV. $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ എന്ന സമാസത്യവാക്യമുപയോഗിച്ച്

ഉദാ:- $305 \times 295 = (300+5)(300-5)$
$= 300^2 - 5^2$
$= 90000-25$
$= 89975$

V. $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$ എന്ന സമാസത്യവാക്യം ഉപയോഗിച്ച്

ഉദാ:- $265^2 - 235^2 = (265+235)(265-235)$
$= 500 \times 30$
$= 15000$

അഭ്യാസം 9 (11)

ഉചിതമായ സമസത്യവാക്യമുപയോഗിച്ച് ക്രിയചെയ്യുക:-

I. 1) 67×61 2) 89×82 3) 221×122
4) 298×302 5) 97×97

II. 1) 105×105 2) 301×301 3) 93×93
4) 502×502 5) 84×84

III. 1) 98×98 2) 199×199 3) 999×999
4) 497×497 5) 66×66

IV. 1) 83×77 2) 101×99 3) 504×496
4) 1003×997 5) 895×905

V. 1) $195^2 - 95^2$ 2) $89^2 - 11^2$ 3) $36^2 - 34^2$
4) $5668^2 - 5560^2$ 5) $3725^2 - 3275^2$

അഭ്യാസം 9 (12)

1. സമാനരാശികൾ കണ്ടെഴുതുക:

A	B
1) $xy(ax+b)$	1) $(p+5)(q+8)$
2) $5a(m^2-2n)$	2) $(2x-7)5a+3)$
3) $2mn(m^2-2m+a)$	3) $(m^2+n)(ma-b)$
4) $3x2(2a^2-3ab+1)$	4) $(3m-2n)(2a-b)$
5) $-7k(k^3-2k2l-l2)$	5) $(x+2a)(p+q-r)$
6) $m^3(mn+2n-1)$	(സൂചന $(x+2a)[(p+q)+r^1]$)
7) $pqr(3p-4q-r)$	6) $(a-b)(2x+y+3z)$
8) $-a(b^2-3ab+a^2)$	7) $(x^2-3)(2a-b+c)$
9) $2xyz(x-y-z)$	8) $(x+y)(a-b+c)$
10) $ab(a^2-ab+b-3)$	9) $(x-2y+z)(a-2b)$
	10) $(a-3b+c)(x-y-z)$

1) $(x+5)^2$ 6) $(2ab+3y)^2$ 11) $(2m^2+3a)^2$
2) $(x-9)^2$ 7) $(x-\frac{1}{2}y^2)$ 12) $(p^2-3r^2)^2$
3) $(3x-y)^2$ 8) $(\frac{4}{5}+3x)^2$ 13) $(m-\frac{1}{4}n)^2$
4) $(3ab+1)^2$ 9) $(2a+\frac{1}{3})^2$ 14) $(x^3-\frac{1}{4}y)^2$
5) $(4xy-5)^2$ 10) $\left(x-\frac{1}{x}\right)$ 15) $(a^2b-c)^2$

II ഘടകരൂപത്തിൽ സമാനവ്യാപകങ്ങളെഴുതുക:

A

1) x^2-5xy 6) x^3+x^2-x
2) $6ax-2a^2$ 7) $ax^4-a^2x^3+ax^2$
3) $12x^3-8x^2y$ 8) $a^3bc-ab^3c+abc^3$
4) a^3b-ab^2 9) $10x^2y^2z-13xy^2z^2+14xy^2z$
5) $15x^4y^2+35x^2y^2$ 10) $12x^4y^5-24x^3y^4+18x^3y^3$

B

1) $x^2+10x+25$ 8) $9m^2+24mn+16n^2$
2) $x^2-14x+49$ 9) $4x^4-12x^2y^2+9y^4$
3) $x^2+6xy+9y^2$ 10) $81-90m^2n^2+25m^4n^4$
4) $p^2-6pq+9q^2$ 11) $a^2-12ab+36b^2$
5) $x^2y^2+10xy+25y^2$ 12) $p^4+4p^2q^2+4q^4$
6) $x^2y^2+4xy+4$ 13) $a^4+a^2+\frac{1}{4}$
7) $16a^2-8ab+b^2$ 14) $x+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}$
15) $m^2-\frac{2}{5}mn+\frac{1}{25}n^2$

C

1) $16 - x^2$
2) $x^2 - 144$
3) $9x^2 - 16$
4) $36a^2 - 49$
5) $100m^2 - 1$
6) $x^2y^2 - 9z^2$
7) $25a^2b^2 - m^2n^2$
8) $x^4y - z^2$
9) $9m^4n^4 - 4a^2b^2$
10) $16m^4 - n^4$
11) $81x^4 - 1$
12) $x^4 - 1$
13) $y^2 - 9a^2x^2$
14) $25a^2b^2c^2 - d^2$
15) $1 - x^2y^2z^2$
16) $m^2 - \frac{1}{4}n^2$
17) $p^2q^2 - \frac{4}{9}x^2$
18) $2\frac{1}{5}a^2 - b^2$
19) $3\frac{2}{3}5\frac{2}{6}^2 x - y^2$
20) $1\frac{9}{16}m^2n^2 - \frac{1}{4}\frac{1}{5}a^2$

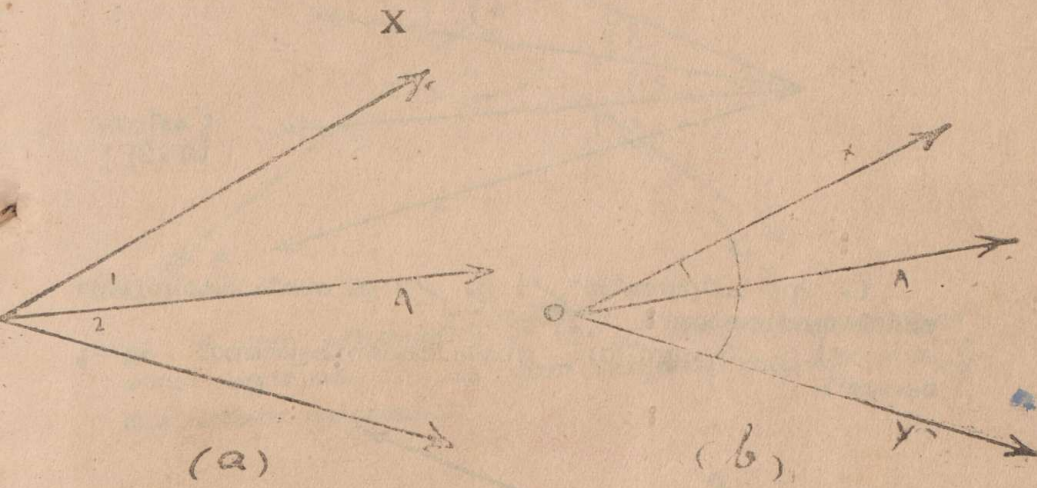
III ഉചിതമായ സമാസത്യവാക്യം ഉപയോഗിച്ച് ക്രിയചെയ്യുക.

1) 605×693
2) 398×398
3) 1599×1601
4) 407×502
5) $998 + 1002$
6) $2310^2 - 2300^2$
7) $29.5^2 - 27.5^2$
8) 20.4×19.6
9) $756^2 - 244^2$
10) 101.5×98.5
11) 99.9×99.9
12) $\sqrt{26^2 - 24^2}$
13) $25\frac{3}{4} \times 20\frac{2}{5}$
14) $18.2^2 - 11.8^2$
15) $\sqrt{673^2 - 552^2}$

അദ്ധ്യായം 10

കോണുകൾ

ചിത്രം 10 (1) a-യിൽ $\angle 1$, $\angle 2$, $\frac{1}{2}$ എന്നിവയ്ക്ക് 'O' പൊതുശീർഷവും $\overrightarrow{OA}$ പൊതുഭുജവുമാണ്. രണ്ടു കോണുകൾക്കും പൊതുവായ അന്തർഭാഗം ഇല്ലല്ലോ.



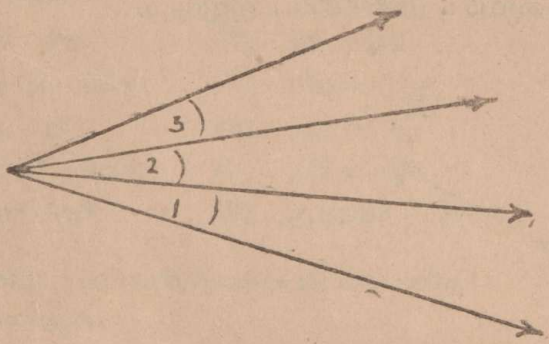
[ചിത്രം 10 (1)]

ചിത്രം 10 (1) b-യിൽ $\angle XOA$, $\angle XOY$ ഇവയ്ക്ക് 'O' പൊതുശീർഷവും $\overrightarrow{OX}$ പൊതുഭുജവുമാണ്. ഈ രണ്ടു കോണുകൾക്കും പൊതുവായ അന്തർഭാഗമില്ലെ? ഉണ്ടെന്നു വളരെ വ്യക്തമാണ്. ചിത്രം 'a'-യിലെ $\angle 1$, $\angle 2$ എന്നിവ സമീപകോണുകളാണ്. ചിത്രം 'b'-യിലെ $\angle XOA$, $\angle XOY$ എന്നിവ സമീപകോണുകളല്ല.

രണ്ടു കോണുകൾ സമീപകോണുകളാകണമെങ്കിൽ

1. അവയ്ക്ക് ഒരു പൊതുശീർഷം ഉണ്ടായിരിക്കണം.
2. അവയ്ക്ക് ഒരു പൊതുഭുജം ഉണ്ടായിരിക്കണം.
3. അവയ്ക്ക് പൊതുവായ അന്തർഭാഗം ഉണ്ടായിരിക്കരുത്.

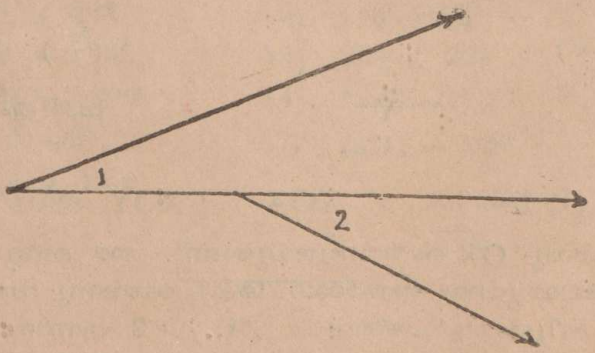
അഭ്യാസം 10 (1)



[ചിത്രം 10 (2)]

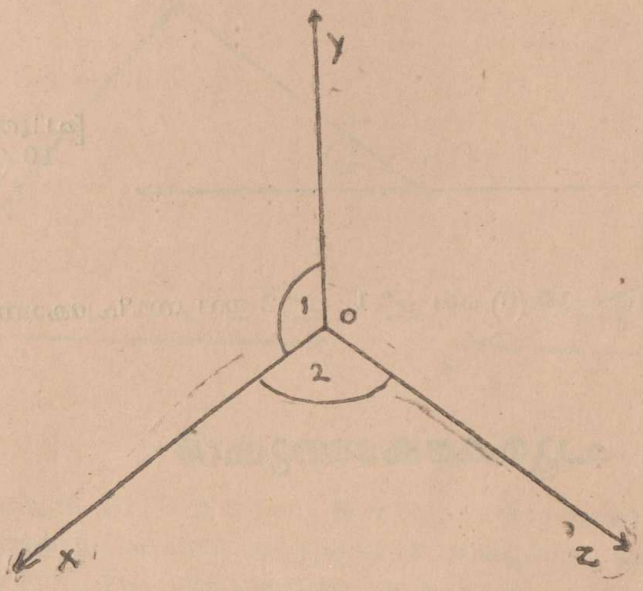
1) ഈ ചിത്രത്തിൽ ∠1 ഉം ∠2 ഉം സമീപകോണുകളാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

∠1, ∠3, എന്നിവ സമീപകോണുകളാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?



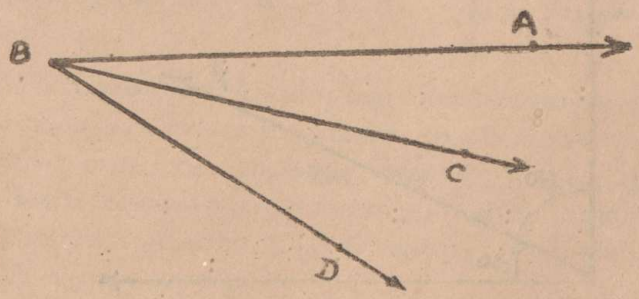
[ചിത്രം 10 (3)]

2) ചിത്രം 10 (3) ൽ ∠1 ഉം ∠2 ഉം സമീപകോണുകളാണോ? കാരണം പറയുക.



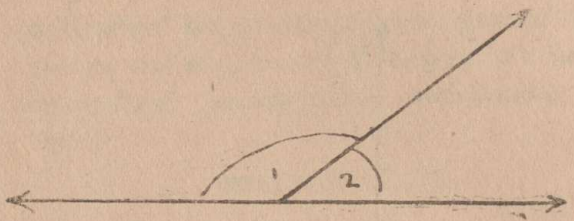
[ചിത്രം 10 (4)]

3) ഈ ചിത്രത്തിൽ ∠ 1ഉം ∠ 2ഉം സമീപകോണുകളാണോ? എന്തുകൊണ്ട്? ചിത്രത്തിലെ മറ്റു വല്ല കോണുകളും സമീപകോണുകളാണോ?



[ചിത്രം 10 (5)]

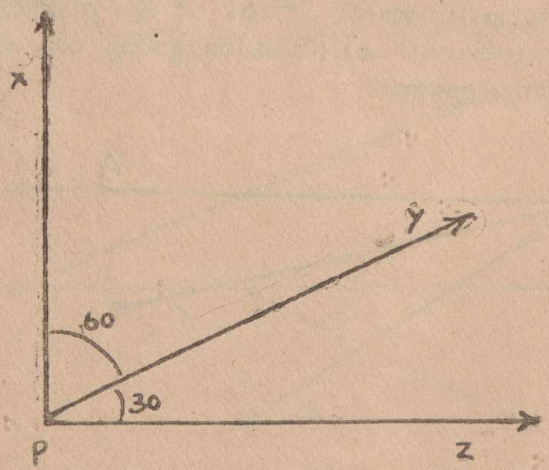
4) ∠ ABC, ∠ ABD ഇവ എന്തുകൊണ്ട് സമീപകോണുകളല്ല?



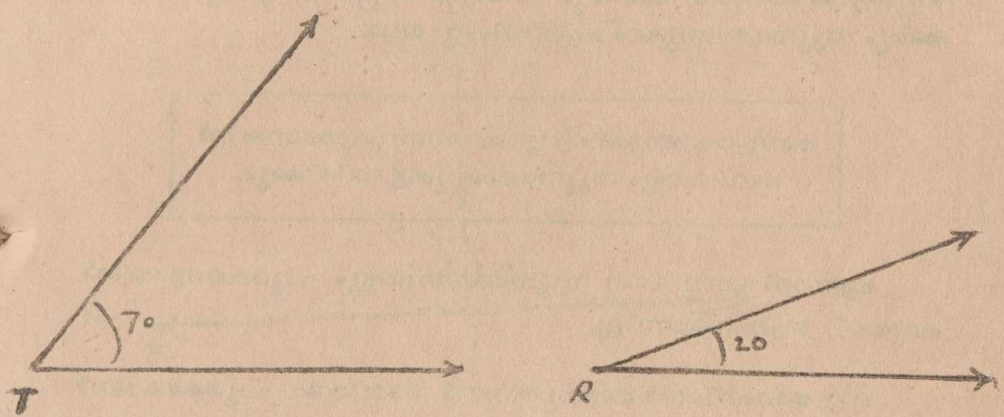
[ചിത്രം 10 (9)]

5) ചിത്രം 10 (6) ലെ $\angle 1$, $\angle 2$ ഇവ സമീപകോണുകളാണോ?

പൂരകകോണുകൾ



[ചിത്രം 10 (7) A]



[ചിത്രം 10 (7) B]

ചിത്രം 10 (7) A യിലും B യിലും ഓരോ ജോടി കോണുക ളുടെ അളവുകൾ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്നു. ഓരോ ജോടി കോണിന്റേയും അളവുകളുടെ തുക എന്തു കിട്ടുന്നു? രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 90 ആണെങ്കിൽ അവയെ പൂരകകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

ചിത്രം A യിൽ $\angle XPY$, $\angle YPZ$ പൂരകക്കോണുകളാണ്. അതുപോലെ ചിത്രം B യിൽ $\angle T$യും $\angle R$ ഉം പൂരകക്കോണു കളാണ്.

ഇവിടെ ഓരോ ജോടി കോണുകളും സമീപകോണുകളാണോ എന്നു നോക്കുക. ആദ്യത്തെ ജോടി സമീപകോണുകളാണ്. രണ്ടാമത്തേത് സമീപകോണുകളല്ല. ഇതിൽനിന്നും പൂരകകോ ണുകൾ സമീപകോണുകളാകണമെന്നില്ല എന്നു മനസ്സിലാ ക്കാം. $\angle T$ യുടെ പൂരകമാണ് $\angle R$ എന്നും $\angle R$ ന്റെ പൂരക മാണ് $\angle T$ എന്നും പറയും.

രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 90 ആയാലാണ് പൂരകകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നത്. അപ്പോൾ പൂരകകോ

ണുകളിൽ ഓരോന്നിനേയും വലിപ്പത്തെപ്പറ്റി എന്തു പറയാം? രണ്ടും ന്യൂനകോണുകൾ ആയിരിക്കുമല്ലോ.

> രണ്ടു കോണുകൾ പൂരകകോണുകളാണെങ്കിൽ അവ രണ്ടും ന്യൂനകോണുകളായിരിക്കും.

എന്നാൽ ഏതു രണ്ടു ന്യൂനകോണുകളും പൂരകങ്ങളായിരിക്കുമോ? ആകണമെന്നില്ല.

ഒരു കോണിന്റെ അളവുതന്നാൽ അതിന്റെ പൂരകകോണിന്റെ അളവ് എങ്ങനെ കാണും? 40° അളവുള്ള ഒരു കോണിന്റെ പൂരകകോണിന്റെ അളവെത്രയായിരിക്കും?

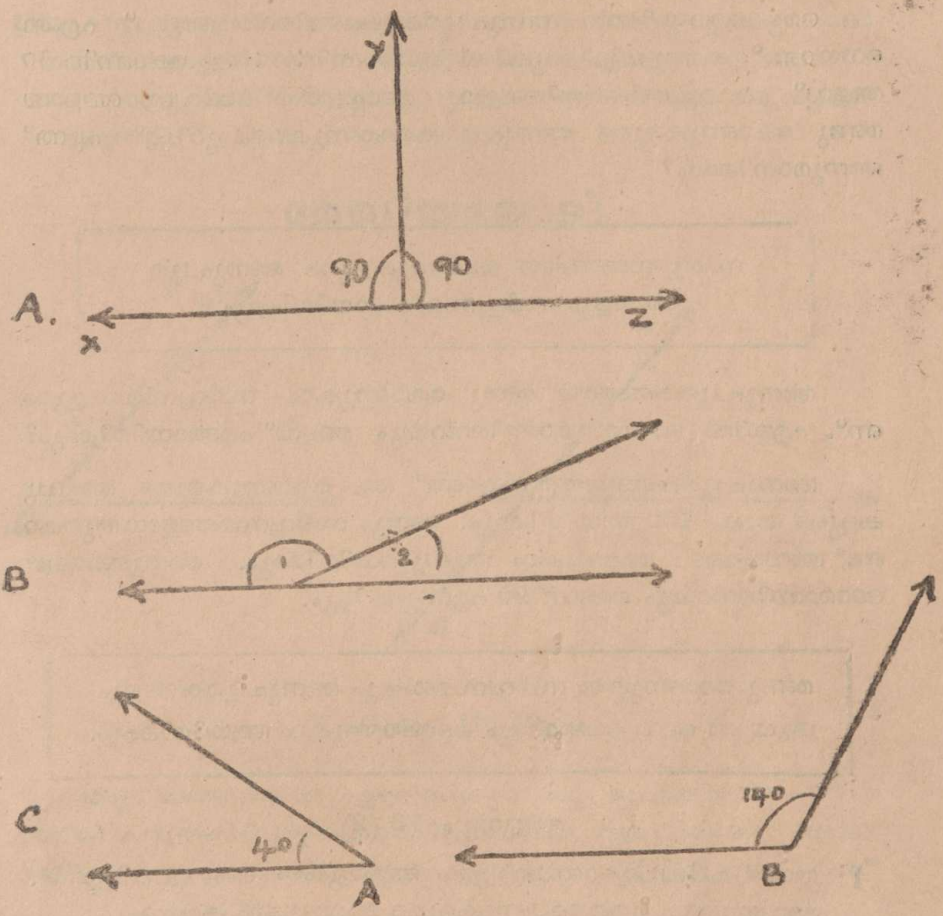
സർവസമങ്ങളായ കോണുകളുടെ പൂരകകോണുകൾ സർവസമങ്ങളായിരിക്കുമോ?

സർവസമങ്ങളായ കോണുകൾ തുല്യ അളവുള്ളവയാണല്ലോ. അതുകൊണ്ട് അവയുടെ പൂരകകോണുകളുടെ അളവുകളും തുല്യമാകണമല്ലോ. അപ്പോൾ അവ സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.

> സർവസമങ്ങളായ കോണുകളുടെ പൂരകങ്ങളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.

അനുപൂരകകോണുകൾ

രണ്ടു കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180 ആയാൽ അവയെ അനുപൂരകകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. ഒന്ന് മറ്റതിന്റെ അനുപൂരകകോൺ ആണെന്നും പറയും.



[ചിത്രം 10 (8)]

ചിത്രം (A) -യിൽ ∠xoy, ∠ zoy എന്നിവ അനുപൂരകങ്ങളാണ്.

ചിത്രം (B)–യിൽ ∠1-ം ∠2-ം അനുപൂരകങ്ങളാണ്.

ചിത്രം C–യിൽ ∠A-യും ∠Bയും അനുപൂരകങ്ങളാണ്.

ഒരു കോണിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ അളവ് എങ്ങനെയാണ് കണ്ടുപിടിക്കുക? 180–ൽ നിന്ന് ആ കോണിന്റെ അളവ് കുറച്ചാൽ മതിയല്ലോ. അപ്പോൾ സർവ്വസമങ്ങളായ രണ്ടു കോണുകളുടെ അനുപൂരകകോണുകളെക്കുറിച്ച് എന്ത് അനുമാനിക്കാം?

> സർവ്വസമങ്ങളായ കോണുകളുടെ അനുപൂരകങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

അനുപൂരകങ്ങളായ രണ്ടു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളുമാണ്. എങ്കിൽ ഓരോ കോണിന്റെയും അളവ് എന്തായിരിക്കും?

അനുപൂരകങ്ങളായതുകൊണ്ട് ആ കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180 ആയിരിക്കും. രണ്ടും സർവ്വസമങ്ങളായതുകൊണ്ട് അവയുടെ അളവുകളും തുല്യമായിരിക്കും. അതുകൊണ്ട് ഓരോന്നിന്റെയും അളവ് 90 എന്നു കിട്ടും.

> രണ്ടു കോണുകളും സർവസമങ്ങളും അനുപൂരകങ്ങളും ആയാൽ അവ ഓരോന്നും മട്ടകോണുകളും ആയിരിക്കും.

അഭ്യാസം 10 (2)

I താഴെ ചില കോണുകളുടെ അളവുകൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അവയുടെ പൂരകകോണുകളുടെ അളവുകൾ കാണുക.

$35°$, $45°$, $80°$, $x°$, $(90-x)°$

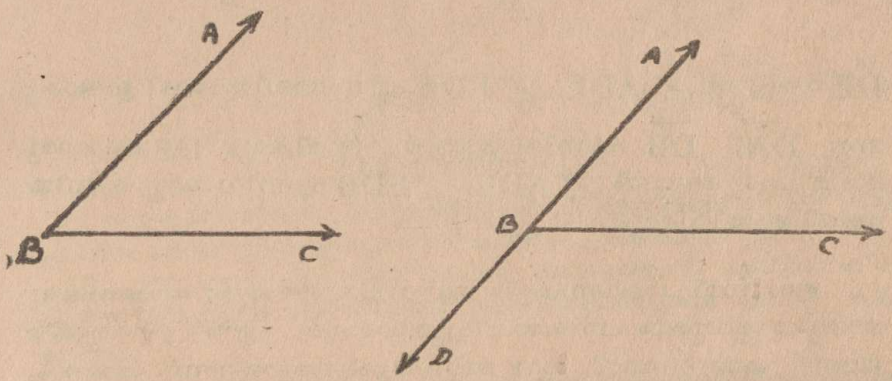
II താഴെ ചില കോണുകളുടെ അളവുകൾ കൊടുത്തിട്ടുണ്ട് അവയുടെ അനുപൂരകകോണുകളുടെ അളവുകൾ കാണുക.

$110°$, $90°$, $36°$, $155°$, $n°$, $(180-n)°$, $(90-n)°$

III ഒരു കോണിന്റെ അളവ് അതിന്റെ പൂരകകോണിന്റെ അളവിന്റെ ഇരട്ടിയാണ്. ആ കോണിന്റെ അളവെത്ര?

IV ഒരു കോണിന്റെ അളവ് അതിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെ അളവിന്റെ നാലിരട്ടിയാണ്. എന്നാൽ ആ കോണിന്റെയും അതിന്റെ അനുപൂരകകോണിന്റെയും അളവുകൾ എന്ത്?

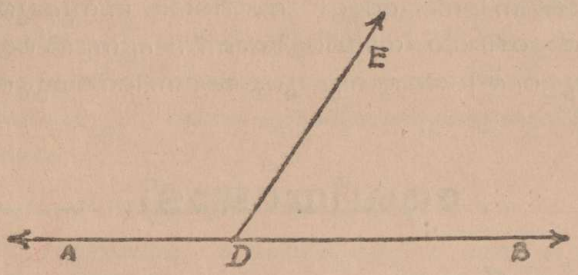
രേഖീയജോടി



[ചിത്രം 10 (9)]

ഒരു കോണിന്റെ ഏതെങ്കിലും ഒരു ഭുജത്തിന്റെ എതിർ രശ്മി ചിത്രം 10 (9)ൽ കാണിച്ചപോലെ വരച്ചാൽ ഒരു ജോടി സമീപകോണുകൾ കിട്ടുമല്ലോ. $\angle ABC$, $\angle DBC$ എന്നീ രണ്ട് കോണുകൾക്ക് $\overrightarrow{BC}$ എന്നത് പൊതുഭുജമാകുന്നു. അവയുടെ മറ്റു ഭുജങ്ങൾ ചേർന്ന് $\overleftrightarrow{AD}$ എന്ന ഒരു രേഖയും ഉണ്ടാകുന്നു. ഇങ്ങനെയുള്ള 2 കോണുകൾക്ക് രേഖീയജോടി എന്നു പറയുന്നു.

മറ്റൊരു വിധത്തിലും ഒരു രേഖീയജോടി ഉണ്ടാക്കാം. $\overrightarrow{AB}$ എന്ന ഒരു രേഖ വരച്ച് അതിൽ D എന്ന ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.



[ചിത്രം 10 (10)]

$\overrightarrow{DE}$ വരച്ചാൽ $\angle ADE$, $\angle EDB$ എന്ന രേഖീയജോടി ഉണ്ടാകുന്നു. $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$ എന്നിവ എതിർ രശ്മികളും $\overrightarrow{DE}$ മറ്റൊരു രശ്മിയും ആയാൽ $\angle ADE$, $\angle EDB$ എന്നിവ ഒരു രേഖീയ ജോടി ആയിരിക്കും.

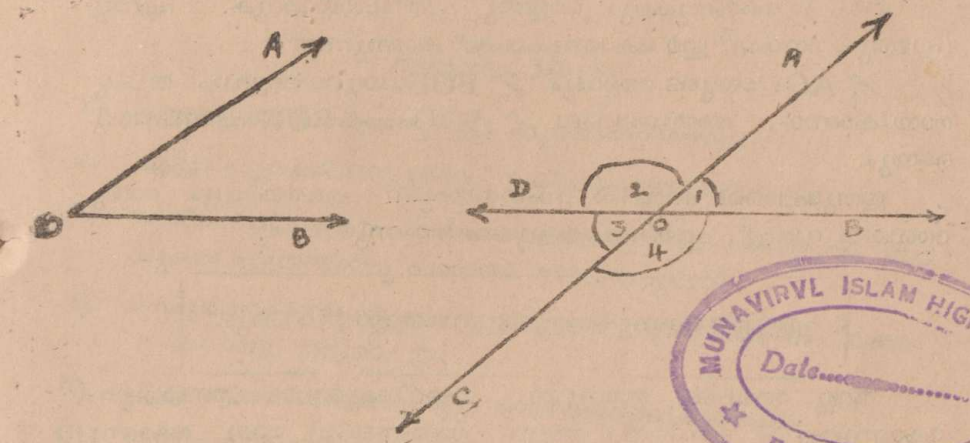
ഇവ സമീപകോണുകളും ആണല്ലോ. ഈ രണ്ടു കോണുകളുടെയും അളവുകൾ പരിശോധിച്ചുനോക്കുക. എന്ത് പ്രത്യേകതയാണ് കാണുന്നത്? ഇവ അനുപൂരകങ്ങളാണെന്ന് കാണാം. അപ്പോൾ ഒരു രേഖീയജോടിയിലെ കോണുകൾ സമീപങ്ങളും അതേസമയം അനുപൂരകങ്ങളുമായിരിക്കും. ഇതുപോലെ വേറെയും ചിത്രങ്ങൾ വരച്ച് കോണുകൾ പരിശോധിക്കുക.

> ഒരു രേഖീയജോടിയിലെ കോണുകൾ അനുപൂരകങ്ങളായിരിക്കും.

ഒരു രേഖയിലുള്ള രണ്ടു സമീപകോണുകൾ എന്നാണ് "രേഖീയജോടി" എന്ന പേരിന് അർത്ഥം.

അനുപൂരകങ്ങളായ കോണുകളെല്ലാം രേഖീയജോടികളായിരിക്കുമോ? 70° യും 110° യും അളവുകളുള്ള രണ്ടു കോണുകൾ വരച്ച് പരിശോധിക്കുക. ഇവ സമീപകോണുകൾ ആണെങ്കിൽ മാത്രമേ രേഖീയജോടി ആകുകയുള്ളൂ എന്ന് കാണാം.

എതിർകോണുകൾ



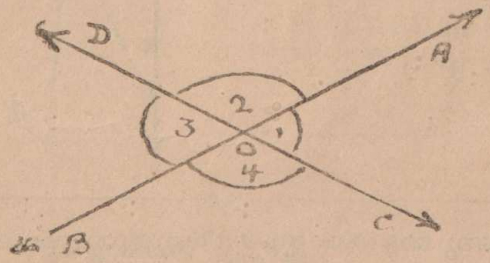
MUNAVIRVL ISLAM HIGH SCHOOL
Date.....
ERNAKULAM.

[ചിത്രം 10 (11)]

ഒരു കോണിന്റെ 2 ഭുജങ്ങളുടെയും എതിർരശ്മികൾ വരച്ചാൽ 4 കോണുകൾ കിട്ടുമെന്ന് കാണാം. ക്രമത്തിന് $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ എന്ന് ഇവയ്ക്ക് പേരു കൊടുത്താൽ എതിരേ കിടക്കുന്ന $\angle 1$, $\angle 3$ എന്നിവയെ എതിർകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

അതുപോലെ $\angle 2$, $\angle 4$ എന്നിവയും എതിർകോണുകളാകുന്നു. രണ്ടു കോണുകളുടെ ഭുജങ്ങൾ രണ്ടു ജോടി എതിർരശ്മികളാണെങ്കിൽ ആ കോണുകളെയാണ് എതിർകോണുകളെന്ന് പറയുന്നത്.

അന്യോന്യം ഛേദിക്കുന്ന രണ്ടു രേഖകൾ വരയ്ക്കുക. ഇപ്രകാരം എത്രകോണുകൾ ഉണ്ടാകുന്നുണ്ട്? [ചിത്രം 10 (12)] ഇവിടെ $\angle AOC$ യും $\angle BOD$ യും എതിർകോണുകളാണ്. $\angle AOD$ യും $\angle BOC$ യും എതിർകോണുകളാണ്.



[ചിത്രം 10 (12)]

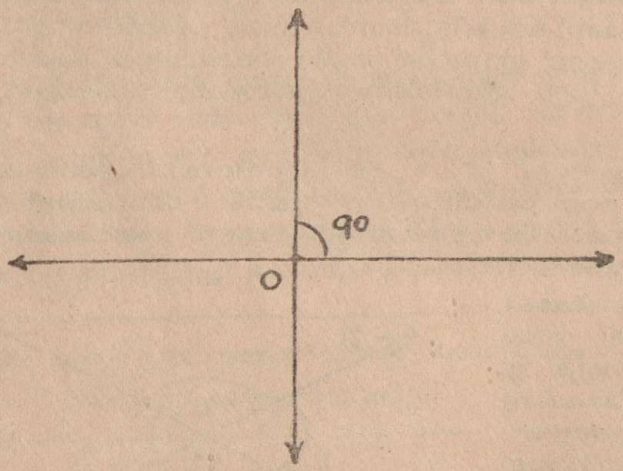
ഈ 4 കോണുകളും അളന്നു പരിശോധിക്കുക. എന്തു പ്രത്യേകതയാണ് ഈ കോണുകൾക്ക് കാണുന്നത്?

$\angle AOC$-യുടെ അളവും $\angle BOD$-യുടെ അളവും തുല്യമായിരിക്കുമല്ലോ. അതുപോലെ $\angle AOD$, $\angle BOC$ എന്നിവയുടെയും.

ഇതുപോലെ തമ്മിൽ സംഗമിക്കുന്ന ഏതെങ്കിലും രണ്ടു രേഖകൾ വരച്ച്, എതിർകോണുകൾ അളന്നുനോക്കൂ.

> എതിർകോണുകൾ സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

രണ്ടു രേഖകൾ അന്യോന്യം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ ഒന്നിന്റെ അളവ് 90° ആണെങ്കിൽ മറ്റു കോണുകളുടെ അളവുകൾ എത്ര ആയിരിക്കും?



[ചിത്രം 10(13)]

> രണ്ടു രേഖകൾ സംഗമിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന നാലു കോണുകളിൽ ഏതെങ്കിലും ഒന്നു മട്ടകോൺ ആയാൽ ബാക്കിയുള്ള കോണുകളോരോന്നും മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും.

അഭ്യാസം 10 (3)

1) എല്ലാ സമീപകോണുകളും പൂരകങ്ങളാണോ?

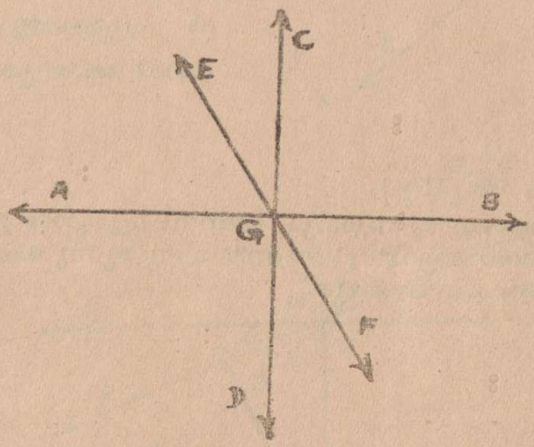
2) എല്ലാ പൂരകകോണുകളും സമീപകോണുകളാണോ?

3) സമീപകോണുകളും സർവസമയങ്ങളെങ്കിൽ അവയുടെ അളവുകളും എത്രയെന്നു പറയാൻ സാധിക്കുമോ?

4) 2 പൂരകകോണുകളുടെ അളവുകളും തുല്യമെങ്കിൽ ഓരോന്നിന്റേയും അളവെത്ര?

5) എല്ലാ സമീപകോണുകളും രേഖീയജോടികളാണോ?

6) അനുപൂരകകോണുകളെല്ലാം രേഖീയജോടികളാണോ?



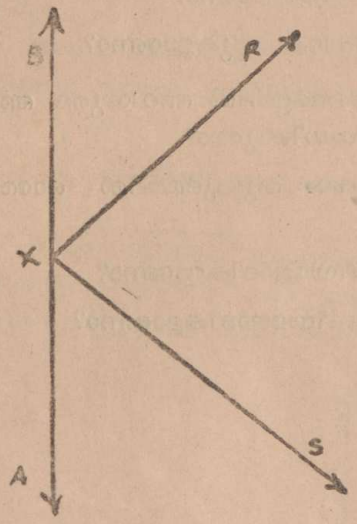
[ചിത്രം 10 (14)]

ചിത്ര 10 (14) ൽ $\angle AGD$ ഒരു മട്ടകോൺ എങ്കിൽ,

a) 2 ജോടി പൂരകകോണുകളും പറയുക.

b) 12 ജോടി അനുപൂരകകോണുകളും പറയുക

c) 5 ജോടി എതിർകോണുകളും പറയുക.



8) ചിത്രം 10 (15) ൽ
∠RXB 35°,
∠RXS 90° എന്നാൽ താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയ്ക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

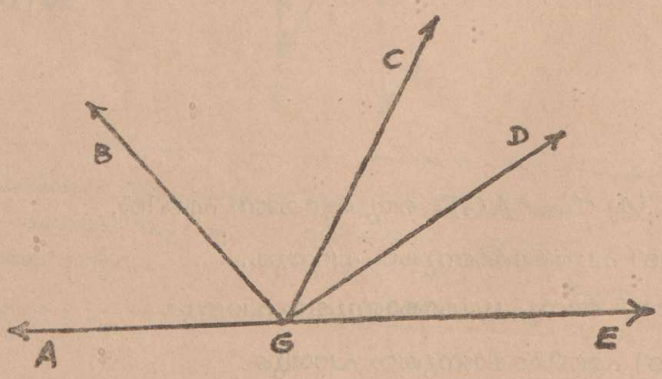
a) അന്യോന്യം ലംബമായ ഒരുജോടി രശ്മികൾ

b) അനുപൂരകങ്ങളായ ഒരു ജോടി കോണുകൾ.

c) പൂരകങ്ങളായ ഒരു ജോടി കോണുകൾ

[ചിത്രം 10 (15)]

9) രണ്ടു രേഖകൾ അന്യോന്യം ഖണ്ഡിച്ചപ്പോൾ ഉണ്ടായ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് 'r' ആണ്. മറ്റു മൂന്നു കോണുകളുടെ അളവുകൾ കണക്കാക്കുക.



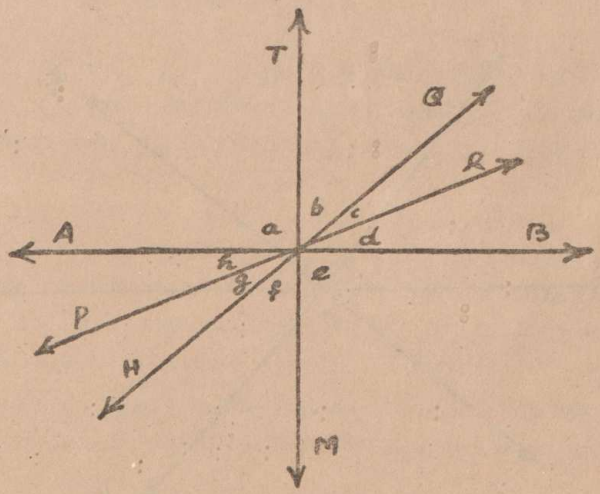
[ചിത്രം 10 (16)]

10) ചിത്രം 10 (16) ൽ $\overrightarrow{GE}$ യും $\overrightarrow{GA}$ യും എതിർരശ്മികളാണ്. $\angle AGB = \angle BGC$ എന്നും $\angle CGD = \angle DGE$ എന്നും തന്നിട്ടുണ്ട്. എന്നാൽ $\angle BGD$ യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രി?

11) $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ ഇവ ഒരേ തലത്തിലുള്ള മൂന്നു രശ്മികളാണ്. അവയിൽ ഒന്നുംതന്നെ മറ്റൊന്നിന്റെ എതിർരശ്മി അല്ലായെങ്കിൽ താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്നവ ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പറയുക.

a) $\angle AOB + \angle BOC = \angle AOC$

b) $\angle AOB + \angle BOC + \angle AOC = 360$



[ചിത്രം 10 (17)]

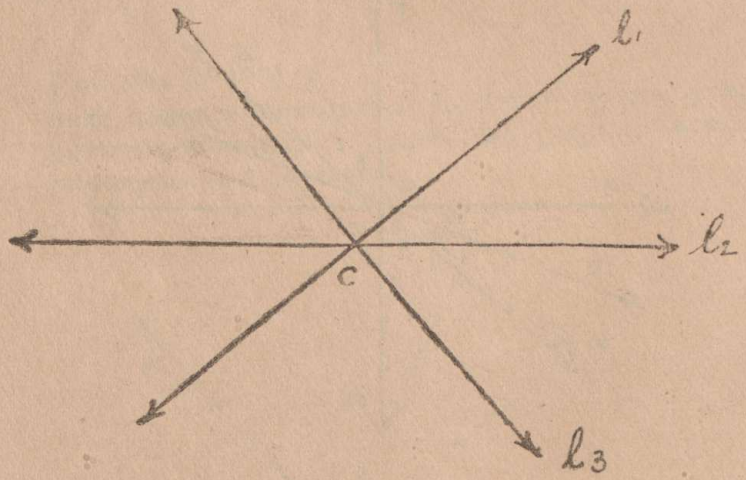
12) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{HQ}, \overrightarrow{MT}$ എന്നിവ O യിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു $\overrightarrow{TM} \perp \overrightarrow{AB}$ യുമാണ്. എന്നാൽ $b+g+d=a$ എന്നു തെളിയിക്കുക.

അദ്ധ്യായം 11

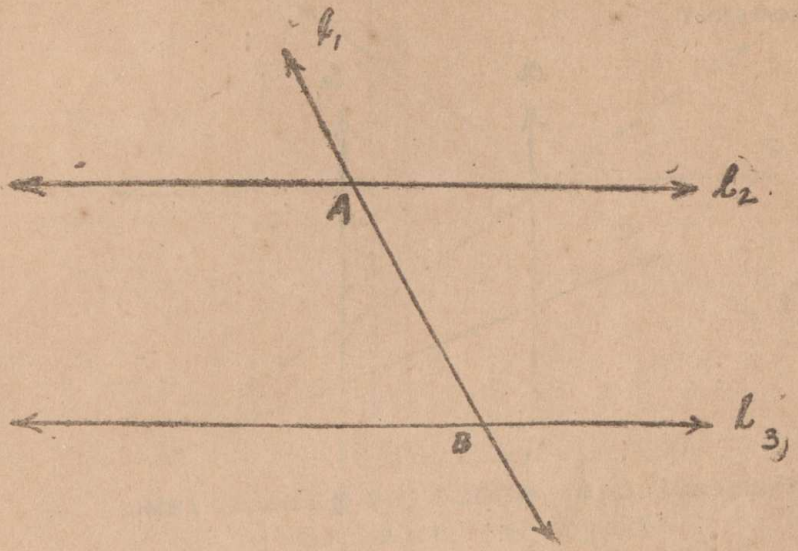
സമാന്തരരേഖകൾ

ഒരേതലത്തിലുള്ള രണ്ടു രേഖകൾ ഒന്നുകിൽ സംഗമിക്കുമെന്നും അല്ലാത്തപക്ഷം അവ സമാന്തരങ്ങളായിരിക്കുമെന്നും അറിയാമല്ലോ.

ഛേദകം



[ചിത്രം 11 (1)]



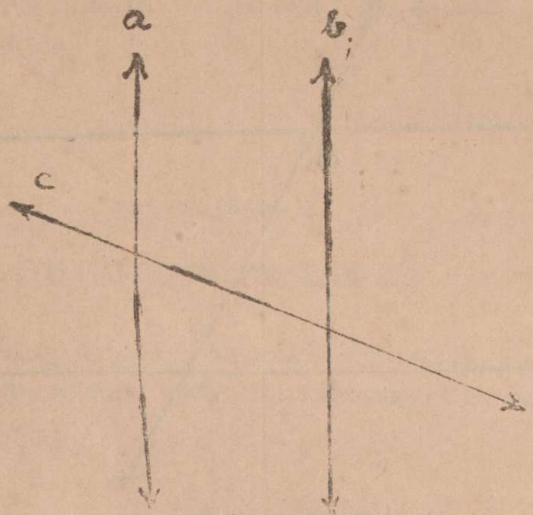
[ചിത്രം 11 (2)]

ചിത്രം ॥ (1) ൽ l_1, l_2, l_3, എന്നീ 3 രേഖകളും പരസ്പരം സംഗമിക്കുന്നു. C എന്ന ബിന്ദു അവയ്ക്കെല്ലാം പൊതുവിലുള്ളതാണ്. അതായത് മൂന്നു രേഖകളുടേയും സംഗമബിന്ദു C മാത്രമാണ്.

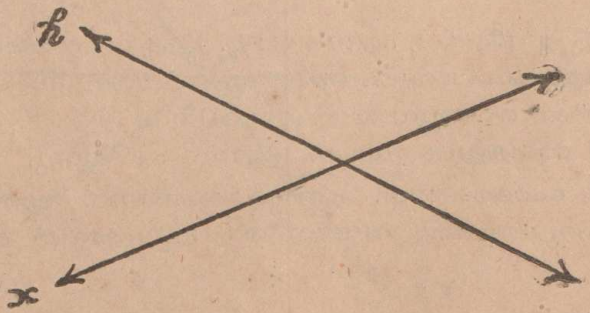
ചിത്രം ॥ (2) ൽ l_1 എന്ന രേഖ l_2, l_3 എന്നീ രേഖകളെ A, B എന്നീ പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ബിന്ദുക്കളിലാണ് സംഗമിക്കുന്നത്. അവയ്ക്ക് പൊതുവായ സംഗമബിന്ദു ഇല്ല. l_1 രേഖയെ l_2, l_3 എന്നീ രേഖകളുടെ ഛേദകം എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം 11 (1) ൽ ഛേദകം ഇല്ല. എന്തുകൊണ്ടെന്നാൽ അതിൽ ഒരു രേഖയും മറ്റു രേഖകളെ വ്യത്യസ്തബിന്ദുക്കളിൽ ഛേദിക്കുന്നില്ല.

ഒരു രേഖ മറ്റു രണ്ടു രേഖകളിൽ ഒരോന്നിനേയും ഓരോ വ്യത്യസ്തബിന്ദുവിൽ സംഗമിക്കുന്നുവെങ്കിൽ ആ രേഖ മറ്റു രേഖകളുടെ ഛേദകമാണ്.

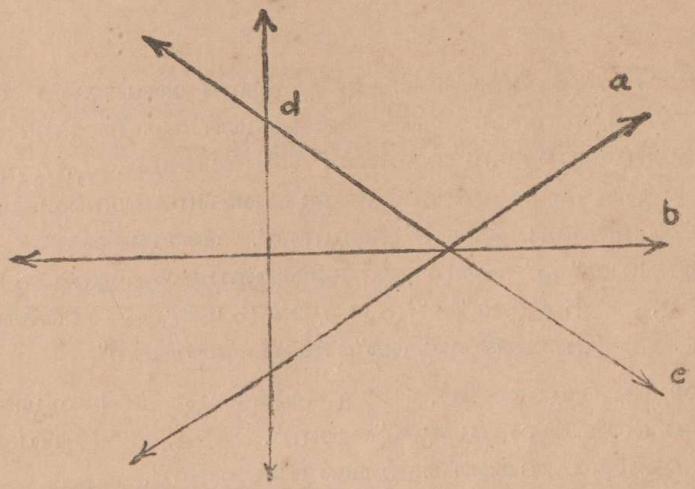
താഴെക്കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിൽ ഛേദകങ്ങളും ഏതെല്ലാം?



[ചിത്രം 11 (3)]



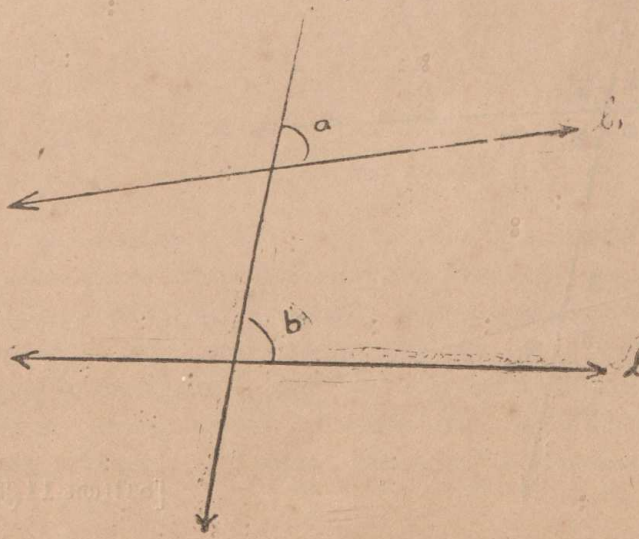
[ചിത്രം 11 (4)]



[ചിത്രം 11 (5)]

രണ്ടു രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകൾ

1. സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ



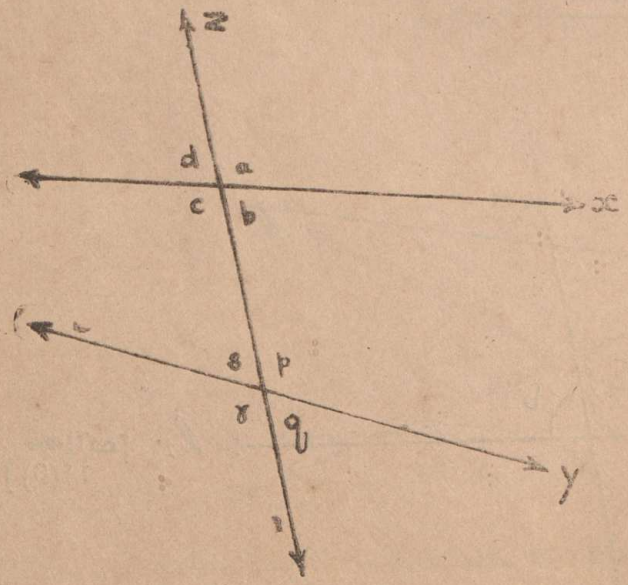
[ചിത്രം 11(6)]

ചിത്രം 11 (6) നോക്കുക. l_1, l_2 എന്നീ രേഖകളുടെ ഛേദകമാണ് t എന്ന രേഖ. അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന a, b എന്നീകോണുകളുടെ സ്ഥാനങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കുക. l_1, l_2 എന്നീ രേഖകളെയും t എന്ന ഛേദകത്തെയും അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തി, ഒരേ സ്ഥാനത്തല്ലേ ഇവ കിടക്കുന്നത്. അതുകൊണ്ട് $\angle$ a, $\angle$ b എന്നിവയ്ക്ക് സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു. $\angle$ a, $\angle$ b ഇവയ്ക്ക് പ്രത്യേകം പ്രത്യേകം ശീർഷങ്ങളാണുള്ളത്. $\angle$ b യുടെ ഒരു രശ്മിയുടെ ഭാഗമാണ്.

a യുടെ ഒരു രശ്മി, $\angle$ a യുടെയും $\angle$ b യുടെയും മറ്റു രണ്ടു രശ്മികൾ വ്യത്യസ്തമാണ്. $\angle$ a, $\angle$ b ഇവയുടെ അന്തർഭാഗങ്ങൾ ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്താണ്.

ഇങ്ങനെയുള്ള രണ്ടു കോണുകൾക്ക് സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ എന്നാണുപേര്.

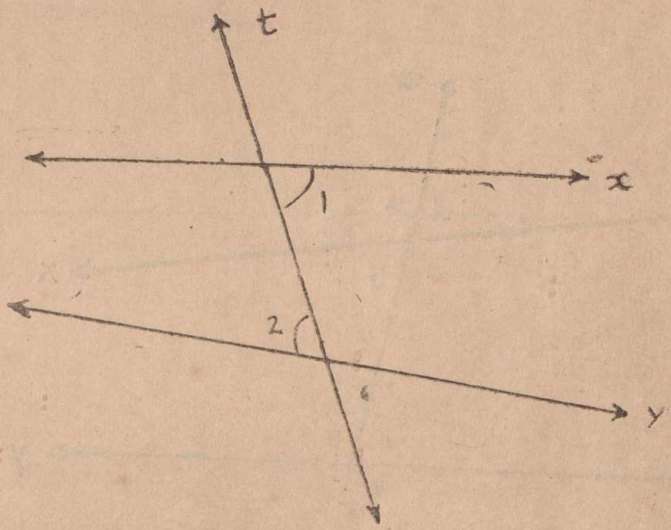
$\angle$ a, $\angle$ b ഇവ ഒരു ജോടി സമസ്ഥാനീയകോണുകളാണ്.



[ചിത്രം 11(7)]

ചിത്രം 11 (7) നോക്കുക. ഇതിൽ ഛേദകരേഖ ഏതാണ്? ആകെ എത്ര കോണുകളുണ്ട്? ∠a, ∠p ഇവ സമസ്ഥാനീയ കോണുകളാണോ? ∠c, ∠s ഇവ സമസ്ഥാനീയകോണുകളാണോ? ആകെ എത്ര ജോടി സമസ്ഥാനീയകോണുകളുണ്ട്? ഏതെല്ലാം?

2. ഏകാന്തരകോണുകൾ



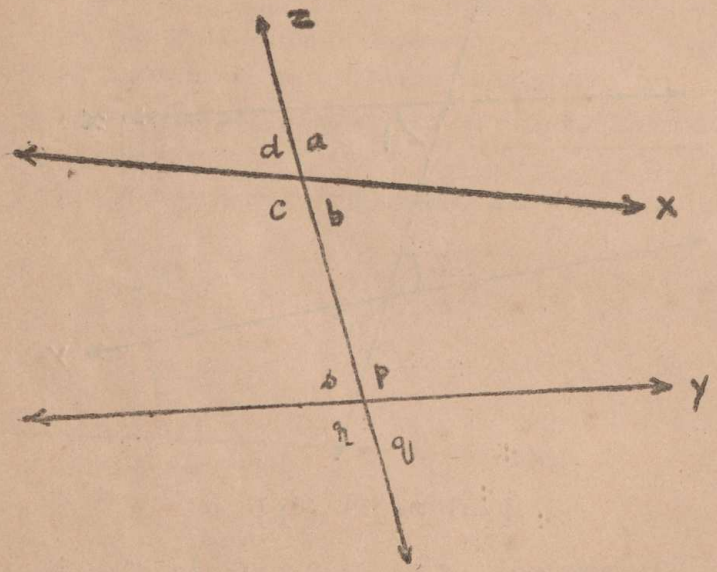
[ചിത്രം 11 (8)]

ഈ ചിത്രത്തിലെ ∠1, ∠2 ഇവ ശ്രദ്ധിക്കുക. ഇവ t എന്ന ഛേദകരേഖയുടെ ഒരേ വശത്താണോ? അല്ല. ഇരുവശങ്ങളിലുമാണ്. x, y എന്നീ രേഖകളുടെ ഒരേവശത്താണോ? അല്ലല്ലോ ഈ രണ്ടു കോണുകളുടേയും ശീർഷബിന്ദുക്കൾ വ്യത്യസ്തങ്ങളാണ്. ∠1 ന്റെ ഒരു രശ്മിയിലാണ് ∠2 ന്റെ ശീർഷം. അതുപോലെ ∠2ന്റെ ഒരു രശ്മിയിലാണ് ∠1 ന്റെ ശീർഷം ∠1 ന്റെ അന്തർഭാഗം ഛേദകത്തിന്റെ ഒരു

വശത്തും $\angle$ 2ന്റെ അന്തർഭാഗം ഛേദകത്തിന്റെ മറുവശത്തുമാണ്.

ഇങ്ങനെയുള്ള രണ്ടു കോണുകൾക്ക് ഏകാന്തരകോണുകൾ എന്നു പറയുന്നു.

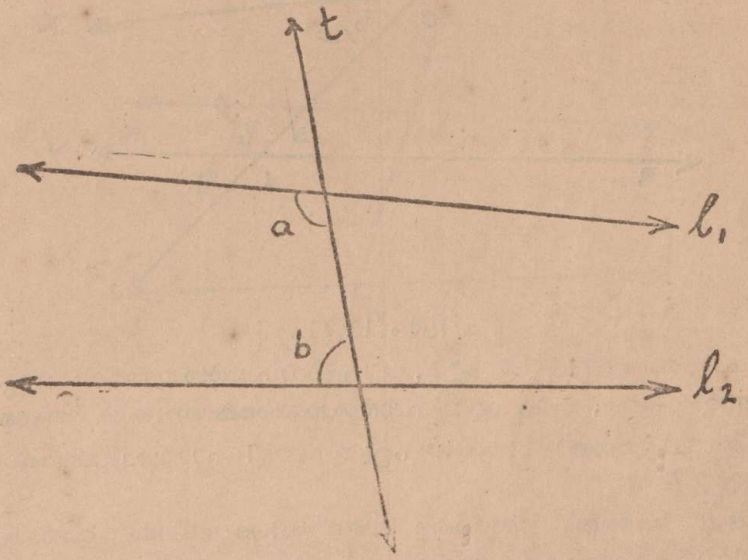
$\angle$ 1, $\angle$ 2 ഇവ ഒരു ജോടി ഏകാന്തരകോണുകളാണ്



[ചിത്രം 11 (9)]

ചിത്രം 11 (9) നോക്കുക. $\angle$ b, $\angle$ s ഇവ ഏകാന്തരകോണുകളാണോ? $\angle$ c, $\angle$ s ഇവ ഏകാന്തരകോണുകളാണോ? $\angle$ d, $\angle$ p ഇവ ഏകാന്തരകോണുകളാണോ? ആകെ എത്ര ജോടി ഏകാന്തരകോണുകൾ ഈ ചിത്രത്തിലുണ്ട്?

2. പാർശ്വാന്തരകോണുകം

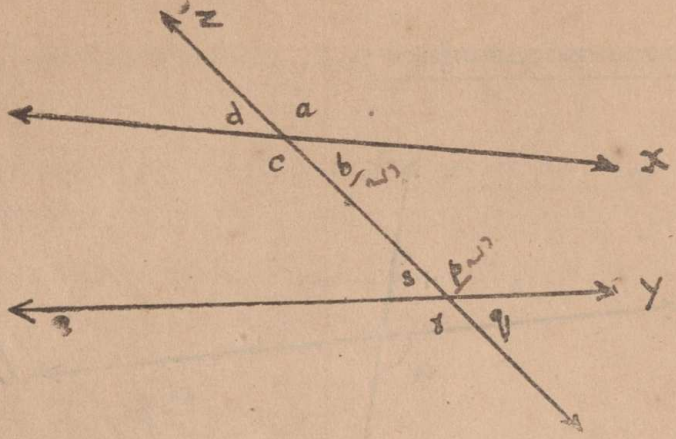


[ചിത്രം 11 (10)]

ഈ ചിത്രത്തിൽ അടയാളപ്പെടുത്തിയിരിക്കുന്ന കോണുകം പരിശോധിക്കുക. ∠a, ∠b ഇവയുടെ ശീർഷങ്ങം വ്യത്യസ്തങ്ങളാണ്. ∠a യുടെ ഒരു രശ്മിയിലാണ് ∠b യുടെ ശീർഷം: ∠b യുടെ രശ്മിയിലാണ് ∠a യുടെ ശീർഷം. ഈ രണ്ടു കോണുകളുടേയും അന്തർഭാഗം ഛേദകത്തിന്റെ ഒരേ വശത്താണ്.

ഇങ്ങനെയുള്ള രണ്ടുകോണുകംക്ക് പാർശ്വാന്തരകോണുകം കം എന്നാണു പേര്.

∠a ∠b ഇവ ഒരു ജോടി പാർശ്വാന്തരകോണുകം ആണ്



[ചിത്രം 11 (11)]

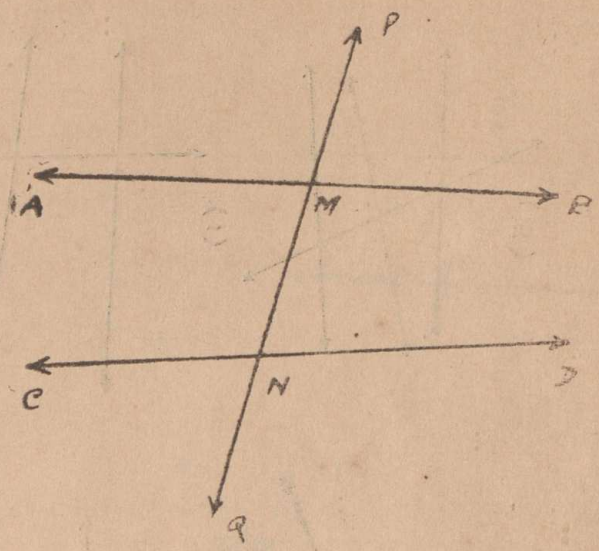
ചിത്രം 11 (11) ൽ $\nearrow b$, $\nearrow p$ ഇവ പാർശ്വാന്തരകോണുകളാണോ? $\nearrow a$, $\nearrow q$ ഇവ പാർശ്വാന്തരകോണുകളാണോ?

ഈ ചിത്രത്തിൽ ആകെ എത്ര ജോടി പാർശ്വാന്തരകോണുകൾ ഉണ്ട്?

ഒരു ഛേദകം രേഖകളെ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന മൂന്നിനും കോണുകളെപ്പറ്റിയാണ് നിങ്ങൾ ഇപ്പോൾ പഠിച്ചത്. വേറെ പലയിനം കോണുകളെയും നിങ്ങൾ മുമ്പ് പരിചയപ്പെട്ടല്ലോ. ബിന്ദുക്കളും രേഖകളും കോണുകളുംകൊണ്ട് നിറഞ്ഞ വിശാലമായ ക്ഷേത്രഗണിത ലോകത്തിലൂടെ ഒരു വിജ്ഞാനയാത്രയ്ക്കിറങ്ങിയിരിക്കുന്ന നിങ്ങൾ രേഖകളാകുന്ന റോഡുകളുടെ പല കവലകളിലും വച്ച് അവയെ വീണ്ടും വീണ്ടും കണ്ടുമുട്ടിയേക്കാം. അപ്പോഴൊക്കെ അവയെ വേഗത്തിൽ തിരിച്ചറിയാനും പരിചയം പുതുക്കാനും നിങ്ങൾക്കു കഴിയണം. വഴി തെറ്റാതെ പോകാൻ അവ നിങ്ങളെ സഹായിച്ചേക്കും. വിജ്ഞാനയാത്ര ഒരു വിനോദയാത്രപോലെ രസകരമായിത്തീരുകയും ചെയ്യും.

അഭ്യാസം 11 (1)

1) ഏതുതരം രേഖകളെയാണ് ഛേദകങ്ങൾ എന്നു വിളിക്കുന്നത്?



[ചിത്രം 11 (12)]

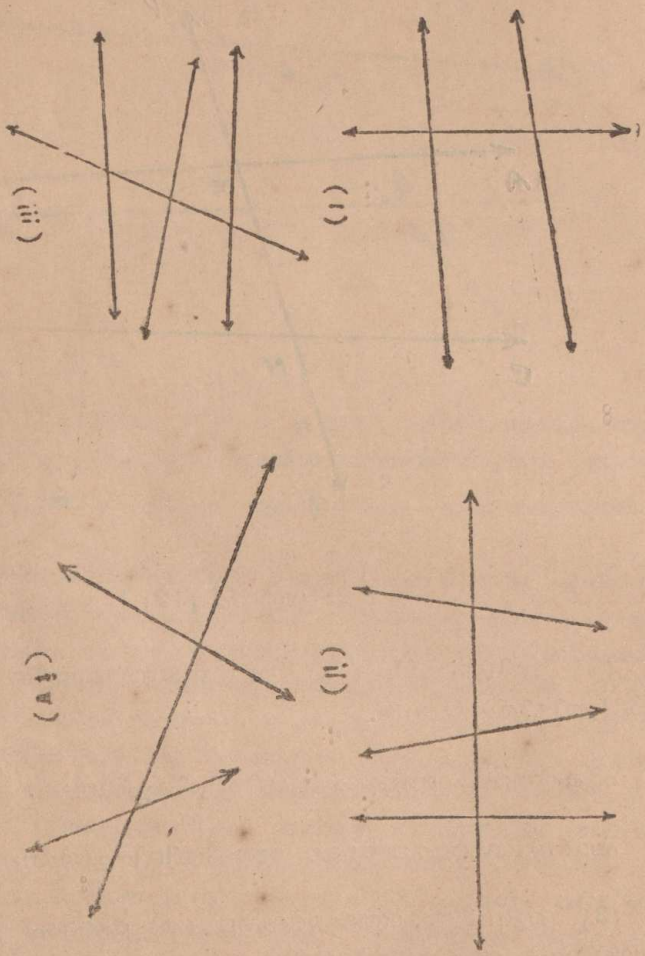
(2) ചിത്രം 11 (12) ലെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകളെ ജോടി തിരിച്ചെഴുതുക.

ഏകാന്തരകോണുകളെ ജോടിതിരിച്ചെഴുതുക.

പാർശ്വാന്തരകോണുകളെ ജോടിതിരിച്ചെഴുതുക.

(3) മൂന്നു സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന സമസ്ഥാനീയ കോണുകളെ, ഏകാന്തരകോണുകളെ, പാർശ്വാന്തരകോണുകളെ എന്നിവ ജോടിതിരിച്ചെഴുതുക.

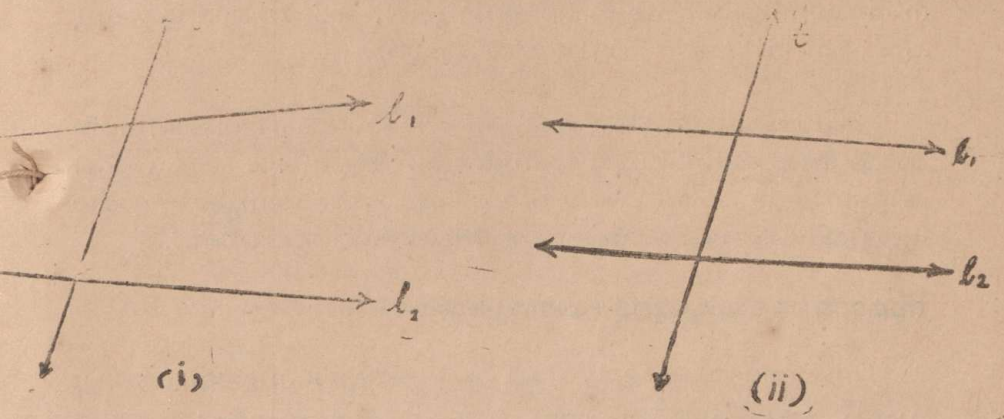
(4) വിവിധ ദിശകളിലായി പല രേഖകളും അവയ്ക്ക് ഛേദകങ്ങളും വരച്ചിരിക്കുന്നു. [ചിത്രം 11 (13) നോക്കുക]



[ചിത്രം 11 (13)]

ഇതുപോലെ നിങ്ങളുടെ നോട്ടുബുക്കിൽവരച്ച് കോണുകളെ അടയാളപ്പെടുത്തി അവയെ സമസ്ഥാനീയ കോണുകൾ, ഏകാന്തരകോണുകൾ, പാർശ്വാന്തരകോണുകൾ എന്നിങ്ങനെ തരംതിരിച്ചെഴുതുക.

(5) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളിലെ കോണുകളെ അളന്ന് കൂടെയുള്ള പട്ടികയിൽ എഴുതുക.



[ചിത്രം 11 (14)]

(i) l_1 l_2 ഇവ സമാന്തരമല്ല. (ii) l_1 l_2 ഇവ സമാന്തരമാണ്.

പട്ടിക

കോണുകളുടെ ഇനം	ജോടിയിലെ ഓരോ കോണിന്റെയും അളവ്			
	സമാന്തര രേഖകളുടെ		സമാന്തരമല്ലാത്ത രേഖകളുടെ	
സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ				
1–ാം ജോടി				
2–ാം ജോടി				
3–ാം ജോടി				
4–ാം ജോടി				
ഏകാന്തരകോണുകൾ				
1–ാം ജോടി				
2–ാം ജോടി				
പാർശ്വാന്തരകോണുകൾ				
1–ാം ജോടി				
2–ാം ജോടി				

ഇതുപോലെ സമാന്തരങ്ങളായ ഏതാനും ജോടി രേഖകളും സമാന്തരമല്ലാത്ത ഏതാനും ജോടി രേഖകളും വരച്ച് സമസ്ഥാനീയകോണുകളും, ഏകാന്തരകോണുകളും, പാർശ്വാന്തരകോണുകളും എന്നിവ അളന്ന് പട്ടികയിൽ എഴുതുക.

സമാന്തരരേഖകളിലുണ്ടാകുന്ന സമസ്ഥാനീയകോണുകളും ഓരോ ജോടിയിലെയും കോണുകളുടെ അളവുകളും തുല്യമായി കിട്ടുന്നില്ലേ? അതുപോലെതന്നെ ഏകാന്തരകോണുകളും ഓരോ ജോടിയിലെയും കോണുകളുടെ അളവുകളും തുല്യമാണ്.

സമാന്തരരേഖകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ

സമാന്തരരേഖകളെക്കുറിച്ചു ചിലതെല്ലാം നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ. ആവശ്യപ്പെട്ടപോലെ രേഖകൾ സമാന്തരമായി നിർമ്മിക്കുവാനും നിങ്ങൾക്കറിയാം.

സമാന്തരരേഖകളുടെ വളരെ പ്രധാനമായ ചില പ്രത്യേകതകൾ ആണ് ഇനി പഠിക്കുവാൻ പോകുന്നത്. കഴിഞ്ഞ അഭ്യാസത്തിലെ 5–ാം ചോദ്യത്തിന് ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ചവർക്ക് ഇപ്പോൾതന്നെ ഈ പ്രത്യേകതകൾ ഊഹിക്കാൻ കഴിഞ്ഞേക്കും.

ഇപ്പോൾ രാഘപ്പറയുന്ന അപൂർണ പ്രസ്താവനകൾ പൂരിപ്പിക്കാൻ നിങ്ങൾക്കു കഴിയുമോ?

സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന

(i) സമസ്ഥാനീയകോണുകളുടെ അളവുകൾ എല്ലായ്പ്പോഴും ——— ആണ്.

(ii) ഏകാന്തരകോണുകളുടെ അളവുകൾ എല്ലായ്പ്പോഴും ——— ആണ്.

(iii) പാർശ്വാന്തരകോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക എല്ലായ്പ്പോഴും —— ആണ്.

ഇപ്പോഠം താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവന സത്യമാണെന്നു ബോദ്ധ്യമാവുമല്ലോ.

രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിച്ചാൽ ഉണ്ടാവുന്ന

(i) സമസ്ഥാനീയകോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.
(ii) ഏകാന്തരകോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.
(iii) പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളും ആയിരിക്കും.

ഇതുപോലെ പല ഉദാഹരണങ്ങളിൽകൂടി എത്തിച്ചേരുന്ന അനുമാനത്തിനു പൊതുവേ 'സാമാന്യതത്വം' എന്നാണു പറയുന്നത്.

പരീക്ഷണങ്ങളിൽകൂടിയും നിരീക്ഷണങ്ങളിൽകൂടിയും ആണല്ലോ ഇങ്ങനെയുള്ള സാമാന്യതത്വങ്ങളിൽ എത്തിച്ചേരുന്നത്. എന്നാൽ അവയെ യുക്തിവാദം കൊണ്ടും സമർത്ഥിക്കാവുന്നതാണ്. ഈ രീതി അടുത്ത സ്റ്റാൻഡേർഡുകളിൽ നിങ്ങളും പഠിക്കും.

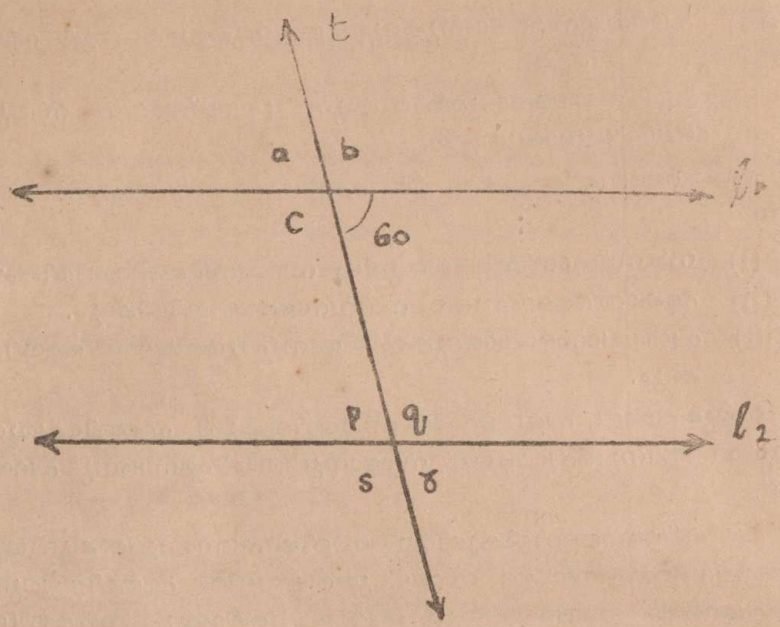
സാമാന്യതത്വം

രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോഠം ഉണ്ടാകുന്ന

(i) സമസ്ഥാനീയകോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.

(ii) ഏകാന്തരകോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും

(iii) പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളായിരിക്കും.



[ചിത്രം 11 (15)]

ഈ ചിത്രത്തിൽ $l_1 \parallel l_2$ ആണ്. ഒരു കോൺ 60° എന്നു തന്നിട്ടുമുണ്ട്. എന്നാൽ താഴെ പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം പറയുക.

1. $\angle$ a യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രി? എന്തുകൊണ്ട്?
2. $\angle$ b യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രി? എന്തുകൊണ്ട്?
3. $\angle$ c യുടെ അളവ് എത്ര ഡിഗ്രി? എന്തുകൊണ്ട്?
4. $\angle$ b $\cong$ q ആണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
5. $\angle$ c $\cong$ q ആണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
6. $\angle$ a $\cong$ p ആണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
7. $\angle$ c $\cong$ s ആണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
8. $\angle$ s $\cong$ q ആണ്. എന്തുകൊണ്ട്?
9. $\angle$ p, $\angle$ q, $\angle$ r, $\angle$ s ഇവയുടെ അളവുകൂടി എത്ര ഡിഗ്രി വീതം?

വിപരീത പ്രസ്താവന

ഒരു സംഖ്യയെ 4-കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം. എങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ 2-കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം. ഈ പ്രസ്താവനയുടെ ഘടന പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ. 'ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്ന 'സങ്കല്പ'ത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലാണ് 'ആ സംഖ്യയെ 2 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്ന അനുമാനത്തിൽ എത്തിച്ചേർന്നിരിക്കുന്നത്.

രണ്ടു കോണുകളും രേഖീയ ജോടികളാണ് എങ്കിൽ ആ രണ്ട് കോണുകളും അനുപൂരകമായിരിക്കും.

ഈ പ്രസ്താവനയിലെ അനുമാനം ഏതാണ്?

രണ്ടു കോണുകളും അനുപൂരകമായിരിക്കും എന്നതല്ലേ?

'3-കൊണ്ടും 2-കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യയെ 6 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.' എന്ന പ്രസ്താവനയിലെ അനുമാനം എന്താണ്? 'ഒരു സംഖ്യയെ 6 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്നതാണ് അനുമാനം. ഏതടിസ്ഥാനത്തിലാണ് ഈ അനുമാനത്തിലെത്തിച്ചേർന്നിരിക്കുന്നത്? ആ സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ടും 2 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം എന്ന സങ്കല്പത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലല്ലേ? തന്നിട്ടുള്ള പ്രസ്താവന 'ഒരു സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ടും 2 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം എങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ 6 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്ന രൂപത്തിൽ എഴുതിയാൽ സങ്കല്പം, അനുമാനം എന്നിവ വേർതിരിച്ചറിയുവാൻ എളുപ്പമുണ്ട്. പൊതുവെ പറഞ്ഞാൽ ഒരു പ്രസ്താവന 'A എങ്കിൽ B' എന്ന രൂപത്തിലെഴുതുമ്പോൾ A സങ്കല്പവും B അനുമാനവുമായിരിക്കും.

താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനകളിലെ സങ്കല്പം, അനുമാനം എന്നിവ വേർതിരിച്ചെഴുതുക.

1. രാമന്റെ അനന്തരവനാണ് ഗോപി എങ്കിൽ, രാമനും ഗോപിയും ബന്ധുക്കളാണ്.

2. തോമസിന്റെ മകനാണ് ചാണ്ടിയെങ്കിൽ ചാണ്ടിയുടെ അച്ഛനാണ് തോമസ്.

3. ടംബ്ളറിലുള്ളത് പാല്, എങ്കിൽ അതിന്റെ നിറം വെളുപ്പായിരിക്കും.

4. l_1 എന്ന രേഖ l_2 എന്ന രേഖയ്ക്ക് ലംബമാണ് എങ്കിൽ l_2, l_1 -ന് ലംബമായിരിക്കും.

5. രണ്ടു പൂരകകോണുകളും ന്യൂനകോണുകളായിരിക്കും.

'ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമെങ്കിൽ, ആ സംഖ്യയെ 2 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.' എന്ന പ്രസ്താവനയിലെ സങ്കല്പവും അനുമാനവും പരസ്പരം മാറിയാൽ കിട്ടുന്ന പ്രസ്താവന നോക്കാം.

'ഒരു സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ 4 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം. ഇങ്ങനെ സങ്കല്പം, അനുമാനം എന്നിവ പരസ്പരം മാറിയാൽ കിട്ടുന്ന പ്രസ്താവനയെ ആദ്യപ്രസ്താവനയുടെ 'വിപരീതപ്രസ്താവന' എന്നാണു പറയുന്നത്

ഇതുപോലെ അടുത്ത പ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതപ്രസ്താവന എങ്ങനെ എഴുതാം? 'ഒരു സംഖ്യയെ 6 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമെങ്കിൽ ആ സംഖ്യയെ 3 കൊണ്ടും 2 കൊണ്ടും നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം.'

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ 'A എങ്കിൽ B ആയിരിക്കും' എന്ന പ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതപ്രസ്താവന 'B എങ്കിൽ A ആയിരിക്കും' എന്നാണ്.

ഒരു പ്രസ്താവന തന്നിരിക്കുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. അതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതപ്രസ്താവന തന്നിരിക്കുന്ന പ്രസ്താവനതന്നെ ആയിരിക്കുമല്ലോ.

ഒരു പ്രസ്താവന സത്യവാക്യമാണെങ്കിൽ, അതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന സത്യവാക്യമായിരിക്കുമോ? മേൽപ്പറഞ്ഞ വിപരീതപ്രസ്താവനകളിൽ ആദ്യത്തേത് പരിശോധിച്ചുനോ

ക്കു. '4 കൊണ്ട് നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളെയെല്ലാം 2 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാം' എന്നാൽ 2 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാവുന്ന സംഖ്യകളെയെല്ലാം 4 കൊണ്ടു നിശ്ശേഷം ഹരിക്കാമോ? സാദ്ധ്യമല്ലെന്നു വ്യക്തമാണല്ലോ.

നേരേമറിച്ച് അടുത്ത പ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതപ്രസ്താവന പരിശോധിച്ചാൽ അതു സത്യവാക്യമാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

മുകളിൽ കൊടുത്തിട്ടുള്ള അഞ്ചു പ്രസ്താവനകളുടേയും വിപരീതപ്രസ്താവനകളും എഴുതി അവ ഓരോന്നും സത്യവാക്യമാണോ അസത്യവാക്യമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

മുകളിലുള്ള ഉദാഹരണങ്ങളിൽ നിന്ന് ഒരു കാര്യം വ്യക്തമാണല്ലോ. ഒരു പ്രസ്താവന സത്യമായാൽ അതിന്റെ വിപരീത പ്രസ്താവന സത്യമാകണമെന്നില്ല. വിപരീതപ്രസ്താവന ചിലപ്പോൾ മാത്രമേ സത്യമാവുകയുള്ളു. ചിലപ്പോൾ അസത്യമാവും.

ഇനി നാം പഠിച്ച ഒരു സാമാന്യതത്വത്തിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന പരിശോധിക്കാം.

സാമാന്യതത്വം:- രണ്ടു രേഖകൾ സമാന്തരമാണ് **എങ്കിൽ** അവയെ ഒരു ഛേദകം ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന **സമസ്ഥാ**നീയകോണുകൾ സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.

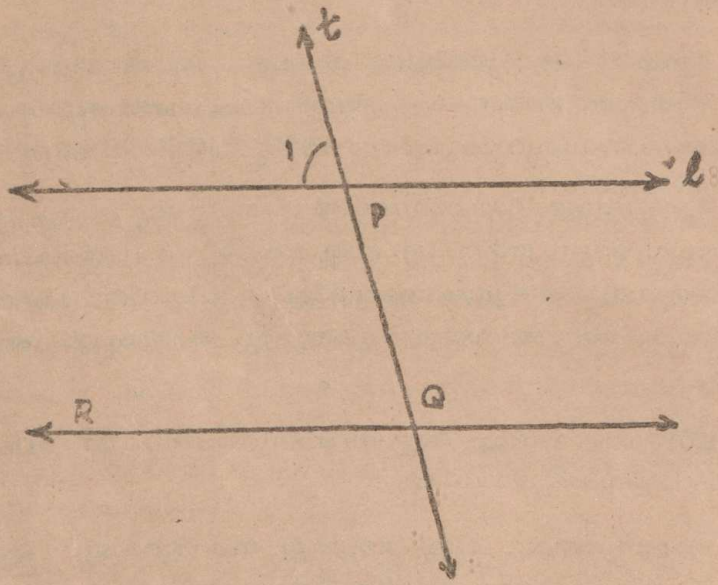
വിപരീതപ്രസ്താവന:- രണ്ടു രേഖകളെ ഒരു **ഛേദകം** ഛേദിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ സർവസമങ്ങളാണ് **എങ്കിൽ** ആ രേഖകൾ രണ്ടും **സമാന്തരങ്ങൾ** ആയിരിക്കും.

ഇവിടെ വിപരീതപ്രസ്താവന സത്യമാണോ?

സർവസമങ്ങളായ രണ്ടു സമസ്ഥാനീയകോണുകളും ഉണ്ടാക്കത്തക്കവണ്ണം രണ്ടു രേഖകളും അവയുടെ ഒരു ഛേദകവും വരച്ച് ഈ രേഖകളും രണ്ടും സമാന്തരങ്ങളാണോ എന്നു പരിശോധിപ്പാൻ മതിയല്ലോ.

ഇത് താഴെ പറയുന്ന രീതിയിൽ ചെയ്യാം.

ക്രിയാരീതി



[ചിത്രം 11 (16)]

(i) l എന്ന രേഖയും t എന്ന രേഖയും വരച്ച് P എന്ന ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുക.

(ii) ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന $\angle 1$ ആയിരിക്കട്ടെ സ്ഥാനീയകോണുകളിൽ ഒന്ന്.

(iii) l യിൽ Q എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

(iv) $\overrightarrow{QP}$ ഒരു ഭുജമായും Q ശീർഷമായും വരത്തക്കവിധം $\angle$ ന്റെ സമസ്ഥാനീയകോണായ $\angle PQR$ നിർമ്മിക്കുക. (സർവസമങ്ങളായ കോണുകൾ വരയ്ക്കാൻ മുമ്പു പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ.)

ഇനി l എന്ന രേഖയും $\overleftrightarrow{QR}$ എന്ന രേഖയും സമാന്തരമാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക.

$l \parallel \overleftrightarrow{QR}$ ആണെന്നു മനസ്സിലാക്കാമല്ലോ.

ഇതുപോലെ സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ സർവസമങ്ങളാകത്തക്കവിധത്തിൽ രേഖകളും ഛേദകങ്ങളും വരച്ച് രേഖകൾ സമാന്തരങ്ങളാണോ എന്നു പരിശോധിക്കുക. രേഖകൾ സമാന്തരമാണെന്നു കാണാം. സമസ്ഥാനീയകോണുകൾ തുല്യമല്ലാതെ വരുമ്പോൾ രണ്ടു രേഖകളും ഒരിക്കലും സമാന്തരമാകയില്ല എന്നു കാണാം.

അതുകൊണ്ട് ഇവിടെ വിപരീതപ്രസ്താവന എപ്പോഴും സത്യമാണ്. ഇനി ഇതു നോക്കൂ.–

സാമാന്യതത്വം:– രണ്ടു രേഖകൾ സമാന്തരമാണ് എങ്കിൽ അവയെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഏകാന്തരകോണുകൾ സർവസമങ്ങൾ ആയിരിക്കും.

വിപരീതപ്രസ്താവന:– രണ്ടു രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന ഏകാന്തരകോണുകൾ സർവസമങ്ങൾ ആണ് എങ്കിൽ അവ സമാന്തരരേഖകളായിരിക്കും.

ഈ വിപരീതപ്രസ്താവന എപ്പോഴും സത്യമാണോ?

ഒരു ജോടി ഏകാന്തരകോണുകൾ സർവസമങ്ങളാകത്തക്കവണ്ണം രേഖകളും ഛേദകങ്ങളും വരച്ചു പരിശോധിക്കുക.

മേൽ എഴുതിയ വിപരീതപ്രസ്താവന എപ്പോഴും സത്യമാണ് എന്നു ബോദ്ധ്യപ്പെടും.

ഇനി മറെറാരു തത്വവും അതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന യും കൂടി പരിശോധിക്കാം.

സാമാന്യതത്വം:– രണ്ടു രേഖകളും സമാന്തരമാണ് എങ്കിൽ അവ യെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പാർശ്വാ ന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളും ആയിരിക്കും.

വിപരീതപ്രസ്താവന:– രണ്ടു രേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡി ക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂര കങ്ങളും ആണ് എങ്കിൽ അവ സമാന്തരരേഖകളും ആയിരിക്കും. ഇത് എപ്പോഴും സത്യമാണോ?

ഒരു ജോടി പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളുമാകത്ത വിധം രേഖകളും ഛേദകങ്ങളും വരച്ചു പരിശോധിച്ചാൽ ഈ വിപരീതപ്രസ്താവനയും എപ്പോഴും സത്യമാണ് എന്നു മന സ്സിലാക്കാം.

മുകളിൽ പറഞ്ഞ വിപരീതപ്രസ്താവനകളും മൂന്നും ചേർത്ത് ഒരു സാമാന്യതത്വമായി പ്രതിപാദിക്കാം.

സാമാന്യതത്വം

രണ്ടു രേഖകളെ ഒരുഛേദകംഛേദിക്കുമ്പോൾഉണ്ടാകുന്ന

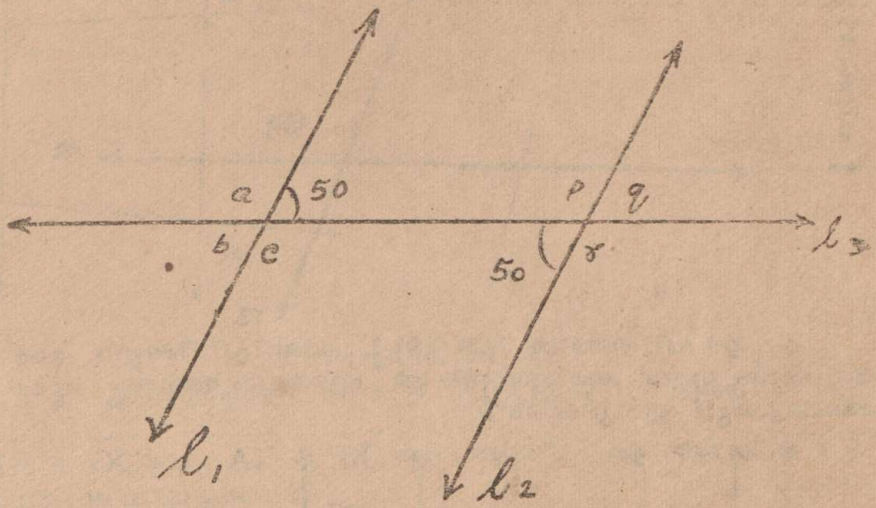
(i) ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോടി സമസ്ഥാനീയകോണുകളും സർവസമങ്ങളും ആവുകയോ,

(ii) ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോടി ഏകാന്തരകോണുകളും സർ സമങ്ങളും ആവുകയോ

(iii) ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോടി പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളും ആവുകയോ

ചെയ്താൽ ആ രേഖകളും രണ്ടും സമാന്തരങ്ങളും ആയി രിക്കും.

ഏതെങ്കിലും രണ്ടു രേഖകൾ സമാന്തരങ്ങളാകുന്നതിനുള്ള നിബന്ധനകളാണ് ഈ സമാന്യതത്ത്വത്തിൽ പ്രസ്താവിച്ചിരിക്കുന്നത് എന്നു മനസ്സിലാക്കാമല്ലോ.



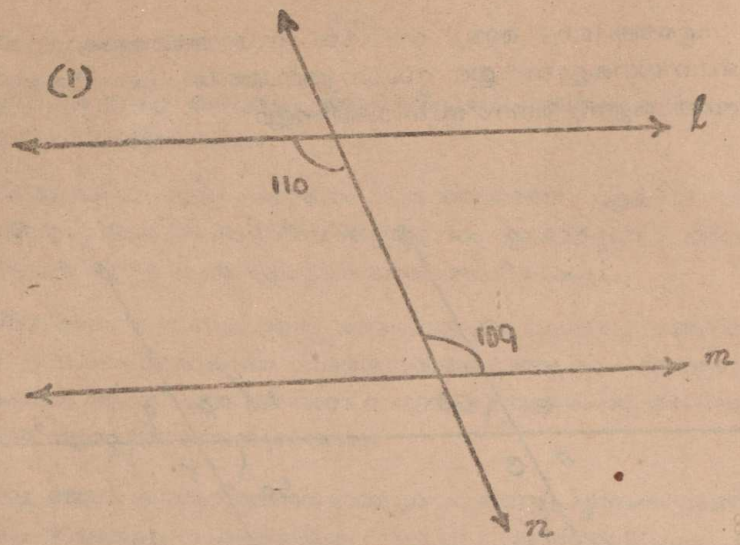
[ചിത്രം 11 (17)]

ഈ ചിത്രത്തിൽ $l_1 \parallel l_2$ ആണോ? എന്തുകൊണ്ട്? ചിത്രത്തിലെ മറ്റു കോണുകളുടെ അളവുകൾ എഴുതുക. (അളന്നു നോക്കാതെ എഴുതണം.)

അഭ്യാസം 11 (2)

1. ചിത്രം 11 (18)ൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന കോണുകളുടെ അളവുകൾ ശരിയാണ് എങ്കിൽ l, m എന്നീ രേഖകൾ സമാന്തരമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

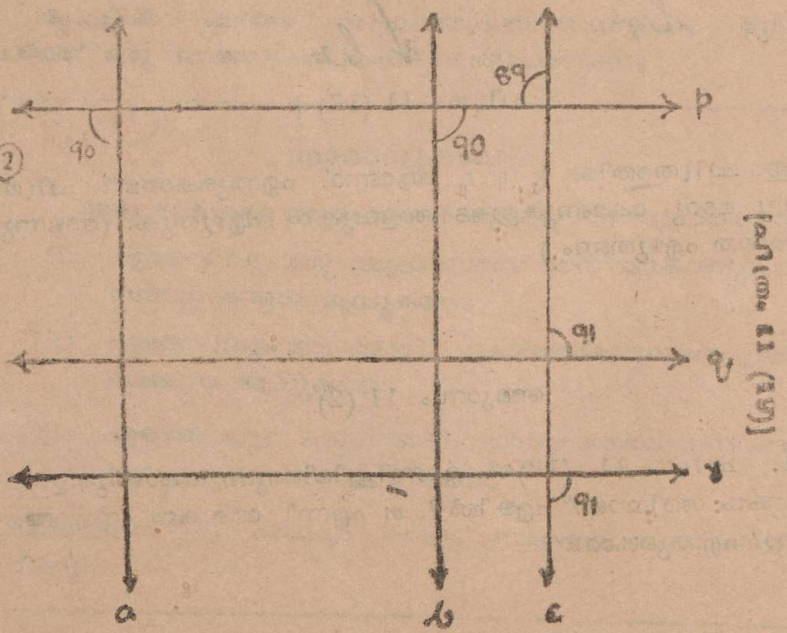
(1)



[ചിത്രം 11 (18)]

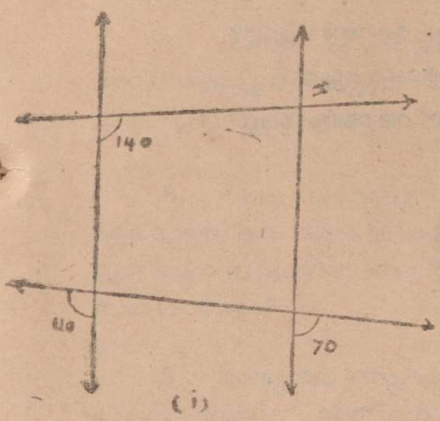
2. ഈ ചിത്രത്തിൽ [11 (19)] കാണിച്ചിരിക്കുന്ന കോണുകളുടെ അളവ് ശരിയാണെങ്കിൽ എതെല്ലാം രേഖകൾ സമാന്തരങ്ങളാകും? എന്തുകൊണ്ട്?

(2)

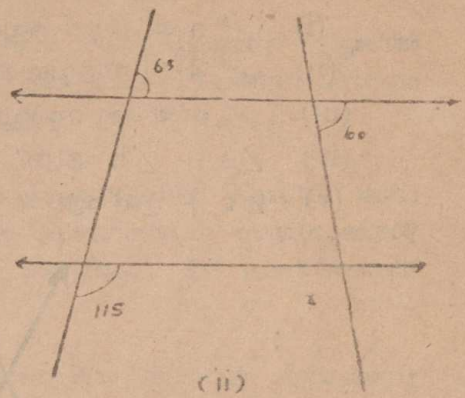


[ചിത്രം 11 (19)]

3. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളും പരിശോധിച്ച് ഓരോന്നിലും x ന്റെ വില കാണുക:



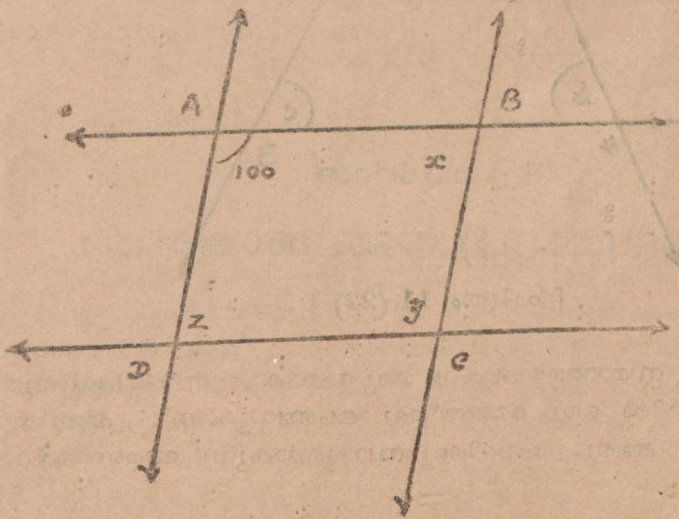
(i)



(ii)

[ചിത്രം 11 (20)]

4. താഴെയുള്ള ചിത്രത്തിൽ $\angle BAD = 100$ ആണ്. $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$യും, $\overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$ യും ആണ്. എന്നാൽ x, y, z എന്നിവയുടെ വില കാണുക.



[ചിത്രം 11 (21)]

5. ഈ ചിത്രത്തിൽ $\angle 1 \cong \angle b$ ആണ്. എങ്കിൽ താഴെപ്പറയുന്ന ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരമെഴുതുക.

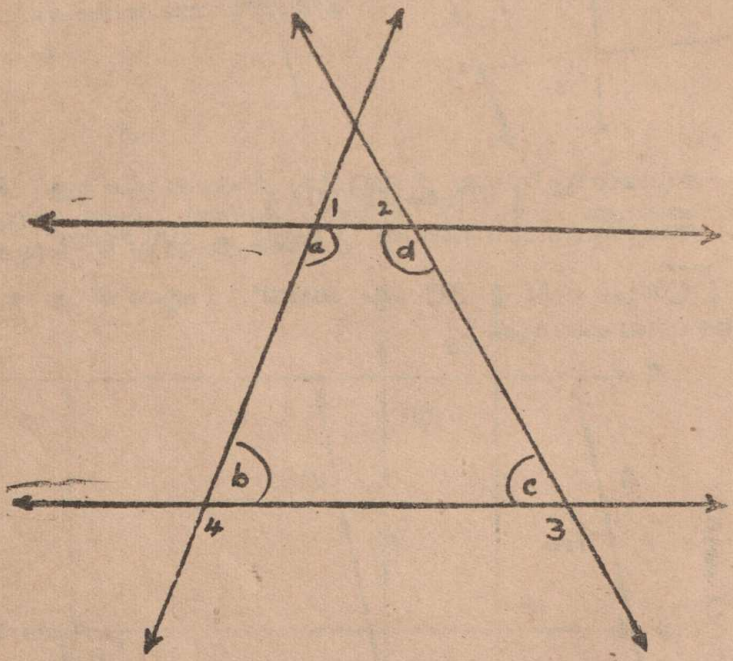
(i) $\angle a$ യ്ക്കു സർവ്വസമമായ കോൺ ഏത്?

(ii) $\angle 2$ നു സർവ്വസമമായ കോൺ ഏത്?

(iii) $\angle d$ യ്ക്കു സർവ്വസമമായ കോൺ ഏത്?

(iv) $\angle a + \angle b$ എത്ര?

(v) $\angle c + \angle d$ എത്ര?



[ചിത്രം 11 (22)]

6. രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുന്നു. ഛേദകം അവയിൽ ഒരു രേഖയ്ക്കു ലംബവുമാണ്. എങ്കിൽ മറ്റേ രേഖയെ അതു ഛേദിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന കോണിന്റെ

അളവ് എന്തായിരിക്കും? ചിത്രത്തിലുള്ള മറ്റു കോണുകളുടെ അളവുകളും എത്ര?

7. രണ്ടു കോണുകളും എതിർ കോണുകളാണ് എങ്കിൽ അവ സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും. ഇതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന എഴുതുക. ഇതു സത്യമാണോ?

8. രണ്ടു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളാണ് എങ്കിൽ അവ മട്ടകോണുകളും ആയിരിക്കും. ഈ പ്രസ്താവന സത്യമാണോ? ഇതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന എഴുതുക. ഈ പ്രസ്താവന സത്യമാണോ?

9. രണ്ടു കോണുകളും മട്ടകോണുകളും ആയാൽ അവ അനുപൂരകങ്ങളാണ്. ഇതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന സത്യമാണോ?

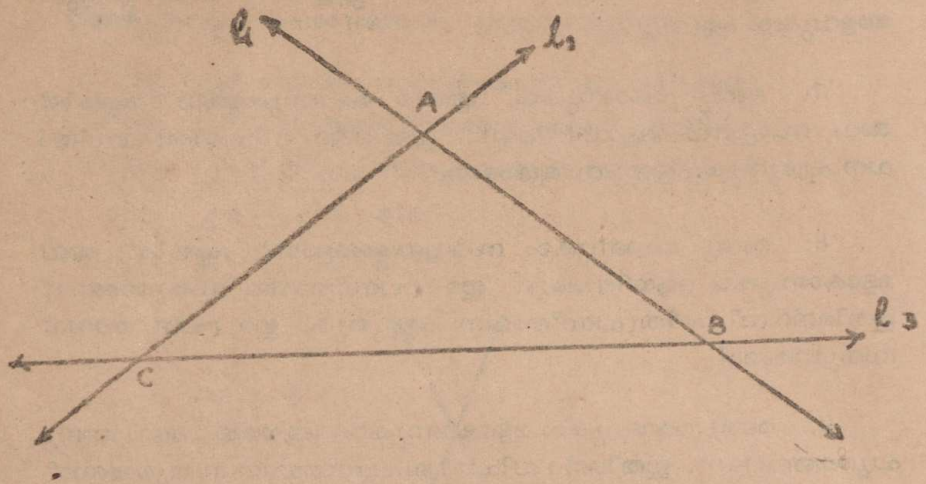
10. രണ്ടു രേഖകളും സമാന്തരങ്ങളായാൽ അവയ്ക്ക് പൊതുവിൽ ബിന്ദുക്കളും ഒന്നും ഇല്ല. ഇതു സത്യമാണോ? ഇതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന എഴുതുക, ഈ വിപരീത പ്രസ്താവന സത്യമാണോ?

11. അസത്യമായ ഒരു പ്രസ്താവനയുടെ വിപരീതം സത്യമാകാൻ സാദ്ധ്യതയുണ്ടോ?

അദ്ധ്യായം 12

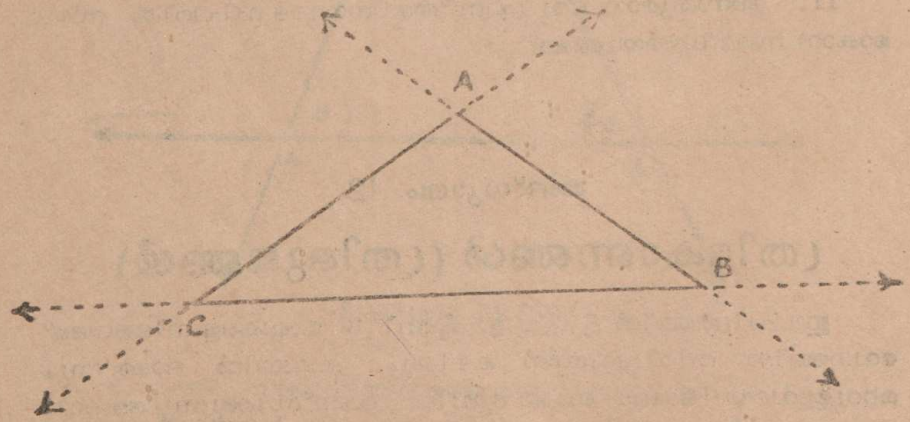
ത്രികോണങ്ങൾ (ത്രിഭുജങ്ങൾ)

ഈ ചിത്രത്തിൽ l_1, l_2, l_3, എന്നീ 3 രേഖകളെ നിങ്ങൾക്ക് വേഗത്തിൽ തിരിച്ചറിയാൻ കഴിയും. അവയിൽ ഓരോന്നും മറ്റുള്ളവയെ ഓരോ ബിന്ദുവിൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നു അഥവാ സംഗമിക്കുന്നു A, B, C എന്നിവയാണ് ആ സംഗമബിന്ദുക്കൾ.



[ചിത്രം 12 (1)]

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, ഇവ ക്രമത്തിൽ l_1, l_2, l_3, എന്നീ രേഖകളുടെ ഖണ്ഡങ്ങളാണല്ലോ. ഈ 3 രേഖാഖണ്ഡങ്ങളും ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന രൂപം പ്രത്യേകം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.



[ചിത്രം 12 (2)]

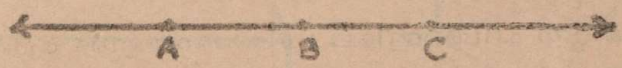
ഇങ്ങനെ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ എന്നീ 3 രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ ചേർന്ന് ഉണ്ടാകുന്ന രൂപത്തിന് ത്രികോണം ABC അഥവാ

ത്രികോണം ABC എന്നു പറയുന്നു. എങ്ങനെയാണ് ഈ പേരുകൾ അതിനു യോജിക്കുന്നത്?

A, B, C, എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷങ്ങളാണ്. 3 ശീർഷങ്ങളേയും ചേർത്തുകൊണ്ടാണ് ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പേര് പറയാറുള്ളത്. ത്രികോണം ABC യുടെ ചിത്രമാണ് ചിത്രം 12 (2) ൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്. ശീർഷങ്ങളെ ഏതു ക്രമത്തിലും വായിക്കാം, എഴുതാം. ത്രികോണം ABC. ത്രികോണം BCA, ത്രികോണം CBA എന്നെല്ലാം പറയുന്നത് ഒരേ ത്രികോണം തന്നെ. "ത്രികോണം ABC" എന്നത് "△ABC" എന്ന് ചുരുക്കിയെഴുതാം.

AB, BC, CA ഇവ △ABC യുടെ വശങ്ങൾ ആകുന്നു. ഒരു ത്രികോണത്തിന് എത്ര വശങ്ങളുണ്ട്? എത്ര കോണുകളുണ്ട്? എത്ര ശീർഷങ്ങളുണ്ട്?

A, B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ ഒരേ രേഖയിലായാൽ കിട്ടുന്ന ചിത്രം 12 (3) ൽ ഉള്ളതുപോലെ എന്തെല്ലാം അപ്പോൾ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന രൂപം ത്രികോണമാകുമോ?

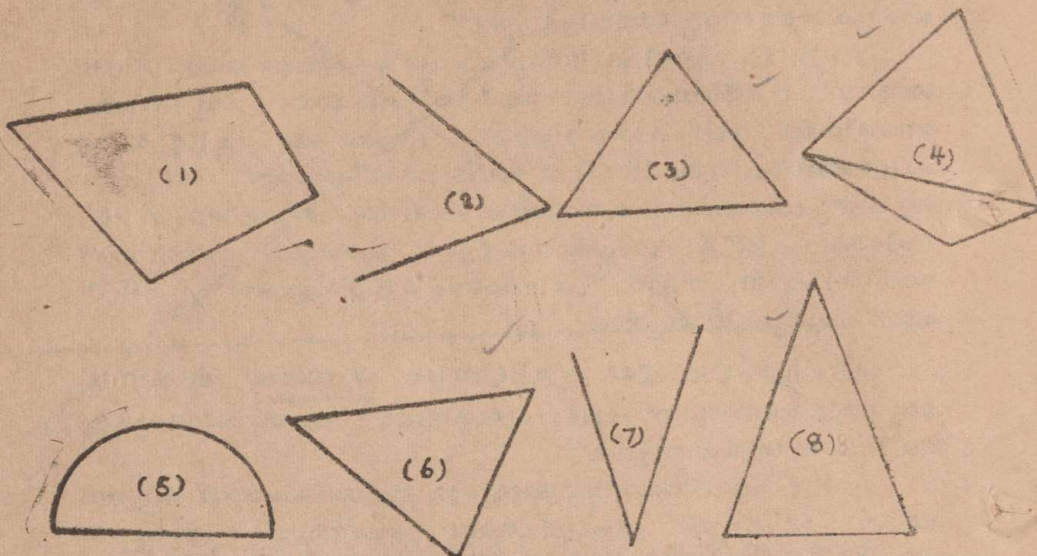


[ചിത്രം 12 (3)]

പുതിയ പദങ്ങൾ: ത്രികോണം, ത്രിഭുജം
പുതിയ ചിഹ്നം: △

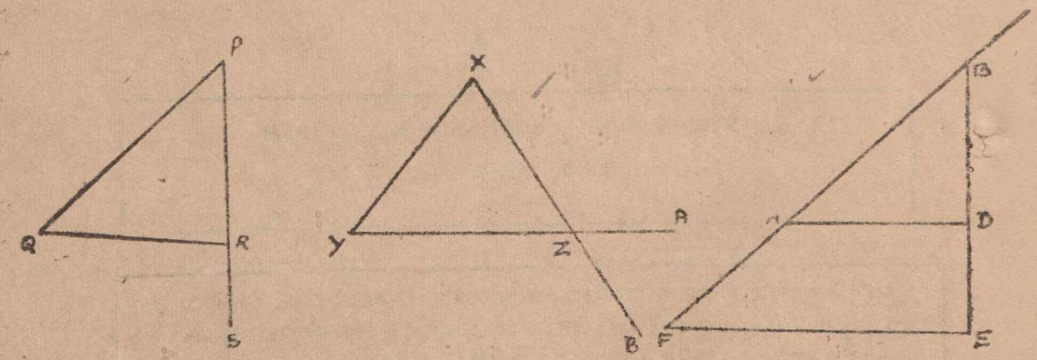
ABC എന്നിവ ഒരേ രേഖയിലല്ലാത്ത 3 ബിന്ദുക്കളായാൽ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന രൂപത്തിന് ത്രികോണം ABC എന്നു പറയുന്നു. ത്രികോണത്തിന് 3 ഭുജങ്ങളും 3 കോണുകളും 3 ശീർഷങ്ങളും ഉണ്ട്.

താഴെ കാണുന്ന രൂപങ്ങളിൽ ഏതെല്ലാം ത്രികോണങ്ങളാണ്?



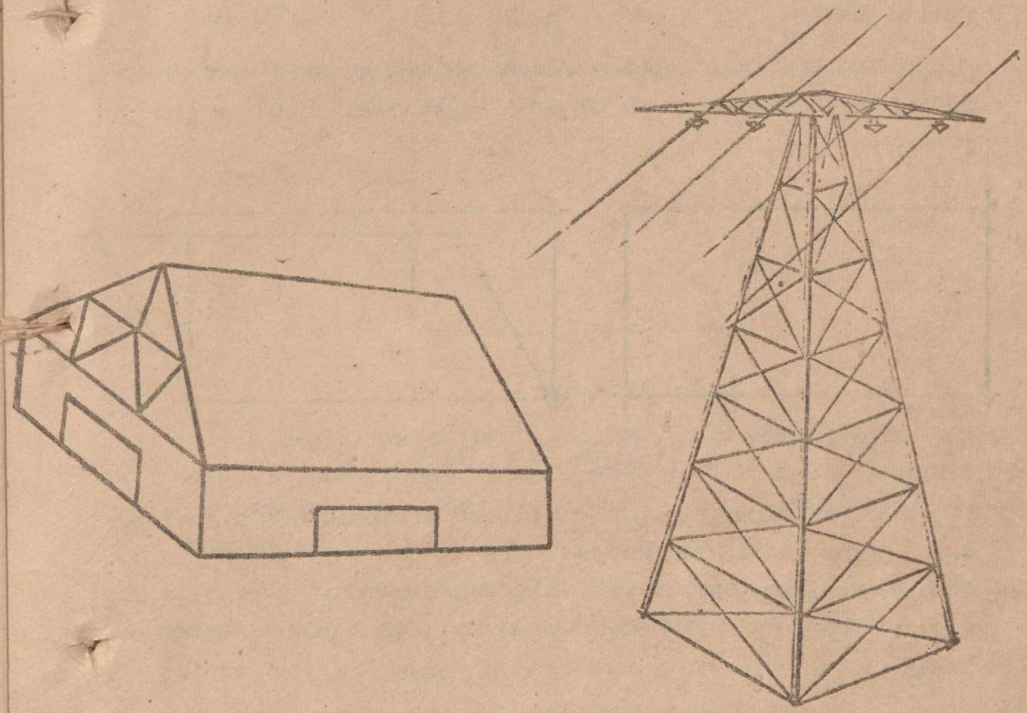
[ചിത്രം 12 (4)]

താഴെ കാണുന്ന ചിത്രങ്ങളിലെ ത്രികോണങ്ങളുടെ പേരെഴുതുക



△KLM, △RSP എന്നിവയുടെ ഭുജങ്ങളും ശീർഷങ്ങളും ഏവ? കോണുകൾ ഏതെല്ലാം?

ഈ ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക.



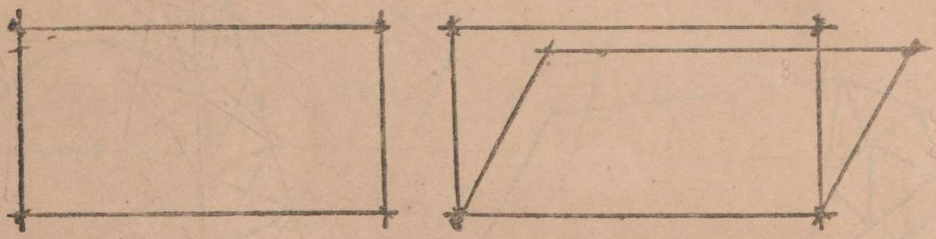
[ചിത്രം 12 (6)]

നിങ്ങളുടെ സ്കൂളിന്റെയും വീടിന്റെയും കഴുക്കോലുകളും മറ്റും ഘടിപ്പിച്ചിരിക്കുന്നത് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെയായിരിക്കാം. തീവണ്ടിയാപ്പീസ്, ബസ്സ്റ്റാന്റ് എന്നിവയുടെ മേൽപ്പുരയിലും ഇതുപോലെ കാണാം. പല പാലങ്ങളുടേയും വിദ്യുച്ഛക്തി കാലുകളുടേയും നിർമ്മാണങ്ങളിലെല്ലാം ഇതുപോലെ ത്രികോണരൂപങ്ങൾ ഉൾക്കൊള്ളിച്ചിട്ടുള്ളതു കാണാം.

എന്തുകൊണ്ടായിരിക്കും ഇത്തരം നിർമ്മാണങ്ങളിലെല്ലാം ത്രികോണരൂപങ്ങളും ഉപയോഗിക്കുന്നത്? വെറും ഭംഗിക്കുവേണ്ടി അല്ല, തീർച്ച. അതിന് ഒരു പ്രധാനകാരണമുണ്ട്. താഴെ പറയുന്ന പരീക്ഷണം മുഖേന അതെന്താണെന്ന് നിങ്ങൾക്ക് സ്വയം കണ്ടുപിടിക്കാം.

പരീക്ഷണം

ബലമുള്ള നാല് ഈർക്കിൽ കഷണങ്ങളോ കമ്പിക്കഷണങ്ങളോ എടുത്ത് ഇ ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചപോലെ കൂട്ടിക്കെട്ടിയുറപ്പിക്കുക

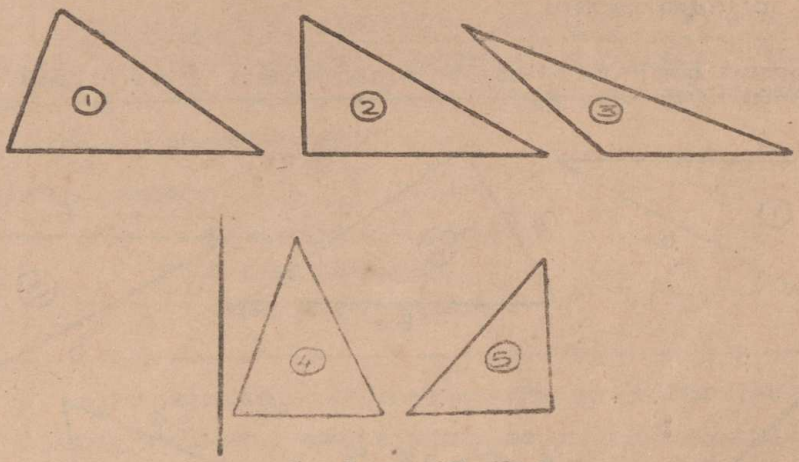


[ചിത്രം 12 (7)]

കെട്ടിയുണ്ടാക്കിയ രൂപം നിലത്ത് നിർത്തിവച്ച് മുകളിലെ കമ്പ് ഒന്ന് അമർത്തിനോക്കൂ. എത്ര ഉറപ്പിൽ കെട്ടിയാലും കമ്പുകൾ ഒരുവശത്തേയ്ക്ക് ചാഞ്ഞുവരുന്നതു കാണാം. അപ്പോൾ കിട്ടുന്നത് നിങ്ങൾ കെട്ടിയുറപ്പിച്ച രൂപമായിരിക്കുകയില്ല.

വേറെ 3 കമ്പെടുത്ത് ഒരു ത്രികോണരൂപത്തിൽ കെട്ടിയുറപ്പിക്കൂ. ഏതെങ്കിലും ഒരു മുജം അമർത്തിനോക്കുക. ത്രികോണരൂപത്തിന് ഒരു മാറ്റവും വരികയില്ല. അതൊരു ദൃഢരൂപ (rigid) മാണ്. വളരെയധികം ഭാരം താങ്ങാനുള്ള കമ്പികളും കഴുക്കോലുകളും ത്രികോണരൂപത്തിൽ ഘടിപ്പിക്കുന്നതാണ് നല്ലത്. ഇതുകൊണ്ടാണ് എഞ്ചിനീയർമാർക്കും മറ്റും ത്രികോണരൂപത്തോട് ഇത്ര പ്രിയം.

കോണുകളുടെ അടിസ്ഥാനത്തിൽ ത്രികോണങ്ങളെ തരംതിരിക്കൽ



[ചിത്രം 12 (8)]

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകളം പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ. അവയിൽ ചിലത് മട്ടകോണുള്ളവയാണെന്നു പെട്ടെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. അവയെ മട്ടത്രികോണങ്ങളം എന്നു പറയുന്നു.

ചില ത്രികോണങ്ങളിൽ എല്ലാ കോണുകളും ന്യൂനകോണുകളാണെന്നു വരാം, അവയ്ക്കു ന്യൂനത്രികോണങ്ങളം എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രത്തിൽ അത്തരം ത്രികോണങ്ങളംകണ്ടുപിടിക്കൂ.

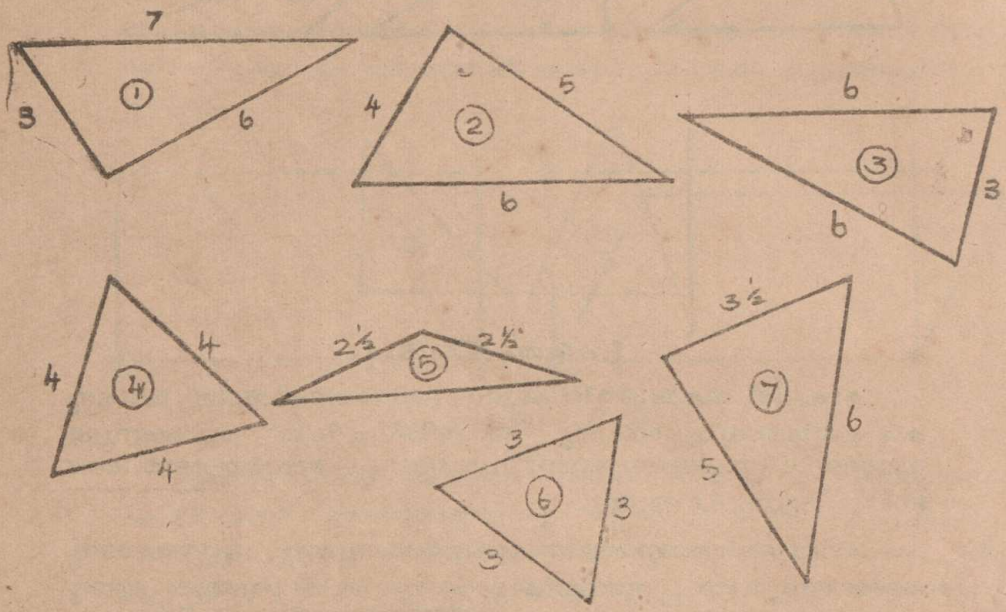
ബൃഹത്കോണുള്ള ത്രികോണങ്ങളുമുണ്ടല്ലോ. അവയ്ക്ക് ബൃഹത്ത്രികോണങ്ങളം എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രത്തിലുള്ള ബൃഹത്ത്രികോണം ഏതാണ്?

പുതിയ പദങ്ങളം:

മട്ടത്രികോണം
ന്യൂനത്രികോണം
ബൃഹത്ത്രികോണം

1. ഒരു കോൺ മട്ടമായുള്ള ത്രികോണം മട്ടത്രികോണം.
2. ഒരു ബൃഹത്കോണുള്ളത്രികോണം ബൃഹത്ത്രികോണം,
3. എല്ലാ കോണുകളും ന്യൂനകോണുകളായ ത്രികോണം ന്യൂനത്രികോണം.

ഭുജങ്ങളെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ത്രികോണങ്ങളെ തരംതിരിക്കൽ



[ചിത്രം 12 (9)]

കോണുകളെ അടിസ്ഥാനപ്പെടുത്തിയാണല്ലോ ത്രികോണങ്ങളെ തരംതിരിച്ചത്. ഭുജങ്ങളുടെ നീളത്തിന്റെ അടിസ്ഥാനത്തിലും ത്രികോണങ്ങളെ തരംതിരിക്കാം.

(1), (2), (7) എന്നീ നമ്പരിട്ട ത്രികോണങ്ങളെ നോക്കൂ അവയുടെ ഭുജങ്ങളെല്ലാം വിവിധ അളവുകളിലാണ്. ഇത്തരം ത്രികോണങ്ങളെ വിഷമഭുജത്രികോണങ്ങളെ എന്നു പറയുന്നു

ചില ത്രികോണങ്ങളിലെ എല്ലാ വശങ്ങളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും. ഉദാഹരണമായി (4), (6) എന്നീ ത്രികോണങ്ങളെ നോക്കുക. ഇവയെ സമഭുജത്രികോണങ്ങളെന്നു പറയുന്നു.

ഏതെങ്കിലും രണ്ടു വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ തുല്യമായിവരുന്ന ത്രികോണങ്ങളുമുണ്ട്. അവയ്ക്ക് സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളെന്നാണു പേര്. ചിത്രത്തിലുള്ള (3), (5) എന്നിവ സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളാണ്.

പുതിയ പദങ്ങൾ:

വിഷമഭുജത്രികോണം.
സമഭുജത്രികോണം.
സമപാർശ്വത്രികോണം.

മൂന്നു വശങ്ങളും സർവസമങ്ങളായ ത്രികോണമാണ് സമഭുജത്രികോണം. രണ്ടു വശങ്ങൾ മാത്രം സർവസമങ്ങളായത് സമപാർശ്വത്രികോണം. അങ്ങനെ വിഷമഭുജത്രികോണം. എല്ലാം വ്യത്യസ്തമായ അളവുകളുള്ള വശങ്ങളോടുകൂടിയത് വിഷമഭുജത്രികോണം.

ത്രികോണനിർമ്മിതികൾ

3 വശങ്ങളും 3 കോണുകളുമായി ഒരു ത്രികോണത്തിന് ആറ് അളവുകളാണല്ലോ ഉള്ളത്. ഏതെല്ലാം അളവുകൾ അറിഞ്ഞിരുന്നാൽ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാൻ കഴിയുമെന്ന് നോക്കാം.

നിർമ്മിതി 1

രണ്ടു വശങ്ങളും ഉൾക്കോണും തന്നാൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കേണ്ട വിധം.

△ABC യിൽ AB 6 സെമീ., BC 4 സെമീ., ∠ B 40 എന്നിവയാണ്. △ ABC യാണ് നിർമ്മിക്കേണ്ടത്.

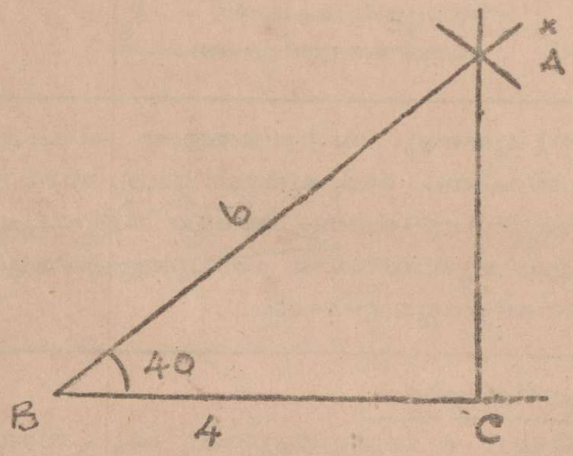
ക്രിയാക്രമം

a) 4 സെമീ. നീളത്തിൽ BC വരയ്ക്കുക.

b) B യിൽ 40° അളവെടുത്ത് ∠ CBX വരയ്ക്കുക

c) BA 6 സെമീ. ആകത്തക്കവിധം BX-ൽ A അടയാളപ്പെടുത്തുക.

d) AC യോജിപ്പിയ്ക്കുക.



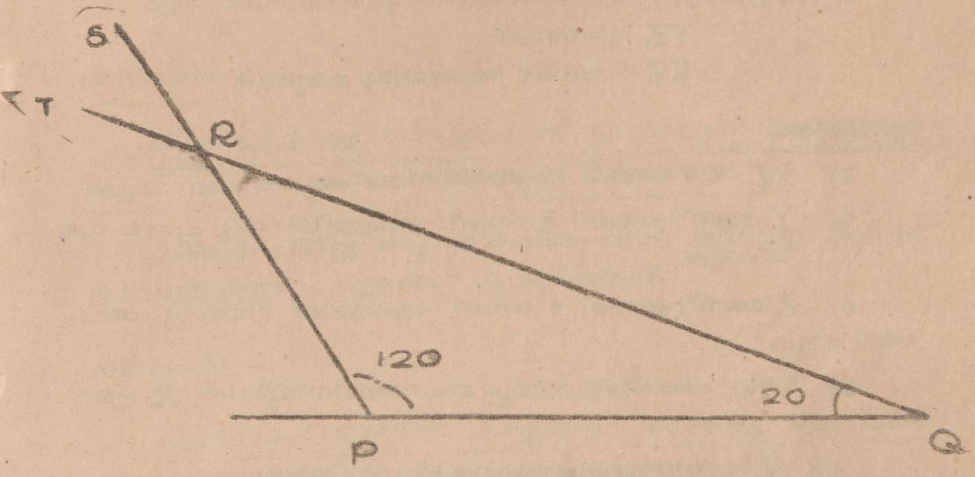
[ചിത്രം 12 (10)]

ഇപ്പോൾ ABC പറഞ്ഞ അളവിലുള്ള ത്രികോണമാണ്

നിർമ്മിതി 2

ഒരു ഭുജവും അതിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ ശീർഷങ്ങളായുള്ള 2 കോണുകളും അറിഞ്ഞാൽ ത്രികോണം വരക്കേണ്ട വിധം.

ചരയ്ക്കേണ്ടത് $\triangle PQR$ ആണെന്ന് കരുതുക PQ 5 സെമീ., $\angle P = 120$, $\angle Q = 20$ എന്നിരിക്കട്ടെ



[ചിത്രം. 12 (11)]

ക്രിയാക്രമം

a) 5 സെമീ. നീളത്തിൽ $\overline{PQ}$ വരയ്ക്കുക

b) $\angle QPS = 120$ ആവും വിധം $\overline{PS}$ വരയ്ക്കുക

c) $\angle PQT = 20$ ആയി $\overline{QT}$ വരയ്ക്കുക

d) $\overline{QT}$, $\overline{PS}$ ഇവയുടെ സംഗമബിന്ദു R എന്നിരിക്കട്ടെ

$\triangle PQR$ ആവശ്യപ്പെട്ട അളവുകളിലായിരിക്കും.

ഈ വിധത്തിൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതിന് $\triangle P$ $\triangle R$ ഇവയോടൊപ്പം ഏതു മൂലകം തന്നിരിക്കണം? മൂലകം $\overline{RQ}$ന്റെ നീളം തന്നിരുന്നാൽ ഏതു കേസ്സാകും അറിയണം?

നിർമ്മിതി 3

മൂന്നു വശങ്ങളും അറിയാമെങ്കിൽ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കേണ്ട വിധം.

△XYZ-ൽ XY 5 സെമീ:
YZ 4.5 സെമീ:
XZ 4 സെമീ: ആണെന്നു കരുതുക.

ക്രിയാക്രമം.

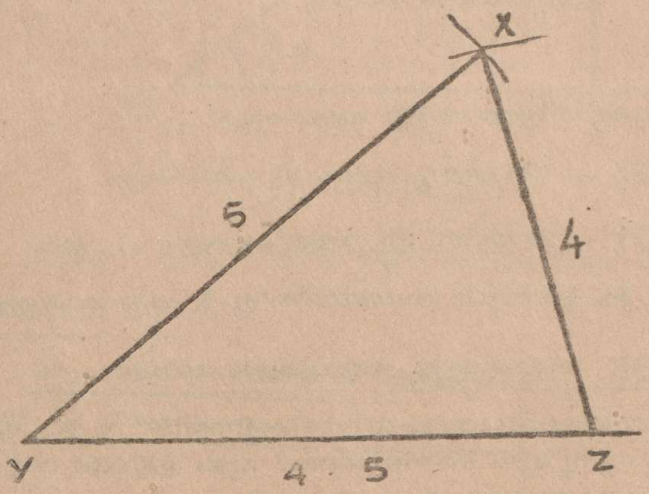
a) $\overline{YZ}$ 4.5 സെമീ. അളവിൽ വരയ്ക്കുക.

b) Y കേന്ദ്രമാക്കി 5 സെമീ. ആരത്തിൽ ഒരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

c) Z കേന്ദ്രമാക്കി 4 സെമീ. ആരത്തിൽ മറ്റൊരു ചാപം വരയ്ക്കുക.

d) രണ്ടു ചാപങ്ങളുടെയും സംഗമബിന്ദുവിന് X എന്ന് പേരിടുക.

△XYZ ആവശ്യപ്പെട്ട അളവുകളിലായിരിക്കും.



[ചിത്രം 12 (12)]

മട്ടത്രികോണനിർമ്മിതി

മട്ടത്രികോണമെന്നു പറഞ്ഞാൽ അതിന്റെ ഒരു കോണിന്റെ അളവ് അറിയാമല്ലോ.

മട്ടത്രികോണം രണ്ടുവിധത്തിൽ നിർമ്മിക്കാം.

നിർമ്മിതി 4

മട്ടത്രികോണത്തിൽ, മട്ടകോൺ ഉണ്ടാക്കുന്ന 2 വശങ്ങളുടെ അളവ് തന്നാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കേണ്ടവിധം.

നിങ്ങൾ പഠിച്ച ഒരു നിർമ്മിതിതന്നെ ഇതിനും സ്വീകരിക്കാവുന്നതാണ്. ഏതാണ് ആ നിർമ്മിതി?

നിർമ്മിതി 5

മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണവും മറ്റൊരു വശത്തിന്റെ അളവും തന്നാൽ ത്രികോണം വരയ്ക്കേണ്ട വിധം.

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിൽ മട്ടകോണിന് എതിരായ വശത്തിനെയാണ് കർണ്ണം (hypotenuse) എന്നു പറയുന്നത്.

$\triangle PQR$-ൽ $\angle Q$ ആണ് മട്ടകോണെന്ന് കരുതുക. കർണ്ണം PR-ന്റെ നീളം 7 സെമീ. QR-ന്റെ നീളം 4 സെമീ. എന്നിരിക്കട്ടെ. ($PR = 7$: $QR = 4$ എന്നും എഴുതാം.)

ക്രിയാക്രമം

a) 4 സെമീ. നീളത്തിൽ $\overline{QR}$ വരയ്ക്കുക.

b) Q എന്ന ബിന്ദുവിലൂടെ QR-ന് ലംബം വരയ്ക്കുക.

c) R കേന്ദ്രമാക്കി 7 സെമീ. ആരത്തിൽ ഒരു ചാപം വരച്ച് $\overline{QR}$-ന്റെ ലംബത്തെ P-യിൽ ഖണ്ഡിക്കുക. ഇപ്പോൾ $\triangle PQR$ ആവശ്യപ്പെട്ട മട്ടത്രികോണം ആയിരിക്കും.

അഭ്യാസം 12 (1)

I. താഴെപ്പറയുന്ന അളവുകളുള്ള ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക —

(കടൈർഘ്യ അളവുകൾ സെ:മീററിൽ)

(1) $BC = 5$, $AB = 4$, $\angle B = 60$

(2) $AC = 6$, $AB = 4$, $\angle A = 110$

(3) $PQ = 6$, $\angle P = 60$, $\angle Q = 70$

(4) $XY = 8$, $\angle X = 45$, $\angle Y = 50$

(5) $AB = 5$, $BC = 4$, $CA = 3$

(6) $PQ = 4$, $QR = 4$, $PR = 6$

II. ഏതെങ്കിലും 3 രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. ആ രേഖാഖണ്ഡങ്ങളുടെ നീളങ്ങൾക്ക് തുല്യനീളമുള്ള വശങ്ങളോടുകൂടിയ ഒരു ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

III. ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ മട്ടകോണുണ്ടാക്കുന്ന വശങ്ങൾ 3.5 സെമീ, 4.8 സെമീ. ആണ്. ത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് കർണ്ണം അളന്നെഴുതുക.

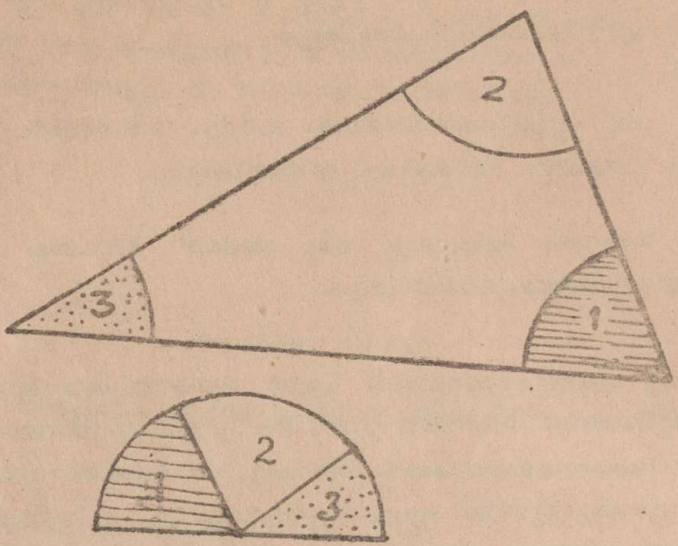
IV മട്ടകോണുണ്ടാക്കുന്ന വശങ്ങൾ 4.2 സെമീ. 3.8 സെമീ. യുള്ള മട്ടത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

V ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ കർണ്ണം 4.5 സെമീ, ചുറ്റളവ് 9 സെമീ. ആണ്. ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

VI 5 സെമീ. കർണ്ണവും ഒരു കോണ് 48°-യും വരുന്ന ഒരു മട്ടത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിൽ എത്ര മട്ടകോണുകൾ ഉണ്ടാകാം? $\overline{AB}$-യുടെ നീളം 5 സെമീ. $\angle A = 30$, $\angle B = 90$ വരത്തക്കവണ്ണം ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കൂ. ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ സാദ്ധ്യമാകുന്നുണ്ടോ? ഒരു ത്രികോണത്തിൽ ഒരു മട്ട കോണിൽ കൂടുതൽ ഉണ്ടാവുക സാദ്ധ്യമല്ലെന്ന് ഇതിൽ നിന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

നിങ്ങൾ പല ത്രികോണങ്ങളും വരച്ചുവല്ലോ? അവയുടെ 3 കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക എത്രയെന്ന് ഒന്ന് പരിശോധിച്ചുനോക്കുക. എന്ത് പ്രത്യേകതയാണ് കാണുന്നത്? 3 കോണുകളുടെയും അളവുകളുടെ തുക എപ്പോഴും 180 എന്ന് കിട്ടുന്നതായി കാണാം. ഒരൊറ്റ പരീക്ഷണം നടത്തിയും ഇത് കാണാവുന്നതാണ്. ഇഷ്ടമുള്ള അളവിൽ ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. അതിനുശേഷം ക്രിയ. [12 (13)]-ൽ കാണിച്ചതുപോലെ അതിന്റെ മൂലകങ്ങൾ മുറിച്ചെടുത്ത് ശീർഷങ്ങൾ ഒരേ ചിന്ദുവിൽ വരത്തക്കവണ്ണം അടുത്തടുത്ത് ചേർത്ത് പതിച്ചുനോക്കുക. മൂന്നു മൂലകളും കോണ്ദ്രങ്ങളാക്കി തുല്യ ആരത്തിൽ ചാപങ്ങൾ വരച്ച് വെട്ടിയെടുത്തു ചേർത്തും വയ്ക്കാവുന്നതാണ്. ഇപ്പോൾ ഒരു കോണുമാപിനിപോലെ



[ചിത്രം 12 (13)]

കാണാമല്ലോ. ഈ പരീക്ഷണത്തിൽ നിന്നും ഏതു ത്രികോണത്തിന്റെയും കോണുകളുടെ തുക 180° ആയിരിക്കുമെന്ന് കാണാം.

> ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളുടെ അളവുകളുടെ തുക 180 ആയിരിക്കും.

പലയളവുകളിലുമുള്ള വിഭിന്നതരം ത്രികോണങ്ങളും നിങ്ങൾ നിർമ്മിച്ചുവല്ലോ. ഇവയിലെല്ലാം ഭുജങ്ങളുടെ അളവുകളും പരിശോധിച്ചാൽ അവ തമ്മിലുള്ള ഒരു പ്രധാനബന്ധം നിങ്ങൾക്ക് കാണാവുന്നതാണ്. ഏറ്റവും 2 ഭുജങ്ങളുടെ അളവുകളുടെ

തുക മൂന്നാമത്തെ മുജത്തിന്റെ അളവിനേക്കാളും കൂടുതലായിരിക്കും. ത്രികോണത്തിലെ വശങ്ങളുടെ നീളം a. b. c എന്നിങ്ങനെയാണെങ്കിൽ

$a + b > c$
$b + c > a$
$c + a > b$ എന്നു കാണാവുന്നതാണ്

> ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതെങ്കിലും 2 മുജങ്ങളുടെ അളവുകളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ മുജത്തിന്റെ അളവിനേക്കാളും കൂടുതലായിരിക്കും.

ഇപ്പോൾ 7 സെമീ, 5 സെമീ, 13 സെമീ, എന്നീ അളവുകളുള്ള മുജങ്ങളോടുകൂടിയ ഒരു ത്രികോണം ഉണ്ടായിരിക്കുകയില്ല എന്നു മനസ്സിലായല്ലോ. ഈ അളവുകളുള്ള ഒരു ത്രികോണം വരയ്ക്കാൻ ഒന്നു ശ്രമിച്ചുനോക്കൂ. അതുപോലെ 15 സെമീ. 10 സെമീ. 5 സെമീ. അളവുകളുള്ള മുജങ്ങളോടുകൂടിയ ഒരു ത്രികോണവും വരയ്ക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ലെന്നു കാണാം.

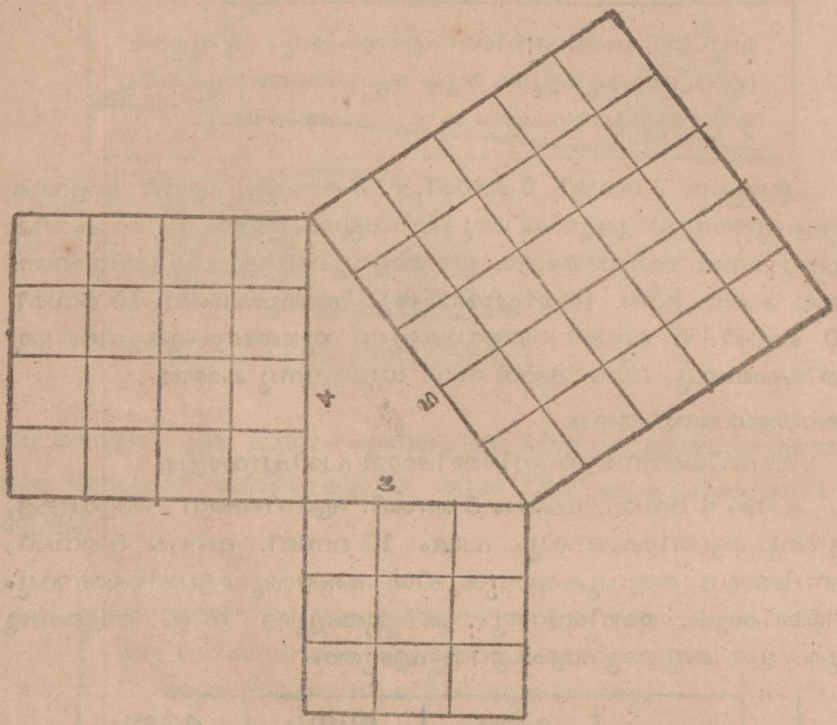
പൈതഗോറസ് തത്വം

മട്ടത്രികോണങ്ങളും നിർമ്മിക്കാൻ പഠിച്ചുവല്ലോ.

പാദം 4 സെമീ. ലംബം 3 സെമീ. എന്നിങ്ങനെ അളവുകളുള്ള ഒരു മട്ടത്രികോണവും പാദം 12 സെമീ. ലംബം 5 സെമീ. എന്നിങ്ങനെ അളവുകളോടുകൂടിയ മറ്റൊരു മട്ടത്രികോണവും നിർമ്മിക്കുക. രണ്ടിന്റേയും കർണ്ണങ്ങളുടെ നീളം അളന്നെഴുതുക. ഇതിനെ ഒരു പട്ടികയിൽ എഴുതാം.

ത്രികോണം	പാദം സെ. മീ	ലംബം സെ. മീ	കർണ്ണം സെ. മീ
ഒന്ന്	4	3	
രണ്ട്	12	5	

പാദം 4 സെമീ. ഉം ലംബം 3 സെമീ. ഉം വരുന്ന ഒരു മട്ടത്രികോണം വരച്ച് കർണ്ണത്തിന്റെ നീളം അളന്നുനോക്കിയപ്പോൾ 5 സെമീ. ആണെന്നു കണ്ടല്ലോ. ആ ത്രികോണത്തിന്റെ ഓരോ വശത്തും തന്നെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ സമചതുരങ്ങൾ വരച്ച് അവയുടെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുക. ഓരോ സമചതുരത്തിനകത്തുമുള്ള ചതുരശ്രങ്ങളുടെ എണ്ണം എത്രയെന്നു നോക്കിയാൽ മതിയല്ലോ.



[ചിത്രം 12 (14)]

ഗ്രാഫ് കടലാസിൽ വരച്ച് ഇതു പരിശോധിക്കാവുന്നതാണ്. വിസ്തീർണ്ണങ്ങളുടെ അളവ് 16, 9, 25 എന്നു കിട്ടുമല്ലോ. സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം ഇതുപോലെ ചതുരശ്രങ്ങളായി ഭാഗിക്കാതെ വശങ്ങളുടെ നീളം ഉപയോഗിച്ച് 42, 32, 52 എന്നിങ്ങനെ കണക്കാക്കാമല്ലോ. ഇതുപോലെ മറ്റേ മട്ടത്രി

ത്രികോണത്തിന്റെ വശങ്ങളിൻമേൽ വരയ്ക്കുന്ന സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കിയാൽ 12, 5, 13 അതായത് 144, 25, 169 എന്നു കിട്ടുമല്ലോ. ചിത്രത്തിലെ ഏറ്റവും വലിയ സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര? ഒറ്റു രണ്ടു ചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര? ഈ വിസ്തീർണ്ണങ്ങൾ തമ്മിൽ സേകരമായ ഒരു ബന്ധമുണ്ട്. നിങ്ങൾക്കതു കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

ആദ്യത്തെ രണ്ടു സമചതുരങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണങ്ങളുടെ അളവുകൾ കൂട്ടിയാൽ മൂന്നാമത്തെ സമചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ അളവു കിട്ടും. ഏതൊരു മട്ടത്രികോണം വരച്ച് വശങ്ങളുടെ അളവു പരിശോധിച്ചാലും പാദവർഗവും ലംബവർഗവും കൂട്ടിയാൽ കർണ്ണവർഗം കിട്ടുമെന്നു കാണാവുന്നതാണ്. ഇതു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ ഒരു പ്രത്യേകതയാണ്. ഈ ബന്ധം വളരെ പുരാതനകാലം മുതൽതന്നെ ഭാരതീയർ നേസ്സിലാക്കിയിരുന്നു. എന്നാൽ ഈ തത്വം യുക്തിയുക്തം സമർത്ഥിച്ചത് പൈതഗോറസ് എന്ന ഒരു ഗ്രീക്കുഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനായിരുന്നു. അതുകൊണ്ട് ഈ ബന്ധത്തിന് പൈതഗോറസ് തത്വം എന്നാണ് പറഞ്ഞുവരുന്നത്.

ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ കർണ്ണവർഗം = പാദവർഗം + ലംബവർഗം

ഇതുപയോഗിച്ച് ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു വശങ്ങളുടെ അളവുകൾ അറിയാമെങ്കിൽ മൂന്നാമത്തെ വശത്തിന്റെ അളവ് കണക്കുകൂട്ടി കണ്ടുപിടിക്കാം.

ഉദാ:—(1) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ പാദം 8 സെമീ. ഉം ലംബം 6 സെമീ ഉം ആയാൽ കർണ്ണത്തിന്റെ നീളമെന്ത്?

$$\text{കർണ്ണം}^2 = \text{പാദം}^2 + \text{ലംബം}^2$$
$$= 8^2 + 6^2$$
$$= 64 + 36$$
$$= 100$$
$$\therefore \text{കർണ്ണം} = \sqrt{100} = 10$$

$\therefore$ കർണ്ണത്തിന്റെനീളം = 10 സെമീ.

ഉദാ:—(2) ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിലെ കർണ്ണം 15 സെ.മീ. ഉം പാദം 12 സെമീ. ഉം ആയാൽ ലംബം എത്ര?

$$\text{ലംബം}^2 = \text{കർണ്ണം}^2 - \text{പാദം}^2$$
$$= 15^2 - 12^2$$
$$= 225 - 144 = 81$$
$$\text{ലംബം} = \sqrt{81} = 9$$

∴ ലംബത്തിന്റെ നീളം = 9 സെമീ

ഉദാ:—3

ലംബമായ ഒരു ഭിത്തിയിൽ 3.7 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരേണി ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു. ഏണിയുടെ ചുവട് ഭിത്തിയിൽനിന്ന് 1.2 മീറ്റർ അകലെയായാൽ ഏണിയുടെ അഗ്രം തറയിൽ നിന്ന് എത്ര ഉയരത്തിലായിരിക്കും?

ABC എന്ന മട്ടത്രികോണം വരയ്ക്കുക. $\angle B = 90$

$AB^2 = AC^2 - BC^2$

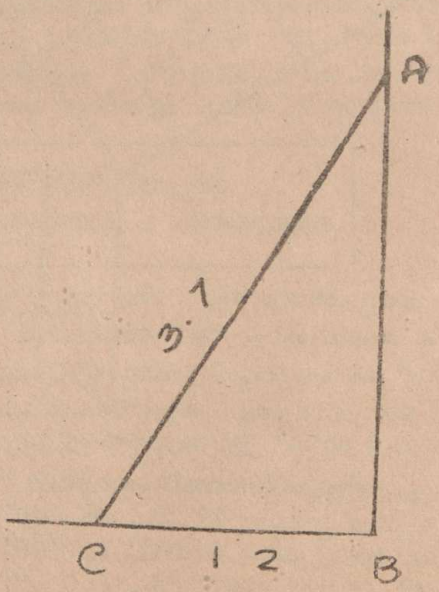
$= 3.7^2 - 1.2^2$

$= 13.69 - 1.44$

$= 12.25$

∴ $AB = \sqrt{12.25} = 3.5$

∴ ഏണിയുടെ അഗ്രത്തിന്റെ ഉയരം = 3.5 മീറ്റർ



[ചിത്രം 12 (15)]

അഭ്യാസം 12 (2)

I ചില മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെ അളവുകളാണ് താഴെ തന്നിരിക്കുന്നത്. അതിൽ വിട്ടുപോയവ പൂരിപ്പിക്കുക.

കർണ്ണം	പാദം	ലംബം
1) —	12 സെ. മീ	9 സെമീ
2) 25 മീ	20 മീ	—
3) 17 മസമീ	—	12 സെമീ
4) —	a സെ.മീ	b സെമീ
5) 35 മീ	—	15 മീ

II 2.5 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരേണി ഭിത്തിയിൽ ചാരിവച്ചിരിക്കുന്നു. ഏണിയുടെ ചുവട് ഭിത്തിയിൽനിന്നും 70 സെമീ അകലെയാണെങ്കിൽ ഏണിയുടെ അഗ്രം തറയിൽനിന്ന് എത്ര ഉയരത്തിലാണ്?

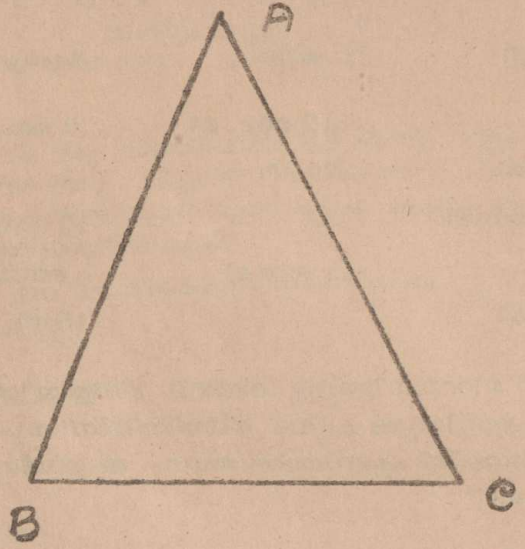
III 3.25 മീറ്റർ നീളമുള്ള ഒരേണിയുടെ ചുവട് ഭിത്തിയുടെ ചുവട്ടിൽനിന്നും 1.5 മീറ്റർ അകലെയാണ്. തറയിൽനിന്ന് ഏതുയരത്തിലായിരിക്കും ഏണിയുടെ അഗ്രം?

IV ഒരു തെങ്ങിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്ന് 15 മീറ്റർ അകലെയുള്ള വൃക്ഷത്തിന്റെ ചുവട്ടിലേയ്ക്ക് തെങ്ങിന്റെ ചുവട്ടിൽനിന്നും 26 മീറ്റർ ഉയരത്തിൽ കമ്പിയിട്ടുകെട്ടണം. കെട്ടുന്നതിന് 5 മീറ്റർ കമ്പി അധികം വേണം. ആകെ എത്ര മീറ്റർ കമ്പി വേണം.

സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ

2 മുജ്ജന്മം സർവസമങ്ങളായ ത്രികോണങ്ങളെയാണ് സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ എന്നു പറയുന്നതെന്നു മനസ്സിലാ

ക്കിയല്ലോ. സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പ്രത്യേകതകം എ ന്തെല്ലാമെന്ന് നമുക്കു നോക്കാം.



[ചിത്രം 12 (16)]

ചിത്രത്തിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത് ABC എന്ന ഒരു സമ പാർശ്വത്രികോണമാണ്. സർവസമങ്ങളായ $\overline{AB}$. $\overline{AC}$ എന്നീ ശങ്കളെ പാർശ്വങ്ങൾ എന്നും BC-യെ പാദമെന്നും പറയുന്നു. $\angle B$, $\angle C$ എന്നിവയെ പാദകോണുകളെന്നും $\angle A$-യെ ശീർഷകോൺ എന്നും വിളിക്കുന്നു.

AB 5 cm. AC 5 cm. BC 4 cm വരുന്ന ABC എന്ന ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം വരച്ച് അതിന്റെ കോണുകളെ അളന്ന് പരിശോധിക്കുക. ഈ അളവിൽ ഒരു ത്രികോണം കടലാസിൽ വരച്ച് വെട്ടിയെടുക്കുക. C, B യുടെ മുകളിൽ വരത്തക്ക വണ്ണം A യിൽകൂടി മടക്കുക. എന്തു പ്രത്യേകതയാണു കാണു ന്നത്? $\angle B$യും $\angle C$യും തുല്യമെന്നു കാണാം. വേറെയും

സമപാർശ്വത്രികോണങ്ങളും വരച്ചു കോണുകളും പരിശോധിച്ചു നോക്കുക. എല്ലായ്പ്പോഴും സർവ്വസമങ്ങളായ ജോടങ്ങൾക്ക് എതിരെയുള്ള കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളാണെന്നു കാണുന്നു. ചില ഉദാഹരണങ്ങളിൽകൂടി ഇപ്പോൾ എത്തിച്ചേർന്ന സാമാന്യതത്ത്വമാണ് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നത്.

> ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടുവശങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായാൽ, അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

ഈ സാമാന്യതത്ത്വത്തിൽ സങ്കല്പാനുമാനങ്ങളും ഏതെല്ലാമെന്നു പറയാൻ നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. ഈ സങ്കല്പാനുമാനങ്ങളും പരസ്പരം മാറി ഇതിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന ഏതാണെന്നു നോക്കാം. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ രണ്ടു കോണുകളും സർവസമങ്ങളാണ് എങ്കിൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള വശങ്ങളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും. ചില ഉദാഹരണങ്ങളെടുത്ത് ഇതു ശരിയാണോ എന്നു പരിശോധിക്കാം.

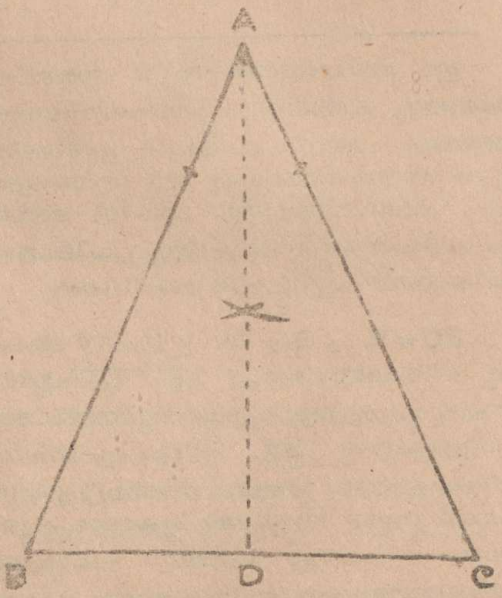
$BC = 6$, $\angle B = 70$, $\angle C = 70$ ആകത്തക്കവിധം ABC എന്ന ഒരു ത്രികോണം വരച്ച് AB, AC എന്നിവയുടെ നീളം അളന്നു നോക്കുക. എന്താണു കാണുന്നത്? രണ്ട് അളവുകളും തുല്യമായിരിക്കും. $\angle B$, $\angle C$ എന്നിവ ചേർന്നുവരത്തക്കവിധം ത്രികോണങ്ങൾ മാറിമാറിനോക്കിയും ഇതു പരിശോധിക്കുക. ഇതേപോലെ രണ്ടു തുല്യഅളവുകളോടുകൂടിയ വേറെയും ത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിച്ച് ജോടങ്ങൾ പരിശോധിക്കുക അങ്ങനെ വിപരീതപ്രസ്താവന ശരിയാകുമെന്നു കാണാം.

> ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു കോണുകളും സർവസമങ്ങളായാൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള ജോടങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

വിഷമഭുജത്രികോണങ്ങളുടെ കോണുകൾ പരിശോധിച്ചു നോക്കിയിട്ടുണ്ടോ? കോണുകളുടെ അളവുകൾ തുല്യമാണോ? ഏതു കോണിന്റെ അളവാണ് കൂടുതൽ? ഏററവും വലിയ കോൺ ഏററവും വലിയ ഭുജത്തിനെതിരെയായിരിക്കും എന്നു കാണാവുന്നതാണ്. മറിച്ച് ഏററവും വലിയ വശം ഏററവും വലിയ കോണിന് എതിരായിരിക്കുകയും ചെയ്യും.

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം നിർമ്മിച്ച് അതിലെ ശീർഷകോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മി വരയ്ക്കുക.

സമപാർശ്വത്രികോണത്തിലെ ശീർഷകോണിന്റെ സമദ്വിഭാജിക്ക് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകതയുണ്ടോ? സമദ്വിഭാജി എതിർഭുജത്തെ D യിൽ സംഗമിക്കുന്നു എങ്കിൽ BD യും DC യും തുല്യനീളമുള്ളവയാണെന്നു കാണാം.



[ചിത്രം 12 (17)]

△ABC കടലാസിൽ വരച്ച് AB, BC, $\overline{AC}$ എന്നീ വശങ്ങളിൽ കൂടി കടലാസ് വെട്ടിയെടുക്കുക. $\overline{AB}$, AC എന്നീ വശങ്ങൾ ചേർന്നു വരത്തക്കവിധം A യിൽകൂടി ഇതു മടക്കുക. അപ്പോൾ പാദത്തിന്റെ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്നുവരുന്നതുകൂടാതെ പാദത്തിലുള്ള ശീർഷങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്നുവരുന്നതായി കാണാം. ഇതിൽനിന്നും സമപാർശ്വത്രികോണത്തിലെ ശീർഷകോണിന്റെ, മദ്ധ്യരശ്മി പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബമാണെന്നു കാണാം. വേറെയും സമപാർശ്വത്രികോ

ണങ്ങളുടെ ശീർഷകോണുകളുടെ മദ്ധ്യരശ്മികളും വരച്ചു പരിശോധിച്ചാലും ഈ വസ്തുത ശരിയായിരിക്കും.

> ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ ശീർഷകോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മി എതിർഭുജത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബമായിരിക്കും

ഈ സാമാന്യതത്വത്തിന്റെ വിപരീതപ്രസ്താവന എഴുതി അതു സത്യവാക്യമാണോ എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കു.

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബം വരച്ചുനോക്കുക. അത് ശീർഷകോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മിയാണെന്നു കാണാം. ഇതു കടലാസു മടക്കിനോക്കിയും കണ്ടുപിടിക്കാവുന്നതാണ്

> ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബം ശീർഷകോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മികൂടി ആയിരിക്കും.

സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ "ഉന്നതി" ഈ ലംബസമരേഖയിലെ ഒരു രേഖാഖണ്ഡമാണ്.

സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ ശീർഷകോണല്ലാത്ത കോണുകളുടെ മദ്ധ്യരശ്മികൾക്ക് ഈ പ്രത്യേകതയുണ്ടോ എന്ന് പരിശോധിച്ചുനോക്കുക ഇല്ലെന്നു കാണാം.

ഒരു വിഷമഭുജത്രികോണത്തിലും കോണുകളുടെ മദ്ധ്യരശ്മികൾക്ക് ഈ പ്രത്യേകതകളും ഇല്ലെന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

നിർമ്മിതി 6

പാദവും ഉന്നതിയും തന്നാൽ ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം

PQR എന്ന സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ പാദം $\overline{QR}$ ന്റെ നീളം 4 സെമീ. എന്നും ഉന്നതി 6 സെമീ. എന്നുമിരിക്കട്ടെ.

ഉന്നതി പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബത്തിൽ ആണെന്ന് ഓർത്താൽ നിർമ്മിതിക്ക് പ്രയാസമില്ല.

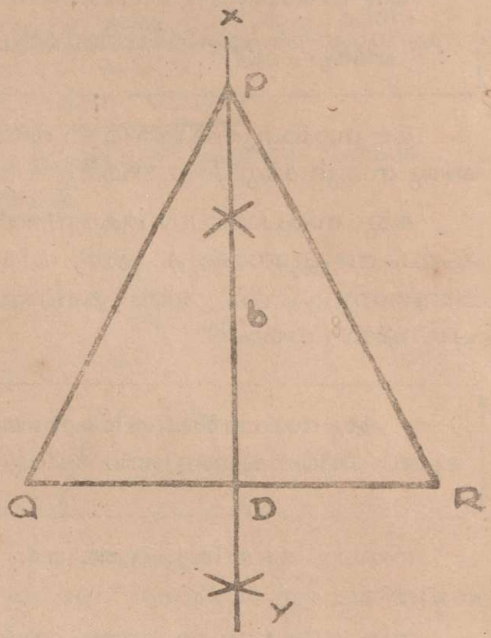
ക്രിയാക്രമം

a) 4 സെമീ നീളത്തിൽ QR വരയ്ക്കുക.

b) $\overline{QR}$ ന്റെ മദ്ധ്യലംബം $\overleftrightarrow{XY}$ വരയ്ക്കുക. അത് QR നെ D യിൽ സംഗമിക്കട്ടെ.

c) $\overleftrightarrow{XY}$ൽ D യിൽ നിന്ന് 6 സെമീ അകലത്തിൽ P അടയാളപ്പെടുത്തുക

d) $\overline{PQ}$, $\overline{PR}$ വരയ്ക്കുക PQR ആവശ്യപ്പെട്ട സമപാർശ്വ ത്രികോണം ആയിരിക്കും.



[ചിത്രം 12 (18)]

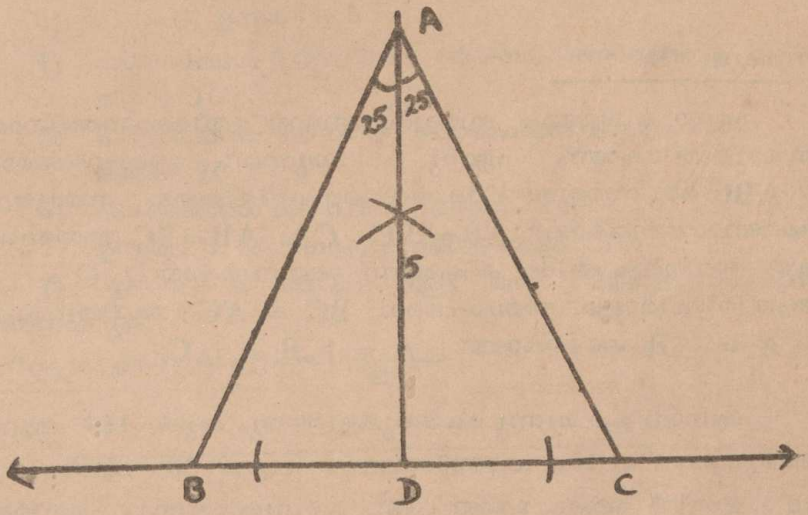
നിർമ്മിതി 7

ഉന്നതിയും, ശീർഷകോണും തന്നാൽ ഒരു സമപാർശ്വ ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്ന വിധം.

ABC എന്ന സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ ഉന്നതി 5 സെമീ ശീർഷകോണിന്റെ അളവ് 50° ത്രികോണം വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ? ഉന്നതി പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബത്തിലാണെന്നും, ഈ മദ്ധ്യലംബം ശീർഷകോണിന്റെ സമഭാജിയാണെന്നും അറിയാമല്ലോ ഇതുപയോഗിച്ച് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കാം.

ക്രിയാരീതി

a) $\overleftrightarrow{XY}$ എന്ന ഒരു രേഖ വരച്ച് അതിൽ D എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.



[ചിത്രം 12 (19)]

b) D–യിൽക്കൂടി $\overleftrightarrow{XY}$–യ്ക്ക് ലംബം വരയ്ക്കുക.

c) ലംബത്തിൽ D യിൽനിന്ന് 5 സെമീ. അകലെയായി A എന്ന ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

d) $\angle DAB = 25$–ഉം $\angle DAC = 25$–ഉം ആകത്തക്കവണ്ണം $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ വരച്ച് $\overleftrightarrow{XY}$–യെ B, C എന്നീ ബിന്ദുക്കളിൽ ഖണ്ഡിക്കുക. ABC ആവശ്യപ്പെട്ട സമപാർശ്വത്രികോണം ആയിരിക്കും.

ശീർഷകോണിനു പകരം ഇവിടെ പാർശ്വങ്ങളുടെ അളവു കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അതുകൊണ്ടു ശീർഷകോണിന്റെ അളവു കണ്ടുപിടിക്കണം. അതിനുശേഷം സമപാർശ്വത്രികോണം നിർമ്മിക്കാമല്ലോ. എങ്ങനെ? ശീർഷകോണിന്റെ അളവിനുപകരം പാദകോണിന്റെ അളവാണു തന്നിട്ടുള്ളതെങ്കിലോ? ത്രികോണത്തിലെ കോണുകളുടെ ആകെ തുക 180 എന്നു് അറിയാവുന്നതുകൊണ്ടു് ശീർഷകോൺ കണക്കാക്കാമല്ലോ.

സമഭുജത്രികോണം

എല്ലാ ഭുജങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായ ത്രികോണത്തിനാണു് സമഭുജത്രികോണം എന്നു പറയുന്നതു്. ഉദാഹരണമായി $\triangle ABC$ ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണെന്നിരിക്കട്ടെ. സമഭുജത്രികോണമായതുകൊണ്ടു് $AB = BC = CA$. $AB = BC$ ആയതുകൊണ്ടു് അവയ്ക്കെതിരേ കിടക്കുന്ന കോണുകളായ $\angle C = \angle A$ ആയിരിക്കുമല്ലോ. അതുപോലെ $BC = AC$ ആയതുകൊണ്ടു് $\angle A = \angle B$ അതുകൊണ്ടു് $\angle A = \angle B = \angle C$.

എന്നാൽ ഈ മൂന്നു കോണുകളുടെയും തുക 180° ആണു്. അതുകൊണ്ടു് ഓരോ കോണിന്റേയും അളവു് 60 ആയിരിക്കുമല്ലോ. ഇതിൽ ഏതു കോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മിയും എതിർഭുജത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബം കൂടിയായിരിക്കും. അതുപോലെതന്നെ ഏതു ഭുജത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബവും എതിർകോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മിയും ആയിരിക്കും.

ഒരു സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിക്കുവാൻ ഒരു വശത്തിന്റെ നീളം മാത്രം അറിഞ്ഞാൽ മതിയല്ലോ.

ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിൽ ഉന്നതിയും ശീർഷകോണും അറിഞ്ഞാൽ എങ്ങനെയാണു് ത്രികോണം നിർമ്മിക്കുന്നതെന്നു് പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. സമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി മാത്രം തന്നാൽ വരച്ചുകൂടെ? ശീർഷകോൺ പറയേണ്ടതുണ്ടോ?

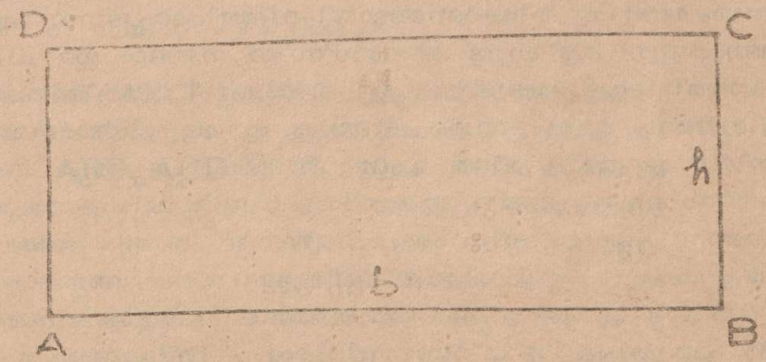
അഭ്യാസം 12 (3)

I. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന അളവുകളോടുകൂടിയ സമ പാർശ്വത്രികോണങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുക. (നീളങ്ങൾ സെ: മീറ്ററിൽ)

1) പാദം 3,5, പാദകോണുകളുടെ അളവ് 55
2) പാദം 4, ഉന്നതി 3.
3) പാദം 6, ഉന്നതി 4.5
4) പാർശ്വങ്ങൾ 5.5 വീതം, ശീർഷകോണിന്റെ അളവ് 105.
5) പാർശ്വങ്ങൾ 4.6 വീതം. പാദകോണുകളുടെ അളവ് 70
6) പാർശ്വങ്ങൾ 4.5 വീതം, ലംബം 3
7) ഉന്നതി 6. ശീർഷകോണിന്റെ അളവ് 70

II. ഉന്നതി 6 സെ.മീ. ഉള്ള ഒരു സമഭുജത്രികോണം നിർമ്മിക്കുക.

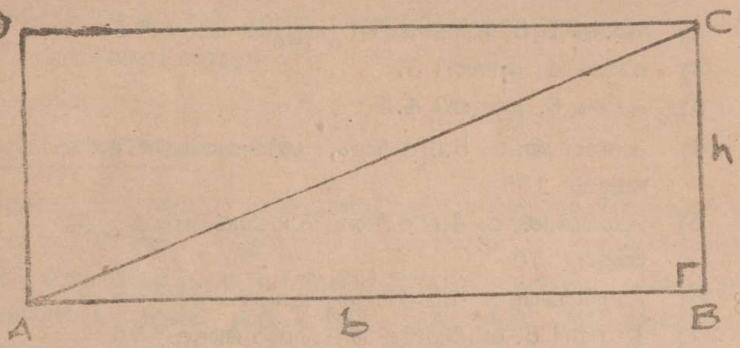
ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം



[ചിത്രം 12 (20)]

ചതുരത്താൽ ആവൃതമായ സ്ഥലത്തിന് ചതുരക്ഷേത്രം, എന്നു പറയും. ചതുരക്ഷേത്രങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടു പിടിക്കാനുള്ള ഉപായം കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ നിങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ.

ഓർമ്മിക്കുക. മുകളിലുള്ള ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചതുരമാണ്. പാദം b യൂണിററും ഉന്നതി h യൂണിററും ആണ്. അതുകൊണ്ട് ഈ ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം പാദത്തിന്റേയും ഉന്നതിയുടേയും ഗുണനഫലമായ bh ആയിരിക്കുമല്ലോ.



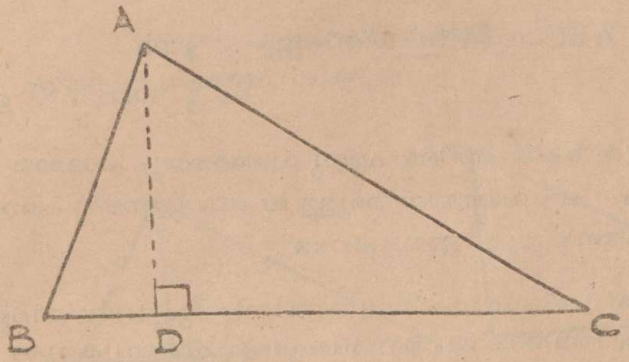
[ചിത്രം 12 (21)]

ഈ ചിത്രം നോക്കുക. ചതുരത്തിലെ ഒരു ജോടി ശീർഷങ്ങളെ യോജിപ്പിച്ച് $\overline{AC}$ രേഖാഖണ്ഡം വരച്ചിരിക്കുന്നു. അപ്പോൾ ചതുരം രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളായി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു എന്നു കാണാമല്ലോ. കട്ടിയുള്ള കടലാസ്സിൽ നിങ്ങൾ ഈ ചിത്രം പകർത്തി വെട്ടിയെടുക്കുക. AĆ യിൽക്കൂടി അതിനെ വെട്ടി ത്രിഭുജങ്ങൾ രണ്ടും വേർപെടുത്തുക. ഈ മട്ടത്രികോണങ്ങളിൽ ഒന്നിനെ മറെറതിനു മീതേ വച്ചു താരതമ്യപ്പെടുത്തുക. രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടേയും ആകൃതിയും വലിപ്പവും ഒരേപോലെയാണെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. അതായത് രണ്ടു ത്രികോണക്ഷേത്രങ്ങളും തുല്യവിസ്തീർണ്ണമുള്ളവയാണ്. അതുകൊണ്ട് ഇതിൽ ഒരു മട്ടത്രികോണക്ഷേത്രത്തിന് ചതുരക്ഷേത്രത്തിന്റെ പകുതി വിസ്തീർണ്ണമായിരിക്കും. ത്രികോണക്ഷേത്രത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നതു ചുരുക്കി ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എന്നു പറയാം.

∴ മട്ടത്രികോണം ABC–യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2}$ bh ചതുരശ്രയൂണിററ്
$= \frac{1}{2} \times$ പാദം $\times$ ഉന്നതി

അപ്പോൾ ഒരു മട്ടത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണാൻ അതിലെ മട്ടകോണിന്റെ ഭുജങ്ങളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതി കണ്ടാൽ മതി.

ഇനി വിഷമഭുജത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം കാണുന്നതെങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.



[ചിത്രം 12 (22)]

ഈ ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു വിഷമഭുജത്രികോണമാണ്. ഇതിൽ A-യിൽ നിന്ന് BC -യ്ക്കുള്ള ലംബമായ $\overline{AD}$ വരച്ചിരിക്കുന്നു. ഇവിടെ ABD, ACD എന്നീ ത്രികോണക്ഷേത്രങ്ങൾ ചേർന്നാൽ ആദ്യത്തെ ത്രികോണക്ഷേത്രമായ ABC ആകുമെന്നു കാണാമല്ലോ. അതുകൊണ്ട് $\triangle$ ABC-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം ചിത്രത്തിൽ കാണുന്ന രണ്ടു മട്ടത്രികോണങ്ങളുടെയും വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ അളവുകളുടെ തുകയായിരിക്കും. BC = b എന്നും BD = x എന്നും DC = y എന്നും AD = h എന്നും വിചാരിക്കുക. മുൻപു പഠിച്ചതനുസരിച്ച്.

മട്ടത്രികോണം ABD-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{2}$ xh

മട്ടത്രികോണം ACD-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം = $\frac{1}{4}$ yh

കൂട്ടിയാൽ ത്രികോണം ABC-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം

$= \frac{1}{2} xh + \frac{1}{2} yh$

$= \frac{1}{2} (xh + yh)$ [വിതരണനിയമം]

$= \frac{1}{2} (x + y) h$ [വിതരണനിയമം]

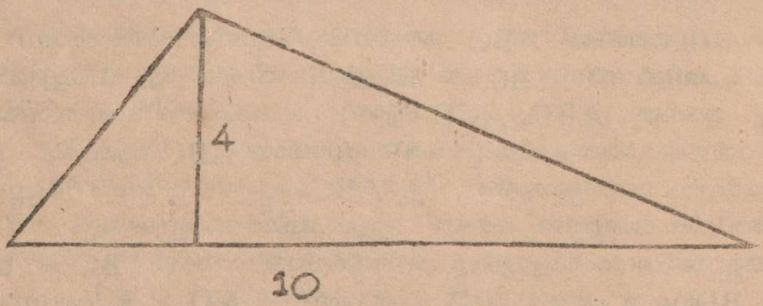
എന്നാൽ $x+y = b$ ആണ്.

$\therefore \triangle$ ABC-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം $= \frac{1}{2} bh$

$= \frac{1}{2} \times$ പാദം $\times$ ഉന്നതി

ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതു വശത്തേയും പാദമായി സങ്കല്പിക്കാം. ആ വശത്തേയ്ക്കുള്ള ലംബം (ഉന്നതി) കണക്കിലെടുക്കണമെന്നേയുള്ളു. അതുകൊണ്ട്.

"ഏതു ത്രികോണക്ഷേത്രത്തിന്റേയും വിസ്തീർണ്ണം അതിന്റെ പാദത്തിന്റേയും ഉന്നതിയുടേയും അളവുകളുടെ ഗുണനഫലത്തിന്റെ പകുതി ആയിരിക്കും."



[ചിത്രം 12 (23)]

ഈ ത്രികോണത്തിൽ പാദം 10 സെമീ. ഉന്നതി 4 സെമീ ആണ്.

∴ ത്രികോണത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം

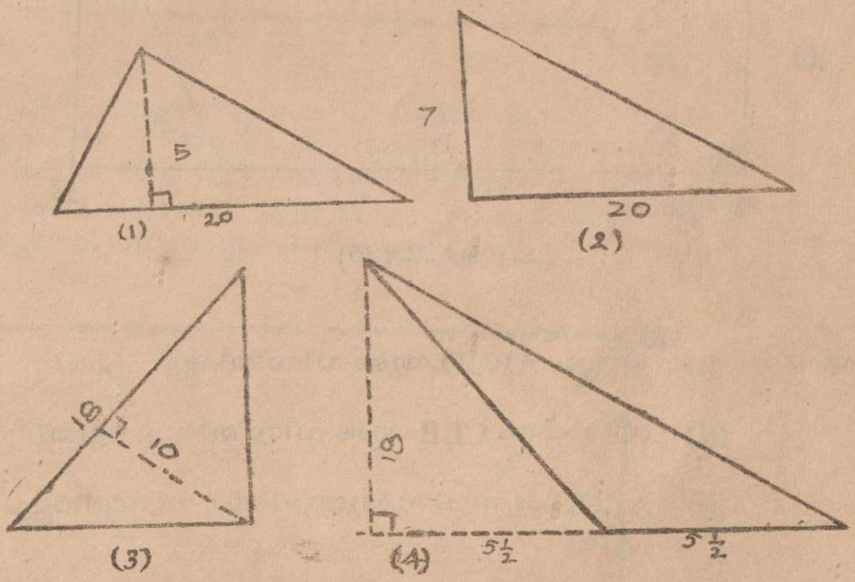
$= \frac{1}{2}$ പാദം × ഉന്നതി

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 4$ ച. സെമീ.

$= 20$ ച. സെമീ.

അഭ്യാസം 12 (4)

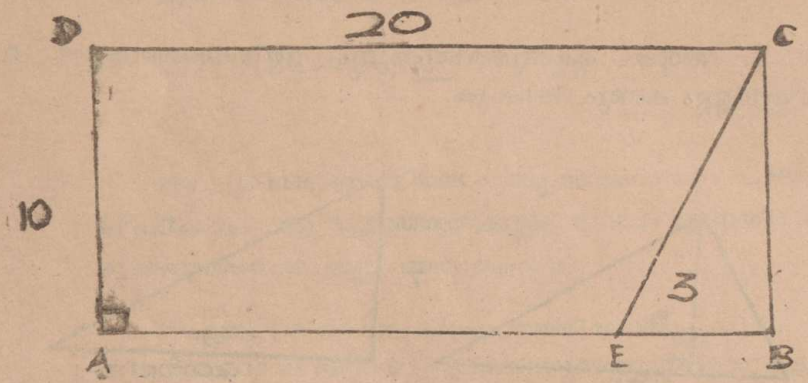
1. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ത്രികോണങ്ങളുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണ്ടുപിടിക്കുക.



[ചിത്രം 12 (24)]

2. ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ പാദം 30 സെമീ. ഉന്നതി 25 സെമീ. ആയാൽ അതിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര ച.സെ മീ.

3. ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു പുരയിടത്തിന്റെ പ്ലാനാണ് കാണിച്ചിരിക്കുന്നത്. B-യിൽ നിന്ന് 3 മീ. ഇടത്തോട്ടുമാറിയുള്ള E-യിൽനിന്നു C-യിലേയ്ക്കു വേലികെട്ടിയിരിക്കുന്നു.



[ചിത്രം 12 (25)]

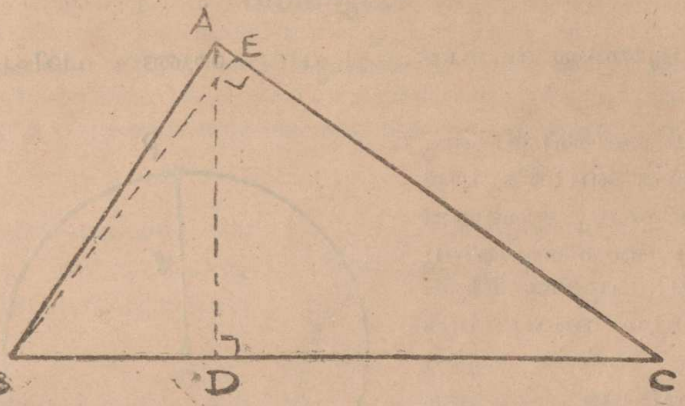
എന്നാൽ (i) ചതുരം ABCD-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?

(ii) ത്രികോണം CEB-യുടെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?

(iii) AECD എന്ന ചതുർഭുജത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?

4. ത്രികോണത്തിന്റെ ആകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ ഏറ്റവും നീളം കൂടിയ വശത്തിന് 13 മീറ്ററും ആ വശത്തേയ്ക്കുള്ള ഉന്നതിക്ക് 10 മീറ്ററും നീളമുണ്ടെങ്കിൽ ആ പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണം എത്ര?

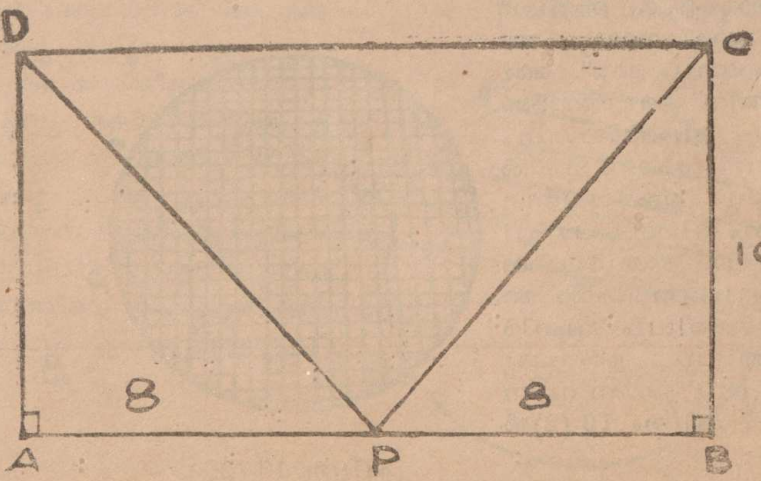
5. ഈ ചിത്രത്തിൽ [12 (26)] BC = 20, AC = 30, AD = 15 ആയാൽ ലംബം BE എത്ര?



[ചിത്രം 12 (26)]

6. ഒരു ചതുരത്തിനും ഒരു ത്രികോണത്തിനും തുല്യവിസ്തീർണ്ണമാണ്. അവയുടെ പാദങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളാണ് എന്നാൽ അവയുടെ ഉന്നതികളെപ്പറ്റി എന്ത് ഊഹിക്കാം?

7. ഈ ചിത്രത്തിൽ ABCD ഒരു ചതുരമാണ് എങ്കിൽ PCD—യുടെ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക.



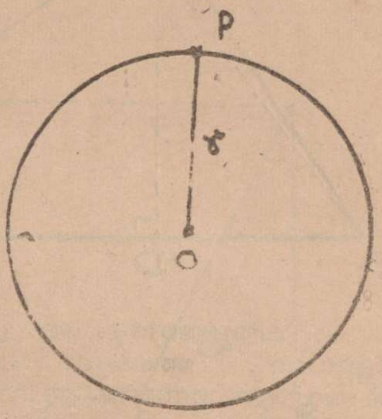
[ചിത്രം 12 (27)]

അദ്ധ്യായം 13

വൃത്തം

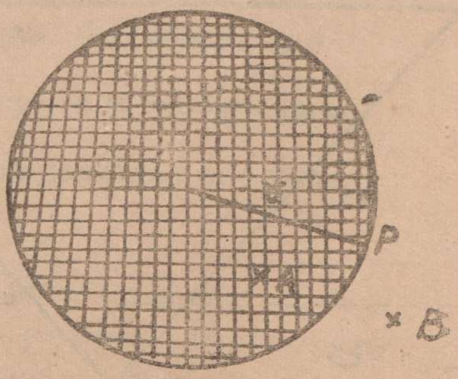
വൃത്തത്തെ സംബന്ധിച്ച ചില കാര്യങ്ങൾ പഠിച്ചുവല്ലോ.

ഒരു തലത്തിലെ ഒരു നിർദിഷ്ടബിന്ദുവിൽ നിന്ന് തുല്യ അകലത്തിലായി അതേ തലത്തിലുള്ള ബിന്ദുക്കൾ മാത്രം അടങ്ങിയ സംവൃതവക്രമാണ് വൃത്തം എന്നു പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ വക്രത്തിന്റെ നീളത്തിന് വൃത്തപരിധി എന്നു പറയുന്നു.



[ചിത്രം 13 (1)]

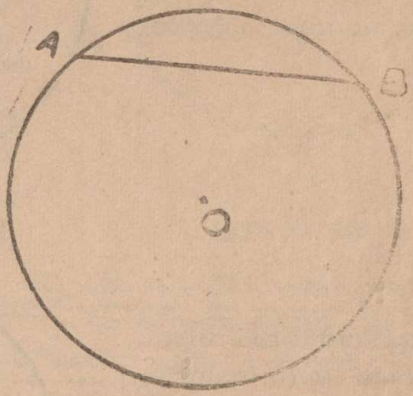
വൃത്തം ഒരു സംവൃത രൂപമാണല്ലോ. അതിന് ഒരു അന്തർഭാഗവും ബഹിർഭാഗവും ഉണ്ട്. ഒരു കോണിന് ഒരു അന്തർഭാഗവും ബഹിർഭാഗവും ഉണ്ടെന്നു. കോൺ ഇതിൽ രണ്ടിലും ഉൾപ്പെടുന്നതല്ലെന്നും നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടുണ്ടല്ലോ. അതുപോലെ വൃത്തവും അതിന്റെ അന്തർഭാഗത്തിലും ബഹിർഭാഗത്തിലും ഉൾപ്പെടുന്നില്ലെന്നു കാണാവുന്നതാണ്. ചിത്രം 13 (2)ൽ



[ചിത്രം 13 (2)]

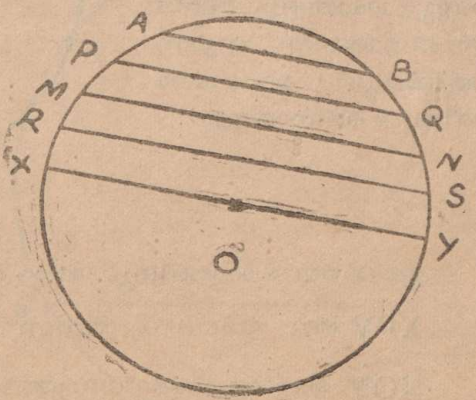
കാണുന്നത് r ആരമുള്ള ഒരു വൃത്തമാണ്. കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം r ൽ കുറവായ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും ചേർന്നതാണ് വൃത്തത്തിന്റെ അന്തർഭാഗം. ഇതുപോലെ കേന്ദ്രത്തിൽ നിന്നുള്ള അകലം r-നേക്കാൾ കൂടുതലായ എല്ലാ ബിന്ദുക്കളും വൃത്തത്തിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തും ആയിരിക്കുമല്ലോ. ചിത്രത്തിൽ ബിന്ദു A വൃത്തത്തിന്റെ അന്തർഭാഗത്തും B ബഹിർഭാഗത്തുമാണ്.

ഒരു വൃത്തംകൊണ്ട് സംവൃതമായ സ്ഥലത്തിനു വൃത്തകഷേത്രം എന്നുപറയുന്നു.



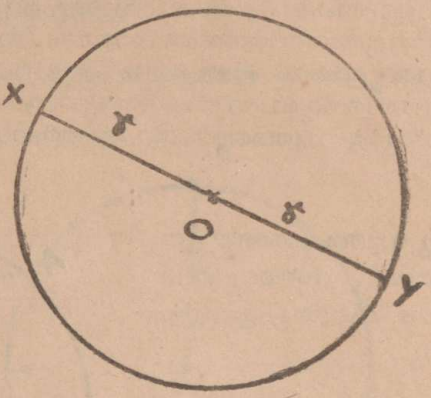
[ചിത്രം 13 (3)]

വൃത്തത്തിലെ രണ്ടു ബിന്ദുക്കളെ അഗ്രബിന്ദുക്കളായുള്ള രേഖാഖണ്ഡമാണ് വൃത്തത്തിലെ ഞാൺ. ചിത്രം 13 (3) ൽ $\overline{AB}$ ഒരു ഞാൺ ആകുന്നു. വൃത്തകേന്ദ്രത്തിനോട് അടുത്തടുത്തു വരുന്തോറും ഞാണുകളുടെ നീളം വർദ്ധിക്കുന്നു. കേന്ദ്രത്തിൽ കൂടെ പോകുന്ന ഞാൺ ആയിരിക്കും ഏറ്റവും വലുത്. അങ്ങനെ വൃത്തത്തിന്റെകേന്ദ്രബിന്ദു ഉൾപ്പെടുന്ന ഞാണിനെ വൃത്തത്തിന്റെ വ്യാസം എന്നു പറയുന്നു.



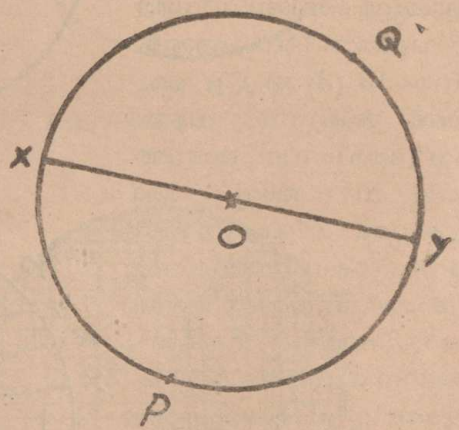
[ചിത്രം 13 (4)]

വ്യാസത്തിൽ വൃത്തകേന്ദ്രം ഉൾപ്പെടുന്നതുകൊണ്ട് രണ്ട് ആരം ചേർന്നതാണ് വ്യാസമെന്നു കാണാം. അതുകൊണ്ട് ആരത്തിനെ 'അർദ്ധവ്യാസം അല്ലെങ്കിൽ വ്യാസാർദ്ധം, എന്നും പറയാറുണ്ട്.



[ചിത്രം 13 (5)]

വൃത്തത്തിലെ വ്യാസത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളും രണ്ടു ചാപങ്ങളെ നിർണയിക്കുന്നു. ഈ രണ്ടു ചാപങ്ങളും സർവസമങ്ങളാണെന്ന് വ്യാസത്തിൽകൂടി മടക്കിനോക്കിയാൽ കാണാമല്ലോ.



[ചിത്രം 13 (6)]

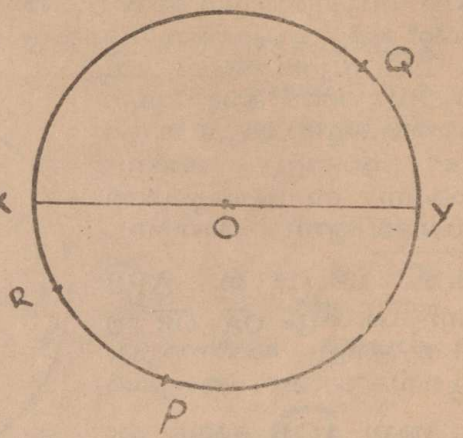
ഈ ഓരോ ചാപത്തിനും 'അർദ്ധവൃത്തം.' എന്നാണ് പേർ

$\overset{\frown}{XPY}$ ഒരു അർദ്ധവൃത്തമാണ്.

$\overset{\frown}{XQY}$ മറ്റൊരു അർദ്ധവൃത്തമാണ്.

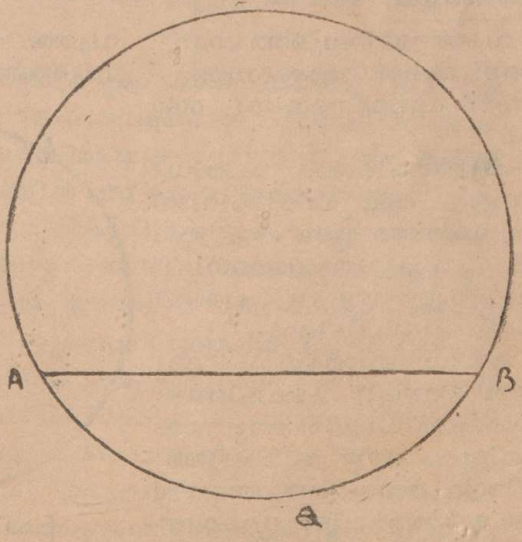
$\overset{\frown}{XPY} = \overset{\frown}{XQY}$

ചിത്രം 13 (10)ൽ കാണുന്നതുപോലെ ഒരു വൃത്തത്തിൽ R എന്ന ഒരു ബിന്ദുകൂടി അടയാളപ്പെടുത്തി നോക്കുക ഇപ്പോൾ $\overset{\frown}{RPY}$ ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തിനേക്കാൾ ചെറുതും $\overset{\frown}{YQR}$ ഒരു അർദ്ധവൃത്തത്തേക്കാൾ വലുതും ആണെന്നു വ്യക്തമാണല്ലോ. $\overset{\frown}{RPY}$ യെ ലഘുചാപം എന്നും $\overset{\frown}{YQR}$ നെ ബൃഹത് ചാപം എന്നും പറയുന്നു.



[ചിത്രം 13 (7)]

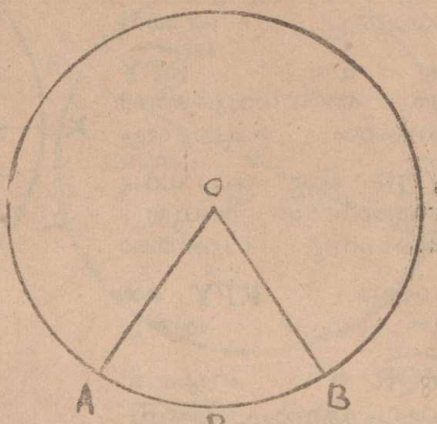
ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപവും, അതിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽക്കൂടിയുള്ള ഞാണും ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന ഒരു സംവൃതരൂപത്തിന് വൃത്ത സെഗ്മെൻറ് എന്നു പറയുന്നു. ചിത്രം 13 (8)ൽ $\overset{\frown}{APB}$ എന്ന ചാപവും AB എന്ന ഞാണും ചേർന്ന രൂപം ഒരു സെഗ്മെൻറാണ്. $\overset{\frown}{AQB}$ യും AB യും ചേർന്നത് മറ്റൊരു സെഗ്മെൻറാണ്. ഒരു ഞാൺ വൃത്തത്തെ ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ രണ്ടുസെഗ്മെൻറുണ്ടാകുന്നുവെന്ന് മനസ്സിലാക്കാം. ലഘുചാപം ചേർന്ന സെഗ്



[ചിത്രം 13 (8)]

മെൻറ് ലഘുസെഗ്മെൻറും ബൃഹത്ചാപം ചേർന്ന സെഗ്മെൻറ് ബൃഹത്സെഗ്മെൻറും, അർദ്ധവൃത്തം ചേർന്ന സെഗ്മെൻറ് അർദ്ധവൃത്തസെഗ്മെൻറും ആകുന്നു.

ഒരു വൃത്തത്തിലെ ഒരു ചാപവും അതിൻെറ അഗ്രബിന്ദുക്കളിൽ ക്കൂടിയുള്ള രണ്ട് ആരങ്ങളും ചേർന്നുണ്ടാകുന്ന സംവൃതരൂപത്തെ സെക്ടർ എന്നു പറയുന്നു.



[ചിത്രം 13 (9)]

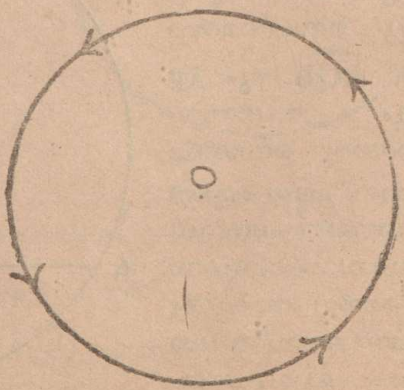
ചിത്രം 13 (11)ൽ $\overset{\frown}{APB}$ എന്ന ചാപവും $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ എന്നീ ആരങ്ങളും ചേർന്നരൂപം ഒരു സെക്ടറാണ്. അതുപോലെ തന്നെ $\overset{\frown}{AQB}$ എന്ന ചാപവും $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ എന്നീ ആരങ്ങളും ചേർന്നത് മറെറാരു സെക്ടറാണ്. രണ്ട് ആരങ്ങളും ഒരു വൃത്തത്തെ ത്രണ്ഡിക്കുമ്പോഠം രണ്ടു സെക്ടറുണ്ടാകുന്നുവെന്ന് ഇതിൽനിന്നു മനസ്സിലാക്കാം.

വൃത്തപരിധി

വൃത്തത്തൈർഘ്യത്തെയാണ് കൊണ്ട് അർത്ഥമാക്കുന്നത്. വൃത്തപരിധി എന്ന പദം വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി കാണുന്നത് എങ്ങനെയെന്നു നോക്കാം.

വൃത്തത്തിൻെറ പരിധി അളന്നു കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ വിവിധമാർഗങ്ങളുണ്ട്. ഇവയിൽ ചിലതുപയോഗിച്ച് ചില വൃത്തങ്ങളുടെ പരിധി നമുക്കു കണ്ടുപിടിക്കാം.

കാർഡ്ബോർഡിൽ ഒരു വൃത്തം വരച്ച് വെട്ടിയെടുക്കുക. പരിധിയിൽ ഒരു അടയാളമിടുക. ഒരു നൂലെടുത്ത് അതിൻെറ അറഠം ഈ അടയാളത്തിൽ ചേർത്തുപിടിച്ചുകൊണ്ട്



[ചിത്രം 13 (10)[

വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയിൽകൂടി നൂലു ഒരു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുവയ്ക്കുക. തുടങ്ങിയ ഭാഗത്തു എത്തുമ്പോഴേക്കും നൂലിൽ ഒരു അടയാളമിടുക. തുടങ്ങിയ അറ്റം മുതൽ ഈ അടയാളം വരെയുള്ള നൂലിന്റെ നീളം കാണുക. ഇതായിരിക്കും വൃത്തപരിധി.

നിങ്ങളുടെ പുസ്തകത്തിൽ ഒരു വൃത്തം വരയ്ക്കുക. ഡിവൈഡേഴ്സിൽ വളരെ ചെറിയ അകലം 4 മി. മീ. തന്നെയാക്കട്ടെ—എടുത്ത് അതു തോതാക്കി വൃത്തപരിധി അളന്നുനോക്കുക. 25 പ്രാവശ്യമെന്നാണ് കിട്ടിയതെന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ വൃത്തപരിധി 25×4 മി മീ. ആയിരിക്കും.

ഇനി മറ്റൊരു രീതി നോക്കുക. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു ടിൻ എടുത്ത്, അതിന്റെ പുറത്ത് ഒരു കടലാസു നാട ചുറ്റുക. കടലാസ് ഒരു പ്രാവശ്യം ചുറ്റുകഴിഞ്ഞു മീതെയാകുമ്പോൾ അടിയിലുള്ള കടലാസിലുംകൂടി അടയാളം വരത്തക്കവിധം മൊട്ടുസൂചികൊണ്ട് കടലാസിൽ അടയാളമിടുക. നാട എടുത്തു നിവർത്തിനോക്കിയാൽ സൂചി കുത്തിയ രണ്ട് അടയാളം കാണാം. ആ അടയാളങ്ങൾക്കിടയിലുള്ള അകലം അളന്നാൽ വൃത്തപരിധി കിട്ടും.

തറയിൽ ഒരു രേഖ വരയ്ക്കുക. രേഖയിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക. ഒരു വൃത്തവളയമോ കാർഡ്ബോർഡ് വൃത്തമോ എടുത്ത്, പരിധിയിൽ ഒരടയാളവുമിട്ട്, ആ അടയാളം രേഖയിലുള്ള അടയാളത്തിൽ സ്പർശിക്കത്തക്കവണ്ണം വച്ചുകൊണ്ട്, സാവധാനം രേഖയിൽകൂടി ഉരുട്ടുക. ആ അടയാളം വീണ്ടും രേഖയെ സ്പർശിക്കുന്ന ബിന്ദു രേഖയിലടയാളപ്പെടുത്തുക. ആദ്യ ബിന്ദു മുതൽ ഈ ബിന്ദുവരെയുള്ള രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ നീളമായിരിക്കുമല്ലോ വൃത്തപരിധി. പലതവണ ഉരുട്ടികിട്ടുന്ന ദൂരത്തെ തവണകളുടെ എണ്ണംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ പരിധി കൂടുതൽ സൂക്ഷ്മമായിരിക്കും. വ്യത്യസ്തവ്യാസമുള്ള പല വൃത്തങ്ങളുടെയും പരിധി, മേൽപ്പറഞ്ഞ രീതികളിൽ ഏതെങ്കിലും, സൗകര്യമായി ഉപയോഗിച്ച് കണ്ടുപിടിക്കുക. വൃത്തങ്ങളുടെയെല്ലാം വ്യാസങ്ങളും അളന്നുകാണുക. വൃത്തപ

രിധികളും വ്യാസങ്ങളും താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രീതിയിൽ പട്ടികയായി എഴുതുക.

വസ്തുവിന്റെ വിവരണം	വ്യാസം (d)	വൃത്തപരിധി (c)
1. സൈക്കിളിന്റെ ചക്രം	58 cm.	182 cm.
2. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള പാത്രം	12 ,,	37.75 ,,
3. ഒരു വണ്ടിച്ചക്രം	52 ,,	163.5 ,,
4. ടിൻ	8 ,,	25 ,,
5. വള	5 ,,	16 ,,
6.		

വ്യാസം കൂടുമ്പോൾ പരിധിയും കൂടുന്നതായി കാണുന്നു. ഇവ തമ്മിലുള്ള ബന്ധം ഏതു രീതിയിലുള്ളതാണെന്ന് ഗ്രാഫ് വരച്ച് പരിശോധിക്കുക. ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുമ്പോൾ മൂലബിന്ദുവും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു രേഖ കിട്ടുന്നതായി കാണാം. ഇതിൽനിന്ന് വ്യാസവും പരിധിയും ക്രമാനുപാതത്തിലാണെന്നു മനസ്സിലാക്കാം. അതായത് വ്യാസത്തിന്റെ ഒരു നിശ്ചിതമടങ്ങായിരിക്കും പരിധി. വ്യാസത്തിന്റെ ഏത്ര മടങ്ങാണ് പരിധി എന്നു കാണാൻ പരിധിയെ വ്യാസംകൊണ്ട് ഹരിച്ചാൽ മതിയല്ലോ. ഇതിന്റെ വില രണ്ടു ദശാംശസ്ഥാനത്തിനു ശരിയായി 3.14 എന്നു കിട്ടും. ഏതു വൃത്തത്തെ സംബന്ധിച്ചും വൃത്തപരിധിയും വ്യാസവും തമ്മിലുള്ള അംശബന്ധം ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യയാണെന്നു ശാസ്ത്രജ്ഞന്മാർ സമ്മതിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഈ സ്ഥിരസംഖ്യയെ π എന്ന അക്ഷരം കൊണ്ടാണ് സാധാരണ സൂചിപ്പിക്കുന്നത്.

ഗ്രീക്കുഭാഷയിൽ ചുറ്റളവ് എന്ന വാക്കിന്റെ ആദ്യത്തെ അക്ഷരമാണ് Π 'പൈ' എന്നാണിത് വായിക്കുന്നത്. വൃത്തപരിധി c എന്നും വ്യാസം d എന്നുമുള്ള അക്ഷരങ്ങൾകൊണ്ടു കുറിച്ചാൽ $\frac{c}{d} = \Pi$

അതുകൊണ്ട് $c = \Pi d$ എന്ന വാക്യം കിട്ടും.

വ്യാസാർദ്ധം ഉപയോഗിച്ചു പറയുമ്പോഴും (വ്യാസാർദ്ധം r എന്ന അക്ഷരംകൊണ്ടു കുറിച്ചാൽ) $c = 2\Pi r$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

c വൃത്തത്തിന്റെ പരിധിയും, d വ്യാസവുമായാൽ $c = \Pi d$
ആരം r ആയാൽ $c = 2\Pi r$

ഉദാ: (1)

ഒരു വണ്ടിച്ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസം 50 സെമീ. ആയിരുന്നാൽ ഒരു പ്രാവശ്യം ആ ചക്രം തിരിയുമ്പോഴും വണ്ടി എത്ര ദൂരം പോകും?

ഒരു പ്രാവശ്യം ചക്രം തിരിയുമ്പോഴും ചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവിനു തുല്യമായ ദൂരം വണ്ടി മുന്നോട്ടു പോകും.

വാക്യം ഉപയോഗിച്ചാൽ $C = \Pi d$

$= 3.14 \times 50$

$\therefore$ വണ്ടി പോകുന്ന ദൂരം $= 157$ സെമീ.

ഉദാ:- (2)

231 സെമീ. വ്യാസാർദ്ധം വരുന്ന വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും ഒരു പ്രാവശ്യം നടക്കുന്ന ഒരാൾ എത്ര ദൂരം നടന്നുകാണും? ($\Pi = 3\frac{1}{7}$ എന്നെടുക്കുക.)

വ്യാസാർദ്ധം = 231 സെമീ

$C = 2\pi r$ എന്ന വാക്യം ഉപയോഗിച്ചാൽ

$C = 2 \times 3\frac{1}{7} \times 231$

$= 2 \times \frac{22}{7} \times 231$

$= 1452$

നടന്നദൂരം = 1452 സെമീ.

ഉദാ: (3)

ഒരു വണ്ടിച്ചക്രം ഒരു പ്രാവശ്യം കറങ്ങുമ്പോൾ വണ്ടി 6.28 മീറ്റർ ദൂരം പോകുമെങ്കിൽ വണ്ടിച്ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക.

ചക്രം ഒരു പ്രാവശ്യം കറങ്ങുമ്പോൾ വണ്ടി പോകുന്ന ദൂരം } = 6.28 മീറ്റർ

∴ വണ്ടിച്ചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് = 6.28 മീറ്റർ

$6.28 = 2 \times 3.14 \times r$

$2 \times 3.14 \times r = 6.28$

$\therefore r = \frac{6.28}{2 \times 3.14} = 1$

∴ വ്യാസാർദ്ധം = 1 മീ.

അഭ്യാസം 13 (1)

1. താഴെപ്പറയുന്ന വ്യാസാർദ്ധങ്ങളോടുകൂടിയ വൃത്തങ്ങളുടെ ദൈർഘ്യം കണക്കാക്കുക.

a) 8 സെമീ. b) 12 സെമീ. c) 7 സെമീ.

d) 21 സെമീ. e) 10 മീ.

2. ചില വൃത്തങ്ങളുടെ വ്യാസദൈർഘ്യം താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. വൃത്തപരിധി കണ്ടുപിടിക്കുക.

a) 10 സെമീ. b) 20 സെമീ. c) 28 സെമീ. d) 14 മീ

3. ഒരു വണ്ടിച്ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം 60 സെമീ ആയാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയായിരിക്കും?

4. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു പൂന്തോട്ടത്തിന്റെ വ്യാസം 660 സെമീ. ആണ്. തോട്ടത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് കാണുക.

5. ഒരു സൈക്കിൾ ചക്രത്തിന്റെ വ്യാസദൈർഘ്യം 52 സെമീ. ആയിരുന്നാൽ ആ ചക്രം ഒരു പ്രാവശ്യം തിരിയുമ്പോൾ സൈക്കിൾ എത്ര ദൂരം മുമ്പോട്ടുപോകും?

6. വൃത്താകാരത്തിലുള്ള ഒരു കുളത്തിന്റെ വ്യാസം 15 മീ. എന്നാൽ അതിന്റെ ചുറ്റളവ് എത്രയായിരിക്കും?

7. ഒരു തോട്ടത്തിനു ചുറ്റും ഒരു പ്രാവശ്യം നടക്കുമ്പോൾ 628 മീ. ദൂരം നടക്കുന്നു. തോട്ടം വൃത്താകൃതിയിലാണെങ്കിൽ അതിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം എത്രയായിരിക്കും?

8. ഒരു സൈക്കിൾചക്രത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 2.512 മീറ്റർ ആണെങ്കിൽ അതിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം കാണുക.

9. വൃത്താകൃതിയിലുള്ള ഒരു കുളത്തിന്റെ ചുറ്റളവ് 15.70 മീ. ആണെങ്കിൽ വ്യാസദൈർഘ്യം എത്ര?

10. 400 മീറ്റർ ഓട്ടത്തിന്, വൃത്താകാരമായ ഒരു സ്ഥലത്തിന് ചുറ്റും 4 പ്രാവശ്യം ഓടിയാൽ മതിയാകുമെങ്കിൽ ആ സ്ഥലത്തിന്റെ വ്യാസാർദ്ധം സെമീ. ന് ശരിയായി കാണുക.

MUNAVIRVL ISLAM HIGH SCHOOL
Date.....
ERNAKULAM.

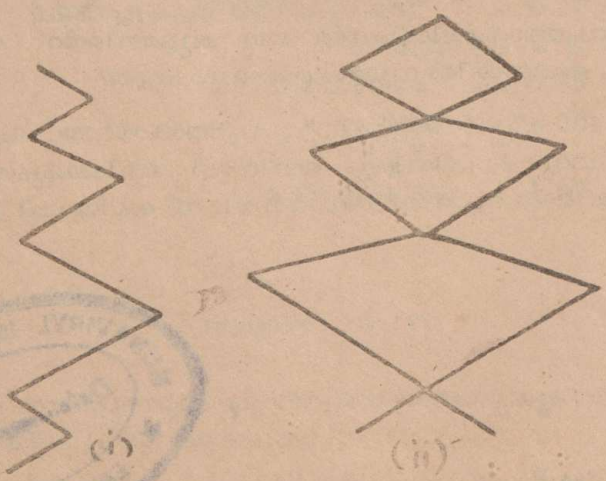
അദ്ധ്യായം 14

പ്രതിസാമ്യത

പല ക്ഷേത്രഗണിതരൂപങ്ങളെപ്പററിയും നിങ്ങൾ പഠിച്ചു കഴിഞ്ഞു. ചില ക്ഷേത്രഗണിതരൂപങ്ങളുടെ ഭംഗിയും പ്രത്യേകതയും നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചിട്ടുണ്ടോ? ക്ഷേത്രഗണിതരൂപങ്ങൾക്കും പ്രകൃതിയിൽ കാണുണ ചില വസ്തുക്കൾക്കുതന്നെയും ആകർഷണീയത നൽകുന്ന അവയുടെ ചില പ്രത്യേകതകളെന്താണെന്നു നോക്കാം.

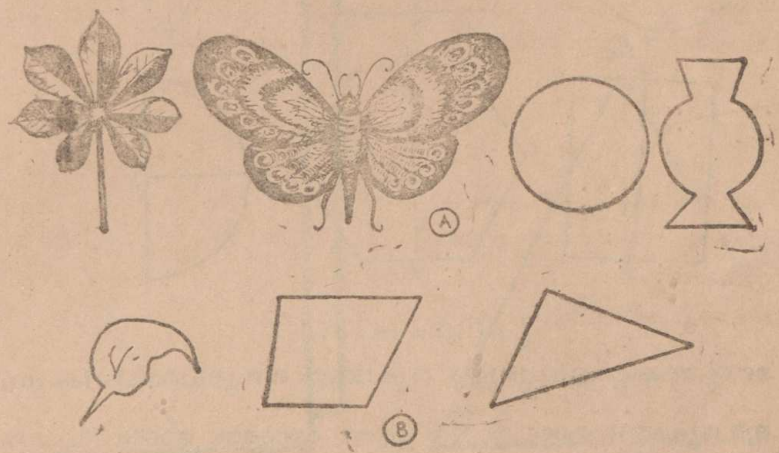
രേഖീയ പ്രതിസാമ്യത

ചിത്രം 14 (1)—ൽ ആദ്യത്തെ രൂപത്തിനെന്തെങ്കിലും ഭംഗി നിങ്ങൾക്കു തോന്നുന്നുണ്ടോ? ഇല്ല. എന്നാൽ അതേ രൂപംതന്നെ ഇടതുവശത്തുംകൂടി വരച്ചുചേർത്തിരിക്കുന്ന രണ്ടാമത്തെ ആകൃതി നോക്കൂ. അതിനൊരാകർഷണീയതയില്ലേ?



[ചിത്രം 14 (1)]

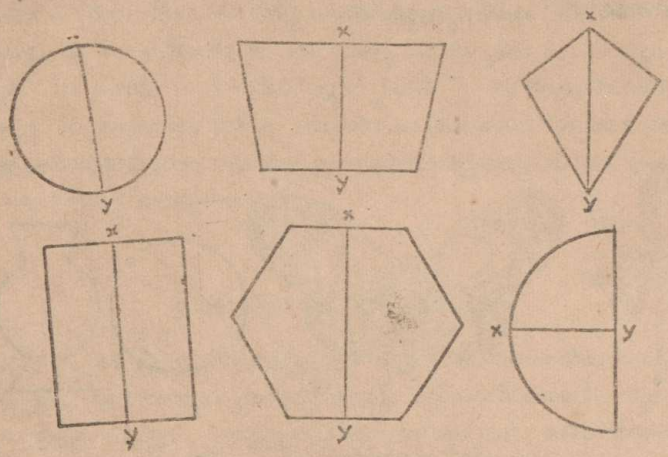
താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രണ്ടു സെറ്റു ചിത്രങ്ങളും പരി ശോധിച്ചുനോക്കുക. രണ്ടാമത്തെ സെറ്റിലുള്ള ചിത്രങ്ങളെ അപേക്ഷിച്ച് ആദ്യത്തെ സെറ്റിലുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് എന്തു പ്രിശേഷതയാണ് കാണുന്നത്?



[ചിത്രം 14 (2)]

ആദ്യത്തെ സെറ്റു ചിത്രങ്ങളിൽ ഓരോന്നിലും മദ്ധ്യത്തിൽ കൂടി ഒരു രേഖ വരച്ചുനോക്കൂ. എന്തു കാണുന്നു? രേഖയുടെ രണ്ടു വശത്തുമുള്ള രൂപങ്ങൾക്ക് ഒരു സാമ്യത കാണുന്നില്ലേ? ഒരുപോലെയിരിക്കുന്നില്ലേ? രണ്ടാമത്തെ സെറ്റിൽ ഈ പ്രത്യേകത കാണുന്നില്ല. ഒരുപോലെ വരത്തക്കവിധം ഇത്തരം രേഖകൾ വരയ്ക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ലെന്നു വ്യക്തമാണല്ലോ.

ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങളും ഓരോ കടലാസ്സിൽ വരച്ച് വെട്ടിയെടുക്കുക. ഓരോ ചിത്രവും $\overleftrightarrow{XY}$ എന്ന രേഖയിൽകൂടി മടക്കിനോക്കൂ. എന്തു കിട്ടുന്നു?



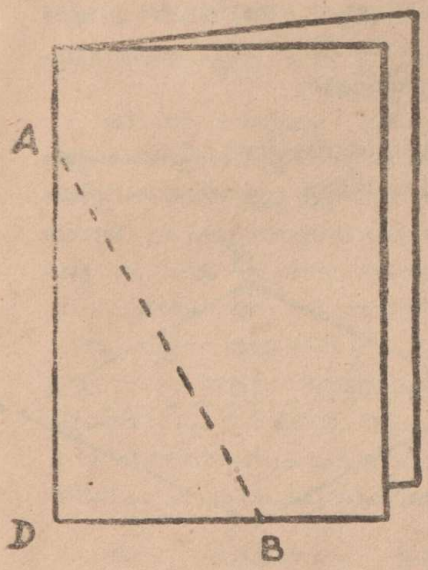
[ചിത്രം 14 (3)]

രണ്ടു മടക്കുകളിലുമുള്ള രൂപങ്ങളും ഒന്നുചേർന്നിരിക്കുന്നുവല്ലേ? ഈ രൂപങ്ങൾക്കെല്ലാം $\overleftrightarrow{XY}$ എന്ന രേഖയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പ്രതിസാമ്യത ഉണ്ട് എന്ന് പറയുന്നു.

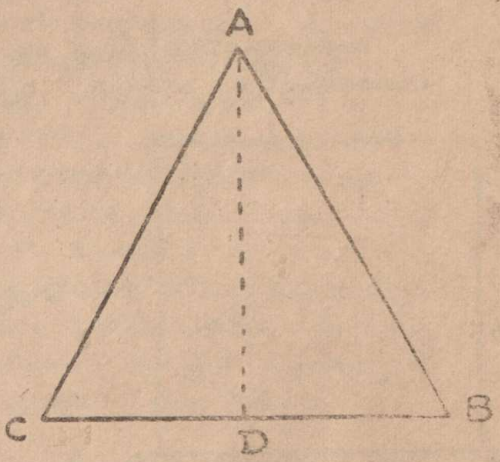
ചിത്രം 14 (2) സെറ്റ് A—യിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങളോരോന്നും, അതിന്റെ മദ്ധ്യത്തിൽകൂടി വരച്ച രേഖയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുള്ളതാണ്. സെറ്റ് B—യിലുള്ളവയോ? അവയെ പ്രതിസാമ്യതയില്ലാത്തവ എന്ന അർത്ഥത്തിൽ അപ്രതിസാമ്യരൂപങ്ങൾ എന്നു പറയാം.

ഏതു രേഖയെ ആധാരമാക്കിയാണോ ഒരു രൂപത്തിനു പ്രതിസാമ്യതയുള്ളത്, ആ രേഖയ്ക്ക് പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം എന്നു പറയുന്നു. മേൽ കാണിച്ച ചിത്രങ്ങളിൽ $\overleftrightarrow{XY}$ ഓരോ രൂപത്തിന്റെയും പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണ്.

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസ്സെടുത്ത് രണ്ടായി മടക്കുക. രണ്ടു മടക്കുകളും ചേർത്തുവച്ചുകൊണ്ട് ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ BDA എന്ന മട്ടത്രികോണരൂപം വെട്ടിയെടുക്കുക. കടലാസ്സ് നിവർത്തിനോക്കൂ താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെയുള്ള ഒരു ത്രികോണരൂപം കിട്ടുന്നില്ലേ? ത്രികോണത്തിന്റെ പേർ ABC എന്നിരിക്കട്ടെ.



[ചിത്രം 14 (4)]



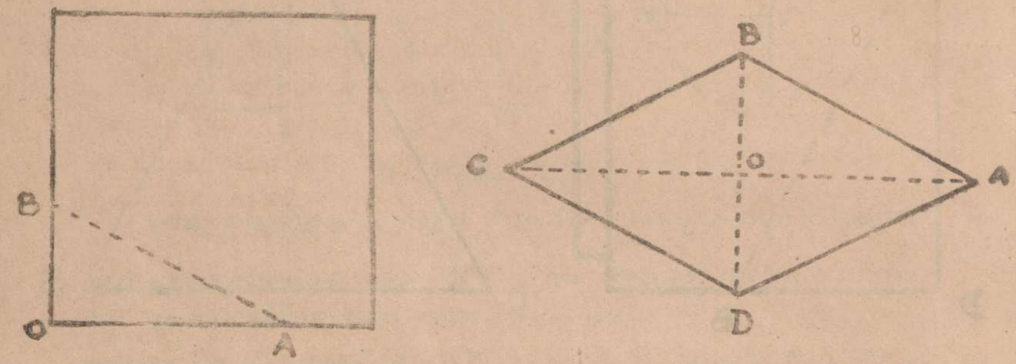
[ചിത്രം 14 (5)]

ഈ ത്രികോണം $\overleftrightarrow{AD}$ എന്ന മടക്കിൽവച്ച് വീണ്ടും മടക്കിനോക്കൂ. ADB, ADC എന്നീ രണ്ടു ത്രികോണങ്ങളും ഒന്നു ചേർന്നിരിക്കുന്നില്ലേ? അപ്പോൾ ABC—യെക്കുറിച്ച് എന്തനുമാനിക്കാം. ത്രികോണം ABC—യ്ക്ക് $\overleftrightarrow{AD}$ എന്ന രേഖയെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്. ABC—യുടെ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണ് $\overleftrightarrow{AD}$.

മേൽ പ്രസ്താവിച്ച ചിത്രങ്ങളെല്ലാം അവയിലെ ഒരു രേഖയെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുള്ളവയാണെന്നു നാം മനസ്സിലാക്കി ഇത്തരം പ്രതിസാമ്യതയ്ക്ക് മദ്ധ്യരേഖാപ്രതിസാമ്യത എന്നു പറയുന്നു.

പ്രകൃതിയിൽ നാം കാണുന്ന പല പുഷ്പങ്ങളിലും ഫലങ്ങളിലും പ്രതിസാമ്യത കാണാൻ കഴിയും. ഒരു ചെടിയിലോ ജീവിയിലോ ഉള്ള ഭംഗിക്കും ആകർഷണീയതയ്ക്കും കാരണവും ഏറെക്കുറെ അവയിലെ പ്രതിസാമ്യതയാണ്.

ചതുരാകൃതിയിലുള്ള ഒരു കടലാസെടുത്ത് നീളവശങ്ങൾ ചേരത്തക്കവിധം മടക്കുക. വീതിവശങ്ങൾ ചേരത്തക്കവിധം



[ചിത്രം 14 (6)]

വീണ്ടും മടക്കുക. മുലയിൽ നിന്നും ABO ത്രികോണം മുകളിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ വെട്ടിയെടുക്കുക.

വെട്ടിയെടുത്ത രൂപത്തിലെ മടക്കുകൾ നിവർത്തിനോക്കൂ ABCD എന്ന ഒരു രൂപമല്ലേ കിട്ടുന്നത്? AC BD എന്നിവ കടലാസിന്റെ മടക്കുകളാണ്. AC—യിൽ വച്ച് ഈ രൂപം മടക്കിനോക്കൂ. രണ്ടുഭാഗവും ഒന്നു ചേർന്നിരിക്കുന്നില്ലേ? ഇപ്പോൾ ABCD എന്ന രൂപത്തിനെക്കുറിച്ച് എന്തു പറയാം?

ABCD എന്ന രൂപത്തിന് രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടെന്നും, $\overleftrightarrow{AC}$ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണെന്നും. അല്ലേ? കടലാസ് നി വർത്തശേഷം BD—യിൽകൂടി മടക്കിനോക്കൂ. ഇപ്പോഴും രണ്ടു വശത്തിലുള്ള രൂപങ്ങളും ഒന്നിനോടൊന്നു ചേരുന്നുണ്ടോ? ഉണ്ട്.

അപ്പോഴും $\overleftrightarrow{BD}$ എന്ന രേഖയെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയും ABCD—യ്ക്കു പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടെന്നു പറയാമല്ലോ. അങ്ങനെ ഈ രൂപത്തിന് $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BD}$ എന്ന് രണ്ടു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ട്.

ഒരു വൃത്തരൂപം കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത് അതിന്റെ ഒരു വ്യാസം വരച്ച്, വ്യാസത്തിൽകൂടി വൃത്തം മടക്കിനോക്കൂ. രണ്ടു മടക്കിലുള്ള വൃത്തഭാഗങ്ങളും ഒന്നുചേരുന്നതായി അഥവ. സന്നിപതിക്കുന്നതായി നമുക്കു കാണാം. ആകട്ടെ, വൃത്തത്തിന് ഒരു വ്യാസം മാത്രമേ വരയ്ക്കാനൊക്കുകയുള്ളോ? എണ്ണമറ്റ വ്യാസങ്ങളും ഒരു വൃത്തത്തിനുണ്ടെന്നു നമുക്കറിയാം. മറ്റു ചില വ്യാസങ്ങളിൽകൂടി വൃത്തം മടക്കിനോക്കൂ. ആ ഓരോ വ്യാസത്തെ അടിസ്ഥാനമാക്കിയും വൃത്തത്തിനു പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടെന്നും, ഈ ഓരോ വ്യാസവും വൃത്തത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണെന്നും മനസ്സിലാക്കാം. അപ്പോൾ വൃത്തത്തിന് അനേകം പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ടെന്നു വ്യക്തമാണ്.

ഒരു സമചതുരം കടലാസിൽ വെട്ടിയെടുത്ത് രണ്ട് എതിർവശങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവിൽകൂടി പോകുന്ന രേഖയിൽവച്ചു മടക്കിനോക്കുക. ആ രേഖ സമചതുരത്തിന്റെ ഒരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണെന്നു കാണാം. ഇതുപോലെ വേറൊരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷംകൂടി കണ്ടുപിടിക്കാമോ?

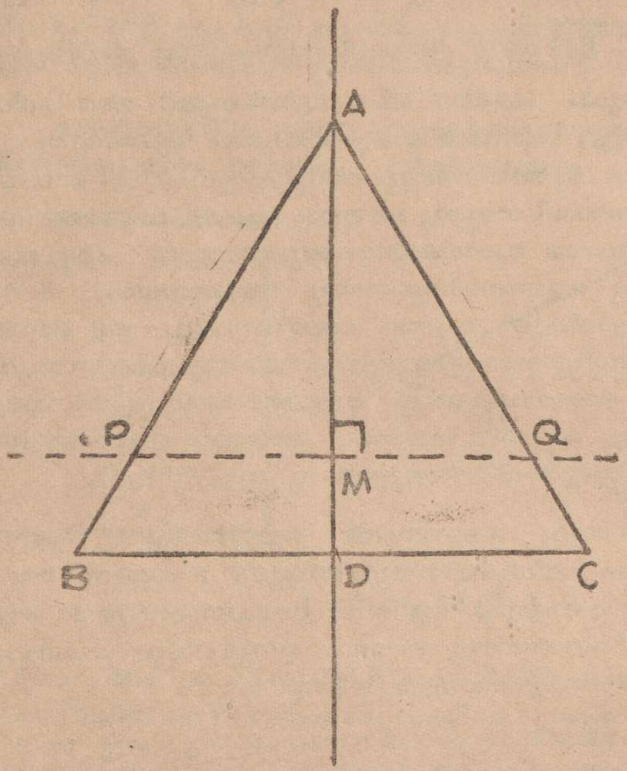
സമചതുരം കോണോടുകോൺ മടക്കിനോക്കൂ. ഒരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം കിട്ടുന്നുണ്ടോ? ഇത്തരം എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളാണ് സമചതുരത്തിനുണ്ട്? സമചതുരത്തിന് ഇപ്പോൾ ആകെ എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളാണ് നിങ്ങൾ കണ്ടുപിടിച്ചു?

ഇതുപോലെ ഒരു ചതുരവും മടക്കി അതിനെത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ടെന്നു കാണുക. കർണ്ണത്തിൽകൂടി ചതുരം

മടക്കിയപ്പോൾ രണ്ടുവശത്തുള്ള രൂപങ്ങളും ഒന്നിനോടൊന്നു ചേരുന്നുണ്ടോ? ചേരുന്നില്ല. അപ്പോൾ ചതുരത്തിലെ കർണ്ണം ഒരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമാണോ?

ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിന് രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ?

ഇനി രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങളുടെ മറ്റു ചില പ്രത്യേകതകൾ നോക്കാം.



[ചിത്രം 14 (7)]

ഈ ചിത്രത്തിൽ ABC ഒരു സമഭുജത്രികോണമാണ്. BC യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് D. അതുകൊണ്ട് $\overleftrightarrow{AD}$ ഈ ത്രികോണത്തിലെ ഒരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷമായിരിക്കുമല്ലോ.

$\overline{AD}$–യ്ക്കു ലംബമായുള്ള ഒരു രേഖ അക്ഷത്തെ M–ലും ത്രികോണത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളെ P-യിലും Q-വിലും ഖണ്ഡിക്കട്ടെ. PQ-വിനെ സംബന്ധിച്ചിടത്തോളം M എന്ന ബിന്ദുവിന് എന്തെങ്കിലും പ്രത്യേകത തോന്നുന്നുണ്ടോ? PM, QM ഇവയുടെ നീളം അളന്നുനോക്കുക. PQ-വിന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് M എന്നു കാണാം. ഇതുപോലെ വേറെയും രേഖകൾ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തിനു ലംബമായി വരച്ച് ത്രികോണത്തിന്റെ ഭുജങ്ങളെ ഖണ്ഡിച്ചുനോക്കൂ. അപ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന രേഖാഖണ്ഡങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുക്കളും ഈ അക്ഷത്തിൽതന്നെ ആയിരിക്കും. അപ്പോൾ, അഗ്രബിന്ദുക്കൾ ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു ഭുജങ്ങളിലായിട്ടുള്ള രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തിനു ലംബമായാൽ രേഖാഖണ്ഡങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുക്കൾ ആ അക്ഷത്തിലായിരിക്കും. രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള എല്ലാ ചിത്രങ്ങൾക്കും ഈ പ്രത്യേകതയുണ്ടായിരിക്കുമെന്ന് ഇതുപോലെ രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ വരച്ചു നോക്കിയാൽ ബോദ്ധ്യപ്പെടും.

രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു ചിത്രത്തിൽ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തിനു ലംബമായ രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ ചിത്രത്തിലുള്ളവതന്നെയായാൽ ആ രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തിലായിരിക്കും.

ഒരു കാര്യംകൂടി. മുകളിൽ കാണിച്ച ത്രികോണത്തെ $\overline{AD}$ എന്ന പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തെ ആധാരമാക്കി കറക്കുന്നു എന്നു വിചാരിക്കുക. 360° കറങ്ങിവരുമ്പോൾ ത്രികോണം വീണ്ടും ആദ്യത്തെ നിലയിൽതന്നെ വരുന്നു. 180° കറങ്ങിയാലോ? A-യുടെ സ്ഥാനം അതുതന്നെയായിരിക്കും, B-യുടെ സ്ഥാനത്ത് C-യും C-യുടെ സ്ഥാനത്ത് B-യും വരുമെന്ന് ഊഹിക്കാമല്ലോ. രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള മറ്റു ചിത്രങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ചും ഈ പരീക്ഷണങ്ങൾ ആവർത്തിക്കുക. ഇവയ്ക്കെല്ലാം ഈ പ്രത്യേകതകൾ ഉണ്ടായിരിക്കുമെന്നു കാണാം. രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് പ്രതിസാമ്യതാക്ഷത്തെ ആധാരമാക്കി ഭ്രമണപ്രതിസാമ്യത ഉണ്ട് എന്നു പറയാം.

അഭ്യാസം 14 (1)

1. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന രൂപങ്ങളിൽ രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ളവ ഏത്? പ്രതിസാമ്യതയുള്ളവയിൽ, ഓരോന്നിലും എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങൾ ഉണ്ട്?

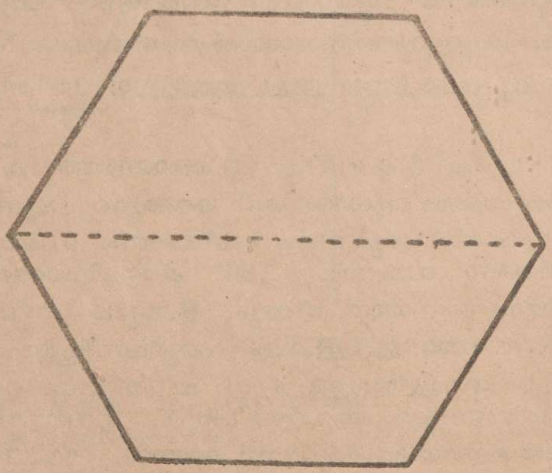
(i) A (ii) H (iii) O (iv) B (v) F (iv) X

2. മലയാള ലിപിയിലെ അക്ഷരങ്ങളിൽ രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ളവ ഏതെല്ലാം.

3. പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾക്കു രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ? ഉണ്ടെങ്കിൽ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം ഏത്?

4. പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന രണ്ടു വൃത്തങ്ങൾക്ക് പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം വരയ്ക്കുക.

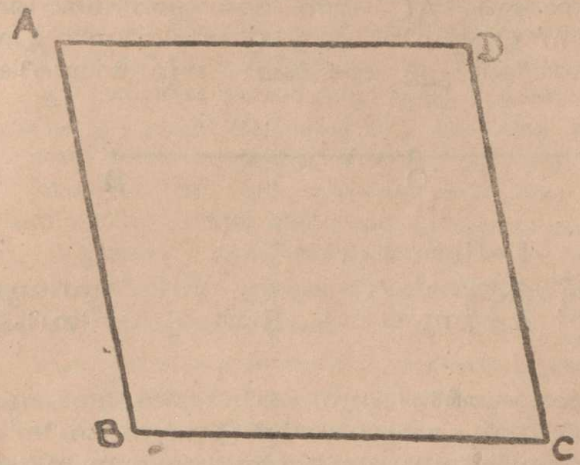
5. താഴെ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന സമഷഡ്ഭുജത്തിലെ ഒരു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുണ്ട്. ഇനിയും എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ടെന്നു കണ്ടുപിടിക്കുക.



[ചിത്രം 14 (8)]

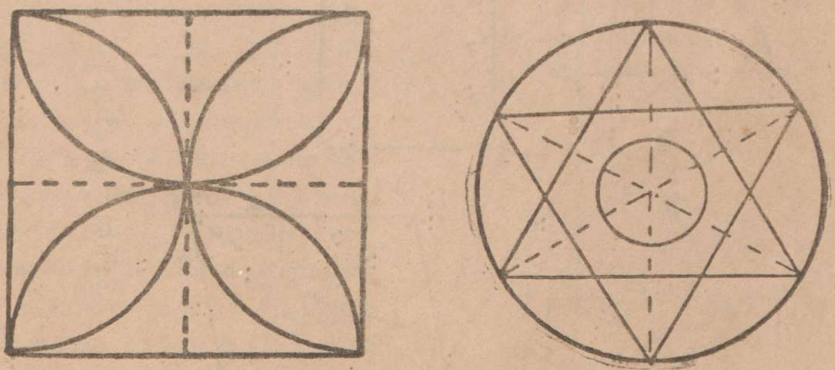
6. ഒരു സമഭുജത്രികോണം, ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണം എന്നിവ വരച്ച് അവ ഓരോന്നിലെയും പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങം വരയ്ക്കുക. ഓരോന്നിലും എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങം വീതമുണ്ട്?

7. ചിത്രം 14 (9)—ൽ കാണുന്ന രൂപത്തിന് എത്ര പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ട്? വരച്ചുനോക്കുക.



[ചിത്രം 14 (9)]

8. ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിട്ടുള്ളവ കൂടാതെ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ വരയ്ക്കുക.

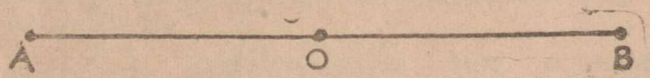


[ചിത്രം 14 (10)]

9. സമഭുജത്രികോണം, സമചതുരം, സമപഞ്ചഭുജം, സമഷഡ്ഭുജം എന്നിങ്ങനെ സമബഹുഭുജങ്ങൾ വരച്ച്, അവ ഓരോന്നിനുമുള്ള പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളുടെ എണ്ണവും ശീർഷങ്ങളുടെ എണ്ണവും തമ്മിൽ ഉള്ള ബന്ധം കണ്ടുപിടിക്കുക.

ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യത

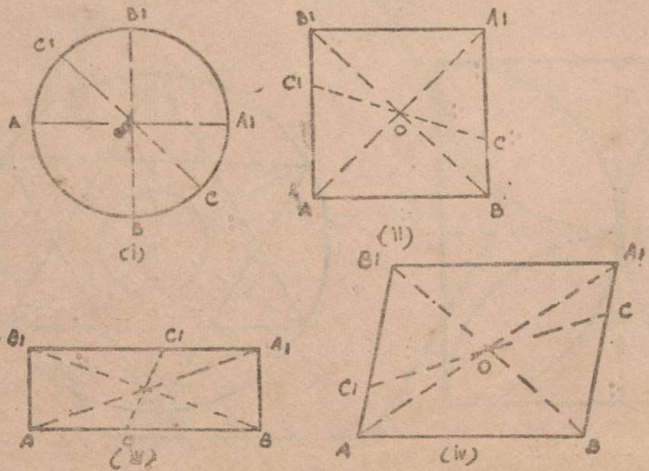
ഈ ചിത്രം നോക്കുക. AC എന്ന രേഖാഖണ്ഡത്തിന്റെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് O എന്നിരിക്കട്ടെ. O-യിൽനിന്ന് A-യിലേയ്ക്കും B-യിലേയ്ക്കുമുള്ള അകലങ്ങൾ തുല്യമായിരിക്കു



[ചിത്രം 14 (11)]

മല്ലോ. അപ്പോൾ A-യ്ക്ക് O എന്ന ബിന്ദുവിലുള്ള പ്രതിബിംബമാണ് B എന്നു പറയാം. B-യുടെ പ്രതിബിംബമാണ് A.

ഇനി താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ നോക്കുക. വൃത്തത്തിൽ O കേന്ദ്രവും മറ്റുള്ളവയിൽ O എന്ന ബിന്ദു കർണ്ണങ്ങളുടെ സംഗമബിന്ദുവും ആണെന്നു മനസ്സിലാക്കാ



[ചിത്രം 11 (12)]

ല്ലോ. ഈ എല്ലാ ചിത്രങ്ങളിലും AA_1, BB_1 എന്നീ രേഖാഖണ്ഡങ്ങളുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് O എന്നു വ്യക്തമാണ്. O-യിൽകൂടെ വേറെ ഏതെങ്കിലും രേഖ വരച്ച് ചിത്രത്തെ ഖണ്ഡിക്കുക. $\overline{CC_1}$ എന്ന രേഖാഖണ്ഡം നോക്കുക. ഇതിന്റെയും മദ്ധ്യബിന്ദുവാണ് O എന്നു കാണാം. അപ്പോൾ

A-യ്ക്ക് O-യിലുള്ള പ്രതിബിംബമാണ് A_1
B-യ്ക്ക് O-യിലുള്ള പ്രതിബിംബമാണ് B_1
C-യ്ക്ക് O-യിലുള്ള പ്രതിബിംബമാണ് C_1

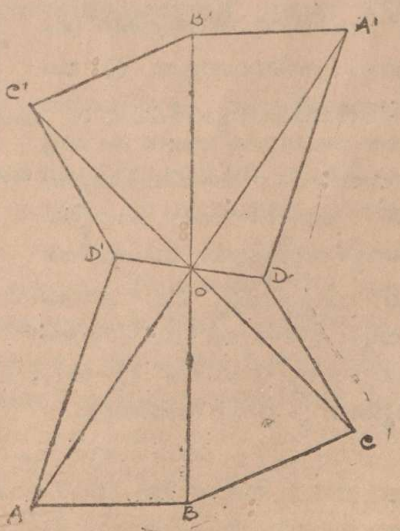
ഇതുപോലെ ചിത്രങ്ങളിലുള്ള ഓരോ ബിന്ദുവിനും O-യിലുള്ള പ്രതിബിംബമായി മറെറാരു ബിന്ദു അതാതു ചിത്രത്തിൽതന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കും. O സ്ഥിരബിന്ദുവാണ്.

അതുകൊണ്ട് ഈ ചിത്രങ്ങൾക്ക് ഒരു സ്ഥിരബിന്ദുവിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുണ്ട് എന്നു പറയുന്നു. ഇത്തരം പ്രതിസാമ്യതയ്ക്ക് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യത എന്നാണു പേര്. ഈ സ്ഥിരബിന്ദുവിന് പ്രതിസാമ്യതാകേന്ദ്രം എന്നു പറയുന്നു.

സമഭുജത്രികോണത്തിന് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ? സമചതുർഭുജത്തിന് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ?

താഴെ പറയുന്നതുപോലെ ഒരു ചിത്രം നിർമ്മിച്ചുനോക്കൂ. അതിന് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ?

ആദ്യമായി O എന്നൊരു ബിന്ദു കടലാസിൽ അടയാളപ്പെടുത്തുക. O മദ്ധ്യബിന്ദു ആകത്തക്കവണ്ണം $\overline{AA^1}$, BB^1, CC^1, DD^1 എന്നീ നാലു രേഖാഖണ്ഡങ്ങൾ വരയ്ക്കുക. അവയുടെ അഗ്രബിന്ദുക്കൾ അനുക്രമമായി ചിത്രത്തിൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്നതുപോലെ യോജിപ്പിക്കുക. ഇനി O-യിൽകൂടിയുള്ള വേറെയും രേഖകൾ വരച്ച് ഈ ചിത്രത്തെ ഖണ്ഡിച്ചുനോക്കുക.



[ചിത്രം 14 (13)]

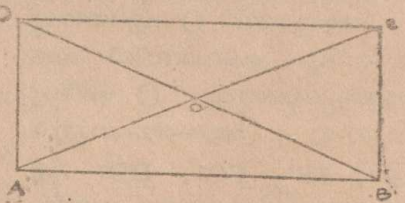
O എന്ന ബിന്ദുവിനെ അടിസ്ഥാനമാക്കി ഈ ചിത്രത്തിന് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ട് എന്നു കാണാമല്ലോ. ഇതിന് രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ?

വരച്ചുകഴിഞ്ഞ മറ്റു ചിത്രങ്ങളും വീണ്ടും പരിശോധിക്കുക. ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ? രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ?

വൃത്തം, സമചതുരം, ചതുരം എന്നീ രൂപങ്ങൾക്ക് രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയും ബിന്ദുസാമ്യതയും ഉണ്ട്. സമഭുജത്രികോണം, സമപാർശ്വത്രികോണം എന്നിവയ്ക്ക് രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്. ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യത ഇല്ല. സാമാന്തരികത്തിന് ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്; രേഖീയപ്രതിസാമ്യത ഇല്ല.

ഇനി ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങളുടെ മറ്റൊരു പ്രത്യേകത ശ്രദ്ധിക്കുക.

ചതുരത്തിനു ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുണ്ടെന്നും കർണ്ണങ്ങളുടെ സംഗമബിന്ദുവാണ് പ്രതിസാമ്യതാകേന്ദ്രം എന്നും കാണാമല്ലോ. O കേന്ദ്രമാക്കി ഈ ചതുരത്തെ അതേ തലത്തിൽത്തന്നെ കറക്കുന്നതായി സങ്കല്പിക്കുക. 360° കറക്കിയാൽ ചതുരം വീണ്ടും ആദ്യത്തെ നിലയിൽ തന്നെ വരുമല്ലോ. 180° കറക്കിയാലോ? A—യുടെ സ്ഥാനത്ത് C—യും, C—യുടെ സ്ഥാനത്ത് A—യും വരും; അതുപോലെ B—യുടെ സ്ഥാനത്ത് D—യും, D—യുടെ സ്ഥാനത്ത് B—യും വരുമെന്നും ഊഹിക്കാമല്ലോ.



[ചിത്രം 14 (14)]

അപ്പോൾ പ്രതിസാമ്യതാകേന്ദ്രത്തെ ആധാരമാക്കി ചതുരത്തെ അതേ തലത്തിൽ 180° കറക്കിയാൽ ചതുരം അതിന്മേൽത്തന്നെ സന്നിപതിക്കുമെന്നു കാണാം.

ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുള്ള എല്ലാ ചിത്രങ്ങൾക്കും ഈ പ്രത്യേകതയുണ്ട്.

ഇവിടെ ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് പ്രതിസാമ്യതാകേന്ദ്രത്തെ ആധാരമാക്കി ഭ്രമണപ്രതിസാമ്യത ഉണ്ടെന്നു പറയുന്നു.

അങ്ങനെ രണ്ടുതരത്തിലുള്ള ഭ്രമണപ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്

(i) ഒരു രേഖയെ ആധാരമാക്കിയുള്ള ഭ്രമണപ്രതിസാമ്യത.

(ii) ഒരു ബിന്ദുവിനെ ആധാരമാക്കിയുള്ള ഭ്രമണപ്രതിസാമ്യത.

കേന്ദ്രീയ പ്രതിസാമ്യത

വൃത്തം, സമചതുരം, നീർഘചതുരം സമചതുർഭുജം മുതലായ ചിത്രങ്ങൾക്ക് രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയും ബിന്ദുപ്രതിസാമ്യതയും ഉണ്ടെന്നു കണ്ടുവല്ലോ. ഇങ്ങനെ ഈ രണ്ടു പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ചിത്രങ്ങൾക്ക് കേന്ദ്രീയപ്രതിസാമ്യതയുണ്ട് എന്നു പറയുന്നു.

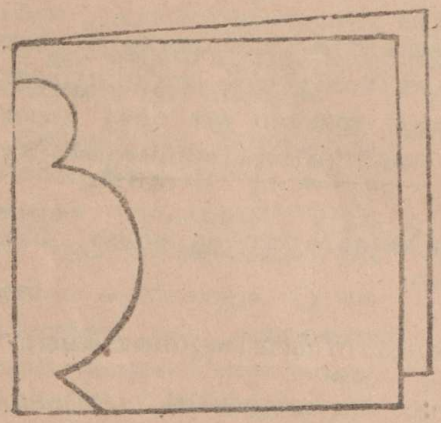
ഇതുപോലെ കേന്ദ്രീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ള വേറെ ചില ചിത്രങ്ങളുടെ പേരു പറയാമോ?

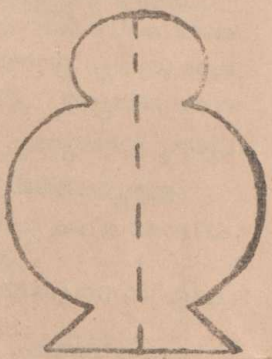
പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രൂപങ്ങൾ നിർമ്മിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

കെട്ടിടങ്ങളും, മരങ്ങളും മുതലായവ വെള്ളത്തിൽ പ്രതിഫലിക്കുന്നതു നിങ്ങളും കണ്ടിരിക്കുമല്ലോ. യഥാർത്ഥരൂപങ്ങളും അവയുടെ പ്രതിബിംബങ്ങളും ചേർന്ന് പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രൂപങ്ങളായി നമുക്കു കാണാം. ഒരു ചിത്രശലഭത്തിന്റെ പകുതി ചിത്രം ഒരു കടലാസിൽ അറ്റത്തായിവരച്ച് കണ്ണാടിയിൽ ചേർത്ത് ബിംബമായി പിടിച്ചുനോക്കൂ. ഇതിന്റെ പ്രതിച്ഛായ കണ്ണാടിയിൽ കാണുന്നതും ചേർത്ത് ചിത്രശലഭത്തിന്റെ പൂർണ്ണചിത്രം കിട്ടുന്നില്ലേ? യഥാർത്ഥരൂപത്തിന്റെ വലതുവശം പ്രതിച്ഛായയുടെ ഇടതുവശമായും ഇടതുവശം പ്രതിച്ഛായയുടെ വലതുവശമായും കാണുന്നു എന്നു മാത്രം.

പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രൂപങ്ങളം നിർമ്മിക്കാൻ അനേക രസകരമായ മാർഗങ്ങളുണ്ട്.

1. ഒരു കടലാസ് രണ്ടു സമഭാഗമായി മടക്കി, അതിന്റെ ഒരു വശത്ത്, മടക്കിനോടു ചേർന്ന് നാം വരയ്ക്കാനുദ്ദേശിക്കുന്ന രൂപത്തിന്റെ പകുതിഭാഗം മാത്രം വരയ്ക്കുക, ചിത്രത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാകർഷം ഇവ മടക്കായിരിക്കണം. കടലാസിന്റെ രണ്ടുമടക്കുകളും ചേർത്തുപിടിച്ചുകൊണ്ട് വരച്ച ചിത്രത്തിന്റെ രൂപം വെട്ടിയെടുക്കുക. ഇനി കടലാസ് നിവർത്തിനോക്കൂ. വരച്ചുവെട്ടിയ രൂപത്തിന്റെ മറ്റേ പകുതി കടലാസിന്റെ മറ്റേ മടക്കിൽ കാണാം.





[ചിത്രം 14 (15)]

2. ഒരു കടലാസ് രണ്ടായി മടക്കി അതിന്റെ ഒരു വശത്തു മടക്കിന്റെ അറ്റത്തായി ചുരയ്ക്കേണ്ട ചിത്രത്തിന്റെ പകുതി വരയ്ക്കുക. വരച്ച രൂപത്തിന്റെ പരിധിയിൽകൂടി, അടുത്തടുത്തായി പിൻകൊണ്ടു കുത്തുക. കടലാസ് നിവർത്തിനോക്കിയാൽ ചിത്രത്തിന്റെ പൂർണ്ണരൂപം പിൻസൂചയാളംകൊണ്ടു കാണപ്പെടും. നിറമുള്ള കടലാസിൽ രൂപം കുറച്ചുകൂടി വ്യക്തമായി കാണാം. കടലാസ് നാലായി മടക്കിയും ഇതു പോലെ വരച്ചുവെട്ടാം. ഇങ്ങനെ വെട്ടിയെടുത്ത രൂപങ്ങൾക്ക് കുറഞ്ഞത് എത്ര പ്രതിസാമ്യതാകർഷങ്ങളം കണ്ടും?

3. ഒരു കടലാസിന്റെ പുറത്തു മഷിയുള്ള ഭാഗം കടലാസിനേടു ചേർന്നുവരത്തക്കവിധം കാർബൺപേപ്പർ വച്ച് കാർബൺപേപ്പറോടുകൂടി കടലാസ് രണ്ടായി മടക്കുക. ഒരു മടക്കിന്റെ പുറത്ത് ആവശ്യമുള്ള ചിത്രത്തിന്റെ പകുതി വരച്ചിട്ടു നിവർത്തിനോക്കുക. മുഴുവൻ രൂപങ്ങളും അകവശത്തു മടക്കിന്റെ ഇരുവശത്തുമായി കാണാം. ഇതുപോലെ നാലായി മടക്കി വരച്ചാൽ കുറഞ്ഞതു രണ്ടു പ്രതിസാമ്യതാക്ഷങ്ങളെങ്കിലുമുള്ള ചിത്രം കിട്ടും.?

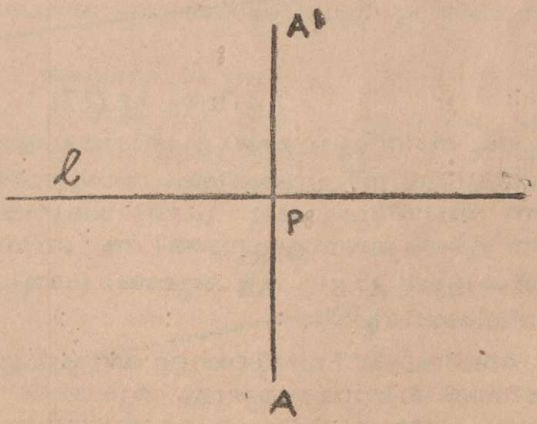
4. ഒരു കടലാസ് രണ്ടായി മടക്കി, മടക്കിനിടയിൽ ഒരു ബലമുള്ള നൂല് മഷിയിൽ മുക്കിവയ്ക്കുക. കടലാസിന്റെ പുറത്ത് അമർത്തിപ്പിടിച്ചുകൊണ്ട് നൂല് പിടിച്ചു വലിക്കുക. കടലാസ് നിവർത്തിനോക്കുമ്പോൾ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു രൂപം കിട്ടും.

5. ഒരു കടലാസ് രണ്ടായി മടക്കി അകത്തെ ഒരു വശത്ത് ഏതെങ്കിലും രൂപം മഷിയിൽ വരച്ച് അതിന്റെ പുറത്ത് മറേ മടക്കുവച്ച് അമർത്തിനോക്കൂ. കടലാസിനകവശത്തു പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു രൂപം കിട്ടും.

രേഖീയ പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു രൂപം ക്ഷേത്രഗണിതരീതിയിൽ നിർമ്മിക്കുന്നതെങ്ങനെ?

1. l എന്ന ഒരു രേഖയെ ആധാരമാക്കി, A എന്ന ബിന്ദുവുമായി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള A^1 എന്ന ബിന്ദുകാണുക.

A^1 എന്ന ബിന്ദു A യുടെ പ്രതി ബിംബമാണെങ്കിൽ, l എന്ന രേഖ AA^1 നെ ലംബമായി സമഭാഗം ചെയ്യും എന്നു നാം മനസ്സിലാക്കിയല്ലോ. അപ്പോൾ l എന്ന രേഖയും A എന്ന ബിന്ദുവും തന്നിട്ടുണ്ടെങ്കിൽ A^2 എങ്ങനെ അടയാളപ്പെടുത്താം?

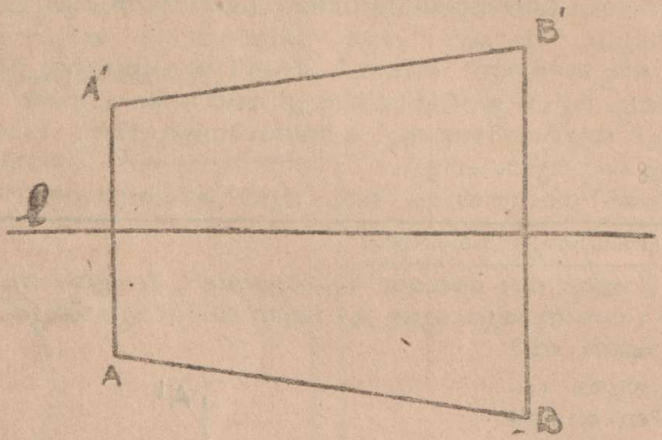


[ചിത്രം 14 (16)]

A യിൽനിന്ന് l എന്ന രേഖയിലേയ്ക്ക് AP എന്ന ലംബം വരച്ച് നീട്ടുക. $A^1P = AP$ ആകത്തക്കവിധം A^1 അടയാളപ്പെടുത്തുക. അപ്പോൾ, A^1, A യ്ക്ക് l നെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ബിന്ദുവായി.

A എന്ന ബിന്ദു l എന്ന പ്രതിസാമ്യതാകർഷത്തിൽത്തന്നെ ആയിരുന്നാൽ അതിന്റെ പ്രതിബിംബവും അതുതന്നെ ആയിരിക്കും. A തന്നെ ആയിരിക്കുമല്ലോ.

2. l എന്ന രേഖയെ ആധാരമാക്കി $\overline{AB}$ -യുമായി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള A^1B^1 വരയ്ക്കുന്നതെങ്ങനെ:



[ചിത്രം 14 (17)]

ഒരു ബിന്ദുവുമായി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ബിന്ദു കണ്ടുപിടിക്കുവാൻ നിങ്ങൾക്കറിയാം. അപ്പോൾ l അകർഷമാക്കി A, B എന്നീ ബിന്ദുക്കൾക്കു പ്രതിസാമ്യതയുള്ള A^1, B^1 എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ അടയാളപ്പെടുത്തി ആ ബിന്ദുക്കൾ യോജിപ്പിച്ചാൽ കിട്ടുന്നേ A^1B^1, $\overline{AB}$ -യുമായി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രേഖാഖണ്ഡമായിരിക്കും.

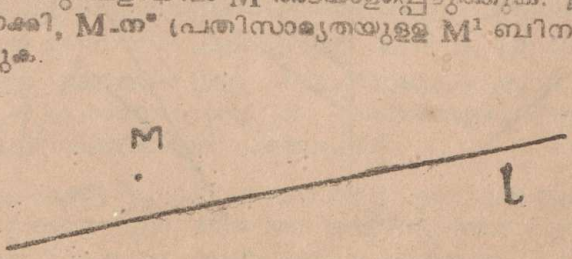
രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു രൂപത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാകർഷത്തിനിരുവശത്തുമുള്ള രൂപങ്ങൾ സർവ്വസമരൂപങ്ങളാണെന്നു പറയാറുണ്ട്. ത്രികോണങ്ങളുടെ സർവ്വസമതയെക്കുറിച്ച് അടുത്ത ക്ലാസ്സിൽ നിങ്ങൾ പഠിക്കും.

ഒരു കോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മി വരയ്ക്കാൻ നിങ്ങൾ പഠിച്ചല്ലോ. ഏതെങ്കിലും ഒരു കോൺ അതിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മിയെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രൂപമാണല്ലോ അപ്പോൾ മദ്ധ്യരശ്മി പൊതുഭുജമായി വരുന്ന കോണുകൾ സർവ്വസമ കോണുകളുമായിരിക്കും. ഒരു കോണിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം കണ്ടുപിടിക്കാൻ പറഞ്ഞാലെന്താണു ചെയ്യേണ്ടത്? ആ കോണിന്റെ മദ്ധ്യരശ്മി വരയ്ക്കണം. ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണത്തിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാക്ഷം കണ്ടുപിടിക്കാനോ? പാദത്തിന്റെ മദ്ധ്യലംബം വരച്ചാൽ മതിയല്ലോ.

ചില രൂപങ്ങൾക്കു രേഖീയപ്രതിസാമ്യതയുള്ളതുപോലെ ചില ഘനരൂപങ്ങൾക്ക് തലങ്ങളെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യത കാണാറുണ്ട്. ഗോളം അതിനു ഒരുദാഹരണമാണ്. നല്ല ഉരുണ്ട ഒരു നാരങ്ങ മദ്ധ്യത്തിൽക്കൂടി മുറിച്ചുനോക്കൂ രണ്ടു ഭാഗങ്ങളും ഒരുപോലെ ഇരിക്കുന്നതായി കാണാം. ഒരു ഗോളത്തെ കേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി കടന്നുപോകുന്ന ഏതു തലത്തിൽക്കൂടി മുറിച്ചാലും രണ്ടുഭാഗങ്ങളും ഒരുപോലെയിരിക്കും. മറ്റൊരു തരത്തിൽ പറഞ്ഞാൽ ഒരു ഗോളത്തിനു, കേന്ദ്രത്തിൽക്കൂടി പോകുന്ന ഒരു തലത്തെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്. വേറെ ഏതെങ്കിലും ഉദാഹരണം നിങ്ങൾക്കു പറയാമോ? ഒരു സമചതുരക്കട്ടയെടുക്കൂ അതിനു ഏതെങ്കിലും തലത്തെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുണ്ടോ എന്നു കണ്ടുപിടിക്കൂ. ഇഷ്ടികയുടെ ആകൃതിയിലുള്ള പലതിനും തലത്തെ ആധാരമാക്കി പ്രതിസാമ്യതയുണ്ട്. ചില കായ്കനികൾ, വിത്തുകൾ മുതലായവയ്ക്കും ഇങ്ങനെ തലത്തെ ആധാരമാക്കിയുള്ള പ്രതിസാമ്യത കാണാൻ കഴിയും.

അഭ്യാസം 14 (2)

1. അടുത്ത കാണിച്ചിരിക്കുന്നപോലെ l എന്ന ഒരു രേഖ വരച്ചു. അതിനുവെളിയിൽ M അടയാളപ്പെടുത്തുക. l-നെ അടിസ്ഥാനമാക്കി, M-ന് പ്രതിസാമ്യതയുള്ള M^1 ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തുക.

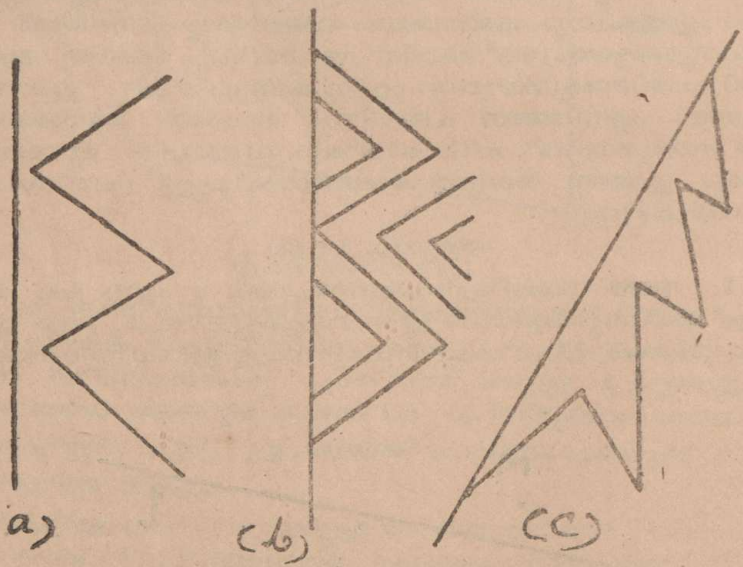


[ചിത്രം 14 (13)]

2. l എന്ന ഏതെങ്കിലും ഒരു രേഖവരച്ച് അതിന്റെ ഒരു ഭാഗത്ത് അതിനുവെളിയിൽ ABC എന്ന ത്രികോണം വരയ്ക്കുക. ABC യ്ക്കു പ്രതിസാമ്യതയുള്ള മറ്റൊരു ത്രികോണം l നെ ആധാരമാക്കി നിർമ്മിക്കുക.

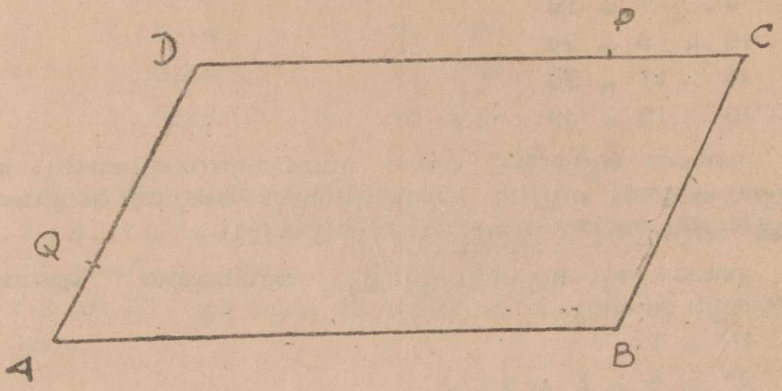
3. PQR എന്ന ഏതെങ്കിലും ഒരു കോൺ വരയ്ക്കുക. അതിന്റെ ബഹിർഭാഗത്തുള്ള m എന്ന ഒരു രേഖയെ ആധാരമാക്കി $\angle$ PQR-ന് പ്രതിസാമ്യതയുള്ള ഒരു കോൺ നിർമ്മിക്കുക.

4. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രങ്ങൾ നിങ്ങളുടെ പുസ്തകത്തിലേയ്ക്കു പകർത്തുക. ചിത്രത്തിൽ കറുപ്പിച്ചിരിക്കുന്ന രേഖകളെ ആധാരമാക്കി അവയുമായി പ്രതിസാമ്യതയുള്ള രൂപങ്ങൾ കൂടി ക്ഷേത്രഗണിതരീതിയിൽ നിർമ്മിക്കുക.



[ചിത്രം 14 (19)]

5. ഈ ചിത്രം നോട്ടുബുക്കിൽ പകർത്തുക. ഇതിന്റെ പ്രതിസാമ്യതാകേന്ദ്രം കണ്ടുപിടിക്കുക. P, Q ഇവയുടെ പ്രതിബിംബം അടയാളപ്പെടുത്തുക.



[ചിത്രം 14 (20)]

അദ്ധ്യായം 15

പാറേറൺ കണ്ടെത്തൽ

സംഖ്യാപരമായവ

സമചതുരസംഖ്യാശ്രേണിയെക്കുറിച്ചുനിങ്ങൾ മുമ്പിലത്തെ ക്ലാസ്സിൽ മനസ്സിലാക്കിയല്ലോ. 1, 4, 9, 16, 25.....എന്നിവയാണല്ലോ ക്രമത്തിലുള്ള സമചതുരസംഖ്യകൾ. അതായത് മുറയ്ക്കുനിസർഗസംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളെഴുതിയാൽ സമചതുരസംഖ്യാശ്രേണിയിലെ പങ്ങളായി.

സമചതുരസംഖ്യകളുടെ മറെറാരു പ്രത്യേകത നോക്കൂ. 4 ഒരു പൂർണവർഗമാണല്ലോ. അതിനെ അതിനു തൊട്ടുമുമ്പുള്ള വർഗസംഖ്യയുടേയും ഒറസംഖ്യയുടേയും തുകയായി പിരിക്കുക.

$4 = 1+3$

4 ന്റെ അടുത്ത സമചതുരസംഖ്യകൾ ഇതിൽനിന്നെങ്ങനെ കണ്ടാമെന്നു നോക്കുക.

$4 + 5 = 9$
$9 + 7 = 16$
$16 + 9 = 25$
$25 + 11 = 36$
$36 + 13 = 49$

ഇങ്ങനെ മുറയ്ക്ക് ഓരോ സമചതുരസംഖ്യയോടും ആ സംഖ്യ കിട്ടാൻ, കൂട്ടിയ ഒറ്റസംഖ്യയുടെ അടുത്ത ഒറ്റസംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ, അടുത്ത സമചതുരസംഖ്യ കിട്ടും.

സമചതുരസംഖ്യകളെക്കുറിച്ചു രസകരമായ മറ്റൊരു വസ്തുത നോക്കൂ.

$1^2 = 1$
$2^2 = 4 = 1 + 3$
$3^2 = 9 = 1 + 3 + 5$
$4^2 = 16 = 1 + 3 + 5 + 7$
$5^2 = 25 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$
$n^2 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + \ldots + (2n-1)$

ആദ്യത്തെ 4 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 42 ആയിരിക്കും.
ആദ്യത്തെ 5 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക 52 ആണ്.
ആദ്യത്തെ 7 ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുകയോ? 72 അല്ലേ?

അതായത് ആദ്യത്തെ n ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ തുക n^2 എന്ന പൂർണ്ണവർഗമായിരിക്കും.

മേൽപ്പറഞ്ഞ [illegible] സമചതുരസംഖ്യകളിൽ ഒറ്റസംഖ്യകളുടെ ഘടനയ്ക്ക് ഒരു സവിശേഷതകൂടിയുണ്ട്.

$3^2 = 9 = 2 + 3 + 4$
$5^2 = 25 = 3 + 4 + 5 + 6 + 7$
$7^2 = 49 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

ചുരുക്കിപ്പറഞ്ഞാൽ $2n+1$ എന്ന ഒറ്റസംഖ്യയുടെ ഘടകം $(n+1)$ തുടങ്ങി, ക്രമത്തിൽ വരുന്ന $(2n+1)$ നിസർഗസംഖ്യകളുടെ തുകയായിരിക്കും.

മറ്റു ചില സംഖ്യാപാറേണുകൾ

1) $1 = 1 = 1^2$

$1+3 = 4 = 2^2$

$1+3+5 = 9 = 3^2$

$1+3+5+7 = 16 = 4^2$

$1+3+5+7+9 = 25 = 5^2$

മുകളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ക്രമം പരിശോധിച്ചു $1+3+5+7+9+11+13$ എന്നത് ഏതു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമെന്ന് ഊഹിച്ചു പറയൂ. ശരിയാണോ എന്നു നോക്കൂ. ഇതിതിയിൽ 12^2 ഏതതല്പാം സംഖ്യകളുടെ തുകയായി എഴുതാം കഴിയും.

2) $1^2 = 1 = \frac{1 \times 1}{1}$

$11^2 = 121 = \frac{22 \times 22}{1+2+1}$

$111^2 = 12321 = \frac{333 \times 333}{1+2+3+2+1}$

$1111^2 = 1234321 = \frac{444 \times 444}{1+2+3+4+3+2+1}$

ഈ പാറേൺ ഏതു സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗംവരെ ശരിയാകും എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

3) $9^2 = 81$

$99^2 = 9801$

$999^2 = 998001$

$9999^2 = 99980001$

$99999^2 = 9999800001$

ഈ പാറേൺ ഉപയോഗിച്ച്, 99999998000000001 എന്ന സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലം ഊഹിച്ചു പറയുക.

5) പൂർണ്ണവർഗങ്ങളായ ചില സംഖ്യകളെ സംബന്ധിച്ചുള്ള ഏതാനും പാറേണുകളം താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്നു അവയുടെതുടർന്ന് എഴുതാമെന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

$6^2 - 5^2 = 11$

$56^2 - 45^2 = 1111$

$556^2 - 445^2 = 111111$

$5556^2 - 5445^2 = 11111111$

$7^2 - 4^2 = 33$

$67^2 - 34^2 = 3333$

$667^2 - 334^2 = 333333$

$8^2 - 3^2 = 55$

$78^2 - 23^2 = 5555$

$778^2 - 223^2 = 555555$

$9^2 - 2^2 = 77$

$89^2 - 12^2 = 7777$

$889^2 - 112^2 = 777777$

6) (i) $11^2 = 12$

$101^2 = 10201$

$1001^2 = 1002001$

$10001^2 = 100020001$

(ii) $12^2 = 144$

$102^2 = 10404$

$1002^2 = 1004004$

$10002^2 = 100040004$

(iii) $13^2 = 169$

$103^2 = 10609$

$1003^2 = 1006009$

$10003^2 = 100060009$

(iv) $21^2 = 441$

$201^2 = 40401$

$2001^2 = 4004001$

$20001^2 = 400040001$

(v) $22^2 = 484$

$202^2 = 40804$

$2002^2 = 4008004$

$20002^2 = 400080004$

(vi) $101^2 = 10201$

$10101^2 = 102030201$

$1010101^2 = 1020304030201$

(vii) $1001^2 = 1002001$

$1001001^2 = 1002003002001$

(viii) $1 + 2 + 1 = 2^2$

$1 + 2 + 3 + 2 + 1 = 3^2$

$1 + 2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 1 = 4^2$

ഇതുപോലെ മററു പാറേറണുകൾ ഉണ്ടാക്കാൻ കഴിയുമെ എന്നു നോക്കൂ.

വർഗസംഖ്യകളുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക

12—ന്റെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 3 + 1 + 2. അതായത് 6 ആണ്.

36—ന്റെ അക്കങ്ങളും കൂട്ടിയാൽ 13 കിട്ടും. പക്ഷേ തുക ഒരക്കസംഖ്യയാകുന്നതുവരെ തുടർന്നു കൂട്ടിയാൽ 1 + 3 = 4 എന്നു കിട്ടും.

436—ന്റെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 4 ആണ്. ഇങ്ങനെ ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കാണുന്നതിന്, തുക ഒരക്കസംഖ്യയാകുന്നതുവരെ തുടർന്നു കൂട്ടുകയാണു വേണ്ടത്.

എന്നാൽ സംഖ്യകളുടെ വർഗങ്ങളും മുറയ്ക്ക് എഴുതി അവയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക കണ്ടുപിടിക്കുമ്പോഴും, ഏതെങ്കിലും ക്രമം വരുന്നോ എന്നു പരിശോധിച്ചുനോക്കൂ.

1	1^2	= 1
	2^2	= 4
	3^2	= 9
	4^2	= 16
	5^2	= 25
	6^2	= 36
	7^2	= 49
	8^2	= 64
	9^2	= 81
	10^2	= 100
	11^2	= 121
	12^2	= 144
	13^2	= 169
	14^2	= 196
	15^2	= 225
	16^2	= 256
	17^2	= 289
	18^2	= 324

അക്കങ്ങളുടെ തുക 1, 4, 9, 7, 7, 9, 4, 1, 9 എന്ന ക്രമത്തിൽ വരുമെന്നു കാണാം. ഒരു സംഖ്യയുടെ അക്കങ്ങളുടെ തുക 8 എണ്ണു കിട്ടുന്നു എന്നിരിക്കട്ടെ. ആ സംഖ്യ പൂർണ്ണവർഗമാകാൻ സാദ്ധ്യമാണോ? എന്തുകൊണ്ട്?

7) $45^2 = 2025$ $\quad 20 + 25 = 45$

$55^2 = 3025$ $\quad 30 + 25 = 55$

$99^2 = 9801$ $\quad 98 + 01 = 99$

$703^2 = 494209$ $\quad 494 + 209 = 703$

8) $65^2 - 56^2 = 33^2 = 1089$

9801 എന്ന പൂർണവർഗത്തിന്റെ രസകരമായ ചില പ്രത്യേകതകളും നോക്കൂ.

$1089 \times 9 = 9801$

9) സംഖ്യ 473

അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചെഴുതിയാൽ സംഖ്യ 374

വ്യത്യാസം 099

അക്കങ്ങൾ തിരിച്ചിട്ടാൽ കിട്ടുന്നത് 990

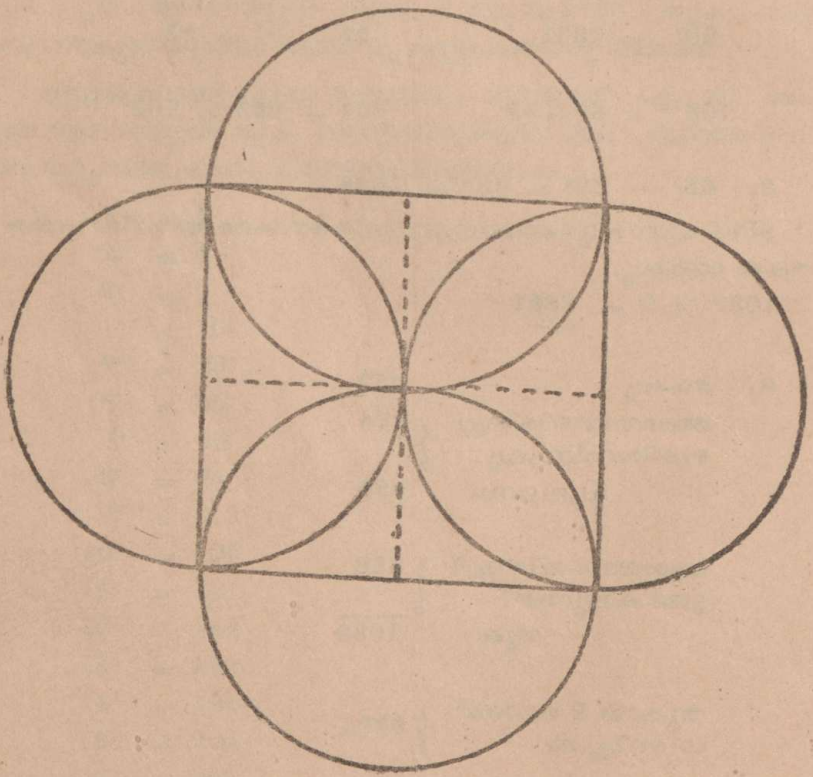
തുക 1089

തുകയെ 9 കൊണ്ട് ഗുണിച്ചാൽ 9801

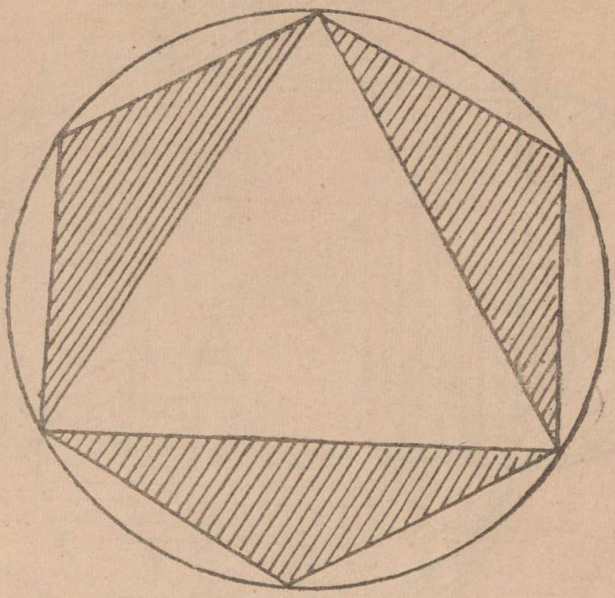
മൂന്നക്കമുള്ള മറ്റൊരു സംഖ്യയെടുത്തു മേൽ കാണിച്ചിരിക്കുന്ന ക്രിയ ചെയ്തുനോക്കൂ.

ക്ഷേത്രഗണിതപരമായവ

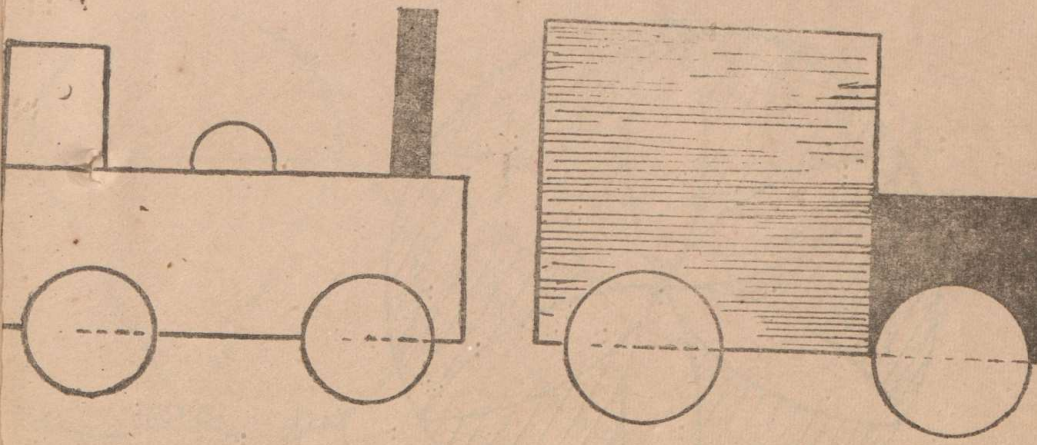
നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടുള്ള ക്ഷേത്രഗണിതരൂപങ്ങളുൾക്കൊള്ളുന്ന ചില പാറ്റേണുകൾ ഇനിയുള്ള പുറങ്ങളിൽ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു. അവ നോക്കി മനസ്സിലാക്കി അതുപോലുള്ള പാറ്റേണുകൾ വരയ്ക്കുകയും, ഈ രൂപങ്ങളുപയോഗിച്ചുള്ള മറ്റു പാറ്റേണുകൾ സ്വയം നിർമ്മിച്ചു വരയ്ക്കാൻ ശ്രമിക്കുകയും ചെയ്യുക.



[ചിത്രം 15 (1)]



[ചിത്രം 15 (2)]



[ചിത്രം 15 (3)]

[ചിത്രം. 15 (4)]

[ചിത്രം 15 (5)]

[ചിത്രം 15 (6)]

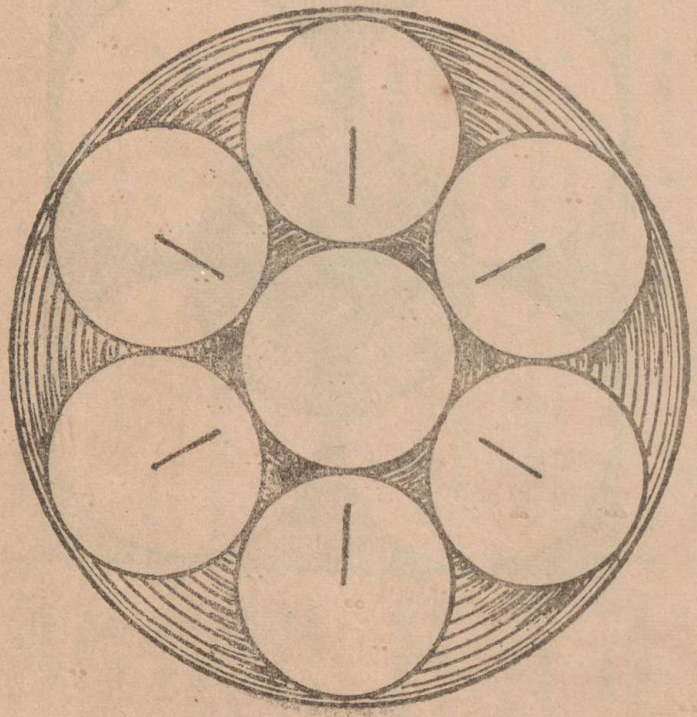
[ചിത്രം 15 (7)]

[ചിത്രം 15 (8)]→

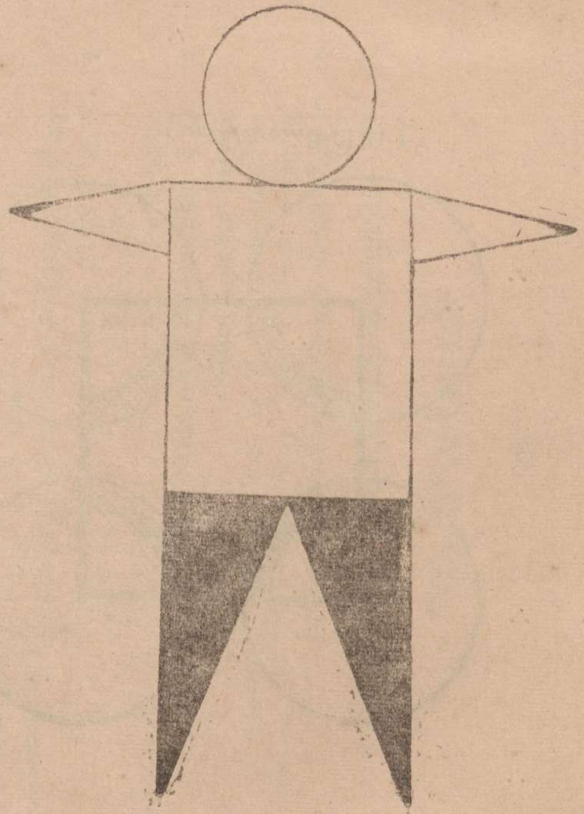
[ตัวเลข 15 (10)]

[ตัวเลข ๑๕ (๑)]

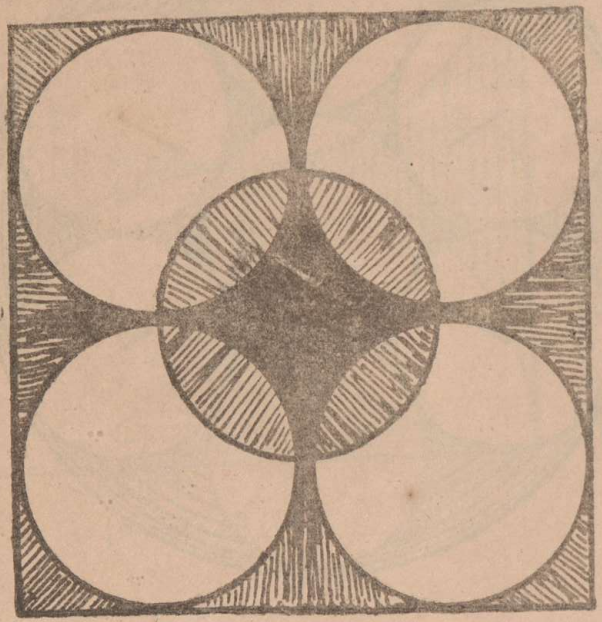
[ചിത്രം 15 (12)]

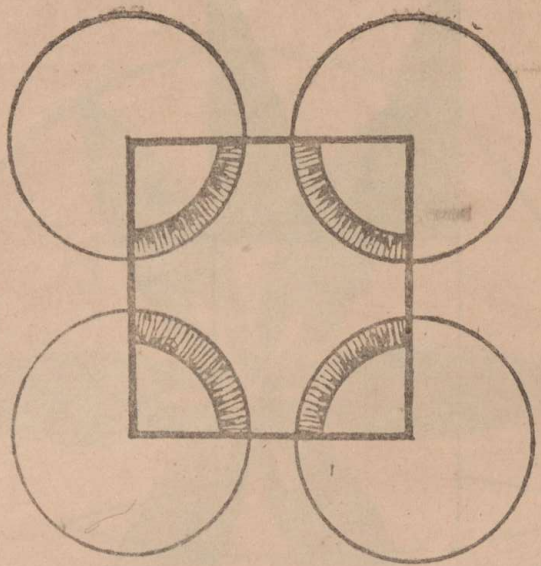


[ചിത്രം 15 (11)→



[ചിത്രം 15 (14)]





[ചിത്രം 15 (13)]

അനുബന്ധം

രേഖീയസംഖ്യകളുടെ പ്രത്യേകതകൾ

1. a-യും bയും രണ്ടുരേഖീയസംഖ്യകളും ആയാൽ $a + b$ ഒരു രേഖീയസംഖ്യ ആയിരിക്കും. $a \times b$ ഒരു രേഖീയ സംഖ്യ ആയിരിക്കും. (സംവൃതിനിയമം)

2. a, b എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യകൾക്കും, (ക്രമനിയമം)
$$a + b = b + a$$
$$a \times b = b \times a$$

3. a, b, c എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യകൾക്കും (സംയോജനനിയമം)
$$(a + b) + c = a + (b + c) = a + b + c.$$
$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c) = a \times b \times c$$

4. a എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യയ്ക്കും (അനന്യതനിയമം)
$$a + 0 = 0 + a = a$$
$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

5. a ഒരു രേഖീയസംഖ്യയും, a^1, aയുടെ സങ്കലന വിപരീതവുമായാൽ (സങ്കലന വിപരീതനിയമം)
$$a + a^1 = 0$$

6. a പൂജ്യമല്ലാത്ത ഒരു രേഖീയസംഖ്യയും a^{+1} അതിന്റെ ഗുണന വിപരീതവുമായാൽ $a \times a^{-1} = 1$ (ഗുണനവിപരീതനിയമം)

7. പൂജ്യത്തിന് ഗുണനവിപരീതം ഇല്ല.

8. a എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യയ്ക്കും (പൂജ്യത്തിന്റെ ഗുണനപ്രത്യേകത)
$$a \times 0 = 0$$

9. a, b, c എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യകൾക്കും $a \times (b - c) = a \times b + a \times c$ കൂടാതെ $a \times b + a \times c = a \times (b + c)$ (വിതരണനിയമം)

10. a ഒരു രേഖീയസംഖ്യ ആയാൽ (പ്രതിബിംബനിയമം)
$$a = a$$

11. a, b എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളായാൽ $a = b$ ആണെങ്കിൽ $b = a$ ആയിരിക്കും (പ്രതിസാമ്യതാനിയമം)

12. a, b, c എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളും. $a = b$-യും $b = c$-യും ആയാൽ $a = c$ ആയിരിക്കും. (സംക്രാമിക നിയമം)

13. a, b, c എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളായാൽ $a = b$ എങ്കിൽ $a + c = b + c$ (സങ്കലനത്തിലെ സമതാനിയമം)

14. a, b, c എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളായാൽ $a = b$ എങ്കിൽ $ac = bc$ ആയിരിക്കും. (ഗുണനത്തിന്റെ സമതാനിയമം)

15. a, b എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളും. $a = b$ ആയാൽ $-a = -b$ ആയിരിക്കും.

16. a, b, c എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളും. $a + c = b + c$ ആയാൽ $a = b$ ആയിരിക്കും. (സങ്കലനവിലോപസിദ്ധാന്തം)

17. $ac = bc$-യും $c \neq 0$-യും ആയാൽ $a = b$ ആയിരിക്കും. (ഗുണനവിലോപസിദ്ധാന്തം)

18. a, b എന്ന ഏതു രേഖീയസംഖ്യകൾക്കും $a = b$ അല്ലെങ്കിൽ $a < b$ അല്ലെങ്കിൽ $b < a$ ആയിരിക്കും. (ത്രിധാകരണം)

19. k_1, k_2, k_3, k_n എന്നിവ സ്ഥിരസംഖ്യകളായാൽ $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots = k$ ആകത്തക്കവിധം k എന്ന സ്ഥിരസംഖ്യയുണ്ട്. (സാമാന്യവത്കൃതസംവൃതിനിയമം)

അതുപോലെ $k_1 \times k_2 \times k_3 \ldots \times k_n = k$

20. $m(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots) = ma_1 + ma_2 + ma_3 + \ldots$ (സാമാന്യവത്കൃതവിതരണനിയമം)

$ma_1 + ma_2 + ma_3 + \ldots = m(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots)$ വിതരണനിയമത്തിന്റെ അനുസിദ്ധാന്തം സാമാന്യവത്കൃതരൂപം.

21. a, b, c, d എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളായാൽ $a + b + c + d = d + a + c + b$ അതുപോലെ $a \times b \times c \times d = d \times a \times c \times b$ സാമാന്യവത്കൃതക്രമനിയമം.

22. a, b, c, d, e, f, g എന്നിവ രേഖീയസംഖ്യകളായാൽ
$a+b+c+d+e+f+g = a+b+c+d)+(e+f)+g$
$abcdefg = (abcd)(ef)g$
} (സാമാന്യവത്കൃതസംയോജനനിയമം)

അനുബന്ധം II

പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞ [ക്ഷേത്രഗണിതത്തിലെ സാമാന്യതത്ത്വങ്ങൾ

1. രണ്ടു വ്യത്യസ്തബിന്ദുക്കളെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു രേഖയുണ്ട്; ഒരു രേഖ മാത്രമേയുള്ളു.

2. രേഖീയസംഖ്യകളും ഒരു രേഖയിലെ ബിന്ദുക്കളും തമ്മിൽ ഒന്നിനൊന്നു പൊരുത്തപ്പെടുത്താം. അപ്പോഴും

(i) ഓരോ രേഖീയസംഖ്യയുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്ന ഒരു ബിന്ദുവുണ്ട്; ഒരു ബിന്ദു മാത്രമേയുള്ളു.

(ii) ഓരോ ബിന്ദുവിനോടും പൊരുത്തപ്പെടുന്ന ഒരു രേഖീയസംഖ്യയുണ്ട്. ഒരു രേഖീയസംഖ്യ മാത്രമേയുള്ളു.

(iii) രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും തമ്മിലുള്ള അകലം ആ ബിന്ദുക്കളുമായി ഒന്നിനൊന്നു പൊരുത്തപ്പെട്ട രേഖീയസംഖ്യകളുടെ വ്യത്യാസത്തിന്റെ കേവലവിലയായിരിക്കും.

3. ഒരു തലത്തിൽ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞത് ഒരേ രേഖയിലല്ലാത്ത മൂന്നു ബിന്ദുക്കളെങ്കിലും ഉണ്ടായിരിക്കും.

4. രണ്ടു ബിന്ദുക്കളും ഒരേ തലത്തിലായാൽ ആ ബിന്ദുക്കളും നിർണ്ണയിക്കുന്ന രേഖയും അതേ തലത്തിൽത്തന്നെ ആയിരിക്കും.

5. ഒരേ രേഖയിലല്ലാത്ത മൂന്നു ബിന്ദുക്കളും ഒരു തലം നിർണ്ണയിക്കുന്നു; ഏതു മൂന്നു ബിന്ദുക്കളെയും ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു തലമുണ്ടായിരിക്കും.

6. രണ്ടു തലങ്ങൾ പരസ്പരം ഖണ്ഡിച്ചാൽ അവയുടെ സംഗമം ഒരു രേഖയായിരിക്കും.

7. ഒരു രേഖയിൽ ഒരു ബിന്ദു അടയാളപ്പെടുത്തിയാൽ, ആ രേഖ രണ്ട് അർദ്ധരേഖകളായി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു; ആ ബിന്ദു ഈ രണ്ട് അർദ്ധരേഖകളിലും ഉൾപ്പെടുകയില്ല.

8. ഒരു തലത്തിൽ ഒരു രേഖ വരച്ചാൽ ആ തലം രണ്ട് അർദ്ധതലങ്ങളായി വിഭജിക്കപ്പെടുന്നു; ആ രേഖ രണ്ട് അർദ്ധ തലങ്ങളിലും ഉൾപ്പെടുകയില്ല.

9. ഒരു കോൺ തന്നാൽ അതുമായി പൊരുത്തപ്പെടുന്ന ഒരു രേഖീയസംഖ്യ 0-ത്തിനും 180-നും ഇടയ്ക്ക് ഉണ്ടായിരിക്കും.

10. $\angle BAC$ യുടെ അന്തർഭാഗത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവാണ് D എങ്കിൽ $\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC$

11. രണ്ടു കോണുകളും ഒരു രേഖീയജോടി ആയാൽ അവ അനുപൂരകങ്ങളായിരിക്കും.

12. ഒരു രേഖയ്ക്കു പുറത്തുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽ കൂടി ആ രേഖയ്ക്കു സമാന്തരമായി ഒരു രേഖ ഉണ്ടായിരിക്കും; ഒരു രേഖ മാത്രമേ ഉണ്ടായിരിക്കുകയുള്ളൂ.

13. ഒരു ചതുരത്തിന്റെ വിസ്തീർണ്ണത്തിന്റെ അളവ് അതിന്റെ പാദത്തിന്റെയും ഉന്നതിയുടെയും അളവുകളുടെ ഗുണനഫലമാണ്.

14. ഒരു രേഖാഖണ്ഡത്തിന് ഒരു മദ്ധ്യബിന്ദു ഉണ്ട്; ഒരു മദ്ധ്യബിന്ദു മാത്രമേയുള്ളൂ.

15. രണ്ടു രേഖകളുടെ സംഗമബിന്ദുക്കളുടെ എണ്ണം പരമാവധി ഒന്നായിരിക്കും.

16 രണ്ടു രേഖകൾ പരസ്പരം ഖണ്ഡിച്ചാൽ അവയെ ഉൾക്കൊള്ളുന്ന ഒരു തലമുണ്ട്; ഒരു തലം മാത്രമേയുള്ളൂ

17. ഒരു കോണുകൾ പൂരകങ്ങളായാൽ അവ രണ്ടും ന്യൂന കോണുകൾ ആയിരിക്കും.

18. ഏതൊരു കോണും അതിനോടുതന്നെ സർവ്വസമമായിരിക്കും.

19. ഏതു രണ്ടുമട്ടകോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

20. രണ്ടു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളും അനുപൂരകങ്ങളുമായാൽ അവ ഓരോന്നും മട്ടകോൺ ആയിരിക്കും.

21. സർവ്വസമങ്ങളായ കോണുകളുടെ പൂരകങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

22. സർവ്വസമങ്ങളായ കോണുകളുടെ അനുപൂരകങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

23. എതിർകോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

24. രണ്ടുരേഖകളും പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന കോണുകളിൽ ഒന്ന് മട്ടകോണായാൽ മറ്റു മൂന്നു കോണുകളും മട്ടകോണുകളായിരിക്കും.

25. ഏതു രേഖാഖണ്ഡവും അതിനോടുതന്നെ സർവ്വസമമായിരിക്കും.

26. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു ഭുജങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായാൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള രണ്ടു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

27. ഒരു സമഭുജത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

28. ഒരു കോണിന് ഒരു മദ്ധ്യരശ്മിയുണ്ട്; ഒരു മദ്ധ്യരശ്മി മാത്രമേയുള്ളൂ.

29. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായാൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള രണ്ടു ഭുജങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കും.

30. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായാൽ അത് ഒരു സമഭുജത്രികോണമായിരിക്കും.

31. ഒരു മേഖലയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽക്കൂടി ആ രേഖയ്ക്കു ലംബമായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കാം. അങ്ങനെ ഒരു രേഖ മാത്രമേ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുകയുള്ളു.

32. ഒരു രേഖയ്ക്കു വെളിയിലുള്ള ഒരു ബിന്ദുവിൽക്കൂടി ആ രേഖയ്ക്കു ലംബമായി ഒരു രേഖ വരയ്ക്കാം. ഒരു രേഖ മാത്രമേ വരയ്ക്കാൻ കഴിയുകയുള്ളു.

33. ഒരു ത്രികോണത്തിൽ പരമാവധി ഒരു കോൺ മാത്രമേ മട്ടകോൺ ആകാൻ സാധിക്കൂ.

34. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഒരു കോൺ മട്ടകോണായാൽ മറ്റു രണ്ടു കോണുകളും ന്യൂനകോണുകളായിരിക്കും.

35. ഒരു ത്രികോണത്തിൽ സർവ്വസമങ്ങളല്ലാത്ത രണ്ടു ഭുജങ്ങളുണ്ടെങ്കിൽ അവയ്ക്കെതിരേയുള്ള കോണുകളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കുകയില്ല. വലിയ ഭുജത്തിനെതിരെയുള്ള കോണായിരിക്കും വലുത്.

36. ഒരു ത്രികോണത്തിൽ സർവ്വസമങ്ങളല്ലാത്ത രണ്ടു കോണുകളും ഉണ്ടെങ്കിൽ അവയ്ക്കെതിരെയുള്ള ഭുജങ്ങളും സർവ്വസമങ്ങളായിരിക്കുകയില്ല. വലിയ കോണിനെതിരേയുള്ള ഭുജമായിരിക്കും വലുത്.

37. ഒരു ബിന്ദുവിനെ ഒരു രേഖയുമായി യോജിപ്പിക്കുന്ന രേഖാഖണ്ഡങ്ങളിൽ ഏറ്റവും ചെറുത് ആ രേഖയ്ക്ക് ലംബമായ രേഖാഖണ്ഡമായിരിക്കും.

38. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ ഏതെങ്കിലും രണ്ടു ഭുജങ്ങളുടെ അളവുകളുടെ തുക മൂന്നാമത്തെ ഭുജത്തിന്റെ അളവിനേക്കാളും കൂടുതലായിരിക്കും.

39. രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളും ഒരേതലത്തിൽ ആയിരിക്കും.

40. ഒരേ രേഖയ്ക്കു ലംബമായി ഒരേതലത്തിലുള്ള രണ്ടു രേഖകളും പരസ്പരം സമാന്തരമായിരിക്കും.

41. രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളും തമ്മിലുള്ള അകലം എല്ലായിടത്തും ഒരുപോലെയായിരിക്കും.

42. രണ്ടു സമാന്തരരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോൾ ഉണ്ടാകുന്ന:

(i) സമസ്ഥാനീയ കോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും

(ii) ഏകാന്തരകോണുകളും സർവസമങ്ങളായിരിക്കും.

(iii) പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളായിരിക്കും.

43. രണ്ടുരേഖകളെ ഒരു ഛേദകം ഖണ്ഡിക്കുമ്പോഴുണ്ടാകുന്ന ഏതെങ്കിലും ഒരു ജോടി:

(i) സമസ്ഥാനീയ കോണുകളും സർവസമങ്ങളാവുകയോ.

(ii) ഏകാന്തരകോണുകളും സർവസമങ്ങളാവുകയോ.

(iii) പാർശ്വാന്തരകോണുകളും അനുപൂരകങ്ങളാവുകയോ ചെയ്താൽ ആ രേഖകളും സമാന്തരങ്ങളായിരിക്കും.

44. ഒരു ത്രികോണത്തിലെ മൂന്നു കോണുകളുടെയും ഡിഗ്രി അളവുകളുടെ തുക 180 ആയിരിക്കും.

ഉത്തരങ്ങൾ

അഭ്യാസം 7 (1)

I (1) 1000 (2) 32 (3) 343 (4) 72
(5) 250 (6) 36 (7) 8000

II (1) 75 (2) 64 (3) 4 (4) 108

അഭ്യാസം 7 (2)

I (1) m^{11} (2) $18x^5$ (3) a^9 (4) $2p^8$
(5) $4a^4$ (6) 2^3 (7) $2^7 \times 3^5 \times 5^3$
(8) $12p^{33}q^4$ (9) $20a^{25}$ (10) $48a^6b^{13}c^{14}$

II (1) ശരി (2) തെറ്റ് (3) ശരി (4) തെറ്റ്
(5) തെറ്റ് (6) തെറ്റ്.

അഭ്യാസം 7 (3)

(1) 2^3 (2) 3^3 (3) 2^4 (4) 2^3 (5) $\frac{3^3}{2^5}$
(6) $\frac{1}{3^3 \times 4^3}$ or $3^{-3}\,4^{-3}$ (7) $\frac{a^8}{2^3}$ (8) $\frac{b}{a}$
(9) $\frac{3a^2b^3}{2}$ (10) $\frac{3q^3}{p^2}$ (11) $\frac{2}{x^4y^7}$ (12) $\frac{3y^2}{x^4x^3}$

അഭ്യാസം 7 (4)

I (1) 2^6 (2) x^8 (3) a^{12} (4) b^{16}
(5) 2^3a^6 (6) 2^3a^9 (7) 3^4a^8 (8) 4^2a^{14}
(9) 2^6a^6 (10) $2^{10}a^{10}b^{15}c^{20}$

II (1) 10 (2) −6 (3) 18 (4) −12 (5) 8
(6) 5 (7) 4 (8) 4 (9) −3 (10) −6

III (1) 2187 (2) 1024

IV $\frac{9}{16}\,a^4b^6c^2$ ചതുരശ്രമീറ്റർ

V $\frac{1}{2}\,x^2ym^2$ മീറ്റർ

VI (1) a^6 (2) 2^6 (3) 4^6 (4) 5^{12} (5) a^6

അഭ്യാസം 7 (5)

1. (i) ശരി (ii) തെറ്റ് (iii) ശരി (iv) തെറ്റ്
(v) ശരി (vi) ശരി (vii) ശരി (viii) തെറ്റ്

2. (i) $\sqrt{2x}$ (ii) $\sqrt[5]{7}$ (iii) $\sqrt[5]{10^3}$
(iv) $12\sqrt[9]{x^3}$ (v) $\sqrt[n]{(3ab)^{2m}}$

3. (i) $5\frac{1}{2}$ (ii) $7\frac{1}{3}$ (iii) $a\frac{2}{5}$ (iv) $5m\frac{1}{4}$
(v) $y^{1/n}$ (vi) $y^{2/n}$ (vii) $72a\,(xy)^{a/c}$

4. (1) a^3b^3 (2) $m^6n^7p^8$ (3) 23×4^5
(4) 312×6^7 (5) (i) ab^4c^5 (ii) x^6y^2
(iii) p^7q^8 (iv) 63×7 (v) $2^2 \times 3$
(6) (i) 66 (ii) 2800

അഭ്യാസം 7 (6)

1 (i) 12 (ii) 18 (iii) 15 (iv) 23
(v) 16 (iv) 48 (vii) 140

അഭ്യാസം 7 (7)

(1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{9}{11}$ (4) $1\frac{1}{4}$ (5) $5\frac{1}{5}$
(6) .2 (7) .4 (8) 1.5 (9) .12 (20) 2.1
(11) $\frac{12}{11}$ (12) $\frac{16}{15}$

അഭ്യാസം 7 (8)

(1) 25 (2) 26 (3) 28 (4) 52 (5) 36

അഭ്യാസം 7 (9)

(1) 34 (2) 47 (3) 81 (4) 101
(5) 253 (6) 241 (7) .79 (8) .03
(9) .18 (10) .06 (11) 4.29

അഭ്യാസം 7 (10)

(i) 19 (ii) 52 (iii) 253 (iv) 45
(v) .79 (vi) 3.4 (vii) 6.3 (viii) 1.25
(ix) 2.89 (x) .29

2. (i) 1.73 (ii) 2.24 (iii) 2.65 (iv) 3.16
(v) 6.56 (vi) .32 (vii) .69 (viii) 4.47
(ix) 31.35 (x) .72 (xi) .05

3. (i) 741 (ii) 74.1 (iii) .741 (iv) 7410

അഭ്യാസം 7 (11)

I (1) 2 (2) 10 (3) $10\sqrt{3}$ (4) $18\sqrt{2}$
(5) $18\sqrt{2}$ (6) 10 (7) 36 (8) 60
(9) 12 (10) 60 (11) 60

II (1) 11.31 (2) 7.07 12) 10.39 (4) 15 59

III (1) $\sqrt{2}$ (2) $4\sqrt{5}$ (3) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$
(4) $\frac{9\sqrt{2}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

IV (1) 5 (2) 12 (3) 140 (4) 26

അഭ്യാസം 7 (12)

(a) (1) 5 (2) 3 (b) (1) 5 (2) 11
(c) (1) .03 (2) .18 (3) .06

അഭ്യാസം 7 (13)

I (1) 15.554 (2) 2.828 (3) 4.242
(4) 15.554 (5) 28.25 (6) 42.42
II (1) 8.66 (2) 15.588 (3) 3.464 (4) 17.32

അഭ്യാസം 7 (14)

A

I (1) D (2) B (3) C (4) B (5) C (6) C (7) A
(8) A (9) E

II (1) $\frac{2}{3x}$ (2) $\frac{5x}{2y}$ (3) $\frac{2a}{n}$ (4) $\frac{x}{6}$ (5) $\frac{ab}{xy}$
(6) $\frac{a^2}{b^3}$ (7) $\frac{x^3y^2}{ab}$

III (i) 2 (ii) 3 (iii) 5 (iv) 2 (v) 2 (vi) 7 (vii) 10

IV (1) 29 (2) 23 (3) 52 (4) 4.5 (5) .79 (6) 3.4
(7) 16.7 (8) 24.2

V 520 മീ.

VI (a) 1120 (b) 2080

VII (i) 24 ച.സെമീ. (ii) 41.57 ച.സെമീ.

VIII (i) 10 മീ. (ii) 20 മീ. (iii) $4\frac{1}{2}$ മീ. (iv) 14.14 മീ.

IX 75 വരി

X 48 XI 31, 47

C XII 72.288

അഭ്യാസം 7 (15)

(1) 4.123 (2) 9.110 (3) 7.616 (4) 9.798 (5) 37.141
(6) 15 (7) 51 (8) 66 (9) 83 (10) 96

അഭ്യാസം 8 (1)

(1), (2), (5), (7), (8), (11), (12), (13), (14)
(17), (18), (19), (20)

അഭ്യാസം 8 (2)

ഏകപദം:– (2), (9), (12), (14), (16)
ദ്വിപദം:– (3), (5), (8)
ത്രിപദം:– (1), (6), (10)
ബഹുപദം:– (4), (7), (11), (13), (15)

അഭ്യാസം 8 (3)

(1) 2 (2) 1 (3) 7 (4) 4 (5) 3
(6) 3 (7) 4 (8) 3 (9) 2 (10) 3

അഭ്യാസം 8 (4)

(1) $8x$ (2) $-5y$ (3) $-7m$ (4) $-3x$
(5) $-11p$ (6) $+4a^3$ (7) $13k^4$ (8) $7mn^3$
(9) $11x^3$ (10) $3x$ (11) $-10x$ (12) $56p$
(13) $10p^3$ (14) $-7a^2b$ (15) $-10xy$ (16) $5x^3$

അഭ്യാസം 8 (5)

(1) s (2) $10x$ (3) $4a^2$ (4) $8p^3$

അഭ്യാസം 8 (6)

(1) $12m$ (2) $-16b$ (3) $13b$ (4) 0

(5) $13p^3$ (6) m^2 (7) $5x$ (8) a

(9) $11k$ (10) 0 (11) nm (12) 0

(13) $3z$ (14) d (15) $19a^2b$ (16) $-10abc$

അഭ്യാസം 8 (7)

(1) $7x+3$ (2) $3x+2a$ (3) $3a$ (4) $-4a$

(5) $-10x$ (6) $2x^3+y^2+10$ (7) $3x^3-x-5y^2-2$

(8) $3x^2+3x$ (9) $13x^3-7y^2$ (10) $4a^2-5a-19$

(11) x^2+xy+y^2 (12) $-2a^2-3ab-10b^2$

(13) $9a^2-4a-4$ (14) $-6x-2y-5z$ (15) $3a^2-8b^2$

അഭ്യാസം (8) 8

A) (1) $3p$ (2) $10a$ (3) $-10x$ (4) $-6y$

(5) $-x-4a$ (6) $11-9x$ (7) $-3ab-14ax$

(8) $-12y$ (9) $10x+y$ (10) $m+2n$

(11) $7a-13b+4c$ (12) $2x+2z$ (13) $18+2b^2+a^2$

(12) $2-m^2-2m^3$ (15) $-7a^2+3ab-12b^2$

B) (1) $4x+y-3z$ (2) $8a-5b-c$ (3) $-6y^2+7xy$
(4) $9p^2-4p-4$ (5) $-5p-14pk$

C) (1) $10x-10$ (2) $13z-25$ (3) $ab+a$
(4) $2x^3-8x^2+4$

D) (1) $-5x-3y$ (2) $4x^2-8x+4$ ಮೊದಲಾದ
(3) $6p-9$ ಮೊದಲಾದ (4) $8x+1$ ಮೊದಲಾದ
(5) $2b^2$ (6) $6x+y$ (7) $-a+6b$
(8) $4a+3b$ (9) $2x^2+8x+12$

ಅಭ್ಯಾಸ. 8 (9)

I (1) $4xa$ (2) $7xy$ (3) $18x^2$ (4) $14x^2y^2$
(5) $35xy^3$ (6) $+6x^4y^2$

II (1) $-12p^3q^3r$ (2) $-42pqrxy$ (3) $12x^3y^2$
(4) $24abc$ (5) $21x-6y$ (6) $8x+10y$
(7) $9x^2-12xy$ (8) $28p^2q+14pq^2$ (9) $+10p^2r-15pr^2$
(10) $8p^4q^4-6p^3q^3$ (11) $-10x^3yz+8x^2y^2z$
(12) $-12a^2b^3c-8a^2b^2c$ (13) $6x^2+12x-18$
(14) $-12p^2a+9pa-21a$ (15) $25x^2a+30a^2-15a$
(16) $-21a^3b^2+6a^2-18a$
(17) $3x^4-6x^3+15x^2-8x$
(18) $24x^3y^2+28x^3y^2+4xy^3$

MUNAVIRUL ISLAM HIGH SCHOOL
Date.....
ERNAKULAM.

(18) $20p^3q^2 + 8p^2q + 4p^2 + 12pq$

(20) $4m^3n^2 + 14m^2n^2 - 8m^2n^3$

(21) $20k^5l + 16k^4l^2 - 12k^3l^2 + 5k^2$ ³

(22) $-35x^4y + 15x^3y^2 - 10x^2y^3 + 20xy$

B

(1) 126 (2) 864 (3) 448 (4) 132 (5) 576 (6) 468
(7) 10404 (8) 9991

C

(1) $x^2 - 9$ (2) $y^2 - 64$ (3) $x^2 - y^2$ (4) $a^2 + 2ab + b^2$
(5) $x^2 - 4x - 45$ (6) $y^2 - 14y + 48$ (7) $4m^2 - x^2$
(8) $15a^2 - 31a + 14$ (9) $x^4 - 13x^2 + 12$

അഭ്യാസം 8 (10)

(1) $x^2 + 9x + 14$ (2) $a^2 + 15a + 56$ (3) $y^2 - 4y - 60$
(4) $n^2 - 5n - 36$ (5) $x^2 - 13x + 42$ (6) $y^2 - 11y + 24$
(7) $10x^2 + 17x + 3$ (8) $56n^2 + 95n + 36$ (9) $35x^2 - 29x + 6$
(10) $60y^2 + y - 10$ (11) $12y^2 - 34 + 24$
(12) $42x^2 - 83x + 40$ (13) $a^4 - 7a^2 - 8$ (14) $y^4 + 35y^2 - 200$
(15) $m^3 - 6m^2 + 13m - 12$ (16) $2n^3 - 15n^2 + 20n - 3$
(17) $20x^4 + 23x^3 + 8x^2 + 11x - 14$
(18) $21a^4 - 36a^3b - a^2b^2 + 48ab^3 - 36b^4$
(19) a^8b^2 (20) $a^6 - b^6$

അഭ്യാസം 8 (11)

I (1) $4p+5q$ (2) $6+16a$

II (1) $5+q$ (2) $7+3a$ (3) $3k-1$
(4) $10x^2+2x-7$ (5) $-4n^3+3n^2+4n$
(6) $-8x^2+4x+2$ (7) $-2xy^2+xy-3$
(8) $5p^3-4p^2-8p-3$ (9) x^3-3x^2+9x-2
(10) $-4x^3+7x\ y3-xy^2$ (11) $4x+2x^2\ y-1$
(12) $-x^3+8x2-2x+1$

അഭ്യാസം 8 (12)

(1) $6x^3-7x^2+19x+12$ (2) $x^3-9x^2+14x+30$
(3) $30a^3-123a^2\ 94a+65$
(4) $30x^4-17x^3-41x^2-13x+15$
(5) $-56m^4+124m^3+124m^2+140m-117$
6) $12x^5-20x^4-6x^3+10x^2+21x-35$
(7) $14x^6-6x^5-19x^4+9x^3-5x^2+3$

അഭ്യാസം 9 (1)

1, 3 5, 8, 9

അഭ്യാസം 9 (2)

A

(1) $ax+ay$ (2) $ba+2bc-bd$
(3) $3xa+3xb+3xc$ (4) $12x^2\ y+18xy^2$

(5) $15ya + 10yb - 25y$ (6) $3pqx + 4pqy - pqz$
(7) $8x^2 + 16y + 24$ (8) $a^2bc + ab^2c + abc$
(9) $12x^4 + 15x^3 - 9x^2$
(10) $-3p^2q^2 - 3p^2q^2r - 3p^3qr$

B

(1) $x(b+c)$ (2) $p(x+x^2+1)$
(3) $a(x+y+z)$ (4) $2a(b+2a)$
(5) $3a(2a+3b-4c)$ (6) $xy(x+y+z)$
(7) $7x(x^2-2x-3)$ (8) $xy(x^2-2xy+y^2)$
(9) $a^2b^2(a^2+b^2+1)$ (10) $x^3(x^4+2x+2)$
(11) $5x^2(x^2-3x-4)$ (12) $3ab(ab-2a+3)$
(13) $11(2m^2-3m+6)$ (14) $9p^2q^2(3q-2p+1)$
(15) $bx(ac-abc+b)$ (16) $5k(k^2+k-12)$
(17) $7p(p^4-10p-16)$ (18) $3a^4(a-2c-3ac)$
(19) $6(x^2+8x+12)$ (20) $(x^3-x^2+x-1$
(21) $(x+1)(a+b)$ (22) $(m+n)(2+x)$

അഭ്യാസം 9 (3)

(1) $xc+xd+yc+yd$ (2) $xy+xz+5y+5z$
(3) $2a+2b+ca+cb$ (4) $ab+ac+2b^2+2bc$
(5) $pq+3p+6q+18$ (6) $6xy+6x+10y+10$
(7) $mp-mq+np-nq$ (8) $ac-ad-bc+bd$
(9) $km+kn+lm+ln$ (10) $km+kn-lm-ln$
(11) $vk+vz-yk-yz$ (12) $6xa-4xb+9ay-6by$

ამოცანა 9 (4)

(1) $a^2+8a+16$ (2) $p^2+2pq+q^2$

(3) $m^2-2mn+n^2$ (4) m^2+6m+9

(5) $k^2-14k+49$ (6) $4x^2+4xy+y^2$

(7) $9y^2-24y+16$ (8) $16x^2-24xy+9y^2$

(9) $9a^2+24ab+16b^2$ (10) a^4+2a^2+1

(11) $9a^2-30ab+25b^2$ (12) $4a^2+12ab+9b^2$

(13) $16a^2b^2-16ab+4$ (14) $\frac{4}{9}a^2+\frac{4}{5}ay+\frac{1}{5}y^2$

(15) $4x^4y^2-12x^3y^3+9x^2y^4$ (16) $x^2-\frac{4}{5}xy+\frac{4}{5}y^2$

(17) $\frac{16}{9}x^2+2xy+\frac{9}{16}y^2$

ამოცანა 9 (5)

(1) $2pq$ (2) l^2 (3) m^2 (4) $4x$

(5) y^2 (6) $6k$ (7) $10x$ (8) $4q^2$

(9) $9y^2$ (10) $9y^2$

ამოცანა 9 (6)

(1) $(p-q)^2$ (2) $(x+4)^2$ (3) $(m-n)^2$

(4) $(5m-4n)^2$ (5) $(m+5)^2$ (6) $(x-4)^2$

(7) $(mn-x)^2$ (8) $(5a^2-4b)^2$ (9) $(xy-10)^2$

(10) $(5a+2b)^2$ (11) $(y+6)^2$ (12) $(x^3-9)^2$

(13) $(y-7)^2$ (14) $(3x-1)^2$ (15) $(2p^2-3q^2)^2$

(16) $(10a+1)^2$ (17) $(11a+10b)^2$ (18) $(z-6x)^2$

(19) $(p-5)^2$ (20) $(m-1)^2$

അഭ്യാസം 9 (7)

(1) 19 (2) 22 (3) 27,727 (4) 40

അഭ്യാസം 9 (8)

(1) x^2-4 (2) b^2-25 (3) m^2-n^2

(4) $9y^2-16x^2$ (5) $9y^2-1$ (6) m^2-4n^2

(7) $36x^2-49$ (8) x^4-16 (9) $64a^2-1$

(10) $16x^2-9y^2$ (11) $4x^2-25y^2$ (12) a^4-1

(13) x^6-y^6 (14) p^2q^2-4 (15) p^4q^4-16

(16) $121a^4b^2-9a^2b^2$

അഭ്യാസം 9 (9)

(1) $(m-2n)(m+2n)$ (2) $(x+3)(x-3)$

(3) $(3p-4q)(3p+4q)$ (4) $(6m-7)(6m+7)$

(5) $(a^2-b)(a^2+b)$ (6) $(5x-7y)(5x+7y)$

(7) $(8x-7y)(8x+7y)$ (8) $(cd+ab)(cd-ab)$

(9) $(1-abc)(1+abc)$ (10) $(5p+1)(5p-1)$

(11) $(ab+cd)(ab-cd)$ (12) $(x^3-y^3)(x^3+y^3)$

(13) $(2c^2-5)(2c^2+5)$ (14) $(ab^2-9)(ab^2+9)$

(15) $(x^2+9)(x^2-9)$ (16) $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

അഭ്യാസം 9 (10)

(1) $2(8a+7b)(8a-7b)$ (2) $3(3y+4x)(3y+4x)$

(3) $a(x+1)(x1-)$ (4) $2(3y-1)(3y+1)$

(5) $3x(y-3)(y+3)$

അഭ്യാസം 9 (12)

A (1) ax^2y+bxy (2) $5am^2-10an$

(3) $2m^3n-4m^2n+2mn$ (4) $6x^2a^2-9x^2ab+3x^3$

(5) $-7k^4+14k^3l+7k^2$ (6) $m^4n+2m^3n-m^3$

(7) $3p^2qr-2pq^2r-pqr^2$ (8) $-ab^2+2a^2b-a^3$

(9) $2x^2yz-2xy^2z-2xyz^2$ (10) $a^3b-a^2b^2+ab^2-3ab$

B. (1) $pq+8p+5q+40$

(2) $10ax+6x-85a-21$

(3) $m^3a-m^2b+nma-nb$

(4) $6ma-3mb-4na+2nd$

(5) $xp+xq-xr+2ap+2aq-2ax$

(6) $2ax+ay+3az-2bx-by-3bz$

(7) $2x^2a-x^2b+x^2c-6a+3b-3c$

(8) $xa-xb+xc+ya-yb+yc$

(9) $ax-2ay+az-2bx+4by-2bz$

(10) $ax-ay-az-3bx+3by+3bz+cx-cy-c^2$

C. (1) $x^2+10x+25$ (2) $x^2-18x+81$
(3) $9x^2-6xy+y^2$ (4) $9a^2b^2+6ab+1$
(5) $16x^2y^2-40xy+25$ (6) $4a^2b^2+12aby+9y^2$
(7) $x^2-xy+\frac{1}{4}y^2$ (8) $16+24x+9x^2$
(9) $4a^2+\frac{4}{3}a+\frac{1}{9}$ (10) $x^2-2+\frac{1}{x^2}$
(11) $4m^4+12m^2a+9a^2$ (12) $p^4-6p^2r^2+9r^4$
(13) $m^2-\frac{1}{2}mn+\frac{1}{16}n^2$ (14) $x^6-\frac{1}{3}x^3y+\frac{1}{36}y^2$
(15) $a^4b^2-a^2bc+c^2$

അഭ്യാസം 12 (2)

1. (1) 15 സെമീ. (2) 15 മീ. (3) 12.04 സെമീ.
(4) $\sqrt{a^2+b^2}$ സെമീ. (5) 31.6 മീ.

2. 2.4 മീ. III 2.9 മീ. IV 35.02 മീ.

അഭ്യാസം 12 (3)

1. (1) 50 ച. യൂണിറ്റ് (2) 70 ച. യൂണിറ്റ്
(3) 90 ച. യൂണിറ്റ് (4) 99 ച. യൂണിറ്റ്
2. 375 ച. സെമീ.
3. (i) 200 ച. മീ. (ii) 15 ച. മീ. (iii) 185 ച. മീ.
4. 65 ച. മീ.
5. 12.7 സെമീ.
6. ത്രികോണത്തിന്റെ ഉന്നതി ചതുരത്തിന്റെ ഉന്നതിയുടെ 2 മടങ്ങ്.
7. 80 ച. യൂണിറ്റ്

അഭ്യാസം 13 (1)

1. (a) 50.24 സെമീ (b) 75.36 സെമീ
   (c) 43.9 സെമീ (d) 161.88 സെമീ.
   (e) 52.8 സെമീ
2. (a) 31.40 സെമീ (b) 62.80 സെമീ.
   (c) 87.92 സെമീ (d) 43.96 സെമീ.
3. 188.40 സെമീ 4. 1758.40 സെമീ.
5. 163.28 സെമീ 6. 47.10 സെമീ.
7. 100 സെമീ 8. 4 മീ.
9. 5 മീ. 10. 15.02 സെമീ

Cover Printed at
S. T. Reddiar & Sons, Cochin-11