കണക്കിലെ
കസർത്തുകൾ

BALBHAVAN CHILDREN'S LIBRARY
4310

പ്രൊ. എൻ. ജെ. ജേക്കബ്

CHILDREN'S LIBRARY
Acc.No: M.500
Class No: JAC-K

പ്രസാധകർ
ബാലസാഹിത്യസഹകരണസംഘം ലിമിറ്റഡ്,
കോട്ടയം.

വിതരണം

വിദ്യാർത്ഥിമിത്രം ബുക്കുഡിപ്പോ,
ബേക്കർ റോഡ് : : കോട്ടയം.

വില രൂ. 4–50

(Malayalam)

KANAKKILE KASARTHUKAL

(Children's Books)

By Prof. N. J. JACOB

Price Rs. 4—50

First Edition: August 1979

Copyright reserved

Printed at:
Santhesa Nilayam,
Changanacherry.

Publishers:
The Bala Sahitya Sahakarana Sangham Ltd.
Kottayam.

Distributors:
Vidyarthi Mithram Book Depot,
H. O. Baker Road, Kottayam:
Brs: K. K. Road, Kottayam.
Press Club Road, Ernakulam
Market Road, Ernakulam.
Hospital Road, Calicut.
Robinson Road, Palghat
Gandhi Bazar, Palghat.
Round North, Trichur.
Municipal Road, Trichur.
M. C. Road, Tiruvalla.
Chinnakada, Quilon.

B. P. 7143—2000—1979

അവതാരിക

ബാലസാഹിത്യത്തെപ്പററി ധാരാളം സംഭാഷണമുണ്ട്. പ്രസംഗമണ്ഡപത്തിൽ ഈ വിഷയത്തെക്കുറിച്ചുണ്ടാകുന്ന വാചകങ്ങളെല്ലാംകൂടി കൂട്ടിയടിച്ചാൽ വലിയ വാല്യങ്ങൾ ഉണ്ടാകും. എന്നിട്ടും ബാലസാഹിത്യകൃതികൾ നന്നെ കുറച്ചേ ഉണ്ടാകുന്നുള്ളു.

ഉണ്ടാകുന്നതോ, ഏതാണ്ട് ഒരേവിധത്തിലാണു താനും. കുറച്ചു കഥകൾ; കുറച്ചു പദ്യങ്ങൾ. വല്ലപ്പോഴുമൊരു വൈജ്ഞാനികപുസ്തകം. ഭാഷാസാഹിത്യത്തിൻെറ ഈ ശാഖ ഇത്ര ദുർബലമാകാൻ പല കാരണങ്ങളുമുണ്ടെങ്കിലും പ്രധാനം രണ്ടാണെന്നു തോന്നുന്നു.

ഒന്ന്: കുട്ടികൾക്കുള്ള പുസ്തകം രചിക്കാൻ അസാമാന്യ ഭാവനാശക്തി കൂടിയേ കഴിയൂ. കുട്ടിക്കും കുട്ടിച്ചാത്തനും (Infinite) മൂന്നാമത്തെ മാനമില്ല. ഹിമാലയമോ ചൈനയിലെ കോട്ടയോ തുരന്നുപോകാൻ അവർക്കു നിഷ്പ്രയാസം സാധിക്കും. താന്ത്രികവിദ്യ പഠിച്ച ചിലർ പറയുന്നതു്, കുട്ടിച്ചാത്തൻ അശരീരിയായ ഒരിച്ഛാശക്തി മാത്രമാണെന്നാണ്. കുട്ടിയാകട്ടെ, ശരീരമുള്ളതെങ്കിലും അപ്രതിരോധ്യമായ ഭാവനാശക്തിയാണ്. അതുകൊണ്ട് അൻേറഴ്സനെപ്പോലെയുള്ള അതിപ്രതിഭാശാലികൾക്കേ കുഞ്ഞുങ്ങളെ യഥാവിധി തൃപ്തിപ്പെടുത്തുവാൻ പററൂ. ഹൃദയത്തിനു ചിറകുള്ളവർക്കേ കുട്ടികളുമായി ചങ്ങാതിത്തം പുലർത്താനൊക്കൂ എന്നു് മഹാകവി രവീന്ദ്രനാഥടാഗോർ പറഞ്ഞതു് ഞാൻ ഓർക്കുന്നു; എത്ര ശരിയാണ്. വളർന്നുവരുംതോറും യാഥാർത്ഥ്യബോധം നമ്മുടെ ചിറകുകളെ തല്ലിക്കൊഴിക്കുന്നു. വ്യക്തിതാല്പര്യം കടിഞ്ഞാണിടുന്ന മനസ്സിന് 'ലോകമേ തറവാട്' എന്ന നിലയ്ക്കു ജീവിക്കുന്ന കുട്ടികളെ രസിപ്പിക്കാനും ചിന്തിപ്പിക്കാനും എളുതല്ല. മുത്തച്ഛന്മാർ മുതൽ മഹാത്മാ

ക്കാംവരെ കുട്ടികളോട്ട് എത്ര രമ്യതയിൽ കഴിഞ്ഞുകൂടുന്നു വെന്നു് ആലോചിച്ചാൽ മതി.

ഉയർന്ന നിലവാരത്തിലുള്ള സർഗ്ഗാത്മകബാലസാഹിത്യ സൃഷ്ടിക്കു പിമ്പിലുണ്ടാകേണ്ട മനസ്സിനെപ്പററിയാണു് ഇതു വരെ പറഞ്ഞതു്. പക്ഷേ, ഇതു് എപ്പോഴും ലഭ്യമായി എന്നു വരില്ല. ഒരു അതിപ്രതിഭാശാലി എപ്പോഴുണ്ടാകുമെന്നു് ആർക്കും പ്രവചിക്കാനാവില്ല. അതുകൊണ്ടു്, ഏററവും മുന്തിയതല്ലെങ്കിൽപ്പോലും കുട്ടികൾക്കു വായിക്കാനുള്ള പുസ്തകങ്ങളുണ്ടാകണം. സർഗ്ഗാത്മകരായ എഴുത്തുകാരും വൈജ്ഞാനികസാഹിത്യകാരന്മാരും ഓരോ പുസ്തകമെങ്കിലും കുട്ടികൾക്കുവേണ്ടി എഴുതുമെന്നുവെച്ചാൽ, നമുക്കു കുറെയൊക്കെ സമ്പന്നമായ ബാലസാഹിത്യശേഖരമുണ്ടാകും. മക്കൾക്കുവേണ്ടി ഗുണകരമായി എന്തെങ്കിലും പ്രവർത്തിക്കുന്ന അച്ഛനമ്മമാർക്കുള്ള മാനസികസംതൃപ്തി അവർക്കുണ്ടാകും.

രണ്ടു്: ഈ വഴിക്കു വേണ്ടത്രപുസ്തകങ്ങൾ ഉണ്ടാകാത്തതിനു് മറെറാരു കാരണവുമുണ്ടു്- കുട്ടികളുടെ പുസ്തകങ്ങൾക്കുള്ള വില്പന താരതമ്യേന കുറവാണു്. നല്ല ചിത്രങ്ങളും ചിത്രീകരണങ്ങളും ചേർത്തുള്ള ബാലസാഹിത്യത്തിനു ചിലവു ജാസ്തിയാണു താനും. കുട്ടികൾക്കു് ആവശ്യത്തിലധികം ഭക്ഷണവും വസ്ത്രവും വാങ്ങിക്കൊടുക്കുന്ന രക്ഷിതാക്കൾപോലും അവരുടെ അന്ത:കരണത്തിൻെറ വളർച്ചയ്ക്കു് ആവശ്യമായ പുസ്തകങ്ങൾ വാങ്ങിക്കൊടുക്കണമെന്നു ശ്രദ്ധിക്കാറില്ല. പാഠ്യപുസ്തകങ്ങളിൽ കവിഞ്ഞു് എന്തെങ്കിലും അവർ വായിക്കണമെന്നു് മുതിർന്നവർക്കു് ലക്ഷ്യമുള്ളതായി തോന്നാറില്ല. ധനികരുടെ സ്ഥിതി ഇതായിരിക്കെ, ദരിദ്രലക്ഷങ്ങളുടേതായ നമ്മുടെ നാട്ടിലെ സ്ഥിതി പറയേണ്ടതുണ്ടോ? കുട്ടികളുടെ പുസ്തകങ്ങളിലെ ചിത്രങ്ങൾക്കുള്ള ചിലവോളമെങ്കിലും പൊതുഖജനാവിൽനിന്നു് സബ്സിഡിയായി കിട്ടാനുള്ള ഒരേർപ്പാടുണ്ടാകണം. കുട്ടികൾക്കുള്ള ചലച്ചിത്രം നിർമ്മിക്കുന്നതിനെന്നപോലെ ഇതിനും അങ്ങിനെയൊരു സഹായഹസ്തം ആവശ്യമാണു്. 1979 ബാലവർഷമാണല്ലോ. ഈ വർഷത്തിൽ ഇങ്ങനെ ഒരേർപ്പാടുണ്ടാകുമോ?

ഈ വൈഷമ്യങ്ങളൊക്കെയിരുന്നിട്ടും സർഗ്ഗപ്രതിഭയും ധിഷണാശക്തിയുമുള്ള നമ്മുടെ കുറച്ചെഴുത്തുകാരെങ്കിലും ബാലസാഹിത്യസൃഷ്ടിക്കു മുന്നിട്ടിറങ്ങുന്നുവെന്നു കാണുന്നതു് ഭാവിയെക്കുറിച്ചുള്ള നമ്മുടെ പ്രതീക്ഷ വററിപ്പോയില്ല എന്നു മനസ്സിലാക്കിത്തരുന്നു.

എന്റെ സ്നേഹിതൻ പ്രൊഫ. എൻ. ജെ. ജേക്കബ് മുൻപു പറഞ്ഞ ശുഭപ്രതീക്ഷാശീലക്കാരിൽ ഒരാളത്രെ. അദ്ദേഹം ഉന്നതഗണിതശാസ്ത്രത്തിൽ വൈദഗ്ദ്ധ്യം നേടിയിട്ടുണ്ടു്. താൻ നേടിയ ആ വൈദഗ്ദ്ധ്യം ബാലബുദ്ധിയിലേക്കുകൂടി സംക്രമിപ്പിക്കുവാൻ ചെയ്ത കഠിന യത്നത്തിന്റെ ഫലമാകുന്നു 'കണക്കിലെ കസർത്തുകൾ' എന്ന ഈ കൃതി.

എല്ലാ ആധുനികശാസ്ത്രത്തിന്റേയും അമ്മയാണു് ഗണിതശാസ്ത്രം എന്നു പറയാറുണ്ടല്ലോ. പക്ഷേ, ഈ അമ്മയെ കുട്ടികൾ അത്രവേഗം ഇഷ്ടപ്പെടുന്നതായി കാണാറില്ല. കണക്കു് ഒരു മുരടൻ വിഷയമായിട്ടാണു് നല്ലപങ്കു കുട്ടികളും കണക്കാക്കുക പതിവു്. അങ്ങനെയല്ല, അനേകം അത്ഭുതങ്ങളെ ഉന്മീലനംചെയ്യാൻ കഴിവുള്ള ഒന്നാണു് കണക്കുശാസ്ത്രം എന്നു് ഒരിക്കൽ അവരെ ബോധപ്പെടുത്തിക്കൊടുത്താൽ, അവർ രസംപിടിച്ചു്, ഈ വിഷയത്തിന്റെ ഉപരിതലംവരെ കയറിക്കൊള്ളും. ഞാൻ ഒരു ശാസ്ത്രജ്ഞനല്ല; ശാസ്ത്രവിഷയങ്ങളോടു് ആഭിമുഖ്യമുണ്ടാകാവുന്ന പശ്ചാത്തലവും എനിക്കു സിദ്ധിച്ചില്ല. എന്നിട്ടും ഈ കൃതി വായിച്ചപ്പോൾ, ഞാൻ ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രപുസ്തകമാണു് വായിക്കുന്നതെന്നു് എനിക്കു തോന്നിയതേയില്ല. ഒരു കഥാപുസ്തകം വായിക്കുന്ന രസമുണ്ടായിരുന്നു.

ഇങ്ങനെ രസകരമാക്കിത്തീർക്കാൻ പ്രൊഫ. ജേക്കബ് ഇതിൽ പല വിദ്യ ഉപയോഗിച്ചിട്ടുണ്ടു്. ലളിതമായ സംഭാഷണശൈലി, കൊച്ചുകൊച്ചു തമാശകൾ, സുപരിചിതങ്ങളായ വേദപുസ്തകകഥകൾ, സാധാരണ ജീവിതത്തിൽ പററാവുന്ന അമളികൾ, എല്ലാററിനുംമേലെ, കുട്ടികളെ ആകർഷിക്കുന്ന അത്ഭുതഭാവത്തിന്റെ ആവരണം—ഇങ്ങനെ പലതും ഉപയോഗിച്ചാണു് പ്രൊഫ. ജേക്കബ് ശ്രദ്ധ പിടിച്ചുനിർത്തി രസിപ്പിക്കുന്നതു്.

കുട്ടികാംക്കു മാത്രമല്ല, എന്നെപ്പോലെ ശാസ്ത്രജ്ഞാനമില്ലാത്ത വർക്കോ കുറഞ്ഞവർക്കോക്കൂടി ഈ പുസ്തകം ഉപയോഗ പ്പെടുമെന്നു തോന്നി. ഓരോ കസർത്തിന്റേയും മുമ്പിൽ ഓരോ ചെറിയ കുറിപ്പുകൂടി ചേർക്കുന്നുവെങ്കിൽ, കൂടുതൽ പേർക്കു് ഉപയോഗപ്രദമായിത്തീരുമെന്നു തോന്നി. ഉദാഹ രണം; ബീജഗണിതത്തെക്കുറിച്ചുള്ള കഥയ്ക്കുമുമ്പിൽ, ബീജ ഗണിതത്തിന്റെ സാമാന്യസ്വഭാവം വിവരിക്കുന്ന ഒരു കൊച്ചു കുറിപ്പുണ്ടാകുന്നതു നന്നു്. ഇങ്ങനെ പലതിന്നും. അ ങ്ങനെയായാൽ, ഹൈസ്കൂാംക്ലാസ്സിൽ എത്തിയിട്ടില്ലാത്ത കു ട്ടികാംക്കും ഇതിൽ അല്പാല്പം രസമുണ്ടാകും.

തങ്ങളുടെ മക്കളെ ശാസ്ത്രത്തിന്റെ പടിവാതില്ക്കലേക്കു് അനായാസവും നർമ്മമധുരവുമായി എത്തിക്കണമെന്നാഗ്ര ഹിക്കുന്ന പിതാക്കാം ഈ പുസ്തകം അവരുടെ കൈയിൽ കൊടുക്കുമെന്നു ഞാൻ പ്രത്യാശിക്കുന്നു. ഇനിയും ഇത്തരം രസ കരങ്ങളായ കൃതികാം രചിക്കുവാൻ ഗ്രന്ഥകാരനു് അതു പ്രേ രണ നൽകുമെന്നും പ്രതീക്ഷിക്കുക.

മലയാളമനോരമ,
കോട്ടയം,
15–5–1979.

ഉറൂബ്.
(പി. സി. കുട്ടികൃഷ്ണൻ)

മുഖവുര

കണക്കു് പ്രയാസമുള്ള വിഷയമാണു്. കണക്കിനെ പേടിക്കുന്നവർ ഇന്നും ധാരാളമുണ്ടു്. കണക്കിലധികവും അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങളാണു്. കണക്കു് വിരസമാകാനുള്ള കാരണവും അതുതന്നെ. എന്നാൽ കണക്കിലെ കളികളും തമാശകളും കഥകളും കസത്തുകളും ഒക്കെ ഈ വിഷയത്തിൻെറ വിരസത ഒഴിവാക്കാൻ ഒരു പരിധിവരെ സഹായിക്കും. കണക്കിൽ ധാരാളം അടിസ്ഥാനപ്രമാണങ്ങളുണ്ടു്. ഇവയുടെ തെററായ പ്രയോഗം പലപ്പോഴും നമ്മെ അവിശ്വസിനീയവും അത്ഭുതകരവും ആയ നിഗമനങ്ങളിലെത്തിക്കും. ഇങ്ങനെയുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്യുന്നതും അവയിലെ തെററുകൾ കണ്ടുപിടിക്കുന്നതും വളരെ രസാവഹമാണു്. ഇത്തരം കണക്കുകൾ ഈ ഗ്രന്ഥത്തിൽ അനവധിയുണ്ടു്. കുട്ടികൾക്കു മാത്രമല്ല മുതിർന്നവർക്കും ഇവ ആനന്ദവും ഉന്മേഷവും നൽകും.

കണക്കിൽ സാമാന്യജ്ഞാനം ഉള്ളവർക്കു് ആസ്വദിക്കാൻ കഴിയണം എന്ന ഉദ്ദേശ്യത്തോടെയാണു് കഥാരൂപത്തിൽ ഈ കൃതി രചിച്ചിട്ടുള്ളതു്. അതു് വിജയിച്ചുവോ എന്നു് നിശ്ചയിക്കേണ്ടതു് ബഹുമാനപ്പെട്ട വായനക്കാരാണു്.

ഈ ചെറിയ ഗ്രന്ഥത്തിനു് ഈടുററ ഒരവതാരിക എഴുതിത്തരാൻ സന്മനസ്സു കാണിച്ച ഉറൂബിനോടു് എനിക്കു നിസ്സീമമായ കടപ്പാടുണ്ടു്. പഠനാർഹമായ അദ്ദേഹത്തിൻെറ അവതാരിക ഈ പുസ്തക

ത്തിന്റെ മാററു വർദ്ധിപ്പിക്കുന്നു. അദ്ദേഹത്തിന്റെ നിർദ്ദേശമനുസരിച്ച് രണ്ടു കഥയുടെ അവസാനം ഓരോ കുറിപ്പു കൊടുത്തിട്ടുണ്ട്. അദ്ദേഹം എന്നോടു കാണിച്ച സ്നേഹവാത്സല്യങ്ങൾക്കു നന്ദി പറയാൻ വാക്കുകളില്ല. മനുഷ്യരെല്ലാം നല്ലവരാണെന്നു മാത്രം ധരിച്ചിട്ടുള്ള ആ വലിയ മനുഷ്യന്റെ പാവനസ്മരണയ്ക്കു മുമ്പിൽ ആത്മാർത്ഥമായ ആദരാഞ്ജലികൾ അർപ്പിക്കുന്നു.

എന്നെ സ്നേഹിക്കുകയും പ്രോത്സാഹിപ്പിക്കുകയും ചെയ്യുന്ന എല്ലാ സഹൃദയരേയും ഈ അവസരത്തിൽ ഞാൻ ആദരപൂർവ്വം സ്മരിക്കുന്നു.

—പ്രൊഫ. എൻ. ജെ. ജേക്കബ്.

സി. എം. എസ്. കോളജ്,

കോട്ടയം—27–8–1979.

ഉള്ളടക്കം

		പേജ്
1.	പതിനൊന്നാംപ്രമാണം	1–10
2.	അമ്മാവന്റെ തമാശ	11–19
3.	പൊതുനിരത്തിലെ കണക്ക്	20–32
4.	ആമയും അക്കിലീസും	33–37
5.	നോഹയുടെ പെട്ടകവും അല്പംകണക്കും	38–44
6.	പട്ടാളക്കാരനു പററിയ അമളി	45–49
7.	കുഴഞ്ഞ പ്രശ്നം	50–55
8.	ഫ്രീ ഡിന്നർ	56–60
9.	ഈ ഗണിതമെത്ര മനോഹരം	61–68

1

പതിനൊന്നാം പ്രമാണം

നിറഞ്ഞ കണ്ണു്, വിതുമ്പുന്ന ചുണ്ടു്, പാറിപ്പറക്കുന്ന തലമുടി, വിഷാദം നിറഞ്ഞ മുഖഭാവം — സ്കൂളിൽനിന്നും വന്നയുടനെ ലത വിളിച്ചു:

'അച്ഛാ. അച്ഛാ.'

'എന്നാടി കിടന്നു കൂവുന്നതു്?'

'അമ്മേ, അച്ഛൻ വന്നില്ലേ?'

'അല്ല, നിനക്കെന്തുപററി മോളെ. മുഖം വല്ലാണ്ടിരിക്കുന്നല്ലൊ.'

'ഒന്നും പററീല്ല. അച്ഛനെന്ത്യേ?'

'അച്ഛൻ വന്നില്ല. ചേച്ചിയെന്തിനാ കരയാൻ പോണതു്. ടീച്ചർ അടിച്ചോ. അതോ കൂട്ടുകാരികളുമായി വഴക്കുണ്ടാക്കിയോ.'

'അതെയതെ. ഞാൻ വഴക്കുണ്ടാക്കാൻ നടക്കുവല്ലേ. പോടി അപ്പുറത്തു്, ശല്യകൊള്ളാതെ.'

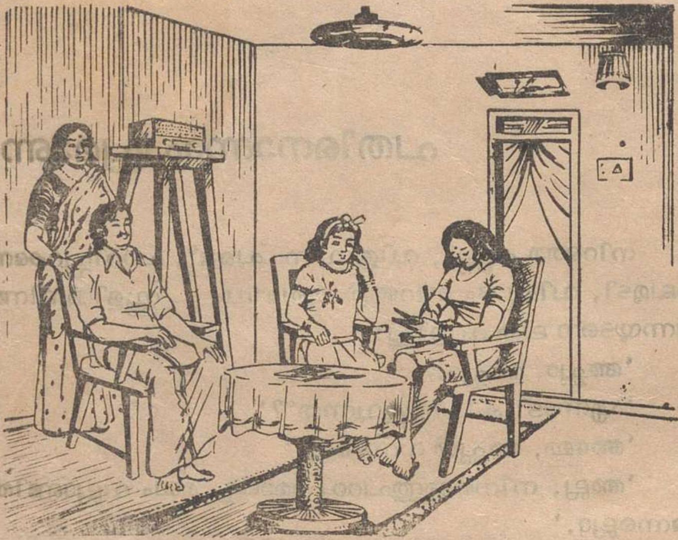
'നീ എന്തിനാ അവളോടു വഴക്കിടണതു്. കാര്യം എന്താണെന്നു പറ.'

'ഓ. പറഞ്ഞാൽ അമ്മയ്ക്കു് ഒത്തിരി മനസ്സിലാവും'

'ചേച്ചീ, ദേ, അച്ഛൻ വരണു്.'

'എന്താ അമ്മയും മക്കളുംകൂടി ബഹളം'

'ഇന്നു് ഇടത്തുടായിട്ടാണു് അവൾ സ്കൂളിൽനിന്നും വന്നേക്കണതു്. എന്തോ കുഴപ്പം പററീട്ടുണ്ടു്. നിങ്ങൾതന്നെ ചോദിക്കു്,'



‘ഞാൻ പറയാം അച്ഛാ. ഇന്ന് അവസാനത്തെ പീരിയഡ് ഞങ്ങൾക്ക് കണക്കായിരുന്നു. പീരിയഡ് അവസാനിക്കാറായപ്പോൾ ടീച്ചർ ഒരു കണക്കു ചെയ്തു. എല്ലാരും അമ്പരന്നുപോയി. ഒന്നും രണ്ടും സമമാണെന്നു ടീച്ചർ തെളിയിച്ചു. ഒന്നും രണ്ടും സമമാവില്ലെന്ന് എല്ലാവർക്കും അറിയാം. പക്ഷേ ടീച്ചർ ചെയ്തതിൽ തെറ്റൊന്നും കണ്ടുപിടിക്കാൻ ഞങ്ങൾക്കാർക്കും കഴിഞ്ഞില്ല. എല്ലാവർക്കും അത്ഭുതവും ഒപ്പം സങ്കടവും വന്നു.’

‘ഇതിനെന്തിനാ ചേച്ചി കരയാൻപോണത്.’

‘വാ മോളേ, നമുക്കു കാപ്പി കുടിച്ചിട്ടു പറയാം.’

കാപ്പികുടികഴിഞ്ഞു. കടലാസും പേനയുമായി ലത അച്ഛന്റെ അടുത്തിരുന്നു. ലീനയും എത്തി.

‘ഒന്ന് സമം രണ്ട് എന്ന് ടീച്ചർ എങ്ങനാ തെളീച്ചതെന്ന് മോളു് ഓർക്കണൊണ്ടോ?’

'ദേ. ഇങ്ങിനെയാ. $a = b$ എന്നു സങ്കല്പിക്കുക. രണ്ടു വശവും a കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ

$a^2 = ab$ എന്നു കിട്ടും.

പിന്നെ രണ്ടു വശത്തുനിന്നും b^2 കുറയ്ക്കുക.

അപ്പോൾ $a^2 - b^2 = ab - b^2$. ഇതിനെ ഘടകരൂപത്തിൽ എഴുതിയാൽ $(a - b)(a+b) = b(a - b)$. $(a - b)$ കൊണ്ടു് രണ്ടു വശവും ഹരിക്കുമ്പോൾ

$a + b = b$ എന്നു കിട്ടും.

ഇതിൽ a യ്ക്കും b യ്ക്കും ഒന്നു് എന്ന വില കൊടുക്കുക. അപ്പോൾ $2 = 1$ എന്നു കിട്ടും.

ഇങ്ങിനെയാണു് ടീച്ചർ തെളിയിച്ചതു്. ഞങ്ങൾക്കാർക്കും ഒരു തെററും കണ്ടുപിടിക്കാൻ കഴിഞ്ഞില്ല.'

'അതെങ്ങിനെ കഴിയും. ഇതുപോലുള്ള കണക്കുകൾ ചെയ്യാനും അവയിലെ തെററു കണ്ടുപിടിക്കാനും കണക്കു കുറച്ചു പഠിച്ചവർക്കേ പററു. എന്നുതന്നെയല്ല ഈ കണക്കുകൾ ആസ്വദിക്കണമെങ്കിൽ കുറച്ചു നർമ്മബോധവും വേണം.'

'ഇതുപോലെ ഒരു കണക്കു് അച്ഛൻ ചെയ്യാമോ?' ലീന ചോദിച്ചു.

'ചെയ്യാം. നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിച്ചോളൂ.

a,b,c ഇവ ഏതെങ്കിലും മൂന്നു പോസിററീവു് സംഖ്യകളാണെന്നും $a = b + c$ എന്നും സങ്കല്പിക്കുക. അപ്പോൾ b-യേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും a'.

'$6 = 4 + 2$ എന്നെഴുതിയാൽ 4 നെക്കാൾ വലുതായിരിക്കും 6. ഇതുപോലെ b യേക്കാൾ വലുതായിരിക്കും a. അല്ലേ അച്ഛാ.' ലീന വ്യക്തമാക്കി.

'ശരിയാണു് മോളെ. ഇനി $a = b + c$ എന്ന വാക്യത്തെ $(a - b)$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കാം.

അപ്പോൾ $a(a-b)=(b+c)(a-b)$ എന്നു കിട്ടും. ഇതിനെ വിപുലീകരിക്കുമ്പോൾ $a^2-ab=ab+ac-b^2-bc$ എന്നല്ലെ കിട്ടണത്?

രണ്ടു വശത്തുനിന്നും ac കുറയ്ക്കുമ്പോൾ

$a^2-ab-ac=ab-b^2-bc$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നത്. ഇതിനെ $a(a-b-c)=b(a-b-c)$ എന്നെഴുതാം. ഇനി രണ്ടു വശവും $(a-b-c)$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുക. അപ്പോൾ $a=b$ എന്നു കിട്ടും.'

'b യേക്കാൾ വലുതാണ് a എന്നു പറഞ്ഞല്ലേ തുടങ്ങിയത്. എന്നിട്ടിപ്പോൾ a യും b യും സമമാണെന്നു പറയുന്നു. ഇതെന്തൊരു കളിയാ.' ലതയ്ക്കു സംശയം.

'ഇങ്ങനെയുള്ള പലതും കണക്കിലുണ്ട്. ഇവയൊക്കെ ഒരുതരം കസർത്താണ്.'

'കണക്കിലെ കസർത്ത്' ലീനയ്ക്കു ചിരിവന്നു.

'കണക്കിലെ കസർത്തുതന്നെ. ഇംഗ്ലീഷിൽ ഇതിനു പാരഡോക്സ് എന്നോ ഫാലസി എന്നോ പറയും.'

'എന്തായാലും ഞങ്ങൾ പഠിച്ചതെല്ലാം തെററാണെന്നാണല്ലോ ഇതു തെളിയിക്കുന്നത്' ലത പരിഭവപ്പെട്ടു.

'മുൻകൂട്ടിയുള്ള അഭിപ്രായത്തെ നിഹനിക്കുവാൻ കണക്കിലെ കസർത്തുകൾക്കു കഴിയുമെന്നു പ്രസിദ്ധനായ ഒരു ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞൻ പറഞ്ഞിട്ടുണ്ട്. അതു വളരെ ശരിയാണ്.'

'ഇതുപോലെയുള്ള കസർത്ത് ഇനിയുമുണ്ടോ?'

ലീനയ്ക്കു് അറിയാൻ തിടുക്കമായി.

'മോഡുക്കൾ ഹരണം അറിയാമല്ലോ. $(x-1)$ നെ $(x-1)$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ എത്ര കിട്ടും?'

'ഇതാർക്കാണറിഞ്ഞുകൂടാത്തത്, ഒന്ന്,'

'അതായത് $\frac{x-1}{x-1}=1$. ഇതുപോലെ സാധാരണ ഹരണം ഉപയോഗിച്ച്

$$\frac{x^2-1}{x-1}=x+1$$ എന്നും

$$\frac{x^3-1}{x-1}=x^2+x+1$$ എന്നും

$$\frac{x^4-1}{x-1}=x^3+x^2+x+1$$ എന്നും

....

$$\frac{x^n-1}{x-1}=x^{n-1}+x^{n-2}+\ldots\ldots+1$$ എന്നും

എഴുതാം. ഇവയിൽ x നു പകരം ഒന്നു കൊടുത്താൽ ഇടതു വശത്തെല്ലാം $\frac{0}{0}$ എന്നും വലതു വശത്ത് 1, 2, 3, 4 ... n എന്നുംഅല്ലേ കിട്ടുന്നത്. അതായത് 1, 2, 3, 4 ... n ഇവ ഓരോന്നും $\frac{0}{0}$ ത്തോട് സമമാണെന്ന്. അതുകൊണ്ട് $1=2=3=4=\ldots=n$ എന്നു കിട്ടുന്നു.

'എന്താ അച്ഛൻ പറേണതു. 1, 2, 3, 4, ... തുടങ്ങിയ വയെല്ലാം സമമാണെന്നോ. പൊട്ടത്തെററ്.' ലത തെല്ല സങ്കടത്തോടെ പറഞ്ഞു.

'തെററു തന്നെ. പക്ഷേ അതു തെളിയിച്ചതു് ശ്രദ്ധി ച്ചോ. എവിടെയോ തെററിയിട്ടുണ്ട്. അതു കണ്ടുപിടി ക്കാൻ ശ്രമിക്കണം.'

'എനിക്ക പററണില്ല. അച്ഛൻ തന്നെ പറഞ്ഞാൽ മതി.' കടലാസിലെഴുതിയതു് ഒന്നു രണ്ടു പ്രാവശ്യം വാ യിച്ചതിനുശേഷം ലത പറഞ്ഞു.

'എനിക്കും പറ്റാറില്ല.' ലീന.

'ഒന്നു രണ്ടു കണക്കു കൂടിചെയ്യാം. തെററു കണ്ടുപിടി ക്കാൻ നോക്കു്. ഇല്ലെങ്കിൽ ഞാൻപറയാം.

$$\frac{x+5}{x-7} - 5 = \frac{4x - 40}{13 - x}$$ എന്ന സമവാക്യത്തി ന്റെ മൂല്യഗണം എന്താണെന്നു നോക്കാം. ഈ വാക്യത്തെ

$$\frac{(x+5) - 5(x-7)}{(x-7)} = \frac{4x \quad 40}{13 - x}$$ എന്നെഴുതാം.

അതായതു് $$\frac{4x - 40}{7 - x} = \frac{4x - 40}{13 - x},$$

'ഇവിടെ അംശം സമമാണല്ലോ'. ലീന പെട്ടെന്നു പറഞ്ഞു.

'അപ്പൊ ഛേദവും സമമായിരിക്കും' ലത.

'അതുകൊണ്ടു് $7 - x = 13 - x$. രണ്ടു വശത്തേയ്ക്കും x കൂട്ടു. അപ്പോൾ ഏഴും പതിമൂന്നും സമമാണെന്നല്ലേ കിട്ടു ന്നതു്.'

'ഏഴും പതിമൂന്നും സമമാണെന്നോ. എന്തൊരു കണ ക്കാണിതു്.' ലീന അത്ഭുതം പ്രകടിപ്പിച്ചു.

'വേറൊരു കണക്കു ചെയ്യട്ടെ. അംശബന്ധവും അനു പാതവും നിങ്ങൾ പഠിച്ചിട്ടില്ലേ?'

'പഠിച്ചിട്ടുണ്ടു്. രണ്ടു് അംശബന്ധങ്ങൾ സമമാവു മ്പോഴാണു് അനുപാതം കിട്ടുന്നതു. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ആണെ ങ്കിൽ a,b,c,d എന്നിവ അനുപാതത്തിലാണെന്നു പറയും'.

'ചേച്ചി ശരിക്കും ഓർക്കുണുണ്ടല്ലോ. ഞാൻ മറന്നു പോയി.'

'$\frac{x+1}{a+b+1} = \frac{x-1}{a+b-1}$ എന്ന അനുപാതം കണക്കാക്കുക. രണ്ടു വശത്തുനിന്നും ഒന്നു കുറയ്ക്കുമ്പോൾ

$\frac{x+1}{a+b+1} - 1 = \frac{x-1}{a+b-1} - 1$ എന്നു കിട്ടും.

അതായതു് $\frac{x+1-(a+b+1)}{(a+b+1)} = \frac{x-1-(a+b-1)}{(a+b-1)}$

ഇതു് ക്രിയ ചെയ്യുമ്പോൾ $\frac{x-a-b}{a+b+1} = \frac{x-a-b}{a+b-1}$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നതു്.'

'നില്ക്കൂ,നോക്കട്ടെ. ങാ, ശരിയാ.' ലീന സമ്മതിച്ചു.

'ഇവിടെ അംശം സമമാണല്ലൊ.' ലത ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു.

'അതുകൊണ്ടു് ഛേദവും സമമായിരിക്കും. അപ്പോൾ $a+b+1 = a+b-1$. രണ്ടു വശത്തുനിന്നും $(a+b)$ കുറയ്ക്കുമ്പോൾ $1 = -1$ എന്നു കിട്ടും.'

'ഇനീംണ്ടോ ഇതുപോലത്തെ കസർത്തു്'. ലീനയ്ക്കറിയണം.

'ഉണ്ടു്. പറയാം. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ എന്നു പഠിച്ചിട്ടില്ലേ?'

'പഠിച്ചിട്ടില്ലേന്നോ. ഈ സദാ സത്യവാക്യം അറിയാത്തോർ ആരെങ്കിലും ഉണ്ടോ.' ലതയും ലീനയും ഒപ്പം പറഞ്ഞു.

'ഇവിടെ $a=b$ എന്നെടുത്താൽ $b^2 = b\ b = a \cdot b$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നതു്. b^2 നു പകരം ab കൊടുത്താൽ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ എന്നതു് $(a+b)(a-b) = a^2 - ab$ എന്നാകും. അതായതു് $(a+b)(a-b) = a(a-b)$. രണ്ടുവശവും $(a-b)$ കൊണ്ടുഹരിക്കുമ്പോൾ $a+b=a$ എന്നു കിട്ടും. ഇതിൽ b ക്കു പകരം a കൊടുക്കാം.

അപ്പോൾ $a + a = a$. അതായത് $2a = a$. ഇനി a കൊണ്ടു ഹരിക്കു്. അന്നേരം എന്തുകിട്ടും?'

'$2 = 1$' ലീന വിളിച്ചുകൂവി.

'എന്തിനാടി കിടന്നു തൊള്ള തൊറക്കണെ.'

'അമ്മേ, ഇങ്ങു വന്നേ. അച്ഛൻ ചെയ്യേക്കണതു കണ്ടോ. ഒന്നും രണ്ടും സമമാണെന്നും ഏഴും പതിമൂന്നും സമമാണെന്നും ഒക്കെ അച്ഛൻ തെളിയിച്ചിരിക്കാ.'

'നിങ്ങളെന്നാ പിള്ളേരെ തെറ്റു പഠിപ്പിക്കാണോ?'

'പൂച്ചക്കെന്നാടി പൊന്നുരുക്കുന്നിടത്തു കാര്യം. പതിമൂന്നിന്റെ ഗുണനപട്ടികപോലും നിനക്കറിയില്ല. പിന്നെയാ. നീ പോയി ഒരു ഐസ്ക്രീം ഉണ്ടാക്കിക്കൊണ്ടു വന്നേ.'

'എനിക്കും വേണം ഐസ്ക്രീം' ലത അറിയിച്ചു.

'എനിക്കും.' ലീനയുടെ വായിൽ വെള്ളമൂറി.

'ഈ കണക്കിലെല്ലാം തെററായ ഫലം കിട്ടാൻ കാരണം എന്താന്നറിയാമോ.'

'ഞങ്ങൾ ആലോചിച്ചിട്ടു് ഒരു പിടിയും കിട്ടുന്നില്ല. അച്ഛൻതന്നെ പറ.'

'പറയാം. ശ്രദ്ധിക്കു്. നിന്റെ ടീച്ചർ ചെയ്ത കണക്കിൽ $(a - b)$ കൊണ്ടു ഹരിച്ചില്ലേ. അവിടെയാ തെററു്.

'അതിലെന്താ തെററു്.' ലതയ്ക്കു സംശയം.

'$a = b$ എന്നു സങ്കല്പിച്ചാണു് കണക്കു തുടങ്ങിയതു്. അപ്പോൾ $(a - b)$ പൂജ്യം ആണു്. $(a - b)$ കൊണ്ടു ഹരിക്കുക എന്നു പറഞ്ഞാൽ പൂജ്യംകൊണ്ടു് ഹരിക്കുക എന്നാണർത്ഥം.'

'അതുകൊണ്ടെന്താ. പൂജ്യംകൊണ്ടു് ഹരിക്കാൻ പാടില്ലേ'. ലത വീണ്ടും ചോദിച്ചു.

'പാടില്ല. ഒരിക്കലും പാടില്ല.'

'ഹരിച്ചാൽ എന്താ കുഴപ്പം.' ലീനയ്ക്കും അറിയണം.

'a യെ b കൊണ്ടു് ഹരിക്കുക എന്നു പറഞ്ഞാൽ $bx = a$ ആയിട്ടുള്ള ഒരു സംഖ്യ x കണ്ടുപിടിക്കുക എന്നാണു്. അപ്പോൾ $x = \frac{a}{b}$ എന്നു കിട്ടും. $b = 0$ ആണെന്നിരിക്കട്ടെ. അന്നേരം $x = \frac{a}{0}$. അതായതു് $0 \cdot x = a$ ആയിട്ടുള്ള ഒരു സംഖ്യ x കാണണം. a പൂജ്യമല്ലെങ്കിൽ ഇങ്ങിനെയൊരു സംഖ്യ x കാണാൻ പററില്ല. a പൂജ്യമാണെങ്കിൽ x ന്നു ഏതു വിലയുമാകാം. എന്താ മനസ്സിലാവണ്ണണ്ടോ?

'ഉം. പൂജ്യംകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ ഒന്നുകിൽ വില കിട്ടില്ല. അല്ലെങ്കിൽ പല വിലകൾ കിട്ടും. ഇതല്ലെ അച്ഛൻ പറഞ്ഞതിൻെറ അർത്ഥം.' ലത.

'എന്നാൽ ഒരു സംഖ്യയെ മറെറാരു സംഖ്യകൊണ്ടു് ഹരിക്കുമ്പോൾ ഒരേയൊരു വിലയേ കിട്ടാവൂ. പക്ഷെ പൂജ്യംകൊണ്ടു ഹരിക്കുമ്പോൾ ഇതു ശരിയാവില്ല. അതുകൊണ്ടാണു് പൂജ്യംകൊണ്ടുള്ള ഹരണം തെററാണെന്നു പറയുന്നതു്.'

'ഇപ്പോ കാര്യം പിടികിട്ടി.' ലതയ്ക്കും ലീനയ്ക്കും മനസ്സിലായി.

'മററു കണക്കിലെയെല്ലാം തെറെറന്താണച്ഛാ?' ലീന ചോദിച്ചു.

'രണ്ടാമത്തെ കണക്കിൽ $a=b+c$ എന്നാണു് സങ്കല്പിച്ചിരിക്കുന്നതു്. എന്നിട്ടു് $(a-b-c)$ കൊണ്ടുള്ള ഹരണവും നടത്തി'.

'$a=b+c$ ആയതുകൊണ്ടു് $a-b-c=0$ എന്നു കിട്ടും'. ലത.

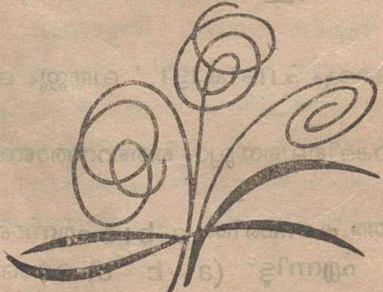
'അപ്പോ പൂജ്യംകൊണ്ടാണ് ഹരിച്ചേക്കണത്. അതുകൊണ്ടാ തെററിയത്.' ലീന.

'മറെറല്ലാ കണക്കിലും പൂജ്യംകൊണ്ടുള്ള ഹരണമാണ് നടത്തിയേക്കണത്. അതുകൊണ്ടാണ് തെററായ ഫലം നമുക്ക കിട്ടിയത്.'

'അപ്പോ പൂജ്യംകൊണ്ട് ഒരിക്കലും ഹരിക്കാൻ പാടില്ല.' ലതയ്ക്ക് വിവരം പിടികിട്ടി.

'ഇതിൻെറ പ്രാധാന്യംകൊണ്ടാണ് ഇതിനെ പതിനൊന്നാമത്തെ കല്പനയായി പല കണക്കദ്ധ്യാപകരും എടുത്തിരിക്കുന്നത്.'

'കുല ചെയ്യരുത്, മോഷ്ടിക്കരുത്, കള്ളസ്സാക്ഷ്യം പറയരുത്, പൂജ്യംകൊണ്ട് ഹരിക്കരുത്.' ഉറക്കെ പറഞ്ഞുകൊണ്ട് ലീന ഐസ്ക്രീം തിന്നാൻ ഓടി. ലതയുടെ സംശയമെല്ലാം തീർന്നു; മനസ്സു കളിത്തു.



2

അമ്മാവൻെറ തമാശ

വാർഷികപരീക്ഷ കഴിഞ്ഞു. സ്കൂളടച്ചു. രണ്ടു മാസത്തെ അവധി. പിറേറദിവസം തന്നെ ലീന നാട്ടിലേക്കു പുറപ്പെട്ടു.

'മാവും പിലാവും പുളിയും കരിമ്പും
തെങ്ങും ഫലം തിങ്ങുമിളം കവുങ്ങും
നിറഞ്ഞഹോ! സസ്യലതാഢ്യമായ്
വീടൊന്നിതാ മുന്നിൽ വിളങ്ങിടുന്നു.'

വീട്ടിലെത്തി. ഗ്രാമത്തിലാണെങ്കിലും ബഹുരസം. മാമ്പഴവും ചക്കപ്പഴവും തിന്നാം. അമ്മാവൻെറ തമാശ കേൾക്കാം. മുത്തശ്ശിയുടെ കഥ കേട്ടുറങ്ങാം. അജയനും അനിതയും സിന്ധുവും സിനുവും എത്തിയിട്ടുണ്ട്. തുള്ളിച്ചാടി കളിക്കാം. തുമ്പിയെ പിടിക്കാം. തുമ്പപ്പൂ പറിക്കാം. വഴക്കില്ല, വക്കാണമില്ല കുശുമ്പില്ല, കുന്നായ്മയില്ല. ലീനയ്ക്കു സന്തോഷമായി.

'മോൾടെ പരീക്ഷ എങ്ങ്നണ്ടു്, ജയിക്കോ?' വീട്ടിലെത്തിയപ്പോൾ മുത്തശ്ശി ചോദിച്ചു,

'ങാ, ജയിക്കും.'

'മോൾടെ പള്ളിക്കൂടത്തീ വിശേഷം എന്തൊക്കെണ്ടു്?

'എന്തു വിശേഷം മുത്തശ്ശി. സമരോം പഠിത്തോം ഒക്കെയെങ്ങനെ നടക്കുന്നു.'

'ഇപ്പഴത്തെ പിള്ളാരുടെ കാര്യം ഒന്നും പറയേണ്ട. സമരോം ആയിട്ടു നടക്വാ. അശ്രീകരങ്ങൾ.'

'പതിയെപ്പറ മുത്തശ്ശി. അവന്മാരു കേട്ടാൽ....'

'മോളൊത്തിരി ക്ഷീണിച്ചല്ലോ മോളേ.'

'അതെയതെ. ക്ഷീണിച്ച് ചക്കക്കുരുപോലെയായി' അജയൻ കളിയാക്കി.

'പോടാ അവടന്ന് ' മുത്തശ്ശി ദേഷ്യപ്പെട്ടു.

'വാ, നമുക്കു മാമ്പഴം പെറുക്കാൻ പൊം.' സിന്ധു എല്ലാവരെയും ക്ഷണിച്ചു.

എല്ലാവരും മാവിൻചുവട്ടിൽ കാത്തിരുന്നു.

'ഢും' മാമ്പഴം എടുക്കാൻ അജയനും സിന്ധുവും ഓടി.

'നാണിച്ചുപോയേ. അമ്മാവൻ കല്ലെടുത്തെറിഞ്ഞ താണേ.' തെങ്ങിന്റെ മറവിൽ നിന്നു ചിരിക്കുന്ന അമ്മാവനെ ചൂണ്ടി അനിത വിളിച്ചുകൂവി.

'മക്കളെല്ലാം എപ്പളാ വന്നേ?' അടുത്തുവന്ന് അമ്മാവൻ ചോദിച്ചു.

'ഇന്നു വന്നതേയുള്ളു. ലീന മറുപടി പറഞ്ഞു.

എല്ലാവരും അമ്മാവന്റെ ചുറ്റും കൂടി.

''എന്തൊക്കെയുണ്ടമ്മാവാ വിശേഷം' അജയൻ ചോദിച്ചു.

'എന്തു വിശേഷം മക്കളെ. അല്പം കൃഷി; കുറച്ചു പൊതുക്കാര്യം. അത്രതന്നെ. പിന്നെ മക്കടെ വിശേഷം എന്തൊക്കെയാ പരീക്ഷയെല്ലാം നന്നായിട്ടു ചെയ്തോ?

'തരക്കേടില്ല. ജയിക്കും.' സിനു.

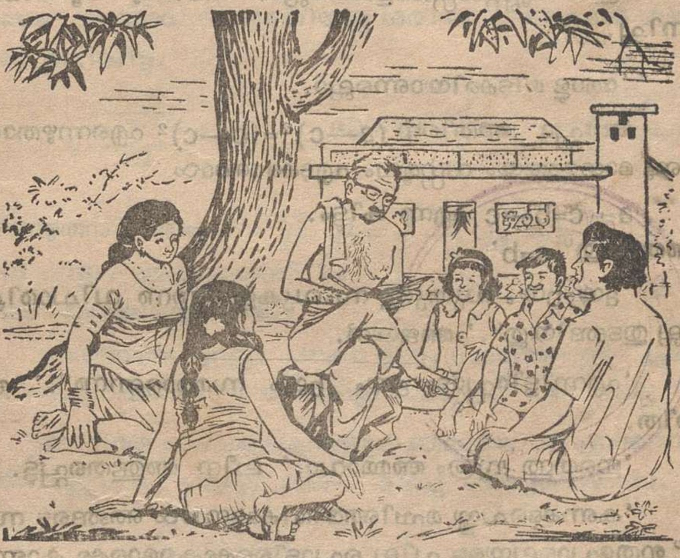
കണക്കിന്റെ കാര്യത്തിൽ മാത്രമേ എനിക്കു സംശയമുള്ളു.' അനിത.

'ഗണം, ഗിണം എന്നൊക്കെയുള്ള ഇപ്പഴത്തെ കണക്കുണ്ടല്ലോ. കുറച്ചു പ്രയാസമാ.'

സിന്ധു തുറന്നു പറഞ്ഞു.

'പണ്ടും കണക്ക് പ്രയാസംതന്നെ. എന്നെ കണക്ക പഠിപ്പിച്ച സാറുണ്ടല്ലോ, നല്ല അടിയും പിച്ചും തരും. എങ്കിലും ആള് രസികനാ. കണക്കുകൊണ്ടുള്ള പല തമാശകളും കാണിക്കും.'

'കണക്കുകൊണ്ടുള്ള തമാശയോ. അതെന്താ, അമ്മാവനൊന്നു കാണിക്കാമോ.' ലീന.



'മക്കളെ പോയി ഒരു കടലാസും പെൻസിലും എടുത്തോണ്ടു വന്നേ.'

അനിത കടലാസും പെൻസിലും കൊണ്ടുവന്ന് അമ്മാവനു കൊടുത്തു, അമ്മാവൻ എഴുതാൻ തുടങ്ങി.

'a യും b യും രണ്ടു വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളാണെന്നു സങ്കല്പിക്കുക. ഇവയുടെ ശരാശരി c ആണെന്നും എടുക്കു. അതായത് $\frac{a+b}{2} = c$.

അപ്പോൾ $a+b=2c$

രണ്ടു വശവും $(a-b)$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ

$a^2-b^2=2ac-2bc$ എന്നു കിട്ടും.

രണ്ടു വശത്തേയ്ക്കും $(b^2-2ac+c^2)$ എന്ന സംഖ്യ കൂട്ടുമ്പോൾ

$a^2-2ac+c^2=b^2-2bc+c^2$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നതു്.'

'ഇവ പൂർണ്ണവർഗ്ഗങ്ങളാണല്ലോ.' സിന്ധു ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു.

'മോളു മിടുക്കിയാണല്ലോ.

അപ്പോ അതിനെ $(a-c)^2=(b-c)^2$ എന്നെഴുതാം, രണ്ടു ഭാഗത്തേയും വർഗ്ഗമൂലം എടുക്കുമ്പോൾ

$a-c=b-c$ എന്നു കിട്ടും.

അതായതു് $a=b$'

'aയും bയും വ്യത്യസ്ത സംഖ്യകളാണെന്നു വിചാരിച്ചല്ലേ തുടങ്ങിയതു്.' അജയൻ.

'എന്നിട്ടിപ്പോൾ aയും bയും സമമാണെന്നു്.' അനിത.

'ഇതെന്തു സൂത്രം അമ്മാവാ.' ലീന അത്ഭുതപ്പെട്ടു.

'കണക്കുചെയ്തു മുഷിഞ്ഞിരിക്കുമ്പോൾ ഞങ്ങടെ സാറു് ഇതുപോലെയുള്ള ചില പൊടിക്കൈകളൊക്കെ കാണിക്കും. എന്തു രസമാണെന്നോ. എല്ലാരുടേം മുഷിച്ചിൽ മാറും, ഉത്സാഹം വർദ്ധിക്കും.'

'വേറൊരു സൂത്രം കാണിച്ചേ അമ്മാവാ.' സിനു ആവശ്യപ്പെട്ടു.

' $\sqrt{-1}$ ഉം $\sqrt{-1}$ ഉം സമമല്ലെ?'

'ഇതെന്തു ചോദ്യം. അവ ഒരേസംഖ്യയല്ലെ. അപ്പോ സമമല്ലാതിരിക്കോ.' സിന്ധു പറഞ്ഞു.

'അപ്പോൾ $\sqrt{-1} = \sqrt{-1}$

ഇതു് $\sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{\frac{-1}{1}}$ എന്നെഴുതാം

' $\frac{1}{-1}$ ഉം $\frac{-1}{1}$ ഉം -1 നോട് സമമായതു കൊണ്ടു് അമ്മാവൻ എഴുതിയതു ശരിയാ,' അജയൻ ഗമയിൽ തട്ടിവിട്ടു.

' $\sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{\frac{-1}{1}}$ എന്നതു് $\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{1}}$ എന്നെഴുതാം. അപ്പോൾ $\sqrt{1}\ \sqrt{1} = \sqrt{-1}\ \sqrt{-1}$ എന്നു കിട്ടും. അതുകൊണ്ടു് $1 = -1$.

എന്താ തെറ്റുവല്ലതുമുണ്ടോ?

'തെറ്റൊന്നും ഇല്ല. പക്ഷെ ഇതും പറഞ്ഞോണ്ടു് ക്ലാസ്സിൽ ചെന്നാൽ ടീച്ചർ ഞങ്ങളെ ഓടിക്കും. അത്രേള്ളു,'

'അനിതേ ഓടിക്കവല്ലേയുള്ളു. ഞങ്ങടെ ടീച്ചറാണെങ്കിൽ നല്ല അടി വെച്ചു തരും. വല്യ ദേഷ്യക്കാരിയാ.' സിന്ധു.

'നിർത്തു നിങ്ങടെ വിശേഷം നോക്കു്. ഞാനൊരു സൂത്രം കാണിക്കട്ടെ.' കടലാസും പെൻസിലും വാങ്ങിച്ചു് അജയൻ എഴുതാൻതുടങ്ങി.

'aയും bയും പോസിററീവ്സംഖ്യകളാണെന്നും $a > b$ എന്നും സങ്കല്പിക്കുക. എന്നിട്ടു് b കൊണ്ടു രണ്ടു വശവും ഗുണിക്കുക. അപ്പോൾ $ab > b^2$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നതു്. രണ്ടു ഭാഗത്തുനിന്നും a^2 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ

$ab - a^2 > b^2 - a^2$ എന്നു കിട്ടും.

ഇതിനെ ഘടകരൂപത്തിലാക്കിയാൽ

$a(b-a) > (b-a)(b+a)$ എന്നെഴുതാം. ഇനി $(b-a)$ കൊണ്ടു രണ്ടു വശവും ഹരിക്കു.

അപ്പോൾ $a > b+a$. ഇതിൻെറ അർത്ഥമെന്താണ്? അജയൻ ഗമയിൽ ഇരുന്നു.

'a എന്ന സംഖ്യ അതിനേക്കാൾ വലുതാണെന്നു്' സിന്ധു.

'b പോസിററീവ് സംഖ്യയായതുകൊണ്ടു് $a > b+a$ എന്നുവച്ചാൽ a അതിനേക്കാൾ വലുതാണെന്നു മാത്രമല്ല, അതിനേക്കാൾ വലുതായ മറെറാരു സംഖ്യയേക്കാൾ വലുതാണെന്നു്.' അജയൻ വിശദീകരിച്ചു.

'നടക്കാത്ത കാര്യങ്ങളൊക്കെയാ നിങ്ങളീ പറയുന്നതു്.' ലീന പരിഭവപ്പെട്ടു.

'അജയൻെറ കണക്കു നന്നായിട്ടുണ്ടു്' അമ്മാവൻ അഭിനന്ദിച്ചു.

'ഇതുപോലെ ഞാനൊരു സൂത്രം കാണിക്കട്ടെ' കടലാസും പെൻസിലും വാങ്ങിച്ച് സിന്ധു എഴുതാൻ തുടങ്ങി.

'രണ്ടിനേക്കാൾ വലുതാണ് മൂന്നു് എന്നു നമുക്കറിയാം. അതായതു് $3 > 2$.

ഈ അസമതയുടെ രണ്ടു വശവും $\log\frac{1}{2}$ കൊണ്ടു ഗുണിക്കു. അപ്പോൾ

$3\log\frac{1}{2} > 2\log\frac{1}{2}$ എന്നു കിട്ടും.

ഇതിനെ $\log(\frac{1}{2})^3 > \log(\frac{1}{2})^2$ എന്നെഴുതാം.'

'അവസാനം എഴുതിയതു് എങ്ങനെയാ കിട്ടിയതു്.' ലീനക്കു മനസ്സിലായില്ല.

'ലോഗരിതത്തിൽ ഒരു നിയമം ഉണ്ടു്.

$\log(m^k) = k.\log m$

ഈ നിയമത്തെ ആധാരമാക്കിയാണ്

$\log(\frac{1}{2})^3 > \log(\frac{1}{2})^2$ എന്നെഴുതിയേക്കണ്ണേത്തു്.'

അമ്മാവൻ പറഞ്ഞുകൊടുത്തു.

'$\log(\frac{1}{2})^3 > \log(\frac{1}{2})^2$ എന്നല്ലേ അവസാനം എഴുതിയതു്. ഇതിൽനിന്നു്

$(\frac{1}{2})^3 > (\frac{1}{2})^2$ എന്നു കിട്ടും.

അതായതു് $\frac{1}{8} > \frac{1}{4}$ '. സിനു അവസാനിപ്പിച്ചു.

'ഇതിലെവിടെയാ തെററന്നു് ആക്കെങ്കിലും പറയാമോ?' അമ്മാവൻ എല്ലാവരുടെയും മുഖത്തു നോക്കി.

'ഞങ്ങടക്കു പററണില്ല. അമ്മാവനു പറയാമോ?'

'പറയാം. 3 > 2 എന്ന അസമതയെ $\log(\frac{1}{2})$ കൊണ്ടു ഗുണിച്ചതു കണ്ടല്ലോ. $\log(\frac{1}{2})$ ഒരു നെഗററീവ് സംഖ്യയാണു്. നെഗററീവ് സംഖ്യകൊണ്ടു് ഒരു അസമതയെഗ്ഗുണിക്കുമ്പോരം അസമതാചിഹ്നം തിരിഞ്ഞു വരണം. അതായതു് വലുതു് എന്നുള്ളതു് ചെറുതായും ചെറുതു് എന്നുള്ളതു വലുതായും വരണം. സിനു അങ്ങിനെ ചെയ്തില്ല. അതുകൊണ്ടാണു് $\frac{1}{8} > \frac{1}{4}$ എന്നു കിട്ടിയതു്'.

'ദേ. കടലാസും പെൻസിലും. അമ്മാവൻ മറെറാരു കണക്കു ചെയ്യ്.' സിനു കടലാസും പെൻസിലും അമ്മാവൻെറ കൈയിൽ കൊടുത്തു.

'$(n+1)^2 = n^2 + 2n+1$ എന്ന സദാസത്യവാക്യം കണക്കാക്കുക.'

'n ൻെറ എതു വിലയ്ക്കും ഇതു ശരിയാണെന്നർത്ഥം, അല്ലേ അമ്മാവാ.' സദാസത്യവാക്യത്തെക്കുറിച്ചുള്ള അറിവ് ലീന വെളിപ്പെടുത്തി.

'മോളു പറഞ്ഞതു ശരിയാ. ആ സദാസത്യവാക്യത്തിൻെറ രണ്ടു വശത്തുനിന്നും (2n+1) കുറയ്ക്കുക.

അപ്പോൾ $(n+1)^2-(2n+1)=n^2$.

വീണ്ടും $n\,(2n+1)$ കുറയ്ക്കുക. അന്നേരം

$$(n+1)^2-(2n+1)-n\,(2n+1)=n^2-n\,(2n+1)$$

എന്നു കിട്ടും. ഇതിൻെറ രണ്ടു ഭാഗത്തേയ്ക്കും $\frac{(2n+1)^2}{4}$ കൂട്ടു.

അപ്പോൾ $(n+1)^2-(n+1)\,(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$

$=n^2-n\,(2n+1)+\frac{(2n+1)^2}{4}$ എന്നല്ലേ കിട്ടണത്?'

'എന്തിനാണമ്മാവാ $\frac{(2n+1)^2}{4}$ കൂട്ടുന്നത്?'

സിന്ധുവിനു സംശയം.

'$\frac{(2n+1)^2}{4}$ കൂട്ടിയാൽ പൂർണ്ണവർഗ്ഗമാകും. അതുകൊണ്ടാണു കൂട്ടിയത്.' അമ്മാവൻ എഴുതുന്നതു ശ്രദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിരുന്ന അനിത പറഞ്ഞു.

'പൂർണ്ണവർഗ്ഗമായി എഴുതുമ്പോൾ

$$\left[(n+1)-\left(\frac{2n+1}{2}\right)\right]^2=\left[n-\left(\frac{2n+1}{2}\right)\right]^2$$

എന്നു കിട്ടും. ഇനി രണ്ടു വശത്തേയും വർഗ്ഗമൂലം എടുക്കൂ.

അപ്പോൾ $(n+1)-\left(\frac{2n+1}{2}\right)=n-\left(\frac{2n+1}{2}\right)$

എന്നല്ലേ കിട്ടണത്. ഇതിൽനിന്ന് $n+1=n$.

ഇവിടെ n നു പകരം 1, 2, 3, 4, ...തുടങ്ങിയ വിലകൾ കൊടുക്കുമ്പോൾ എന്തു കിട്ടുമെന്നു നോക്കാം.

2=1, 3=2, 4=3, 5=4, ... എന്നിങ്ങനെയല്ലേ കിട്ടുണതു്.'

എല്ലാവരും മിഴിച്ചിരുന്നു.

'ദേ, കാപ്പി കുടിക്കാൻ വിളിക്കുണു' ലീന ഉറക്കെ പറഞ്ഞു.

'വാ അമ്മാവാ, നമുക്കു കാപ്പികുടിക്കാം.'

എല്ലാവരും എണീററുപോയി

കുറിപ്പ്: ഒരു പോസിററീവ് സംഖ്യയുടെ വർഗ്ഗമൂലത്തിനു് രണ്ടു വിലയുണ്ടെന്നുള്ളതും ഒരു അസമതയെ നെഗററീവ്സംഖ്യകൊണ്ടു ഗുണിച്ചാൽ അസമതാചിഹ്നം തിരിഞ്ഞു വരുമെന്നുള്ളതും കണക്കിലെ രണ്ടു് അടിസ്ഥാനതത്ത്വങ്ങളാണു്.

3

പൊതുനിരത്തിലെ കണക്ക്

പുസ്തകവും കുടയും മുറുകെ പിടിച്ചുകൊണ്ട് ജോണി തിടുക്കത്തിൽ നടന്നു. വീട്ടിലെത്തിയിട്ടുവേണം സ്കൂളിലെ വിശേഷങ്ങൾ പറയാൻ. സമരക്കാർ വന്നത്, കുസൃതി കാണിച്ച മനോജിനെ ടീച്ചർ തല്ലിയത്, പഠിക്കാത്തതിന് ടീച്ചർ ദേഷ്യപ്പെട്ടത്, ഫിലിപ്പും അജിത്തും തമ്മിൽ വഴക്കടിച്ചത് തുടങ്ങിയ കാര്യങ്ങൾ ഡാഡിയോടും മമ്മിയോടും പറയണം. കുറച്ചു നടന്നപ്പോൾ വഴിവക്കിലൊരു ആൾക്കൂട്ടം. ജോണി എത്തിനോക്കി. കഴുത്തറ്റംവരെ പിന്നിലേക്കു നീട്ടിയിരിക്കുന്ന തലമുടി, 'റ'പോലെ വളഞ്ഞ മീശ, പാൻറും കോട്ടും ധരിച്ചിരിക്കുന്നു, തലയിൽ ഒരു തൊപ്പിയുമുണ്ട്. ഒരു കൈയിൽ വടി, മറേറ കൈയിൽ നൂറുരൂപായുടെ ഒരു കെട്ടുനോട്ട്. അയാൾ എന്തൊക്കെയോ വിളിച്ചു പറയുന്നുണ്ട്. ജോണി ശ്രദ്ധിച്ചു.

'അഞ്ചുരൂപയ്ക്ക് ആയിരം രൂപ, അഞ്ചുരൂപയ്ക്ക് ആയിരം രൂപാ. ആർക്കുവേണേലും തരാം. അഞ്ചു രൂപ തന്നാൽ ആയിരം രൂപ തരാം.'

ആൾക്കൂട്ടത്തിന്നിടയിലൂടെ നുഴഞ്ഞു കയറി ജോണി മുമ്പിൽ നിന്നു.

'മാന്യ മഹാജനങ്ങളെ, ബുദ്ധിശാലികളേ, ഇരുപതു നാണയത്തുട്ടുകളായി അഞ്ചുരൂപ തന്നാൽ ആയിരം രൂപ തരാം. 50 പൈസ, 20 പൈസ, 5 പൈസ ഇവയെല്ലാം

കൂടിയുള്ള ഇരുപതു നാണയത്തുട്ടുകൾ.' അയാൾ വിശദീകരിച്ചു.

പലരും അവരവരുടെ പോക്കററിൽനിന്നും നാണയത്തുട്ടുകൾ എടുത്തു് എണ്ണാൻ തുടങ്ങി. എന്നാൽ അയാൾ പറഞ്ഞ രീതിയിൽ അഞ്ചുരൂപ കൊടുത്തു് ആയിരം രൂപ വാങ്ങാൻ ആരും മുന്നോട്ടു വന്നില്ല.

'സുഹൃത്തുക്കളെ, കുട്ടികളെ, അഞ്ചുരൂപയ്ക്കു് ആയിരം രൂപ. 50 പൈസ, 20 പൈസ, 5 പൈസ ഇവയെല്ലാം കൂടിയുള്ള ഇരുപതു നാണയത്തുട്ടുകൾകൊണ്ടു് അഞ്ചു രൂപ തന്നാൽ ആയിരം രൂപ തരാം.' നോട്ടുകെട്ടു് ഉയർത്തിപ്പിടിച്ചുകൊണ്ടു് അയാൾ വീണ്ടും വിളിച്ചു പറഞ്ഞു. ആയിരം രൂപ വാങ്ങാൻ ആരും തയ്യാറായില്ല.

ജോണി കീശയിൽ തപ്പി. ഒററപൈസ പോലുമില്ല. ജോണിക്കു നിരാശ തോന്നി.

'ആയിരംരൂപ ആർക്കുംവേണ്ടല്ലേ. എങ്കിൽ എൻെറ പോക്കററിൽ കിടക്കട്ടെ.' അയാൾ മററൊരു സൂത്രം കാണിക്കാനാരംഭിച്ചു.

'നിങ്ങളിലാരെങ്കിലും മൂന്നക്കങ്ങളുള്ള ഒരു സംഖ്യ എഴുതു. ഒററയുടെ സ്ഥാനത്ത് പൂജ്യം വരാൻ പാടില്ല പിന്നെ ഒററയുടേയും നൂറിൻേറയും സ്ഥാനത്തുള്ള അക്കങ്ങളുടെ വ്യത്യാസം രണ്ടിൽ കുറയാനും പാടില്ല.'

'വ്യത്യാസം രണ്ടോ അതിൽ കൂടുതലോ ആവാം അല്ലേ?' ജോണി ചോദിച്ചു.

'അതെ.'

ആരേയും കാണിക്കാതെ ജോണി സംഖ്യ എഴുതി.

'ഇനി, ആ സംഖ്യ ക്രമം തിരിച്ചെഴുതു.'

ജോണി അയാളുടെ നേരെ നോക്കി.

'എന്താ മനസ്സിലായില്ലേ. നിങ്ങൾ എഴുതിയ സംഖ്യ 347 ആണെങ്കിൽ 743 എന്നെഴുതണം. 659 ആണെങ്കിൽ 956 എന്നെഴുതണം.

ജോണി സംഖ്യ ക്രമം തിരിച്ചെഴുതി.

'എന്നിട്ട്, അവ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണു.'

'വലിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു് ചെറിയ സംഖ്യ കുറയ്ക്കണം, അല്ലേ?' ജോണി തിരക്കി.

'ഉം.'

'വ്യത്യാസം കിട്ടി ഇനി എന്താണു് ചെയ്യേണ്ടതു്?' ജോണിക്കറിയാൻ തിടുക്കമായി.

'ഇങ്ങിനെ കിട്ടിയ സംഖ്യയും അതു് ക്രമം തിരിച്ചെഴുതിയ സംഖ്യയും തമ്മിൽ കൂട്ടണം.'

അല്പസമയത്തിനുശേഷം ജോണി പറഞ്ഞു:

'ദാ, കൂട്ടി.'

'മാന്യന്മാരെ, മഹാജനങ്ങളെ, ഈ കുട്ടിക്കു് അവസാനം കിട്ടിയ സംഖ്യ ആർക്കെങ്കിലും പറയാമോ?'

ആരും ഒന്നും മിണ്ടിയില്ല.

'ആലോചിക്കൂ, സുഹൃത്തുക്കളെ, ആലോചിക്കൂ.' അയാൾ വീണ്ടും ആവശ്യപ്പെട്ടു.

ആർക്കും ഉത്തരം പറയാൻ കഴിഞ്ഞില്ല.

തന്റെ കൈയിലെ വടി വായുവിൽ ചുഴററി 'ഹോം ഹ്ലും, ക്രീം, ക്രൂം' എന്നിങ്ങിനെ ശബ്ദങ്ങളുണ്ടാക്കിക്കൊണ്ടു് അയാൾ വിളിച്ചു പറഞ്ഞു:

'1089'

ജോണി തലകുലുക്കി. മററുള്ളവർ ജോണിയുടെ അടുത്തുവന്നു് അയാൾ പറഞ്ഞ സംഖ്യ ശരിയാണോയെന്നു നോക്കി. അത്ഭുതംകൊണ്ടു് അവരുടെ കണ്ണുകൾ വിടർന്നു.

തങ്ങളുടെ പക്കലുള്ള സാധനങ്ങൾ വിററഴിക്കുന്നതിനു് വഴിയരുകിൽ ചെപ്പടി വിദ്യകൾ കാണിച്ചുകൊണ്ടു് ചിലർ ആളുകളെ ആകർഷിക്കാറുള്ളതു് ജോണി ഓർമ്മിച്ചു. എന്നാൽ ഇങ്ങനെയൊരാളെ ആദ്യമായിട്ടാണു് കാണുന്നതു്. പൊതുനിരത്തിൽവച്ചു് കണക്കിലെ വിദ്യകൾ കാണിക്കുന്നു. ജോണിക്കു് ഉത്സാഹം വർദ്ധിച്ചു.

'കൂട്ടുകാരെ, കുട്ടികളെ, മറെറാരു വിദ്യ കാണിക്കാം.' അയാൾ തുടർന്നു.

'ആരെങ്കിലും മൂന്നക്കങ്ങളുള്ള ഒരു സംഖ്യ എഴുതു. ഒററയുടെ സ്ഥാനത്തും നൂറിന്റെ സ്ഥാനത്തും ഉള്ള അക്കങ്ങൾ സമമാവാൻ പാടില്ല.'

'പൂജ്യം വരാമോ?' ജോണിക്കു സംശയം.

'പൂജ്യമാവാം. കുഴപ്പോന്നുമില്ല'.

ജോണി സംഖ്യ എഴുതി.

'ഇനി, ആ സംഖ്യ ക്രമം തിരിച്ചെഴുതു.'

'എഴുതി.' ജോണി പെട്ടെന്നു പറഞ്ഞു.

ഈ സംഖ്യകൾ തമ്മിലുള്ള വ്യത്യാസം കാണു.'

വലിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു് ചെറിയ സംഖ്യ കുറച്ചു് ജോണി വ്യത്യാസം കണ്ടു.

'വ്യത്യാസമായി കിട്ടിയ സംഖ്യയില്ലേ. അതിലെ നൂറിൻെറ സ്ഥാനത്തുള്ള അക്കം എത്രയാണു്?'

'4' ജോണി.

'എന്നാൽ മററക്കങ്ങൾ ഏതൊക്കെയാണെന്നു് ആക്കെങ്കിലും പറയാമോ?'

എല്ലാവരും മൗനമായി നിന്നതേയുള്ളു. തൻെറ കൈയിലെ വടി ഓരോരുത്തരുടേയും നേരെ ചൂണ്ടിക്കൊണ്ടു് അയാൾ പറഞ്ഞു:

'കുറച്ചുനേരം ആലോചിക്കു്. ഉത്തരം പറയാമോ എന്നു നോക്കു്, ശ്രമിക്കു്.'

'2, 5.' ഒരാൾ വിളിച്ചു പറഞ്ഞു.

എല്ലാവരും ജോണിയുടെ നേരെ നോക്കി.

'തെററു്' ജോണി വിളിച്ചുകൂവി.

ശരിയായ ഉത്തരം ആരെങ്കിലും പറയുന്നുണ്ടോ. അയാൾ കാത്തുനിന്നു. ആരും പറയുന്നില്ല. തൻെറ കൈയിലെ വടി വായുവിൽ ചുഴററി, ചില ശബ്ദങ്ങളുണ്ടാക്കിക്കൊണ്ടു് അയാൾ വിളിച്ചു പറഞ്ഞു.

'9, 5.' ജോണി സമ്മതിച്ചു.

'അടുത്ത കണക്കിൻെറ ഉത്തരം നിങ്ങൾക്കെളുപ്പത്തിൽ കാണാം. കടലാസും പെൻസിലും വേണമെന്നില്ല. മനസ്സിൽ ചെയ്യാം. എല്ലാവരും ശ്രദ്ധിക്കു.' അയാൾ തുടർന്നു.

'നിങ്ങൾക്കിഷ്ടമുള്ള ഒരു സംഖ്യ വിചാരിക്കു്.'

4310

'സംഖ്യയിൽ പൂജ്യം വരാമോ?' ജോണിക്കെപ്പോഴും സംശയം.

'പൂജ്യം ഉള്ളതോ ഇല്ലാത്തതോ ആയ ഏതു സംഖ്യ വേണേലും വിചാരിക്കാം — എന്താ വിചാരിച്ചോ?'

'ങാ, വിചാരിച്ചു.' എല്ലാവരുംകൂടി പറഞ്ഞു.

'ഇനി ആ സംഖ്യയെ പത്തുകൊണ്ടു ഗുണിക്കു്.'

'പത്തുകൊണ്ടു ഗുണിക്കാൻ ഒരു പൂജ്യം ചേത്താൽ മതിയല്ലോ.' ജോണി എല്ലാവരേയും ഗമയിൽ നോക്കി.

'ഇങ്ങിനെ കിട്ടിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു് നിങ്ങഠ ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ കുറയ്ക്കു്.'

'കുറച്ചു.' അല്പസമയത്തിനുശേഷം എല്ലാവരും പറഞ്ഞു.

'കുറച്ചു കിട്ടിയ സംഖ്യയില്ലേ. അതിലേക്കു് ഒൻപതു കൂട്ടു.'

'ഒൻപതു കൂട്ടി.'

'ഇപ്പോഠ കിട്ടിയ സംഖ്യയിൽനിന്നു് നിങ്ങഠക്കിഷ്ടമുള്ള ഒരക്കം മാററി നിർത്തിയിട്ടു് ബാക്കിയുള്ള അക്കങ്ങഠ പറയു. പക്ഷെ ഒരു കാര്യം. ഇങ്ങനെ മാററി നിർത്തുന്ന അക്കം പൂജ്യമാകാൻ പാടില്ല.'

'4, 1, 9, 5.' ജോണി ഉറക്കെ പറഞ്ഞു.

അല്പനേരം ആലോചിച്ചതിനുശേഷം അയാഠ പറഞ്ഞു.

'നിങ്ങഠ മാററി നിർത്തിയ അക്കം 7.'

'ശരി.' ജോണി സമ്മതിച്ചു.

3, 4, 1. മററാരാഠ പറഞ്ഞു.

'നിങ്ങഠ മാററി നിർത്തിയ അക്കം 1.' അയാഠ പെട്ടെന്നു് ഉത്തരം പറഞ്ഞു.

'ശരി.' അദ്ദേഹം സമ്മതിച്ചു.

'2, 2, 9.' മൂന്നാമതൊരാൾ.

'നിങ്ങൾ മാററി നിർത്തിയ സംഖ്യ 5.'

ഉത്തരം ശരിയാണെന്നു് അദ്ദേഹവും സമ്മതിച്ചു.

'2, 1, 9' വേറൊരാൾ പറഞ്ഞു.

അതുവരെ പറഞ്ഞതെല്ലാം ശ്രദ്ധിച്ചുകൊണ്ടിന്ന ജോണി തെല്ലു സംശയത്തോടെ പറഞ്ഞു.

'മാററി നിർത്തിയ അക്കം 6.'

'ശരിയാണു്.'

എല്ലാവരും അതിശയിച്ചു. ശരിയായ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിച്ചതെങ്ങിനെയെന്നു് ജോണിയോടു ചോദിച്ചു.

'നാം അവസാനം കൂട്ടിയ സംഖ്യ ഒൻപതല്ലെ. 2, 1, 9 എന്നീ സംഖ്യകൾ കൂട്ടുമ്പോൾ 12 കിട്ടും. 12 നു ശേഷം വരുന്ന 9 ൻെറ അടുത്ത ഗുണിതം 18 ആണു്. 18ൽ നിന്നു് 12 കുറയ്ക്കുമ്പോൾ 6 കിട്ടും. മാററി നിർത്തിയ അക്കം അപ്പോൾ 6.' ജോണി വിശദീകരിച്ചു. എല്ലാവരും കൈയ്യടിച്ചു് ജോണിയെ അഭിനന്ദിച്ചു.

'മറെറാരു കണക്കു പറയാം. വളരെ എളുപ്പം ഉത്തരം കാണാം.' അയാൾ അടുത്ത സൂത്രം ആരംഭിച്ചു.

'നിങ്ങൾ ഒരു സംഖ്യ വിചാരിക്കു. അതിനെ അഞ്ചു കൊണ്ടു് ഗുണിക്കു. എന്നിട്ടു ആറു് കൂട്ടു. ഇങ്ങിനെ കിട്ടിയ സംഖ്യയെ നാലുകൊണ്ടു് ഗുണിച്ചിട്ടു് ഒൻപതു കൂട്ടു'.

'ഏയു് നിറുത്തു്. ഇങ്ങിനെ ധൃതിയിൽ പറഞ്ഞാൽ എങ്ങിനെ കണക്കു ചെയ്യും.' ആൾക്കൂട്ടത്തിൽനിന്നു് ഒരാൾ വിളിച്ചു പറഞ്ഞു.

'ബെല്ലും ബ്രേക്കും ഇല്ലാതെ തട്ടി വിടുവാണോ' മററൊരാൾ തെല്ലു കോപത്തോടെ ചോദിച്ചു.

'ഒരിക്കൽക്കൂടി പറയൂ.' ജോണി ആവശ്യപ്പെട്ടു.

'നിങ്ങഠം വിചാരിച്ച സംഖ്യയെ ആദ്യം അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിക്കുക. എന്നിട്ട് ആറു കൂട്ടു. ഈ കിട്ടിയ സംഖ്യയെ നാലു കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ട് ഒൻപതു കൂട്ടു. വീണ്ടും അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിക്കൂ.' അയാഠം നിറുത്തി നിറുത്തി പറഞ്ഞു.

അല്പസമയത്തിനുശേഷം ജോണി ചോദിച്ചു:

'ഒൻപതു കൂട്ടിയിട്ട് അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചു ഇനി എന്തെങ്കിലും ചെയ്യണോ?'

'ഇനി ഒന്നും വേണ്ട. നിങ്ങഠംക്കവസാനം കിട്ടിയ സംഖ്യ പറയൂ.'

'1365' ജോണി

'ഈ കുട്ടിക്കു് അവസാനം കിട്ടിയ സംഖ്യ 1365. എന്നാൽ ഈ കുട്ടി ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ ആക്കെങ്കിലും പറയാമോ?'

ആരും മിണ്ടുന്നില്ല. പൂർണ്ണനിശ്ശബ്ദത.

'ആലോചിച്ചു നോക്കൂ. എളുപ്പമാണു്.'

'നിങ്ങഠംതന്നെ പറഞ്ഞാമതി.' ഒരാഠം ആവശ്യപ്പെട്ടു.

'ഈ കുട്ടി ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ 12.'

അല്പം ആലോചിച്ചതിനുശേഷം അയാഠം പറഞ്ഞു.

'ശരിയാണു്.' ജോണി.

'എനിക്കവസാനം കിട്ടിയ സംഖ്യ 2865.' മറ്റൊരാഠം ഉറക്കെ പറഞ്ഞു.

'നിങ്ങഠം ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ 25. ശരിയല്ലേ?'

'ശരിയാണു്.' അദ്ദേഹം സമ്മതിച്ചു.

'എനിക്കവസാനം കിട്ടിയ സംഖ്യ 1165.' വേറൊരാൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

'എല്ലാത്തിൻേറം ഉത്തരം ഞാൻതന്നെ പറഞ്ഞാലോ. നിങ്ങൾ കുറച്ചുനേരം ആലോചിക്കൂ. അദ്ദേഹം വിചാരിച്ച സംഖ്യ പറയാമോ എന്നു നോക്കൂ.'

ജോണി ആലോചിച്ചു. ആദ്യം വിചാരിച്ച സംഖ്യ x. അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ട് ആറു കൂട്ടുമ്പോൾ $5x+6$. വീണ്ടും നാലുകൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ട് ഒൻപതു കൂട്ടുമ്പോൾ $20x + 33$. പിന്നീട് അഞ്ചുകൊണ്ടു ഗുണിക്കുമ്പോൾ $100x + 165$. അപ്പോൾ $100x + 165$ എന്ന സംഖ്യ 1165 നോടു സമമാണ്. ഇതിൽനിന്ന് x കിട്ടണമെങ്കിൽ ആദ്യം 1165 ൽ നിന്ന് 165 കുറയ്ക്കണം. പിന്നെ 100 കൊണ്ടു ഹരിക്കണം.

'10'. ജോണി ഉറക്കെ പറഞ്ഞു.

'ശരിയാണ്'. അദ്ദേഹം സമ്മതിച്ചു.

നേരം കുറെയായി. ഇനി പിരിവെന്തെങ്കിലും കാണുമെന്നു കരുതി പലരും പിന്നോക്കം വലിഞ്ഞു. ഇതു മനസ്സിലാക്കിയ അയാൾ പറഞ്ഞു:

'പ്രിയമുള്ളവരെ, ഞാനൊരു മായാജാലക്കാരനോ മരുന്നുവില്പനക്കാരനോ അല്ല. എനിക്കു പണമൊന്നും ആവശ്യമില്ല. വെറും തമാശയ്ക്കുവേണ്ടിയാണ് കണക്കിലെ ഈ പ്രശ്നങ്ങളെല്ലാം നിങ്ങളുടെ മുമ്പിൽ അവതരിപ്പിച്ചതു്. നിങ്ങളിൽ കുറച്ചുപേർക്കെങ്കിലും കണക്കിൽ താല്പര്യം ഉണ്ടാകട്ടെയെന്നു കരുതി മാത്രം. എന്നുതന്നെയല്ല കണക്കിൽ ഇതുപോലെയുള്ള ചില വിദ്യകൾ ഉണ്ടെന്നും നിങ്ങൾ അറിഞ്ഞിരിക്കണം. ചെറിയൊരു പ്രശ്നംകൂടി അവതരിപ്പിച്ചിട്ടു് ഞാൻ അവസാനിപ്പിച്ചുകൊള്ളാം.'

അല്പസമയത്തിനുശേഷം അയാൾ ചോദിച്ചു:

'എനിക്കു് എത്ര വയസ്സായി എന്നു പറയാമോ?'

എല്ലാവരും മൗനമായി നിന്നതേയുള്ളു.

'കാഴ്ചയിൽ ഒരു മുപ്പത്തിരണ്ടു തോന്നും.' ആൾക്കൂട്ടത്തിൽനിന്നു് ഒരാൾ വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

'എൻെറ യഥാർത്ഥ വയസ്സു പറയണം. നിങ്ങൾക്കു തോന്നുന്ന വയസ്സു പറഞ്ഞാൽ പോരാ.'

വീണ്ടും നിശ്ശബ്ദത

'ശരിക്കുള്ള വയസ്സു പറയാൻ പ്രയാസം അല്ലേ? എൻെറ വയസ്സു കാണുന്നതിനു് ഒരു എളുപ്പവഴി പറയാം. 18 കൊല്ലം മുമ്പു് എൻെറ വയസ്സിൻെറ മൂന്നിരട്ടിയായിരുന്നു എൻെറ അച്ഛൻെറ വയസ്സു്. എന്നാലിപ്പോൾ എൻെറ വയസ്സിൻെറ ഇരട്ടി മാത്രമേയുള്ളു അച്ഛൻെറ വയസ്സു്. എങ്കിൽ എൻെറ വയസ്സെത്രയെന്നു പറയാൻ പററുമോ എന്നു നോക്കു.'

അയാൾ കുറച്ചുനേരം കാത്തുനിന്നു. ആരും ഉത്തരം പറഞ്ഞില്ല.

'എനിക്കിപ്പോൾ 36 വയസ്സായി. ഇതെങ്ങിനെ കണ്ടുപിടിക്കാൻ പററുമെന്നു നിങ്ങൾ പിന്നീടു് ആലോചിച്ചാൻ മതി.' എല്ലാവക്കും നന്ദി രേഖപ്പെടുത്തിക്കൊണ്ടു് അയാൾ അവസാനിപ്പിച്ചു.

നേരം വൈകി. വീട്ടിൽ ചെല്ലുമ്പോൾ ഡാഡി ശകാരിക്കും. ചിലപ്പോൾ അടിയും കിട്ടും. ജോണി ഓടി.

'എന്താടാ ഇത്ര വൈകിയതു്?' വീട്ടിൽ എത്തിയയുടനെ ഡാഡി കോപിച്ചു.

'അവൻ വല്ല കൂട്ടുകാരുടേം വീട്ടിൽ പോയിരിക്കും. സമയത്തിനു വീട്ടിൽ വരില്ല. തല്ലു കൊള്ളാഞ്ഞിട്ടാ.'

മമ്മിയുടെ വക.

നടന്നതെല്ലാം ജോണി വിശദമായി പറഞ്ഞു. ഡാഡിയുടെ ദേഷ്യം മാറി.

'ഇതുപോലെയുള്ളവരെ മുന്നിൽ കണ്ടുകൊണ്ട് ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ പറഞ്ഞതെത്ര ശരിയാണ്'.'

'ആരാണീ ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ?' ജോണിക്കറിയണം.

'ഇന്ത്യയിലെ ആദ്യകാല ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞന്മാരിൽ ഒരാളാണ് ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ. അദ്ദേഹം ആറാംജിബ്രായിലുള്ള പല വിഷയങ്ങളെക്കുറിച്ച് നന്നായി പഠിക്കുകയും വിശദമായി എഴുതുകയും ചെയ്തിട്ടുണ്ട്. അദ്ദേഹത്തിന്റെ 'ബ്രഹ്മസിദ്ധാന്തം' എന്ന ഗ്രന്ഥം പ്രസിദ്ധമാണ്.'

'അയാളെന്താ പറഞ്ഞത്.'

'നക്ഷത്രങ്ങളുടെ കൂട്ടത്തിൽ സൂര്യൻ എങ്ങിനെ ശോഭിക്കുന്നുവോ അതുപോലെതന്നെയാണ് കണക്കിലെ കൗതുകകരമായ പ്രശ്നങ്ങൾ ആളുകളുടെ മുൻപിൽ അവതരിപ്പിക്കുകയും അവയുടെ ഉത്തരം കണ്ടുപിടിക്കുകയും ചെയ്യുന്നവർ. അവരുടെ പേരും പെരുമയും എക്കാലവും നിലനില്ക്കും.'

'ബ്രഹ്മഗുപ്തൻ പറഞ്ഞതു വളരെ ശരിയാണ്.'

ജോണി പിന്താങ്ങി.

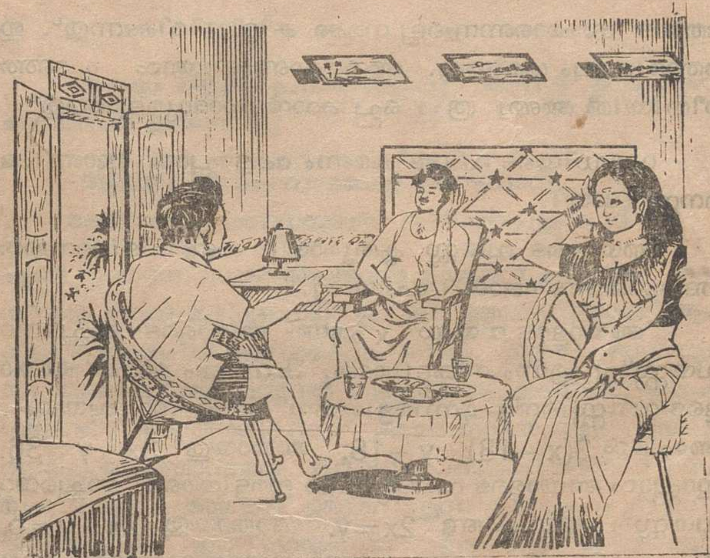
കാപ്പി കുടിച്ചുകൊണ്ടിരുന്നപ്പോഴും അയാൾ പറഞ്ഞ കണക്കുകളെക്കുറിച്ചായിരുന്നു ജോണിയുടെ ചിന്ത. 50 പൈസ, 20 പൈസ, 5 പൈസ ഇവയെല്ലാം കൂടിയുള്ള ഇരുപതു നാണയത്തുട്ടുകൾകൊണ്ട് 5 രൂപ കൊടുത്ത് 1000 രൂപ വാങ്ങിക്കാൻ ആർക്കും കഴിയാഞ്ഞതെന്തുകൊണ്ടാണെന്നു ജോണി ഡാഡിയോടു ചോദിച്ചു.

'50 പൈസ, 20 പൈസ, 5 പൈസ ഇവയെല്ലാം കൂടിയുള്ള ഇരുപതു നാണയത്തുട്ടുകൾകൊണ്ട് അഞ്ചു രൂപ

ഒപ്പിക്കാൻ ആരെക്കൊണ്ടും സാദ്ധ്യമല്ല. അതുകൊണ്ടാണ് അയാൾ 1000 രൂപ കൊടുക്കാമെന്നു പറഞ്ഞതു്.

'അതെന്താ അഞ്ചുരൂപ ഒപ്പിക്കാൻ പ്രയാസം.'

ജോണിയുടെ സംശയം മാറിയില്ല.



'50 പൈസ തുട്ടിൻെറ എണ്ണം x ഉം 20 പൈസ തുട്ടിൻേറതു് y ഉം 5 പൈസതുട്ടിൻേറതു് z ഉം ആണെന്നു് സങ്കല്പിക്കുക. അപ്പോൾ അയാൾ പറഞ്ഞതനുസരിച്ച്

$x+y+z = 20$ എന്നും

$50x+20y+5z=500$ എന്നും ഉള്ള രണ്ടു സമവാക്യങ്ങൾ കിട്ടും. അതായതു്

$$x + y + z = 20$$
$$10x+4y+z=100$$

ഇവയിൽനിന്നു് z മാററിയാൽ $9x+3y=80$ എന്നു കിട്ടും. രണ്ടു വശവും മൂന്നുകൊണ്ടു ഹരിച്ചാൽ

$$3x + y = \frac{80}{3}.$$

x ഉം y ഉം പൂർണ്ണസംഖ്യകളായതുകൊണ്ടു് 3x + y പൂർണ്ണസംഖ്യയാണു്. ഈ പൂർണ്ണസംഖ്യ $\frac{80}{3}$ എന്ന ഭിന്നകത്തോടു സമമാണെന്നല്ലെ നമുക്കു കിട്ടിയിരിക്കുന്നതു്. ഇതൊരിക്കലും ശരിയല്ല. അതുകൊണ്ടാണയാൾ പറഞ്ഞ രീതിയിൽ അഞ്ചു രൂപ ഒപ്പിക്കാൻ സാദ്ധ്യമല്ലാത്തതു്.'

ഡാഡിയുടെ വിശദീകരണം കേട്ടപ്പോൾ ജോണിക്കു മനസ്സിലായി.

അയാളുടെ വയസ്സു കൃത്യമായി കണ്ടുപിടിക്കുന്നതെങ്ങിനെയെന്നു ജോണി ചോദിച്ചു.

'അയാളുടെ വയസ്സ് x എന്നും അയാളുടെ അച്ഛന്റെ വയസ്സ് y എന്നും സങ്കല്പിക്കുക. 18 വർഷം മുൻപു് അയാളുടെ വയസ്സിന്റെ മൂന്നിരട്ടിയാണു് അച്ഛന്റെ വയസ്സ്. അപ്പോൾ $3(x-18)=y-18$. അതായതു് $3x-y=36$. ഇപ്പോൾ അയാളുടെ വയസ്സിന്റെ ഇരട്ടിയാണു് അച്ഛന്റെ വയസ്സ്. അതുകൊണ്ടു് $2x=y$. അതായതു് $2x-y=0$. $3x-y=36$, $2x-y=0$ എന്നീ സമവാക്യങ്ങളുടെ മൂല്യഗണം കാണണം.'

'അതിനു് അവ കുറച്ചാൽ മതിയല്ലൊ.' ജോണി.

'അങ്ങിനെ കുറയ്ക്കുമ്പോൾ $x=36$ എന്നു കിട്ടും. അപ്പോൾ അയാളുടെ യഥാർത്ഥ വയസ്സ് 36'

ജോണിക്കു സന്തോഷമായി.

4

ആമയും അക്കിലീസും

ആമയും മുയലും പന്തയംവെച്ച് ഓടിയ കഥ കേൾക്കാത്തവർ ഉണ്ടാവില്ല.

'ആമയും മുയലും വാദുകെട്ടിയോട്ടവാൻ
കേമനാം കുറുക്കനെയാക്കി തീർച്ചചെയ്യുവാൻ'

എന്നു തുടങ്ങുന്ന പാട്ട് ആർക്കാണു മറക്കാൻ കഴിയുക. മടിയനായ മുയൽ ഇടയ്ക്കുവെച്ച് ഉറങ്ങി; ഉത്സാഹിയായ ആമ ഓട്ടപ്പന്തയത്തിൽ ജയിക്കുകയും ചെയ്തു. ഇതുപോലെ ആമയും അക്കിലീസും തമ്മിൽ ഓട്ടപ്പന്തയം നടത്തിയ ഒരു കഥയുണ്ട്. ഈ അക്കിലീസ് ആരെന്നറിയണ്ടേ? മുയലിനെപ്പോലെയൊന്നുമല്ല. വീരശൂരപരാക്രമിയാണ്. ധൈര്യം, വാശി, രോഷം, ഉഗ്രത എന്നിവയ്ക്കെല്ലാം വിഖ്യാതൻ. ഗ്രീക്ക് ഇതിഹാസമായ 'ഇലിയഡി'ൽ ട്രോജൻ യുദ്ധത്തെപ്പററി പറയുന്നുണ്ട്. ആ യുദ്ധത്തിലെ നായകനാണ് അക്കിലീസ്. അക്കിലീസിൻെറ കുതികാലിൽ അമ്പെയ്തിട്ടാണ് അദ്ദേഹത്തെ ശത്രുക്കൾക്കു പരാജയപ്പെടുത്താൻ കഴിഞ്ഞത്. അദ്ദേഹത്തിൻെറ ശരീരത്തിലെ ഏക ദുർബലഭാഗം ഈ കുതികാൽ മാത്രമായിരുന്നു.

'അക്കിലീസിൻെറ കുതികാൽ' എന്നൊരു പദപ്രയോഗംതന്നെ ഇതുമൂലം ഉണ്ടായിട്ടുണ്ട്.

ഓട്ടപ്പന്തയം ആരംഭിക്കാറായി. കാഴ്ചക്കാർ തിങ്ങിക്കൂടി. കൂട്ടത്തിൽ കുറുക്കച്ചനും മുയലും പട്ടിയും പൂച്ച

യും ആനയും ഒക്കെയുണ്ടു്. ആമയും അക്കിലീസും ഓട്ടം ആരംഭിക്കുന്ന സ്ഥലത്തെത്തി. കാണികൾ കൈയ്യടിച്ചു് അവരെ സ്വാഗതം ചെയ്തു. ആമയുടെ കഴിവുകേടു് കണ

ക്കിലെടുത്തു തന്നേക്കാൾ 100 വാരദൂരം മുന്നിൽ നില്ക്കാൻ അക്കിലീസ് ആമയെ അനുവദിച്ചു. റഫറി വിസിലൂതി. ആമയും അക്കിലീസും ഓട്ടം തുടങ്ങി. പാവം ആമ. അക്കിലീസിന്റെ വേഗതയുമായി താരതമ്യപ്പെടുത്തുമ്പോൾ ആമയുടെ വേഗത വളരെ കുറവായിരുന്നു. അക്കിലീസ് ഒരു സെക്കൻഡിൽ 10 വാരദൂരം ഓടുമ്പോൾ ആമയ്ക്കു് ഒരു വാര ദൂരം മാത്രമേ ഓടാൻ കഴിഞ്ഞുള്ളു. ഓട്ടപ്പന്തയം തീരുന്നതുവരെ ഇരുവരും ഈ വേഗത നിലനിർത്തി. ആദ്യത്തെ 100 വാര ദൂരം ഓടിയെത്തുന്നതിനു് അക്കിലീസ് 10 സെക്കന്റെടുത്തു. ഈ സമയംകൊണ്ടു് ആമ അക്കിലീസിനെക്കാൾ 10 വാര ദൂരം മുൻപിലായി. ഈ 10 വാ

രദൂരം ഓടിയെത്തുന്നതിനു് അക്കിലീസ് ഒരു സെക്കൻററടുത്തു. ഈ ഒരു സെക്കൻറുകൊണ്ടു് ആമ ഒരു വാര ദൂരം മുന്നിലായി. ഈ ഒരു വാര ദൂരം ഓടുന്നതിനു് അക്കിലീസിനു് $\frac{1}{10}$ സെക്കൻറു് വേണ്ടിവന്നു. അപ്പോഴേയ്ക്കും ആമ $\frac{1}{10}$ വാര ദൂരം മുന്നിലായി. $\frac{1}{10}$ വാര ദൂരം ഓടി ആമയുടെ ഒപ്പം എത്തുന്നതിനു് അക്കിലീസ് $\frac{1}{100}$ സെക്കൻെററടുത്തു. ആ സമയംകൊണ്ടു് ആമ $\frac{1}{100}$ വാര ദൂരം മുന്നിലായി. കാണികൾ അത്ഭുതപ്പെട്ടു. അവർ കൈയ്യടിച്ചു് ആമയെ പ്രോത്സാഹിപ്പിച്ചു.

ആമയുടെ ഒപ്പം എത്തുന്നതിനു വേണ്ട $\frac{1}{100}$ വാര ദൂരം ഓടുന്നതിനു് അക്കിലീസ് $\frac{1}{1000}$ സെക്കൻെററടുത്തു. ഈ സമയംകൊണ്ടു് ആമ $\frac{1}{1000}$ വാര ദൂരം മുൻപിലായി. അക്കിലീസിനു് ഓട്ടപ്പന്തയത്തിൽ ജയിക്കണമെങ്കിൽ ആമയുടെ മുന്നിൽ കടക്കണം. മുന്നിൽ കടക്കണമെങ്കിൽ ആദ്യമായി ആമയുടെ ഒപ്പം എത്തണം. അക്കിലീസ് എത്ര ശ്രമിച്ചിട്ടും ആമയുടെ ഒപ്പമെത്താൻ പററുന്നില്ല. ഇപ്പോൾ അക്കിലീസിനെക്കാൾ $\frac{1}{1000}$ വാര ദൂരം മുന്നിലാണു് ആമ. ഈ ദൂരം ഓടിയെത്താൻ ഒരു സെക്കൻഡിൽ 10 വാര ദൂരം എന്ന വേഗതവെച്ചു് അക്കിലീസ് $\frac{1}{10000}$ സെക്കൻെററടുത്തു. എന്നാൽ ഈ സമയം കൊണ്ടു് ഒരു സെക്കൻററിൽ ഒരു വാര ദൂരം എന്ന വേഗത

വെച്ച് ആമ $\frac{1}{10000}$ വാര ദൂരം മുന്നിലായി. കാണികൾ ആവേശംകൊണ്ടു തുള്ളിച്ചാടി. അപ്, അപ് വിളിച്ച് ആമയെ പ്രോത്സാഹിപ്പിച്ചു. അക്കിലീസിനെ കൂവി കളിയാക്കി. അക്കിലീസ് ആമയുടെ ഒപ്പം എത്തി എത്തിയില്ല എന്ന മട്ടിലാണിപ്പോൾ. വെറും $\frac{1}{10000}$ വാര ദൂരം വ്യത്യാസം മാത്രം. ഈ ദൂരം ഓടിയെത്താൻ അക്കിലീസ് $\frac{1}{100000}$ സെക്കൻററടുത്തു. ഈ സമയംകൊണ്ട് ആമ $\frac{1}{100000}$ വാര ദൂരം മുന്നിലായി. കിണഞ്ഞു പരിശ്രമിച്ചിട്ടും അക്കിലീസിനു് ആമയുടെ ഒപ്പമെത്താൻ കഴിയുന്നില്ല. കാണികൾ ആർത്തുവിളിച്ചു. കൂക്കുവിളിയും കൈയ്യടിയും. ആമ ജയിച്ചതായി പ്രഖ്യാപിക്കണമെന്നു് അവർ റഫറിയോടാവശ്യപ്പെട്ടു. ബഹളത്തിനിടയിലും ആമയും അക്കിലീസും ഓട്ടം തുടർന്നുകൊണ്ടിരുന്നു. $\frac{1}{100000}$ വാര ദൂരം മുന്നിലുള്ള ആമയുടെ ഒപ്പമെത്താൻ അക്കിലീസ് $\frac{1}{1000000}$ സെക്കൻററടുത്തു. അപ്പോഴേയ്ക്കും ആമ $\frac{1}{1000000}$ വാര ദൂരം മുന്നിലായി. കാഴ്ചക്കാരുടെ ബഹളം കൂടിക്കൂടി വന്നു. ആമ ജയിച്ചതായി പ്രഖ്യാപിക്കണമെന്നു് അവർ റഫറിയോട് വീണ്ടും വീണ്ടും ആവശ്യപ്പെട്ടു. കാണികൾ അക്രമാസക്തരായേക്കും എന്ന ഘട്ടംവരെയായി. ട്രാക് കയ്യേറി റഫറിയെ ദേഹോപദ്രവം ഏല്പിക്കാനും സാദ്ധ്യതയുണ്ടു്. ആമയുടെ ഒപ്പമെത്താൻ അക്കിലീസിനു് ഒരിക്കലും സാധിക്കുകയില്ല എന്നു മനസ്സിലാക്കിയ റഫറി ആമ ജയിച്ചതായി പ്രഖ്യാപിച്ചു. റഫറിയുടെ തീരുമാനം

അറിഞ്ഞ കാണികൾ ആഹ്ലാദത്തോടെ തുള്ളിച്ചാടി. കൈയ്യടിച്ചും പടക്കം പൊട്ടിച്ചും അവർ ആമയെ അഭിനന്ദിച്ചു. ആമയെ തോളിലേററി ഘോഷയാത്രനടത്തി. തോൽവി പററിയ അക്കിലീസ് നാണിച്ചു തലതാഴ്ത്തി സ്ഥലം വിട്ടു.

പണ്ടുപണ്ടു നടന്ന കഥയാണിതു്. ക്രിസ്തു ജനിക്കുന്നതിനു മുമ്പു്. ബി. സി. അഞ്ചാം നൂററാണ്ടിൽ ജീവിച്ചിരുന്ന ഈലിയായിലെ സീനോ എന്ന ഗണിതശാസ്ത്രജ്ഞനാണു് ഈ കഥയുടെ ഉപജ്ഞാതാവു്. അന്നു് ഗണിതശാസ്ത്രം ഇന്നത്തെപ്പോലെ വികസിച്ചിട്ടില്ലായിരുന്നു.

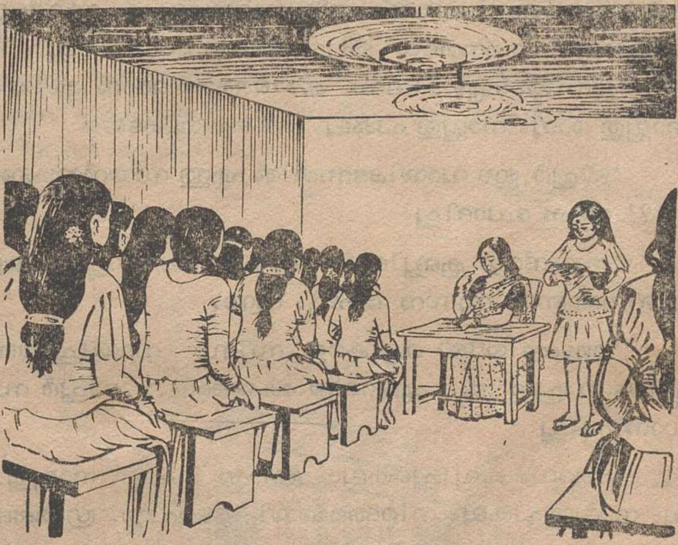
5

നോഹയുടെ പെട്ടകവും അല്പം കണക്കും

സയൻസ് ക്ലബ്ബിൻെറ യോഗം ആരംഭിക്കാറായി. സിന്ധുവാണ് വിഷയം അവതരിപ്പിക്കുന്നത്. എല്ലാവരും ഹാളിലെത്തി. ടീച്ചർ വന്നു. ചർച്ചയ്ക്കുള്ള പ്രശ്നം അവതരിപ്പിക്കുന്നതിന് സിന്ധുവിനെ ക്ഷണിച്ചു. ടീച്ചറുടെ അടുത്തു നിന്നുകൊണ്ട് തെല്ലു വിറയലോടെ സിന്ധു വായന തുടങ്ങി.

'നോഹ നീതിമാനും തൻെറ തലമുറയിൽ നിഷ്കളങ്കനും ആയിരുന്നു. നോഹ ദൈവത്തോടുകൂടെ നടന്നു. ശേം, ഹാം, യാഫെത്ത് എന്ന മൂന്നു പുത്രന്മാർ നോഹയ്ക്കുണ്ടായിരുന്നു. എന്നാൽ ഭൂമി ദൈവത്തിൻെറ മുമ്പാകെ വഷളായി. ഭൂമി അതിക്രമംകൊണ്ടു നിറഞ്ഞിരുന്നു. ഒരു ദിവസം ദൈവം നോഹയോടിങ്ങിനെ കല്പിച്ചു: 'സകല ജഡത്തിൻേറയും അവസാനം എൻെറ മുമ്പിൽ വന്നിരിക്കുന്നു. ഭൂമി അവരാൽ അതിക്രമംകൊണ്ടു നിറഞ്ഞിരിക്കുന്നു. ഞാൻ അവരെ ഭൂമിയോടുകൂടി നശിപ്പിക്കും. നീ ഗോഫർ മരംകൊണ്ട് ഒരു പെട്ടകം ഉണ്ടാക്കുക. പെട്ടകത്തിന് അറകൾ ഉണ്ടാക്കി അകത്തും പുറത്തും കീൽ തേയ്ക്കണം. പെട്ടകത്തിൻെറ നീളം മുന്നൂറു മുഴവും വീതി അമ്പതു മുഴവും ഉയരം മുപ്പതു മുഴവും ആയിരിക്കണം. മുകളിൽ നിന്ന് ഒരു മുഴം താഴെയായി കിളിവാതിലുകൾ ഉണ്ടായിരിക്കണം. പെട്ടകത്തിന് മൂന്നു തട്ടുകളും വശങ്ങളിൽ വാതി

ലുകളും വേണം. ഭൂമിയിൽ സഞ്ചരിക്കുന്ന സകലതിനേയും ആകാശത്തിലെ പറവകളേയും ഞാൻ ജലപ്രളയം കൊണ്ടു നശിപ്പിക്കും. സർവ്വകുടുംബവുമായി നീ പെട്ടകത്തിൽ പ്രവേശിക്കണം.'



'ടീച്ചർ, ഇതെന്നാ ബൈബിൾ ക്ലാസ്സോ മററോ ആണോ?' റീന സംശയം പ്രകടിപ്പിച്ചു.

'സയൻസ് ക്ലബ്ബിൽ പഴയനിയമം വായിക്കവാണോ?' ലത ചോദിച്ചു.

ഹാളിലാകെ ബഹളമായി. സിന്ധു വിയർത്തു.

'സൈലൻസ്, സിന്ധു വായിക്കട്ടെ. നിങ്ങൾ ശ്രദ്ധിക്കു.' ടീച്ചർ ഇടപെട്ടു.

'ഈ തലമുറയിൽ നിന്നെ ഞാൻ നീതിമാനായി കണ്ടിരിക്കുന്നു. ശുദ്ധിയുള്ള മൃഗങ്ങളിൽ നിന്നു് ആണും

പെണ്ണുമായി ഏഴേഴും, ശുദ്ധിയില്ലാത്ത മൃഗങ്ങളിൽനിന്നു് ആണും പെണ്ണുമായി ഈരണ്ടും, ആകാശത്തിലെ പറവകളിൽ നിന്നു് പൂവനും പിടയുമായി ഏഴേഴും ഭൂമിയിൽ വംശവർദ്ധനവിനായി നീ പെട്ടകത്തിൽ കയററണം. നിന്റെ കുടുംബാംഗങ്ങൾക്കും ജീവജാലങ്ങൾക്കും ആവശ്യമായ ഭക്ഷണസാധനങ്ങൾ പെട്ടകത്തിൽ ശേഖരിച്ചിരിക്കണം. ഇനിയും ഏഴു ദിവസം കഴിഞ്ഞാൽ ഞാൻ ഭൂമിയിൽ നാല്പതു രാവും നാല്പതു പകലും മഴ പെയ്യിക്കും.'

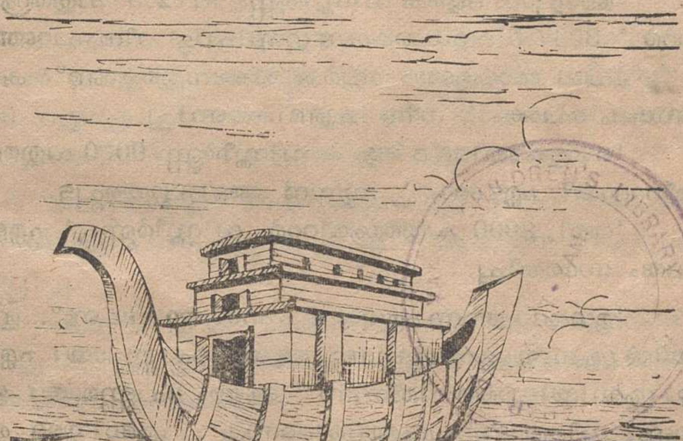
'ടീച്ചർ,ഈ വായിക്കുന്നതിൽ എന്തു സയൻസാണുള്ളതു്?' ആഷ ചോദിച്ചു.

'സയൻസു് ക്ലബ്ബിന്റെ യോഗം വിളിച്ചുകൂട്ടിയതു് ഇതിനാണോ? സൂസനു ദേഷ്യം വന്നു.

'അടങ്ങിയിരി കുട്ടികളെ. സിന്ധു വായിച്ചവതരിപ്പിക്കുന്ന പ്രശ്നം എന്തെന്നു കേൾക്കാം.' ടീച്ചർ സമാധാനിപ്പിച്ചു.

'ദൈവം കല്പിച്ചതെല്ലാം നോഹ ചെയ്തു. നാല്പതു രാവും നാല്പതു പകലും നിരന്തരമായി മഴപെയ്തു. ഗ്രാമങ്ങളും പട്ടണങ്ങളും വെള്ളത്തിനടിയിലായി. മനുഷ്യനും മൃഗങ്ങളും ഇഴജാതിയും എല്ലാം നശിച്ചുപോയി. നോഹയും അവനോടുകൂടെ പെട്ടകത്തിൽ ഉണ്ടായിരുന്നവയും മാത്രം ശേഷിച്ചു. വെള്ളം ഭൂമിയിൽ നൂററമ്പതു ദിവസം പൊങ്ങിക്കൊണ്ടിരുന്നു. മഴ തുടങ്ങി ഇരുനൂററിപ്പതിനേഴാം ദിവസം നോഹയുടെ പെട്ടകം അരരാത്തു് എന്നു പേരുള്ള ഒരു പർവ്വതത്തിൽ ഉറച്ചു. മൂന്നൂറു ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞപ്പോഴേയ്ക്കും പ്രളയത്തിന്റെ ശക്തി കുറഞ്ഞു. നാനൂറോളം ദിവസങ്ങൾ കഴിഞ്ഞപ്പോൾ നോഹയെ സകുടുംബം സകല ജീവികളുമായി പെട്ടകത്തിൽനിന്നും ഇറങ്ങാൻ ദൈവം അനുമതി നൽകി.'

അല്പസമയം നിറുത്തിയിട്ട് സിന്ധു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിച്ചു. നോഹയ്ക്കും കുടുംബത്തിനും മററു ജീവികൾക്കും വസിക്കാനുള്ള സ്ഥലവും ഇവർക്കെല്ലാം ഇത്രയേറെ ദിവസം ഭക്ഷിക്കാനുള്ള സാധനങ്ങൾ ശേഖരിച്ചു വയ്ക്കാനുള്ള സ്ഥലവും പെട്ടകത്തിനുണ്ടായിരുന്നോ? ബൈബിളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന പ്രളയവും പെട്ടകവും വെറും സങ്കല്പമാണോ അതോ അതിശയോക്തിയാണോ? നിങ്ങളുടെ അഭിപ്രായം ക്ഷണിച്ചുകൊള്ളുന്നു. വിയർപ്പു തുടച്ചുകൊണ്ട് സിന്ധു സീററിൽ പോയിരുന്നു.



ചർച്ചയ്ക്കുള്ള സമയമായി.

'പെട്ടകത്തിൻെറ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം എത്രയാണെന്നു നോക്കാം.' സൂസൻ അഭിപ്രായപ്പെട്ടു.

'നീളം 300 മുഴം വീതി 50 മുഴം' ലത.

'ക്യുബിററ്' എന്ന ഇംഗ്ലീഷുപദത്തിൻെറ തർജ്ജമയാണ് മുഴം. പഴയ കാലത്തു് ഉപയോഗിച്ചിരുന്ന അള

വാണ് ക്യൂബിററ്. ഒരു ക്യൂബിററ് ഏതാണ്ട് 0.45 മീററാണ്.' ടീച്ചർ വിശദീകരിച്ചു.

'അപ്പോൾ 300 മുഴം 135 മീററും 50 മുഴം 22.5 മീററും വരും.' നീന കണക്കു കൂട്ടി പറഞ്ഞു.

'പെട്ടകത്തിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം 3037.5 ചതുരശ്രമീററർ ആണ്.' 135നെ 22.5 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ട് ആഷ പറഞ്ഞു.

പെട്ടകത്തിനു മൂന്നു തട്ടുകളുണ്ടു്' സിന്ധു ഓർമ്മിപ്പിച്ചു

'അപ്പോൾ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം 9112.5 ചതുരശ്രമീററർ.' 3037.5നെ 3 കൊണ്ടു ഗുണിച്ചിട്ട് റീനു പറഞ്ഞു.

'പല അറകളായി വേർതിരിക്കുന്നതുകൊണ്ട് കുറെ സ്ഥലം പോകും.' നീന ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചു.

'പെട്ടകത്തിൻെറ ആകെ വിസ്തീർണ്ണം 9000 ചതുരശ്രമീറററായി എടുക്കാം.' സൂസൻ അഭിപ്രായപ്പെട്ടു.

'ശരി, 9000 ചതുരശ്രമീററർ വിസ്തീർണ്ണം.' എല്ലാവരും സമ്മതിച്ചു.

'മൃഗങ്ങൾതന്നെ ഏതാണ്ട് 3500 ജാതിയുണ്ട്. ഇവയിൽ ശുദ്ധിയുള്ളതിൽനിന്നു് ആണും പെണ്ണുമായി ഏഴേഴും ശുദ്ധിയില്ലാത്തതിൽനിന്നു് ആണും പെണ്ണുമായി ഈരണ്ടും വീതമാണ് എടുത്തിരിക്കുന്നതു്. ശുദ്ധിയുള്ള മൃഗങ്ങൾ 1000 ജാതിയുണ്ട് എന്നു സങ്കല്പിച്ചാൽ അവതന്നെ 14000 എണ്ണം വരും. ശുദ്ധിയില്ലാത്ത മൃഗങ്ങളിൽനിന്നും എടുക്കുന്നവയുടെ എണ്ണം 10000. അപ്പോൾ മൃഗങ്ങൾതന്നെ 24000.' ടീച്ചർ വിവരിച്ചു.

'കൂടാതെ പറവകളും മററു ജീവികളും ഉണ്ട്.' അനിത ഓർമ്മിപ്പിച്ചു.

ഇവയൊക്കെ എത്ര ജാതിയുണ്ടെന്നാർക്കറിയാം.' നീനയുടെ സംശയം.

'പക്ഷികഠം ഏതാണ്ട് 13000 ജാതിയുണ്ട്. ഇഴജന്തുക്കഠം 3500, വെള്ളത്തിലും കരയിലും ജീവിക്കാൻ കഴിവുള്ള ജന്തുക്കഠം 1400, എട്ടുകാലി, തേഠം മുതലായവയുടെ വർഗ്ഗത്തിൽപ്പെട്ടതു് 16000, മററു പ്രാണികഠം 360000.' ടീച്ചർ ഒരു പട്ടിക നിരത്തിവെച്ചു.

എല്ലാവരും അതിശയിച്ചുപോയി.

'ഇത്രയും ജീവികഠംക്കു് ഏതാണ്ട് 400 ദിവസം ഭക്ഷിക്കുന്നതിനാവശ്യമായ സാധനങ്ങളും പെട്ടകത്തിൽ സൂക്ഷിക്കണം.'

'പെട്ടകത്തിൻെറ മൂന്നു തട്ടുകഠംക്കുംകൂടി 9000 ചതുരശ്രമീററർ വിസ്തീർണ്ണമേയുള്ളു. ഈ ഹാളിൻെറ വിസ്തീർണ്ണം 200 ചതുരശ്രമീറററാണു്. ഇതിൻെറ 45 ഇരട്ടി സ്ഥലമേ പെട്ടകത്തിൻെറ മൂന്നു തട്ടിനും കൂടിയുള്ളു.' ടീച്ചർ.

'അപ്പോഠം ഈ ജീവികളെയെല്ലാം നോഹ പെട്ടകത്തിൽ പ്രവേശിപ്പിച്ചു കാണില്ല.' ആഷ സംശയം പ്രകടിപ്പിച്ചു.

'ബൈബിളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന അളവിലായിരിക്കില്ല പെട്ടകം ഉണ്ടാക്കിയതു്. വളരെ വലുതായിരിക്കും' റീനുവിനും സംശയമായി.

'ഏതായാലും ബൈബിളിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്നതിൽ പിശകുണ്ട്.' സൂസൻ.

'തെററുണ്ടെന്നു് ഞാൻ പറയുന്നില്ല. അതിശയോക്തി ഉണ്ടെന്നുള്ളതു് തീർച്ചയാണു്.' സിന്ധു.

എല്ലാവരും സിന്ധുവിൻെറ അഭിപ്രായത്തോടു യോജിച്ചു.

'മറെറാരു പ്രശ്നവുംകൂടി നിങ്ങളുടെ ശ്രദ്ധയിൽ പെടുത്താനുണ്ട്.' സിന്ധു തുടർന്നു.

നീരാവി തണുത്താണ് മഴ പെയ്യുന്നതെന്ന് നമുക്കറിയാം. ഭൂമിയിലാകെ നാല്പതു രാവും നാല്പതു പകലും തോരാതെ മഴ പെയ്യുന്നതിനാവശ്യമായ നീരാവി അന്തരീക്ഷത്തിലുണ്ടോ എന്ന കാര്യം സംശയമാണ്. എന്നുതന്നെയല്ല ലോകത്തിലാകെയുള്ള ജീവികളെ നശിപ്പിക്കുന്ന രീതിയിലുള്ള ഒരു ജലപ്രളയം ഉണ്ടാക്കുവാൻ ഈ മഴയ്ക്കു സാധിക്കുമോ എന്ന കാര്യവും സംശയമാണ്.'

'ഇതേ പററി ആധികാരികമായി എന്തെങ്കിലും പറയണമെങ്കിൽ വാനശാസ്ത്രം പഠിച്ചെങ്കിലേ പററു.' മിനി അഭിപ്രായപ്പെട്ടു.

'എന്നാൽ ഇതേക്കുറിച്ചുള്ള ചർച്ച അടുത്ത യോഗത്തിലാകാം.' സൂസൻ.

'സിന്ധു അവതരിപ്പിച്ച വിഷയം എല്ലാവരിലും കൗതുകം ജനിപ്പിച്ചു എന്നുള്ളത് സത്യമാണ്. ബൈബിളിൽ നിന്നും ഒരു ഭാഗം എടുത്ത് സയൻസ് ക്ലബ്ബ്‌യോഗത്തിൽ അവതരിപ്പിച്ചതു് ഒരു പുതുമയാണ്. ബൈബിൾ വായിച്ചാൽ മാത്രം പോരാ അതിൽ പറഞ്ഞിരിക്കുന്ന ഓരോ കാര്യത്തെക്കുറിച്ചും ശാസ്ത്രീയമായി ചിന്തിക്കണമെന്ന് നാം മനസ്സിലാക്കണം. ഇങ്ങിനെയൊരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിച്ച സിന്ധുവിനെ നമുക്ക് കൈയ്യടിച്ചഭിനന്ദിക്കാം.'

എല്ലാവരും കൈയ്യടിച്ചു. ടീച്ചർ ചർച്ച അവസാനിപ്പിച്ചു.

8310

6

പട്ടാളക്കാരന് പററിയ അമളി

സീസർ റോമാസാമ്രാജ്യം അടക്കി ഭരിച്ചിരുന്ന കാലം. ടെറൻഷ്യസ് ആയിരുന്നു സേനാധിപതി. ധീരനായ ടെറൻഷ്യസിൻെറ സാമത്ഥ്യംകൊണ്ടാണ് റോമാസാമ്രാജ്യം വിസ്തൃതമാക്കാനും യുദ്ധങ്ങളിലെല്ലാം ജയിക്കാനും സീസറിനു കഴിഞ്ഞത്. അയൽരാജ്യവുമായി നടത്തിയ യുദ്ധത്തിൽ വിജയശ്രീലാളിതനായി മടങ്ങിവന്ന ടെറൻഷ്യസ് ഒരു ദിവസം ചക്രവത്തിയെ സന്ദർശിച്ചു പറഞ്ഞു:

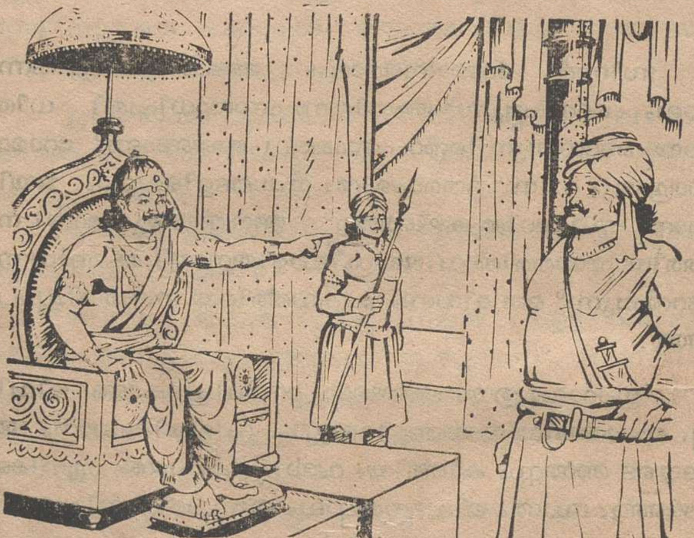
'ഇക്കാലമത്രയും അങ്ങയെ സേവിച്ചുകൊണ്ടു ജീവിച്ചു. പൊരുതിയ യുദ്ധങ്ങളിലെല്ലാം വിജയിക്കുവാനും അങ്ങയുടെ അന്തസ്സും കീത്തിയും വദ്ധിപ്പിക്കുവാനും എനിക്കു കഴിഞ്ഞു. സ്വന്തം ജീവനെപ്പോലും തൃണവൽഗണിച്ചാണ് ഞാൻ ഇവയൊക്കെ ചെയ്തത്.'

ചക്രവത്തി– റോമാസാമ്രാജ്യത്തിനും എനിക്കും വേണ്ടി താങ്കൾ ചെയ്ത സേവനങ്ങൾക്കു വളരെയധികം നന്ദിയുണ്ട്. താങ്കൾ പ്രദർശിപ്പിച്ച വീരപരാക്രമങ്ങൾക്ക് എന്തു പ്രതിഫലമാണു തരേണ്ടതെന്ന് അറിയില്ല. താങ്കളെ എൻെറ ഭരണസമിതിയിലെ ഒരംഗമാക്കാൻ ഞാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നു. എന്താ, സമ്മതമല്ലേ.

ടെറൻഷ്യസ്:– അങ്ങയുടെ ഔദാര്യത്തിനു നന്ദി. ഭരണസമിതിയിൽ അംഗമാകാൻ എനിക്കാഗ്രഹമില്ല.

പ്രായമായ എനിക്ക് ബാക്കിയുള്ള കാലം നാട്ടിൽ പോയി അല്ലലില്ലാതെ ജീവിക്കാനാണിഷ്ടം.

ചക്രവർത്തി:– ടെറൻഷ്യസിനു് എന്താണാവശ്യമെന്നു തുറന്നു പറയൂ അതു സാധിച്ചുതരാൻ എനിക്കു സന്തോഷമേയുള്ളൂ.



ടെറൻഷ്യസ്:– ഇത്രയും കാലം വിശ്വസ്തനായ ഒരു പട്ടാളക്കാരനായിട്ടാണു ജീവിച്ചതു്. ഒന്നു സമ്പാദിക്കാൻ കഴിഞ്ഞില്ല. സുഖമായി ജീവിക്കാനുള്ള ചുററുപാടൊന്നും എനിക്കില്ല. ഉന്നതപദവിയോ കീർത്തിയോ ഞാൻ ആഗ്രഹിക്കുന്നില്ല. മരിക്കുന്നതുവരെ സുഖമായി കഴിയുന്നതിനാവശ്യമായ പണം തരുവാൻ ദയവുണ്ടാകണം.

ചക്രവർത്തി:– നിസ്സാരമായ ഈ ആവശ്യം ഉന്നയിക്കാൻ മടിച്ചതെന്തിനു്. റോമാസാമ്രാജ്യത്തിനു താങ്കൾ

ചെയ്ത വിലയേറിയ സഹായം കണക്കിലെടുത്ത് താങ്കൾക്ക് 10 ലക്ഷം ദിനാർ നൽകുവാൻ ഞാൻ ഇതിനാൽ കല്പന പുറപ്പെടുവിക്കുന്നു.

ടെറൻഷ്യസ്:– അങ്ങയുടെ മഹാമനസ്കതയ്ക്കു വളരെ നന്ദി. പക്ഷെ, 10 ലക്ഷം ദിനാർകൊണ്ട് എന്റെ ശിഷ്ടകാലം മുഴുവൻ സുഖമായി ജീവിക്കാൻ പററുമോ?

ചക്രവർത്തി:– (തെല്ല നീരസത്തോടെ) 10 ലക്ഷം ദിനാർ പോരെന്നോ. പിന്നെ എത്ര തുക കിട്ടണമെന്നാണ് നിങ്ങൾ ആഗ്രഹിക്കുന്നത്.

ടെറൻഷ്യസ്:– മറുപടി പറയുന്നതിനു കുറച്ചു സമയം അനുവദിച്ചുതരണമെന്നപേക്ഷിക്കുന്നു. നാളെ അങ്ങയെ വന്നു കണ്ട് എന്റെ ആഗ്രഹം അറിയിച്ചുകൊള്ളാം.

ചക്രവർത്തി സമ്മതിച്ചു. പിറേറദിവസം ടെറൻഷ്യസ് ചക്രവർത്തിയെ കണ്ട് തന്റെ ആഗ്രഹം അറിയിച്ചു:

'ഖജനാവിൽനിന്നു് എനിക്കിഷ്ടമുള്ളിടത്തോളം ദിനാർ എടുക്കുവാൻ അനുവദിക്കണം.'

അല്പനേരം ആലോചിച്ചതിനു ശേഷം ചക്രവർത്തി കല്പിച്ചു: 'ശരി സമ്മതിച്ചിരിക്കുന്നു. ഒരു നിബന്ധന മാത്രം. നാണയത്തുട്ടുകളായിട്ടാണ് ഖജനാവിൽ ദിനാർ കിടക്കുന്നതെന്നു് അറിയാമല്ലൊ. ഒന്നാമത്തെ ദിവസം ഒന്നും രണ്ടാമത്തെ ദിവസം രണ്ടും മൂന്നാമത്തെ ദിവസം നാലും നാലാമത്തെ ദിവസം എട്ടും അങ്ങിനെ ഓരോ ദിവസവും തലേദിവസത്തേതിന്റെ ഇരട്ടി നാണയം വീതം എടുത്തു കൊണ്ടു പോകുവാൻ നാം അനുവദിച്ചിരിക്കുന്നു. താങ്കൾക്കിഷ്ടമുള്ളിടത്തോളം ദിവസം എടുക്കാം. പക്ഷെ, മററാരുടേയും സഹായം കൂടാതെ ടെറൻഷ്യസ് തന്നെ നാണയത്തുട്ടുകൾ എടുത്തുകൊണ്ടു പോകണം.'

ടെറൻഷ്യസിനു സന്തോഷമായി. പിറേറദിവസം മുതൽ ചക്രവർത്തി കല്പിച്ചപ്രകാരം ഖജനാവിൽനിന്നു ദിനാർ എടുത്തുതുടങ്ങി. അഞ്ചു ഗ്രാം വീതം തൂക്കമുള്ള ദിനാർ നാണയങ്ങൾ എടുത്തുകൊണ്ടു പോകുവാൻ കുറച്ചു ദിവസത്തേയ്ക്കു ടെറൻഷ്യസിനു യാതൊരു പ്രയാസവും അനുഭവപ്പെട്ടില്ല. ഏഴാമത്തെ ദിവസം 64 ദിനാർ എടുത്തു. അവയുടെ തൂക്കം 320 ഗ്രാം മാത്രമേയുണ്ടായിരുന്നുള്ള നാണയങ്ങൾ പോക്കററിലിട്ടുകൊണ്ടാണു് ടെറൻഷ്യസ് അന്നു പൊയതു്. പത്താമത്തെ ദിവസം 512 ദിനാർ എടുത്തു. അവയുടെ ആകെ തൂക്കം 2.56 കിലോഗ്രാം മാത്രം. ചക്രവർത്തിയുടെ നിബന്ധനയനുസരിച്ച പതിനഞ്ചാമത്തെ ദിവസം ടെറൻഷ്യസ് 16384 ദിനാർ എടുത്തു. അവയുടെ ആകെ തൂക്കം 81 92 കിലോഗ്രാം. അടുത്ത ദിവസം എടുക്കുവാൻ അനുവാദമുള്ള 32768 ദിനാറിനു് 163.84 കിലോഗ്രാമാണു തൂക്കം. വളരെ പ്രയാസപ്പെട്ടാണു ടെറൻഷ്യസ് അന്നു് നാണയങ്ങൾ വീട്ടിലെത്തിച്ചതു്. പതിനേഴാമത്തെ ദിവസം 65536 ദിനാർ എടുത്തു് വലിയൊരു ചാക്കിനകത്താക്കി. 327.68 കിലോഗ്രാം തൂക്കം. എടുത്തുകൊണ്ടു പോകുവാൻ കഴിയാഞ്ഞ ടെറൻഷ്യസ് ഉരുട്ടിയുരുട്ടിയാണു് ചാക്കു് വീട്ടിലെത്തിച്ചതു്. പതിനെട്ടാമത്തെ ദിവസം 131072 ദിനാർ എടുത്തു ചാക്കിൽ കെട്ടിവച്ചു. 655.36 കിലോഗ്രാം തൂക്കംവരുന്ന ചാക്കു് അനക്കുവാൻതന്നെ അദ്ദേഹത്തിനു വിഷമിക്കേണ്ടിവന്നു. ജീവിതത്തിൽ തോൽവിയെന്തെന്നറിയാത്ത ടെറൻഷ്യസിനു നിരാശ തോന്നി. വളരെയധികം ബുദ്ധിമുട്ടി ഉത്തോലകവും മററും ഉപയോഗിച്ച് അദ്ദേഹം ചാക്കു വീട്ടിലെത്തിച്ചു. പിറേറദിവസം ടെറൻഷ്യസ് കൊട്ടാരത്തിൽ പോയില്ല. തനിക്കു കിട്ടിയ ദിനാർ ആകെയെത്രവരുമെന്നു കണക്കുകൂട്ടി.

ഒന്നാമത്തെ	ദിവസം	1	ദിനാർ
രണ്ടാമത്തെ	ദിവസം	2	ദിനാർ
മൂന്നാമത്തെ	ദിവസം	4	ദിനാർ
നാലാമത്തെ	ദിവസം	8	ദിനാർ
അഞ്ചാമത്തെ	ദിവസം	16	ദിനാർ
ആറാമത്തെ	ദിവസം	32	ദിനാർ
ഏഴാമത്തെ	ദിവസം	64	ദിനാർ
എട്ടാമത്തെ	ദിവസം	128	ദിനാർ
ഒൻപതാമത്തെ	ദിവസം	256	ദിനാർ
പത്താമത്തെ	ദിവസം	512	ദിനാർ
പതിനൊന്നാമത്തെ	ദിവസം	1024	ദിനാർ
പന്ത്രണ്ടാമത്തെ	ദിവസം	2048	ദിനാർ
പതിമൂന്നാമത്തെ	ദിവസം	4096	ദിനാർ
പതിനാലാമത്തെ	ദിവസം	8192	ദിനാർ
പതിനഞ്ചാമത്തെ	ദിവസം	16384	ദിനാർ
പതിനാറാമത്തെ	ദിവസം	32768	ദിനാർ
പതിനേഴാമത്തെ	ദിവസം	65536	ദിനാർ
പതിനെട്ടാമത്തെ	ദിവസം	131072	ദിനാർ

ആകെ 262143 ദിനാർ. പത്തു ലക്ഷം ദിനാർ തരാമെന്നു ചക്രവർത്തി സമ്മതിച്ചതാണ്. തനിക്കു പററിയ അമളിയോർത്തു ടെറൻഷ്യസ് ദുഃഖിച്ചു.

7

കുഴഞ്ഞ പ്രശ്നം

'അല്ലാ, ഇതാരാ, വർഗീസ് സാറോ. വരു, വരു, ഇരിക്കു. കണ്ടിട്ട് ഒരുപാട്ട നാളായല്ലോ. എന്തൊക്കെയുണ്ട വിശേഷം. സുഖംതന്നെയല്ലെ.'

'സുഖംതന്നെ സാർ. ഞങ്ങടെ തോമസ്സാർ റിട്ടയർ ചെയ്തു. പകരം ചാക്കോസാർ ചാർജെടുത്തു. പിന്നെ, മേനോൻസാറിനെ അറിയില്ലേ. അദ്ദേഹത്തിനു സ്ഥലം മാററമാ.'

'അറിഞ്ഞു. പത്രത്തിലുണ്ടായിരുന്നല്ലോ.'

'നമ്പൂരിസാറിൻെറ കോളജിൽ സമരോക്കെയാണെന്നു കേട്ടല്ലൊ.'

'ഓ, കഴിഞ്ഞ രണ്ടുമൂന്നു ദിവസമായിട്ട ഞങ്ങടെ കോളജിൽ സമരമാ. സിലബസ് കുറയ്ക്കണംന്നോ ചോദ്യക്കടലാസിൻെറ മോഡൽ മാററണംന്നോ ഒക്കെ പറഞ്ഞാ സമരംചെയ്യണെ.'

'കുറെ കഴിയുമ്പം സിലബസ് വേണ്ടെന്നും പറഞ്ഞു സമരം തുടങ്ങും.'

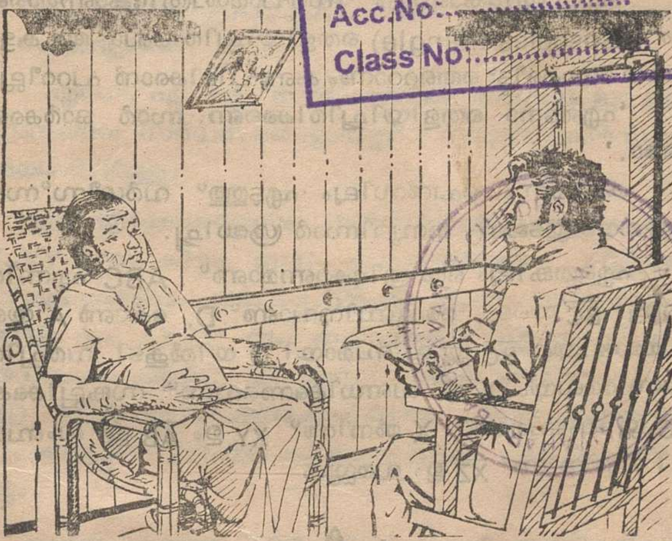
'അതു ശരിയാ. ചിലപ്പോ അതുംണ്ടാവും. സ്കൂളിൽ ഇക്കൊല്ലം സമരോന്നും ഉണ്ടായില്ലെന്നു തോന്നുന്നല്ലോ,'

'സ്കൂളിൽ ഇക്കൊല്ലം സമരം കുറവാ. അതിനു പകരോംകൂടി കഴിഞ്ഞ വർഷം എന്തായിരുന്നു!'

'പഠിപ്പീരൊക്കെ എങ്ങനൊണ്ട്? ഇപ്പഴത്തെ കണക്കിനെപ്പററി പിള്ളേരെന്തു പറയുന്നു?'

'പകുതിക്കൂടുതൽ കുട്ടികൾക്ക് നന്നായി മനസ്സിലാവുന്നുണ്ട്. കുറച്ചു പിള്ളേരുണ്ട്, ശരിക്കു പഠിക്കേം ഇല്ല; ശ്രദ്ധിക്കേം ഇല്ല.'

CHILDREN'S LIBRARY
Acc.No:..........
Class No:..........



'അതെപ്പോഴും കാണും സാർ. വീട്ടിലുള്ളോർ ശരിക്കു ശ്രദ്ധിക്കാഞ്ഞിട്ടാ. പിള്ളേർക്കും താല്പര്യം കാണൂല്ല.'

'ഏതായാലും പുതിയ സിലബസ് വന്നപ്പോഴുള്ള പ്രയാസം ഇപ്പോഴില്ല. സാറന്മാരെല്ലാം തന്നെ പുതിയ സിലബസനുസരിച്ചു പഠിച്ചുകഴിഞ്ഞു.'

'അല്ലാണ്ടു പറേറവാ. കുട്ടികൾ കളിയാക്കുല്ലേ. പോരാഞ്ഞിട്ട് ഗവർമെൻറ് എത്ര പണം ചിലവാക്കി. എന്തോരും റിഫ്രഷർകോഴ്സും സമ്മർ ഇൻസ്റ്റിട്യൂട്ടും നടത്തി. പ്രയോജനം ഇല്ലാതെ വരോ.'

'കഴിഞ്ഞ ദിവസം സ്കൂളിൽ ചെന്നപ്പം ഒൻപതാം ക്ലാസ്സിൽ പഠിക്കുന്ന ഒരു കുട്ടി ഒരു പ്രശ്നം എൻറടുത്തു

കൊണ്ടുവന്നു അതു് ചോദിക്കണമെന്നു വെച്ചാ ഞാൻ വന്നതു്.'

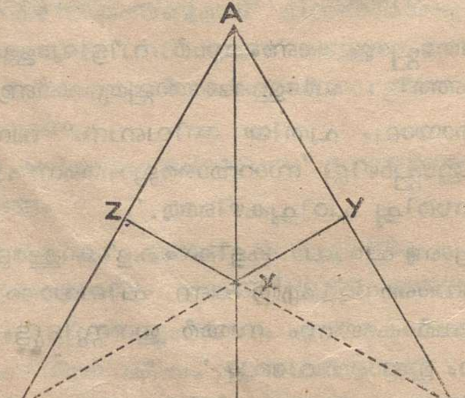
'വർഗീസ്സാർ ചോദിച്ചോളൂ.'

'ഏതു ത്രികോണവും സമപാർശ്വത്രികോണമാണെന്നു് (isosceles triangle) തെളിയിച്ചിരിക്കാ ആ കുട്ടി. ഞാൻ നോക്കീട്ടു് തെറ്റൊന്നും കണ്ടുപിടിക്കാൻ പററീല്ല.'

'എങ്ങനാ തെളിയിച്ചിരിക്കണെ. സാർ ഓർക്കണുണ്ടോ.'

കടലാസും പെൻസിലും എടുത്തു് വർഗീസ്സാർ എഴുതാൻ തുടങ്ങി. നമ്പൂരിസാർ ശ്രദ്ധിച്ചു.

ഏതെങ്കിലും ഒരു ത്രികോണമാണു് ABC എന്നിരിക്കട്ടെ. $\overline{BC}$ യുടെ മദ്ധ്യബിന്ദുവാണു് D. കോൺ A യുടെ സമഭാജിയും $\overline{BC}$ ക്കു ലംബമായി D യിൽക്കൂടി വരച്ചിരിക്കുന്ന രേഖയും X ൽ ഖണ്ഡിക്കുന്നുവെന്നു് സങ്കല്പിക്കുക. $\overline{AC}$ ക്കു ലംബമായി X ൽനിന്നു് $\overline{XY}$ ഉം $\overline{AB}$ ക്കു ലംബമായി X ൽനിന്നു് $\overline{XZ}$ ഉം വരയ്ക്കുക



AXZ, AXY എന്നീ ത്രികോണങ്ങൾ കണക്കാക്കുക. ഇവിടെ $\overline{AX}$ ഉം $\overline{AX}$ ഉം സർവസമം. കൂടാതെ ∠XAZ ഉം ∠XAY ഉം സർവസമം. ∠AZX ഉം ∠AYX ഉം സർവസമം. അതു കൊണ്ട് AXZ, AXY എന്നീ ത്രികോണങ്ങൾ വ സമങ്ങളാണ്.

'എസ്, എ. എ. സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ചല്ലേ ഈ ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമങ്ങളായത്.' നമ്പൂരി സാർസംശസർയം തീർത്തു.

ഈ ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമങ്ങളായതുകൊണ്ട് XZ=XY എന്നു കിട്ടും. ഇനി ത്രികോണങ്ങൾ XBDയും XCDയും എടുക്കാം. ഇവിടെ, $\overline{XD}$ യും $\overline{XD}$ യും സർവസമം, ∠XDB യും ∠XDC യും സർവസമം, $\overline{BD}$ യും $\overline{CD}$ യും സർവസമം. എസ്, എ. എസ്. സിദ്ധാന്തമനുസരിച്ച് XBD, XCD എന്നീ ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമങ്ങളാണ്. അപ്പോൾ XB=XC എന്നും ∠XBD=∠XCD എന്നും കിട്ടും.

അവസാനമായി XBZ, XCY എന്നീ മട്ടത്രികോണങ്ങൾ കണക്കാക്കാം. ഇവ സർവസമങ്ങളായതുകൊണ്ട് ∠XBZ=∠XCY എന്നു കിട്ടും. ഇപ്പോൾ ∠XBD=∠XCD എന്നും ∠XBZ=∠XCY എന്നും കിട്ടിയിരിക്കുന്നു. ഇവ കൂട്ടുമ്പോൾ ∠XBD+∠XBZ=∠XCD+∠XCY

അതായത് ∠ABD=∠ACD. ഇതിൻെറയർത്ഥം ABC എന്ന ത്രികോണത്തിൻെറ പാദകോണുകൾ സമമാണന്നല്ലേ. അതുകൊണ്ട് ABC ഒരു സമപാർശ്വത്രികോണമാണ്.' കുട്ടി തെളിയിച്ചതിപ്രകാരമാണെന്നു പറഞ്ഞുകൊണ്ട് വഗ്ഗീസ്സാർ കടലാസ് നമ്പൂരിസാറിൻെറ കൈയ്യിൽ കൊടുത്തു. ഒന്നു രണ്ടു പ്രാവശ്യം ശ്രദ്ധയോടെ വായിച്ചു. ഒരെത്തും പിടിയും കിട്ടുന്നില്ല. ഈ പ്രശ്നം കൊണ്ടുവന്ന

കുട്ടിയെ മനസ്സുകൊണ്ടു് അഭിനന്ദിച്ചിട്ടു് നമ്പൂരിസാർ പറഞ്ഞു.

'മിടുക്കന്മാരായ ചില കുട്ടികളുണ്ടു്. അവർ ക്ലാസ്സിൽ പഠിപ്പിക്കുന്നതു കൂടാതെ ലൈബ്രറിയിൽ പോയി നല്ല പുസ്തകങ്ങൾ എടുത്തു വായിക്കും. അങ്ങിനെയുള്ള കുട്ടികൾക്കു് നല്ല ഭാവിയുണ്ടു്. അവരെ പ്രോത്സാഹിപ്പിക്കണം.'

'ഞാൻ എത്ര ശ്രമിച്ചിട്ടും തെററു കണ്ടുപിടിക്കാൻ പററീല്ല.' വർഗ്ഗീസു്സാർ തൻെറ നിസ്സഹായത വെളിപ്പെടുത്തി.

'ഈ പ്രശ്നം തെളിയിച്ചതിൽ തെററൊന്നും കാണുന്നില്ല. പക്ഷെ, ത്രികോണത്തിൻെറ ചിത്രം വരച്ചിട്ടില്ലേ ആ ചിത്രത്തിൻെറ കാര്യത്തിൽ എനിക്കു സംശയം ണ്ടു്.' കോമ്പസ്സും സ്കെയിലും കൊണ്ടുവന്നു് ചിത്രം വരച്ചുനോക്കിയിട്ടു് നമ്പൂരിസാർ തുടർന്നു. 'കിട്ടിപ്പോയി. തെററു് ചിത്രത്തിൽ തന്നെ. കോൺ A യുടെ സമഭാജിയും BC ക്കു ലംബമായി D യിൽ കൂടി വരച്ചിരിക്കുന്ന രേഖയും ത്രികോണം ABC യുടെ അന്തർഭാഗത്തല്ലേ ഖണ്ഡിച്ചിരിക്കുന്നതു്. അവിടെയാണു് തെററു്. അതൊരിക്കലും നടക്കില്ല. അതുകൊണ്ടാണു് തെററായ ഉത്തരം കിട്ടിയതു്.'

'ത്രികോണത്തിൻെറ ബഹിർഭാഗത്തായിരിക്കും ഖണ്ഡിക്കുക. ഇപ്പോ കാര്യം പിടികിട്ടി.'

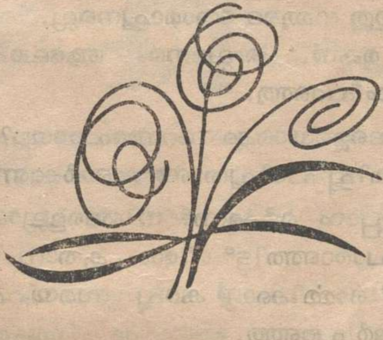
അന്തർജനം കൊടുത്ത കാപ്പി കുടിച്ചിട്ടു് വർഗ്ഗീസു് സാർ സന്തോഷത്തോടെ യാത്ര പറഞ്ഞിറങ്ങി.

കുറിപ്പു്: ഒരു ത്രികോണത്തിലെ രണ്ടു വശവും രണ്ടു കോണുകളും അതിൻെറ തന്നെയോ മറെറാരു ത്രികോണത്തിൻെറയോ സമാന ഭാഗങ്ങളോടു് സർവസമമാകത്തക്കവിധം ത്രികോണങ്ങൾ

തമ്മിൽ ഒരു പൊരുത്തമുണ്ടെങ്കിൽ ആ പൊരുത്തം ആ ത്രികോണങ്ങളുടെ ഒരു സർവസമത ആയിരിക്കും. ഇതിനെ എസ്. എ. എ. സിദ്ധാന്തം എന്നു പറയുന്നു.

ഒരു ത്രികോണത്തിൻെറ രണ്ടു വശങ്ങളും അവ നിർണ്ണയിക്കുന്ന കോണും അതിൻെറ തന്നെയോ മറെറാരു ത്രികോണത്തിൻെറയോ സമാന ഭാഗങ്ങളോട് സർവസമമാകത്തക്ക രീതിയിൽ ഒരു പൊരുത്തമുണ്ടെങ്കിൽ ആ പൊരുത്തം ആ ത്രികോണങ്ങളുടെ ഒരു സർവസമത ആയിരിക്കും ഇതിനെ എസ്. എ. എസ് സിദ്ധാന്തം എന്നു പറയുന്നു

രണ്ടു ത്രികോണങ്ങൾ സർവസമമാകുമ്പോൾ അവയുടെ സമാന ഭാഗങ്ങളും സർവസമമാകുന്നു. അതുകൊണ്ട് സമാന ഭാഗങ്ങളുടെ അളവുകളും തുല്യമായിരിക്കും.



8

ഫ്രീ ഡിന്നർ

അവർ പത്തുപേരുണ്ട്. ഒരു നാട്ടിൽ ജനിച്ചവർ, ഒരുമിച്ചു പഠിച്ചവർ. എന്നും വൈകുന്നേരം ഒത്തുചേരും. തമാശ പറഞ്ഞു നടക്കും. ഉററ ചങ്ങാതിമാർ. ഒരു ദിവസം അവർക്കു് ഒന്നാഘോഷിക്കണമെന്നു തോന്നി. നഗരത്തിലെ പഞ്ചനക്ഷത്ര ഹോട്ടലിൽ കയറി. ഹോട്ടൽ മാനേജർ അവരെ സ്വീകരിച്ചു് ഒരു മേശയ്ക്കു ചുററും ഇരുത്തി. വെയ്ററററെ വിളിച്ചു് വേണ്ട നിർദ്ദേശങ്ങൾ കൊടുത്തു. അവർ മാനേജരെ ശ്രദ്ധിച്ചു. എവിടെയോവെച്ചു കണ്ട പരിചയം.

'അല്ലാ, ഇതു നമ്മുടെ തോമാച്ചനല്ലേ. തൈപ്പുരത്തെ അവറാച്ചന്റെ മകൻ.' അല്പനേരം ആലോചിച്ചശേഷം അവരിലൊരാൾ പറഞ്ഞു.

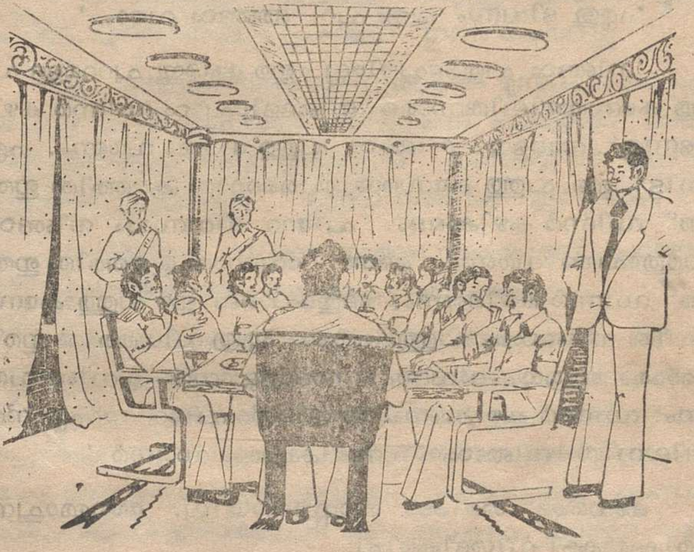
'നീ ഞങ്ങളെയൊക്കെ മറന്നുപോയോ? സ്കൂളിൽ നമ്മളൊക്കെ ഒരുമിച്ചു പഠിച്ചതാണു്. ഓർക്കണുണ്ടോ?'

'ഓ, ഇപ്പോൾ ഓർക്കുന്നു. നിങ്ങളെല്ലാം വലുതായിപ്പോയില്ലേ. പോരാഞ്ഞിട്ടു് മീശേം കൃതാവും. എങ്ങിനെ തിരിച്ചറിയും.' ഓർമ്മിക്കാൻ കുറച്ചു സമയം എടുത്തതിനു ശേഷം മാനേജർ പറഞ്ഞു.

'നിന്റെ വേഷം ഒട്ടും മോശമല്ല. എങ്കിലും ഞങ്ങൾ തിരിച്ചറിഞ്ഞു. ആട്ടെ, നീ എങ്ങിനെ ഇവിടെ വന്നു.'

'പണമില്ലാഞ്ഞു് പഠിത്തം നിർത്തിയ വിവരം നിങ്ങൾക്കറിയാമല്ലോ. അപ്പന്റെ ഒരു സ്നേഹിതൻ സ

ഹായിച്ചതുകൊണ്ടു് ഈ ഹോട്ടലിൽ ജോലി കിട്ടി. കിട്ടിയ ജോലി ആത്മാർത്ഥതയോടും കാര്യക്ഷമതയോടുംകൂടി ചെയ്തു. അതുകൊണ്ടു് പടിപടിയായി ഉദ്യോഗ കയററം കിട്ടി. ഇപ്പോൾ മാനേജരാണു്.'



'നീയപ്പോ മാനേജരാണല്ലേ. വളരെ നല്ലതു്. വൈകിയാണെങ്കിലും ഞങ്ങടെ അഭിനന്ദനം സ്വീകരിക്കൂ.' ഒരാൾ തോമാച്ചൻെറ കൈ പിടിച്ചു കുലുക്കിക്കൊണ്ടു് ആശംസിച്ചു.

വെയ്ററർ വിളമ്പിയ ഭക്ഷണസാധനങ്ങൾ അവർ കഴിക്കാൻ തുടങ്ങി. അവരുടെ സൗകര്യങ്ങൾ അന്വേഷിച്ചുകൊണ്ടു് മാനേജർ അവിടെതന്നെ നിന്നു.

'മാനേജരായതിൻെറ ഒരു ചിലവു് ചെയ്യണമല്ലൊ. ഇന്നത്തെ ഡിന്നർ തോമ്മാച്ചൻെറ വകയാവട്ടെ. എന്താ', മററൊരാൾ അഭിപ്രായപ്പെട്ടു.

'അതു വേണ്ട. ഞാൻ മറെറാരു ദിവസം നിങ്ങൾക്ക് ഡിന്നർ തരാം. പോരെ.'

'മറെറാരു ദിവസം എന്നു പറഞ്ഞാൽ പററില്ല. അതു് തരാതിരിക്കാനുള്ള വേലയാ.'

'ഏതു ദിവസം എന്നു പറ. ഞങ്ങൾ വരാം.'

'നിങ്ങൾ പത്തുപേരില്ലേ. ഈ മേശയ്ക്കു ചുററുമുള്ള പത്തു കസേരയിലിരുന്നാണ് നിങ്ങളിപ്പോൾ ഡിന്നർ കഴിക്കുന്നതു്. നാളെയും നിങ്ങൾ പത്തു പേരും വരണം. എന്നിട്ട് ഈ പത്തു കസേരയിൽ മറെറാരു ക്രമത്തിൽ ഇരുന്നു് ഡിന്നർ കഴിക്കണം. പിറേറ ദിവസവും നിങ്ങൾ പത്തുപേരും വരണം. അന്നു് വേറൊരു ക്രമത്തിൽ ഇരുന്നു് ഡിന്നർ കഴിക്കണം. അതുപോലെ ഈ പത്തു കസേരയിൽ നിങ്ങൾക്ക പത്തുപേർക്കും എത്ര വിധത്തിൽ ഇരിക്കാമോ അത്രയും ദിവസം നിങ്ങളെല്ലാവരും ഇവിടെ വരണം. ഡിന്നർ കഴിക്കണം. അതിൻെറ പിറേറന്നു് എൻെറ ചിലവിൽ നിങ്ങൾക്കു് സുഭിക്ഷമായ ഡിന്നർ.'

അവർക്കു് ശരിക്കും മനസ്സിലായില്ല. തോമ്മാച്ചൻ ഒരിക്കൽക്കൂടി വിശദീകരിച്ചു:

'നിങ്ങൾ പത്തു പേർക്കും ഈ പത്തു കസേരയിൽ ഏതെല്ലാം ക്രമത്തിൽ ഇരിക്കാമോ ആ വിധത്തിലെല്ലാം ഇരിക്കണം. ഓരോ ദിവസവും ഓരോ ക്രമത്തിൽ ഇരുന്നു് ഡിന്നർ കഴിക്കണം. അങ്ങിനെ എല്ലാക്രമത്തിലും ഇരുന്നു് ഡിന്നർ കഴിച്ചതിനുശേഷം എൻെറ വക ഡിന്നർ.'

അവർക്ക സന്തോഷമായി. ഫ്രീയായി ഒരു ഡിന്നർ കിട്ടുമല്ലൊ. പിറേറ ദിവസം വന്നു് അവർ മറെറാരു ക്രമത്തിൽ ഇരുന്നു് ഡിന്നർ കഴിച്ചു. ദിവസങ്ങൾ പലതു ക

ഴിഞ്ഞു. ആഴ്ചകളായി. ഡിന്നർ കഴിച്ചതിന് നല്ലൊരു തുക അവർക്ക ചിലവായി. എന്നിട്ടും എല്ലാ ക്രമത്തിലും ഇരിക്കാൻ കഴിഞ്ഞില്ല. ഇതിലെന്തോ പന്തികേടുണ്ടെന്ന് അവർക്ക തോന്നി. മേനോൻ സാറിനെ സമീപിച്ച് അവർ വിവരമെല്ലാം പറഞ്ഞു. അടുത്തു കിടന്ന മൂന്നു കസേര ചൂണ്ടിക്കാണിച്ചുകൊണ്ട് സാർ ചോദിച്ചു:

'ഈ മൂന്നു കസേരയിൽ നിങ്ങളിൽ മൂന്നുപേർക്ക് എത്ര വിധത്തിൽ ഇരിക്കാൻ കഴിയുമെന്നു പറയാമോ?' അവരിൽ മൂന്നുപേർ പല ക്രമത്തിൽ കസേരയിൽ ഇരുന്നു നോക്കിയിട്ട പറഞ്ഞു. 'ആറുവിധത്തിൽ ഇരിക്കാം.'

'ശരിയാണ്. നിങ്ങൾ ഇരുന്നു നോക്കിട്ടല്ലേ പറഞ്ഞത്. എന്നാൽ ഉത്തരം കണക്കുകൂട്ടിയെടുക്കാം.'

എങ്ങിനെയാണെന്നു ശ്രദ്ധിക്ക. ഒന്നാമത്തെ കസേരയിൽ മൂന്നുപേർക്ക് മൂന്നു വിധത്തിൽ ഇരിക്കാം. ശരിയല്ലേ. ഒരാൾ ഒന്നാമത്തെ കസേരയിൽ ഇരുന്നുവെന്ന് സങ്കല്പിക്കുക. ശേഷിച്ച രണ്ടുപേർക്ക് രണ്ടാമത്തെ കസേരയിൽ രണ്ട വിധത്തിൽ ഇരിക്കാം. രണ്ടാമത്തെ കസേരയിലും ഒരാൾ ഇരുന്നുവെന്നു വിചാരിക്കുക. പിന്നെ ഒരാളെയുള്ള. അയാൾക്ക് മൂന്നാമത്തെ കസേരയിൽ ഒരു വിധത്തിലേ ഇരിക്കാൻ പററൂ. അപ്പോൾ മൂന്നുപേർക്ക് മൂന്നു കസേരയിൽ $3 \times 2 \times 1 = 6$ വിഭിന്ന രീതിയിൽ ഇരിക്കാം. എന്താ മനസ്സിലാവണണ്ടോ? ഇതുപോലെ നാലുപേർക്ക് നാലു കസേരയിൽ $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ വിധത്തിൽ ഇരിക്കാം.' മേനോൻസാർ വിശദീകരിച്ചു.

'അപ്പോൾ പത്തുപേർക്ക് പത്തു കസേരയിൽ വിവിധ ക്രമത്തിൽ ഇരിക്കാവുന്നതിന്റെ എണ്ണം $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$. അല്ലേ?' കാര്യം മനസ്സിലാക്കിയ ഒരാൾ ചോദിച്ചു.

'അതെത്ര വരും.'

'3628800.' കടലാസ്സും പെൻസിലും എടുത്തു് ഗുണിച്ചുനോക്കിയിട്ടു് മററൊരാൾ പറഞ്ഞു.

'യ്യോ' എല്ലാവരും അത്ഭുതപ്പെട്ടു.

'മാനേജരുടെ ഫ്രീ ഡിന്നർ കിട്ടണമെങ്കിൽ നമ്മൾ 3628800 ദിവസം ഹോട്ടലിൽ പോയി ഡിന്നർ കഴിക്കണം. അല്ലേ.'

'ഏതാണ്ടു് 9942 വർഷം മുടങ്ങാതെ ഹോട്ടലിൽ പോയി ഡിന്നർ കഴിച്ചാൽ മാത്രമേ നിങ്ങൾക്കു് മാനേജരുടെ വക ഡിന്നർ കിട്ടുകയുള്ളു.' മേനോൻസാർ കണക്കുകൂട്ടി പറഞ്ഞു.

'നമ്മുടെ ജീവിതകാലം മുഴുവൻ ഹോട്ടലിൽ പോയി ഡിന്നർ കഴിച്ചാലും നമുക്കു് അയാളുടെ വക ഡിന്നർ കിട്ടുകയില്ല.'

'അയാൾ നമ്മെ പററിക്കുകയായിരുന്നു.'

'ഇപ്പോഴെങ്കിലും സംഗതി മനസ്സിലായല്ലോ.'

'മേനോൻസാറാണു് നമ്മളെ രക്ഷിച്ചതു്.'

തങ്ങൾക്കു പററിയ മണ്ടത്തരം പുറത്തു പറയാതെ അവർ അന്നുമുതൽ ഹോട്ടലിൽപോക്കു നിറുത്തി.

9

ഈ ഗണിതമെത്ര മനോഹരം

എല്ലാവരും ആകാംക്ഷയോടെ കാത്തിരുന്നു. അടുത്ത പീരിയഡ് മേനോൻസാറിന്റേതാണ്. കണക്കിലെ അമൂർത്തമായ ആശയങ്ങൾപോലും വളരെ ലളിതമായും സരസമായും ആണ് സാർ പഠിപ്പിക്കുന്നത്. ഇടയ്ക്കിടയ്ക്ക് ഉപമകളും പറയും. ആർക്കും മുഷിപ്പുതോന്നില്ല. മററു പല ക്ലാസ്സിലും കയറാത്ത മോഹൻ, പീററർ തുടങ്ങിയവരെല്ലാം ഒന്നാം ബഞ്ചിൽതന്നെ സ്ഥലംപിടിച്ചിട്ടുണ്ട്.

'ദേ, മേനോൻസാർ വരുന്നുണ്ട്.' മുരളി അറിയിച്ചു. ക്ലാസ്സ് നിശ്ശബ്ദമായി.

വന്നയുടനെ കഴിഞ്ഞ ക്ലാസ്സിൽ പഠിപ്പിച്ചവയിൽ പ്രധാനപ്പെട്ട ആശയങ്ങൾ സാർ ആവർത്തിച്ചു. ഗണം. ഗണത്തെ സൂചിപ്പിക്കുന്ന രീതികൾ, പരിമിതഗണം, അനന്തഗണം തുടങ്ങിയവയെക്കുറിച്ചെല്ലാം ഉദാഹരണസഹിതം വിവരിച്ചു. അതിനുശേഷം ഒന്നിനൊന്നു പൊരുത്തം, സമാംഗഗണങ്ങൾ, ഗണത്തിലെ ക്രിയകൾ തുടങ്ങിയ പുതിയ ആശയങ്ങൾ പഠിപ്പിച്ചു. പീരിയഡ് അവസാനിക്കാൻ കുറച്ചുസമയം അവശേഷിക്കുന്നുണ്ട്. സാർ ഒരു പ്രശ്നം അവതരിപ്പിച്ചു:

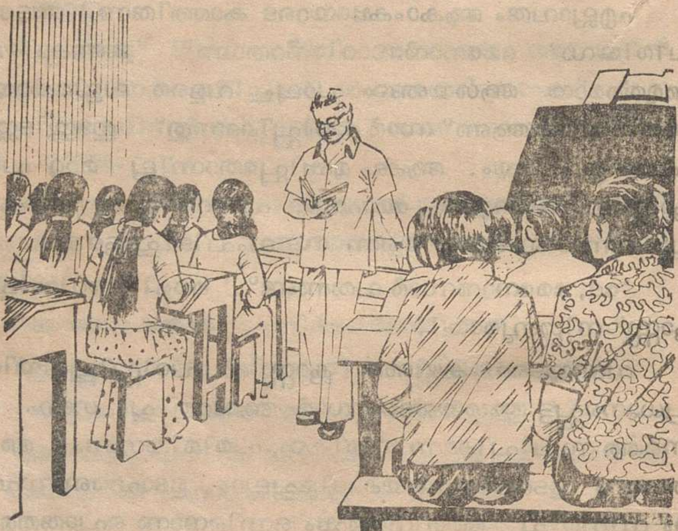
'ബി. സി. അഞ്ചാം നൂററാണ്ടിൽ പ്രൊട്ടഗോറസ് എന്നു പേരായ ഒരു നിയമപണ്ഡിതൻ ജീവിച്ചിരുന്നു. നിയമം പഠിക്കുന്നതിനു ധാരാളംപേർ അദ്ദേഹത്തിന്റെ അടുത്തു വരുമായിരുന്നു. ഒരിക്കൽ നിയമം പഠിക്കുന്നതിനു വ

ന്ന ഒരാളുമായി പ്രതിഫലത്തെ സംബന്ധിച്ച് അദ്ദേഹം ഒരു കരാറുണ്ടാക്കി.'

'ട്യൂഷൻ ഫീസിനെ സംബന്ധിച്ചായിരിക്കും' മോഹൻ സംശയം പ്രകടിപ്പിച്ചു.

'അയാൾ ഫീസ് കൊടുത്തുകാണുല്ല.' പീററർ.

'പീററരെപ്പോലെയാണയാൾ' ലീല കളിയാക്കി.



'കരാറിതാണ്: പഠിത്തമെല്ലാം കഴിഞ്ഞ്, പ്രാക്ടീസ് തുടങ്ങി, ജയിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ കേസിൽ നിന്നും കിട്ടുന്ന പ്രതിഫലത്തിൽനിന്ന് ഒരു നിശ്ചിതതുക ട്യൂഷൻഫീസായി കൊടുത്തുകൊള്ളാം. പഠിത്തം കഴിഞ്ഞ അയാൾ പ്രാക്ടീസ് തുടങ്ങി. പക്ഷേ, കേസ് വാദിക്കുന്നതിനുവേണ്ടി ആരും അയാളെ സമീപിച്ചില്ല. അതുകൊണ്ടു ട്യൂഷൻ ഫീസ് കൊടുക്കാൻ കഴിഞ്ഞില്ല. വക്കീൽപണി ഉപേക്ഷിച്ചു മററു വല്ല ജോലിക്കും പോയാലോ എന്നുവരെ അ

യാൾ ചിന്തിച്ചു. ക്ഷമകെട്ട പ്രൊട്ടഗോറസ് ട്യൂഷൻഫീസിനുവേണ്ടി അയാളുടെ പേരിൽ കേസുകൊടുത്തു. പ്രൊട്ടഗോറസ് ചിന്തിച്ചതിങ്ങനെയാണ്: 'കേസിൽ ഞാൻ ജയിച്ചാൽ കോടതിവിധിപ്രകാരം എനിക്കു ട്യൂഷൻഫീസു കിട്ടും. കേസിൽ ഞാൻ തോററു എന്നിരിക്കട്ടെ. അപ്പോൾ അയാൾ ജയിക്കുന്ന ആദ്യത്തെ കേസായിരിക്കും ഇതു്. അതുകൊണ്ടു് കരാറനുസരിച്ചു് അയാൾ എനിക്കു ട്യൂഷൻ ഫീസ് തരേണ്ടിവരും. അങ്ങിനെ കേസ് അനുകൂലമായി വന്നാലും പ്രതികൂലമായി വന്നാലും എനിക്കു ട്യൂഷൻഫീസു കിട്ടും.' ട്യൂഷൻഫീസിനുവേണ്ടി പ്രൊട്ടഗോറസ് കേസ് കൊടുത്തിട്ടുണ്ടെന്നറിഞ്ഞ അയാൾ ചിന്തിച്ചതിങ്ങനെയാണ്. 'കേസിൽ ഞാൻ ജയിച്ചാൽ കോടതിവിധിപ്രകാരം എനിക്കു ട്യൂഷൻഫീസ് കൊടുക്കേണ്ടിവരില്ല. അഥവാ കേസിൽ ഞാൻ തോററാൽ ഞങ്ങൾ തമ്മിലുണ്ടാക്കിയ കരാറനുസരിച്ചു് ട്യൂഷൻഫീസു കൊടുക്കേണ്ട ആവശ്യവും ഇല്ല. അപ്പോൾ കേസ്സിന്റെ വിധി ഏതു വിധത്തിലായാലും എനിക്കു ട്യൂഷൻഫീസ് കൊടുക്കേണ്ടിവരില്ല.' ഇവരിൽ ആരുടെ ചിന്താഗതിയാണ് ശരി?' ചോദ്യം ഉന്നയിച്ചുകൊണ്ടു മേനോൻസാർ നിറുത്തി.

'രണ്ടുപേരുടേയും ശരിയാണ്.' മോഹൻ.

'ട്യൂഷൻ എടുത്തതല്ലേ, പ്രൊട്ടഗോറസിനാണു ഫീസു കിട്ടേണ്ടതു്.' മുരളി അഭിപ്രായപ്പെട്ടു.

'ട്യൂഷൻ പഠിച്ചിട്ടു ഫീസു കൊടുക്കാത്തവൻ.'
ലീല പ്രതിഷേധിച്ചു.

'പണ്ടും ഇതുപോലെയുള്ളവർ ഉണ്ടായിരുന്നല്ലേ.'
പീററർ.

'ഏതായാലും നിങ്ങൾ ഇതേക്കുറിച്ചു പിന്നീടാലോചിക്കു.' മേനോൻസാർ മറെറാരു പ്രശ്നം എടുത്തിട്ടു.

'എൻെറ നാട്ടിൽ ഒരു ബാർബറുണ്ട്. ഒരു ദിവസം അയാളെ കണ്ടപ്പോൾ ഞാൻ ചോദിച്ചു: 'എങ്ങിനെയുണ്ട് തൊഴിലൊക്കെ. കഴിഞ്ഞുകൂടാനുള്ള വക കിട്ടുന്നുണ്ടോ?'

'ഒരു വിധം കഴിയുന്നു. വല്യ കുഴപ്പമൊന്നുമില്ല. ഈ ഗ്രാമത്തിലുള്ളവരിൽ സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യുന്നവർ എൻെറടുത്തു വരാറില്ല. അവരെ ഞാൻ ഷേവ്ചെയ്യാറുമില്ല. എന്നാൽ സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യാത്തവർ എൻെറടുത്തു വരും. ഞാൻ ഷേവ്ചെയ്തുകൊടുക്കും. ഇവരൊക്കെ തരുന്നതുകൊണ്ടു കഴിഞ്ഞുകൂടുന്നു.' ബാർബർ തൻെറ തൊഴിലിനെക്കുറിച്ചു ചുരുക്കി വിവരിച്ചു.

'ബാർബർ പറഞ്ഞ കാര്യം ശ്രദ്ധിച്ചോ?' ക്ലാസ്സിലാകെയൊന്നു നോക്കിയിട്ട് മേനോൻസാർ ചോദിച്ചു.

ആരും ഒന്നും മിണ്ടുന്നില്ല. ബാർബർ തൻെറ തൊഴിലിനെക്കുറിച്ചു പറഞ്ഞതു മേനോൻസാർ ആവർത്തിച്ചു.

'തൻെറ തൊഴിലിനെക്കുറിച്ചു നൽകിയ വിവരം വെച്ചുകൊണ്ട് ഈ ബാർബർ സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യുന്ന ആളാണോ മററു വല്ലവരെയുംകൊണ്ടു ഷേവ്ചെയ്യിക്കുന്ന ആളാണോ എന്നു് ആക്കെങ്കിലും പറയാമോ?'

'സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യുന്ന ആളാണു്' അല്പനേരം ആലോചിച്ചതിനു ശേഷം മുരളി പറഞ്ഞു.

'സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യുന്നവർ ഈ ബാർബറുടെ അടുത്തു പോകാറുമില്ല, അവരെ അയാൾ ഷേവ്ചെയ്യാറുമില്ല. പിന്നെങ്ങിനാ അയാൾ സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യുന്നതു്.' മുരളിയുടെ അഭിപ്രായത്തെ മോഹൻ ഖണ്ഡിച്ചു.

'മററു വല്ലവരേയുംകൊണ്ടു ഷേവ്ചെയ്യിക്കും.'

പീററുടെ ഉത്തരം.

'അപ്പോൾ സ്വയം ഷേവ്ചെയ്യാത്തവരുടെ കൂട്ടത്തിൽ പെടും ഈ ബാർബർ സ്വയംഷേവ്ചെയ്യാത്തവ

രെ ഈ ബാർബറാണ് ഷേവ് ചെയ്യുന്നതു്. അതുകൊണ്ടു് അയാരം സ്വയം ഷേവ് ചെയ്യുന്നു.'

പീററുടെ ഉത്തരം തെററാണെന്നു മുരളി സമർത്ഥിച്ചു.

'ഉത്തരമെല്ലാം തെററാണെന്നു പരസ്പരം വാദിക്കുകയാണിവർ' ലീല വിളിച്ചുപറഞ്ഞു.

'ആകെ കുഴപ്പം അല്ലേ.' മേനോൻസാർ ഇടപെട്ടു.

'യുക്തിവാദത്തിലെ കസർത്തുകളാണ് മേല്പറഞ്ഞ രണ്ടു പ്രശ്നങ്ങളും. അവയെക്കുറിച്ചു കൂടുതൽ തർക്കിച്ചിട്ടു കാര്യമില്ല. സമയം കളയാമെന്നു മാത്രം. ഇനി വേറെ രണ്ടു മൂന്നു് ഉദാഹരണങ്ങൾ എടുക്കാം. ബർനാർഡ് ബോറംസാനോ എഴുതിയ ഗ്രന്ഥത്തിൽനിന്നുള്ളതാണ്. അനന്തശ്രേണിയെസംബന്ധിച്ച്.' സാർ ബോർഡിൽ എഴുതാൻ തുടങ്ങി.

'$S=a-a+a-a+a-a+\ldots$ എന്ന അനന്തശ്രേണി കണക്കാക്കുക. ഇതിനെ

$S=(a-a)+(a-a)+(a-a)+\ldots\ldots$ എന്നെഴുതാം.

അപ്പോൾ $S=0+0+0+\ldots\ldots$

$=0$

ഈ ശ്രേണിയെ മറെറാരു വിധത്തിൽ എഴുതിയാൽ

$S=a-(a-a)-(a-a)-(a-a)\ \ldots\ldots\ldots$

എന്നു കിട്ടും.

അതായതു് $S=a-0-0-0\ldots\ldots\ldots$

$=a.$

വീണ്ടും വേറൊരു വിധത്തിൽ എഴുതുകയാണെങ്കിൽ

$S=a-(a-a+a-a+a-a+\ldots\ldots\ldots)$

$=a-S$ എന്നല്ലേ കിട്ടുന്നതു്.

അപ്പോൾ $2S=a$.

അതുകൊണ്ടു് $S=\dfrac{a}{2}$ ..

'ഒരു ശ്രേണിക്ക് മൂന്നു വ്യത്യസ്ത വിലകൾ' ലീല അത്ഭുതം പ്രകടിപ്പിച്ചു.

മേനോൻസാർ മറെറാരു കണക്കു ചെയ്യാൻ തുടങ്ങി.

'സാധാരണ ഹരണം ഉപയോഗിച്ച്

$$\frac{1}{1+x} = 1-x+x^2-x^3+x^4-x^5+\ldots\ldots$$ എന്നും

$$\frac{1}{1+x+x^2} = 1-x+x^3-x^4+x^6-x^7+\ldots\ldots$$ എന്നും

$$\frac{1}{1+x+x^2+x^3} = 1-x+x^4-x^5+x^8-x^9+\ldots\ldots$$ എന്നും

എഴുതാം. ശരിയല്ലേയെന്നു നോക്കു.'

എല്ലാവരും ഹരിച്ചുനോക്കിയിട്ട് ശരിയാണെന്നു സമ്മതിച്ചു.

'ഇവയിലോരോന്നിലും x നു പകരം ഒന്ന് എന്ന വില കൊടുക്കാം. അപ്പോൾ

$\frac{1}{2} = 1-1+1-1+1-1+\ldots\ldots$ എന്നും

$\frac{1}{3} = 1-1+1-1+1-1+\ldots\ldots$ എന്നും

$\frac{1}{4} = 1-1+1-1+1-1+\ldots\ldots$ എന്നും

കിട്ടും. വലതുവശത്തുള്ളതെല്ലാം ഒരുപോലെയുള്ള ശ്രേണിയായതുകൊണ്ട് $\frac{1}{2}=\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$.

എന്താ വിചിത്രമായിരിക്കുന്നു. അല്ലേ.'

എല്ലാവരും മിഴിച്ചിരുന്നു.

'അടുത്തതായി $S=1-2+4-8+16-32+64-128+\ldots$

എന്ന അനന്തശ്രേണി എടുക്കാം. ഈ ശ്രേണിയെ

$S=1-2(1-2+4-8+16-32+64-\ldots\ldots)$

എന്നെഴുതാം.

അതായത് $S=1-2S$

അപ്പോൾ $3S=1$.

അതുകൊണ്ട് $S=\frac{1}{3}$.

ഈ ശ്രേണിയെ വേറൊരു വിധത്തിൽ എഴുതിയാൽ

$$S=1+(-2+4)+(-8+16)+(-32+64)+\ldots\ldots$$

$=1+2+8+16+\ldots\ldots$ എന്നു കിട്ടും.

ഈ ശ്രേണിയെതന്നെ വീണ്ടും മറെറാരു വിധത്തിലെഴുതിയാൽ

$$S=(1-2)+(4-8)+(16-32)+(64-128)+\ldots\ldots$$

എന്നു കിട്ടുന്നു.

അതായതു് $S= 1-4-16-64\ldots\ldots$

ഇതിൽനിന്നും നാം എന്താണു മനസ്സിലാക്കുന്നതു്. ഒരു ശ്രേണിയുടെ വില മൂന്നു വ്യത്യസ്തരീതിയിൽ കിട്ടിയിരിക്കുന്നുവെന്നല്ലേ. ഇതുപോലെ അനന്തശ്രേണിയെ സംബന്ധിച്ച രസകരമായ അനേകം ഉദാഹരണങ്ങൾ ഉണ്ടു്. അവയെല്ലാം മറെറാരവസരത്തിൽ എടുക്കാം. ഇപ്പോൾ ത്രികോണമിതിയിൽനിന്നു് ഒരു സൂത്രം കാണിച്ചുതരാം.' പീരിയഡ് അവസാനിക്കാൻ അല്പനേരം കൂടിയുണ്ടു് എന്നു മനസ്സിലാക്കിയ സാർ എഴുതാൻതുടങ്ങി.

'$\cos^2x + \sin^2x = 1$ എന്ന സദാസത്യവാക്യം നിങ്ങൾക്കെല്ലാവർക്കും അറിയാമല്ലൊ, ഇതിൽനിന്നു്

$\cos^2x=1-\sin^2x$ എന്നു കിട്ടും.

അപ്പോൾ $(\cos^2x)^{3/2}=(1-\sin^2x)^{3/2}$

അതായതു് $\cos^3x=(1-\sin^2x)^{3/2}$

രണ്ടു വശത്തേക്കും മൂന്നു കൂട്ടുമ്പോൾ

$\cos^3x+3=(1-\sin^2x)^{3/2}+3$ എന്നു കിട്ടും.

ഇനി രണ്ടു വശത്തേയും വർഗമെടുക്കാം.

അപ്പോൾ $[\cos^3x+3]^2=[(1-\sin^2x)^{3/2}+3]^2$

ഇതിൽ x നു പകരം π എന്ന വില കൊടുക്കാം.

$$[\cos^3\pi+3]^2=[(1-\sin^2\pi)^{3/2}+3]^2$$

$\cos\pi=-1$ എന്നും $\sin\pi=0$ എന്നും നമുക്കറിയാം.

ഈ വില കൊടുക്കുമ്പോൾ

$[(-1)^3+3]^2=[(1-0)^{3/2}+3]^2$ എന്നു കിട്ടും.

അതായതു് $2^2=4^2$

അതുകൊണ്ടു് $4=16$

എന്താ എല്ലാവരും മിണ്ടാതിരുന്നുപോയതു്. അത്ഭുതംതോന്നുന്നുണ്ടല്ലേ. ഇതുപോലെയുള്ള പല കസർത്തുകളും കണക്കിലുണ്ടു്.' മേനോൻസാർ അവസാനിപ്പിച്ചു.

'കണക്കു് പൊതുവെ പ്രയാസമാണെങ്കിലും രസോള്ള ഭാഗോം ഒണ്ടു്.' മോഹൻ അഭിപ്രായം പാസ്സാക്കി.

'അനന്തമജ്ഞാതമവർണ്ണനീയം
ഈ ഗണിതമെത്ര മനോഹരം.'

ലീല പാടി.

ണിം, ണിം, ണിം,........

ബെല്ലടിച്ചു. സമയം പോയതു് ആരും അറിഞ്ഞതേയില്ല.